HUỲNH ĐỨC VŨ
0378 828 498

TUYỂN TẬP

25 NĂM ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC

MÔN TOÁN

BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO

Các đề thi tuyển sinh ĐH–CĐ, THPTQG, TNTHPT từ năm 2002 đến năm 2026 của Bộ Giáo Dục và Đào Tạo

Quảng Ngãi, 8-2026

Mục lục

Chương 1. TUYỂN TẬP CÁC ĐỀ THI 1

- Đề số 1. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2002, KHỐI A 1
- Đề số 2. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2002, KHỐI B 3
- Đề số 3. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2002, KHỐI D 4
- Đề số 4. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2003, KHỐI A 5
- Đề số 5. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2003, KHỐI B 6
- Đề số 6. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2003, KHỐI D 7
- Đề số 7. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2004, KHỐI A 8
- Đề số 8. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2004, KHỐI B 9
- Đề số 9. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2004, KHỐI D 10
- Đề số 10. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2005, KHỐI A 11
- Đề số 11. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2005, KHỐI B 12
- Đề số 12. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2005, KHỐI D 13
- Đề số 13. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2006, KHỐI A 14
- Đề số 14. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2006, KHỐI B 16
- Đề số 15. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2006, KHỐI D 18
- Đề số 16. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2007, KHỐI A 20
- Đề số 17. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2007, KHỐI B 22
- Đề số 18. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2007, KHỐI D 24
- Đề số 19. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2008, KHỐI A 26
- Đề số 20. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2008, KHỐI B 28
- Đề số 21. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2008, KHỐI D 30
- Đề số 22. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2009, KHỐI A 32
- Đề số 23. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2009, KHỐI B 34
- Đề số 24. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2009, KHỐI D 36
- Đề số 25. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2010, KHỐI A 38
- Đề số 26. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2010, KHỐI B 39
- Đề số 27. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2010, KHỐI D 41

Đề số 28. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2011, KHỐI A 43

Đề số 29. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2011, KHỐI B 45

Đề số 30. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2011, KHỐI D 47

Đề số 31. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2012, KHỐI A 48

Đề số 32. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2012, KHỐI B 50

Đề số 33. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2012, KHỐI D 52

Đề số 34. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2013, KHỐI A 54

Đề số 35. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2013, KHỐI B 56

Đề số 36. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2013, KHỐI D 58

Đề số 37. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2014, KHỐI A 59

Đề số 38. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2014, KHỐI B 60

Đề số 39. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2014, KHỐI D 61

Đề số 40. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2015, KHỐI A, A_1, B, D . 62

Đề số 41. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2016, KHỐI A, A_1, B, D . 63

Đề số 42. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017, ĐỀ MINH HỌA LẦN 1 64

Đề số 43. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017, ĐỀ MINH HỌA LẦN 2 71

Đề số 44. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017, ĐỀ MINH HỌA LẦN 3 78

Đề số 45. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017, MÃ ĐỀ 101 85

Đề số 46. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017, MÃ ĐỀ 102 91

Đề số 47. KỲTHI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017, MÃ ĐỀ 103 97

Đề số 48. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017, MÃ ĐỀ 104 104

Đề số 49. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017, ĐỀ THAM KHẢO 110

Đề số 50. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2018, MÃ ĐỀ 101 117

Đề số 51. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2018, MÃ ĐỀ 102 124

Đề số 52. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2018, MÃ ĐỀ 103 131

Đề số 53. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2018, MÃ ĐỀ 104 138

Đề số 54. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019, ĐỀ THAM KHẢO . 145

Đề số 55. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019, MÃ ĐỀ 101 152

Đề số 56. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019, MÃ ĐỀ 102 159

Đề số 57. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019, MÃ ĐỀ 103 167

Đề số 58. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019, MÃ ĐỀ 104 174
Đề số 59. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020, ĐỀ THAM KHẢO LẦN 1 182
Đề số 60. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020, ĐỀ THAM KHẢO LẦN 2 189
Đề số 61. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 101 195
Đề số 62. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 102 201
Đề số 63. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 103 208
Đề số 64. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 104 214
Đề số 65. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 101 220
Đề số 66. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 102 226
Đề số 67. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 103 232
Đề số 68. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 104 238
Đề số 69. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021, ĐỀ THAM KHẢO 244
Đề số 70. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 101 250
Đề số 71. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 102 256
Đề số 72. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 103 262
Đề số 73. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 104 268
Đề số 74. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 101 274
Đề số 75. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 102 280
Đề số 76. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 111 286
Đề số 77. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 120 292
Đề số 78. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022, ĐỀ THAM KHẢO 298
Đề số 79. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022, MÃ ĐỀ 101 304
Đề số 80. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022, MÃ ĐỀ 102 310
Đề số 81. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022, MÃ ĐỀ 103 316
Đề số 82. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022, MÃ ĐỀ 104 322
Đề số 83. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023, ĐỀ THAM KHẢO 328
Đề số 84. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023, MÃ ĐỀ 101 335
Đề số 85. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023, MÃ ĐỀ 102 341
Đề số 86. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023, MÃ ĐỀ 103 347
Đề số 87. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023, MÃ ĐỀ 104 353
Đề số 88. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2024, ĐỀ THAM KHẢO 359
Đề số 89. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2024, MÃ ĐỀ 102 366

Đề số 90. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2024, MÃ ĐỀ 117 372
Đề số 91. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2025, ĐỀ THAM KHẢO 378
Đề số 92. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2025, Mã đề 0124 383
Đề số 93. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2026, Mã đề 0101 388
Đề số 94. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2026, Mã đề 0102 394
Đề số 95. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026 - LẦN 2(cho Chuyên Tuyên Quang), Mã đề 0110 400

Chương 2. GIẢI CHI TIẾT, ĐÁP ÁN 406

Đề số 1. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2002, KHỐI A 406
Đề số 2. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2002, KHỐI B 415
Đề số 3. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2002, KHỐI D 421
Đề số 4. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2003, KHỐI A 427
Đề số 5. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2003, KHỐI B 434
Đề số 6. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2003, KHỐI D 439
Đề số 7. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2004, KHỐI A 445
Đề số 8. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2004, KHỐI B 451
Đề số 9. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2004, KHỐI D 456
Đề số 10. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2005, KHỐI A 462
Đề số 11. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2005, KHỐI B 468
Đề số 12. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2005, KHỐI D 473

Đề số 90. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2024, MÃ ĐỀ 117 1678
Đề số 91. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2025, ĐỀ THAM KHẢO 1695
Đề số 92. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2025, Mã đề 0124 1706
Đề số 93. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2026, Mã đề 0101 1719
Đề số 94. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2026, Mã đề 0102 1734
Đề số 95. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026 - LẦN 2(cho Chuyên Tuyên Quang), Mã đề 0110 1750

Chương 1
TUYỂN TẬP CÁC ĐỀ THI

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2002
Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=-x^3+3mx^2+3\left(1-m^2\right)x+m^3-m^2$ (m là tham số). (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m=1$.

2) Tìm k để phương trình $-x^3+3x^2+k^3-3k^2=0$ có ba nghiệm phân biệt.

3) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (1).

Bài 2 (2.0). Cho phương trình $\log_3^2 x+\sqrt{\log_3^2 x+1}-2m-1=0$ (2) (m là tham số).

1) Giải phương trình (2) khi $m=2$.

2) Tìm m để phương trình (2) có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]$.

Bài 3 (2.0). 1) Tìm nghiệm thuộc khoảng $(0;2\pi)$ của phương trình

$$5\left(\sin x+\frac{\cos 3x+\sin 3x}{1+2\sin 2x}\right)=\cos 2x+3.$$

2) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\left|x^2-4x+3\right|$, $y=x+3$.

Bài 4 (2.0). 1) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ đỉnh S, có độ dài cạnh đáy bằng a. Gọi M và N lần lượt là các trung điểm của các cạnh SB và SC. Tính theo a diện tích tam giác AMN, biết rằng mặt phẳng (AMN) vuông góc với mặt phẳng (SBC).

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đêcac vuông góc $Oxyz$, cho hai đường thẳng:

$$\Delta_1:\begin{cases}x-2y+z-4=0\\x+2y-2z+4=0\end{cases}\text{ và }\Delta_2:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=1+2t.\end{cases}$$

a) Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ_1 và song song với đường thẳng Δ_2.

b) Cho điểm $M(2;1;4)$. Tìm toạ độ điểm H thuộc đường thẳng Δ_2 sao cho đoạn thẳng MH có độ dài nhỏ nhất.

Bài 5 (2.0). 1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Đêcac vuông góc Oxy, xét tam giác ABC vuông tại A, phương trình đường thẳng BC là $\sqrt{3}x-y-\sqrt{3}=0$, các đỉnh A và B thuộc trục hoành và bán kính đường tròn nội tiếp bằng 2 . Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

2) Cho khai triển nhị thức

$$\left(2^{\frac{x-1}{2}}+2^{\frac{-x}{3}}\right)^n = \mathrm{C}_n^0\left(2^{\frac{x-1}{2}}\right)^n+\mathrm{C}_n^1\left(2^{\frac{x-1}{2}}\right)^{n-1}\left(2^{\frac{-x}{3}}\right)+\cdots+\mathrm{C}_n^{n-1}\left(2^{\frac{x-1}{2}}\right)\left(2^{\frac{-x}{3}}\right)^{n-1} + \mathrm{C}_n^n\left(2^{\frac{-x}{3}}\right)^n.$$

(n là số nguyên dương). Biết rằng trong khai triển đó $\mathrm{C}_n^3 = 5\mathrm{C}_n^1$ và số hạng thứ tư bằng $20n$, tìm n và x.

HẾT

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2002

Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = mx^4 + \left(m^2 - 9\right)x^2 + 10$ (1) (m là tham số).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.

2) Tìm m để hàm số (1) có ba điểm cực trị.

Bài 2 (3,0 điểm). 1) Giải phương trình $\sin^2 3x - \cos^2 4x = \sin^2 5x - \cos^2 6x$.

2) Giải bất phương trình $\log_x\left(\log_3\left(9^x - 72\right)\right) \le 1$.

3) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt[3]{x-y} = \sqrt{x-y} \\ x + y = \sqrt{x+y+2}. \end{cases}$

Bài 3 (1,0 điểm). Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường

$$y = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}} \text{ và } y = \frac{x^2}{4\sqrt{2}}.$$

Bài 4 (3,0 điểm). 1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đề-các vuông góc Oxy cho hình chữ nhật $ABCD$ có tâm $I\left(\frac{1}{2};0\right)$, phương trình đường thẳng AB là $x - 2y + 2 = 0$ và $AB = 2AD$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D biết rằng đỉnh A có hoành độ âm.

2) Cho hình lập phương $ABCDA_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng a.

a) Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng A_1B và B_1D.

b) Gọi M, N, P lần lượt là các trung điểm của các cạnh BB_1, CD, A_1D_1. Tính góc giữa hai đường thẳng MP và C_1N.

Bài 5 (1,0 điểm). Cho đa giác đều $A_1A_2\ldots A_{2n}$ ($n \ge 2, n$ nguyên) nội tiếp đường tròn (O). Biết rằng số tam giác có các đỉnh là 3 trong $2n$ điểm $A_1, A_2, \ldots, A_{2n}$ nhiều gấp 20 lần số hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong $2n$ điểm $A_1, A_2, \ldots, A_{2n}$, tìm n.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2002

Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1. Cho hàm số $y = \dfrac{(2m-1)x - m^2}{x-1}$ (1) (m là tham số).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1) ứng với $m = -1$.

2) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C) và hai trục tọa độ.

3) Tìm m để đồ thị của hàm số (1) tiếp xúc với đường thẳng $y = x$.

Bài 2.

1) Giải bất phương trình $(x^2 - 3x)\cdot\sqrt{2x^2 - 3x - 2} \geq 0$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2^{3x} = 5y^2 - 4y \\ \dfrac{4^x + 2^{x+1}}{2^x + 2} = y \end{cases}$

Bài 3. Tìm x thuộc đoạn $[0;14]$ nghiệm đúng phương trình $\cos 3x - 4\cos 2x + 3\cos x - 4 = 0$.

Bài 4.

1) Cho hình tứ diện $ABCD$ có cạnh AD vuông góc với mặt phẳng (ABC); $AC = AD = 4$ cm; $AB = 3$ cm ; $BC = 5$ cm. Tính khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (BCD).

2) Trong không gian với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxy , cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2 = 0$ và đường thẳng $d_m : \begin{cases} (2m+1)x + (1-m)y + m - 1 = 0 \\ mx + (2m+1)z + 4m + 2 = 0 \end{cases}$ (m là tham số). Xác định m để đường thẳng d_m song song với mặt phẳng (P).

Bài 5.

1) Tìm số nguyên dương n sao cho $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + \ldots + 2^n C_n^n = 243$.

2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxy, cho elip (E) có phương trình $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1$. Xét điểm m chuyển động trên tia Ox và điểm n chuyển động trên tia Oy sao cho đường thẳng MN luôn tiếp xúc với (E). Xác định tọa độ của m, n để đoạn MN có độ dài nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2003

Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2). Cho hàm số $y=\dfrac{mx^2+x+m}{x-1}$ (1) (m là tham số).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m=-1$.

2) Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt và hai điểm đó có hoành độ dương.

Bài 2 (2). 1) Giải phương trình $\cot x-1=\dfrac{\cos 2x}{1+\tan x}+\sin^2 x-\dfrac{1}{2}\sin 2x$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-\dfrac{1}{x}=y-\dfrac{1}{y} \\ 2y=x^3+1. \end{cases}$

Bài 3 (2). 1) Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Tính số đo của góc phẳng nhị diện $[B,A'C,D]$.

2) Trong không gian với hệ tọa độ Đề-các vuông góc $Oxyz$ cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có A trùng với gốc của hệ tọa độ, $B(a;0;0),D(0;a;0),A'(0;0;b)$ $(a>0,b>0)$. Gọi M là trung điểm cạnh CC'.

a) Tính thể tích của khối tứ diện $BDA'M$ theo a và b.

b) Xác định tỷ số $\dfrac{a}{b}$ để hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (MBD) vuông góc với nhau.

Bài 4 (2). 1) Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niutơn của $\left(\dfrac{1}{x^3}+\sqrt{x^5}\right)^n$, biết rằng $C_{n+4}^{n+1}-C_{n+3}^{n}=7(n+3)$(n là số nguyên dương, $x>0,C_n^k$ là số tổ hợp chập k của n phân tử).

2) Tính tích phân $I=\displaystyle\int_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{3}}\dfrac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x^2+4}}$.

Bài 5 (1). Cho x,y,z là ba số dương và $x+y+z\le 1$. Chứng minh rằng

$$\sqrt{x^2+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{y^2+\frac{1}{y^2}}+\sqrt{z^2+\frac{1}{z^2}}\ge\sqrt{82}.$$

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2003

Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2). Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m (\mathrm{m}lthams).$ (1)

1) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm phân biệt đối xứng với nhau qua gốc tọa độ.

2) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m = 2$.

Bài 2 (2). 1) Giải phương trình $\cot x - \tan x + 4\sin 2x = \dfrac{2}{\sin 2x}$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3y = \dfrac{y^2+2}{x^2} \\ 3x = \dfrac{x^2+2}{y^2}. \end{cases}$

Bài 3 (3). 1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxy cho tam giác ABC có $AB = AC, \widehat{BAC} = 90^0$. Biết $M(1;-1)$ là trung điểm cạnh BC và $G\left(\dfrac{2}{3};0\right)$ là trọng tâm tam giác ABC. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C.

2) Cho hình lăng trụ đứng $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là một hình thoi cạnh a, góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm cạnh AA' và N là trung điểm cạnh CC'. Chứng minh rằng bốn điểm B', M, D, N cùng thuộc một mặt phẳng. Hãy tính độ dài cạnh AA' theo a để tứ giác $B'MDN$ là hình vuông.

3) Trong không gian với hệ tọa độ Đêcac vuông góc $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;0;0), B(0;0;8)$ và điểm C sao cho $\overrightarrow{AC} = (0;6;0)$. Tính khoảng cách từ trung điểm I của BC đến đường thẳng OA.

Bài 4 (3). 1) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{4 - x^2}$.

2) Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - 2\sin^2 x}{1 + \sin 2x} \mathrm{d}x.$

Bài 5 (1). Cho n là số nguyên dương. Tính tổng

$$\mathrm{C}_n^0 + \frac{2^2-1}{2}\mathrm{C}_n^1 + \frac{2^3-1}{3}\mathrm{C}_n^2 + \cdots + \frac{2^{n+1}-1}{n+1}\mathrm{C}_n^n$$

(C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2003
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+4}{x-2}$.

2) Tìm m để đường thẳng $d_m: y=mx+2-2m$ cắt đồ thị của hàm số (1) tại hai điểm phân biệt.

Bài 2. Giải phương trình $\sin^2\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{4}\right)\tan^2 x-\cos^2\dfrac{x}{2}=0$.

Bài 3. Giải phương trình $2^{x^2-x}-2^{2+x-x^2}=3$.

Bài 4. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxy, cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=4$ và đường thẳng $d: x-y-1=0$. Viết phương trình đường tròn (C) đối xứng với đường tròn (C) qua đường thẳng d. Tìm tọa độ các giao điểm của (C) và (C').

Bài 5. Trong không gian với hệ tọa độ Đêcac vuông góc $Oxyz$ cho đường thẳng

$$d_k:\begin{cases}x+3ky-z+2=0\\ kx-y+z+1=0.\end{cases}$$

Tìm k để đường thẳng d_k vuông góc với mặt phẳng $(P): x-y-2z+5=0$.

Bài 6. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau, có giao tuyến là đường thẳng Δ. Trên Δ láy hai điểm A,B với $AB=a$. Trong mặt phẳng (P) láy điểm C, trong mặt phẳng (Q) láy điểm D sao cho AC, BD cùng vuông góc với Δ và $AC=BD=AB$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ và tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) theo a.

Bài 7. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ trên đoạn $[-1;2]$.

Bài 8. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^2\left|x^2-x\right|\mathrm{d}x$.

Bài 9. Với n là số nguyên dương, gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $\left(x^2+1\right)^n(x+2)^n$. Tìm n để $a_{3n-3}=26n$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2004

Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=\dfrac{-x^2+3x-3}{2(x-1)}$. (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).

2) Tìm m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số (1) tại hai điểm A, B sao cho $AB=1$.

Bài 2 (2.0). Giải bất phương trình $\dfrac{\sqrt{2(x^2-16)}}{\sqrt{x-3}}+\sqrt{x-3}>\dfrac{7-x}{\sqrt{x-3}}$.

Bài 3 (2.0). Giải hệ phương trình $\begin{cases}\log_{\frac{1}{4}}(y-x)-\log_4\dfrac{1}{y}=1\\ x^2+y^2=25.\end{cases}$

Bài 4 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai cho hai điểm $A(0;2)$ và $B\left(-\sqrt{3};-1\right)$. Tìm tọa độ trực tâm và tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác OAB.

Bài 5 (2.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, AC cắt BD tại gốc tọa độ O. Biết $A(2;0;0)$, $B(0;1;0)$, $S(0;0;2\sqrt{2})$. Gọi M là trung điểm của cạnh SC.

1) Tính góc và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BM.

2) Giả sử mặt phẳng (ABM) cắt đường thẳng SD tại điểm N. Tính thể tích khối chóp $S.ABMN$.

Bài 6 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_1^2\frac{x}{1+\sqrt{x-1}}\,dx$.

Bài 7 (1.0). Tìm hệ số của x^8 trong khai triển thành đa thức của $\left[1+x^2(1-x)\right]^8$.

Bài 8 (1.0). Cho tam giác ABC không tù, thỏa mãn điều kiện

$$\cos 2A+2\sqrt{2}\cos B+2\sqrt{2}\cos C=3.$$

Tính ba góc của tam giác ABC.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2004

Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (1.0). Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x$ (1) có đồ thị (C).

1) Khảo sát hàm số (1).

2) Viết phương trình tiếp tuyến Δ của (C) tại điểm uốn và chứng minh rằng Δ là tiếp tuyến của (C) có hệ số góc nhỏ nhất.

Bài 2 (1.0). Giải phương trình $5\sin x-2=3(1-\sin x)\tan^2 x$.

Bài 3 (1.0). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{\ln^2 x}{x}$ trên đoạn $\left[1;e^3\right]$.

Bài 4 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1;1),B(4;-3)$. Tìm điểm C thuộc đường thẳng $x-2y-1=0$ sao cho khoảng cách từ C đến đường thẳng AB bằng 6.

Bài 5 (1.0). Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng φ $(0^\circ<\varphi<90^\circ)$. Tính tang của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ theo φ. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a và φ.

Bài 6 (1.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(-4;-2;4)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-3+2t\\y=1-t\\z=-1+4t.\end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A, cắt và vuông góc với đường thẳng d.

Bài 7 (1.0). Tính tích phân $I=\int\limits_1^{\mathrm{e}}\frac{\sqrt{1+3\ln x}\ln x}{x}\mathrm{d}x$.

Bài 8 (1.0). Trong một môn học, thầy giáo có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 10 câu hỏi trung bình, 15 câu hỏi dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi (khó, trung bình, dễ) và số câu hỏi dễ không ít hơn 2?

Bài 9 (1.0). Xác định m để phương trình sau có nghiệm

$$m\left(\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}+2\right)=2\sqrt{1-x^4}+\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}.$$

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2004

Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 9x + 1$ (1) với m là tham số.

1) Khảo sát hàm số (1) khi $m = 2$.

2) Tìm m để điểm uốn của đồ thị hàm số (1) thuộc đường thẳng $y = x + 1$.

Bài 2 (2,0 điểm). 1) Giải phương trình $(2\cos x - 1)(2\sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x$.

2) Tìm m để hệ phương trình sau có nghiệm $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 1 \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 1 - 3m. \end{cases}$

Bài 3 (3,0 điểm). 1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có các đỉnh $A(-1;0); B(4;0); C(0;m)$ với $m \neq 0$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC theo m. Xác định m để tam giác GAB vuông tại G.

2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$. Biết $A(a;0;0)$, $B(-a;0;0), C(0;1;0), B_1(-a;0;b), a > 0, b > 0$.

(a) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng B_1C và AC_1 theo a, b.

(b) Cho a, b thay đổi, nhưng luôn thỏa mãn $a + b = 4$. Tìm a, b để khoảng cách giữa hai đường thẳng B_1C và AC_1 lớn nhất.

3) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;0;1), B(1;0;0), C(1;1;1)$ và mặt phẳng (P): $x + y + z - 2 = 0$. Viết phương trình mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (P).

Bài 4 (2,0 điểm). 1) Tính tích phân $I = \int_2^3 \ln\left(x^2 - x\right) dx$.

2) Tìm các số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$ với $x > 0$.

Bài 5 (1,0 điểm). Chứng minh rằng phương trình sau có đúng một nghiệm

$$x^5 - x^2 - 2x - 1 = 0.$$

HẾT

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2005

Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y = mx + \dfrac{1}{x}$ $(*)$ (m là tham số).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $(*)$ khi $m = \dfrac{1}{4}$.

2) Tìm m để hàm số $(*)$ có cực trị và khoảng cách từ điểm cực tiểu của (C_m) đến tiệm cận xiên của (C_m) bằng $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Bài 2 (1.0). Giải bất phương trình $\sqrt{5x-1} - \sqrt{x-1} > \sqrt{2x-4}$.

Bài 3 (1.0). Giải phương trình $\cos^2 3x \cos 2x - \cos^2 x = 0$.

Bài 4 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai đường thẳng

$$d_1 : x - y = 0 \text{ và } d_2 : 2x + y - 1 = 0.$$

Tìm tọa độ các đỉnh hình vuông $ABCD$ biết rằng đỉnh A thuộc d_1, đỉnh C thuộc d_2 và các đỉnh B, D thuộc trục hoành.

Bài 5 (3.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d : \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P) : 2x + y - 2z + 9 = 0$.

1) Tìm tọa độ điểm I thuộc d sao cho khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) bằng 2.

2) Tìm tọa độ giao điểm A của đường thẳng d và mặt phẳng (P). Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), biết Δ đi qua A và vuông góc với d.

Bài 6 (1.0). Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x + \sin x}{\sqrt{1 + 3\cos x}}\, dx$.

Bài 7 (2.0). Tìm số nguyên dương n sao cho

$$C_{2n+1}^1 - 2 \cdot 2C_{2n+1}^2 + 3 \cdot 2^2 C_{2n+1}^3 - 4 \cdot 2^3 C_{2n+1}^4 + \cdots + (2n+1) \cdot 2^{2n} C_{2n+1}^{2n+1} = 2005.$$

Trong đó C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử.

Bài 8 (1.0). Cho x, y, x là các số dương thỏa mãn $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} + \dfrac{1}{z} = 4$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \le 1.$$

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2005

Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x^2+(m+1)x+m+1}{x+1}$ (m là tham số). (*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $(*)$ khi $m=1$.

2) Chứng minh rằng với m bất kỳ, đồ thị (C_m) luôn luôn có điểm cực đại, điểm cực tiểu và khoảng cách giữa hai điểm đó bằng $\sqrt{20}$.

Bài 2 (2.0). 1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{x-1}+\sqrt{2-y}=1\\ 3\log_9(9x^2)-\log_3 y^3=3.\end{cases}$

2) Giải phương trình $1+\sin x+\cos x+\sin 2x+\cos 2x=0$.

Bài 3 (3.0). 1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;0)$ và $B(6;4)$. Viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với trục hoành tại điểm A và khoảng cách từ tâm của (C) đến điểm B bằng 5.

2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ với $A(0;-3;0)$, $B(4;0;0), C(0;3;0), B_1(4;0;4)$.

(a) Tìm tọa độ các đỉnh A_1, C_1. Viết phương trình mặt cầu có tâm là A và tiếp xúc với mặt phẳng (BCC_1B_1).

(b) Gọi M là trung điểm của A_1B_1. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, M và song song với BC_1. Mặt phẳng (P) cắt đường thẳng A_1, C_1 tại điểm N. Tính độ dài đoạn MN.

Bài 4 (2.0). 1) Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x\cos x}{1+\cos x}\,dx$.

2) Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người, gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về giúp đỡ 3 tỉnh miền núi, sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và 1 nữ?

Bài 5 (1.0). Chứng minh rằng với mọi $x\in\mathbb{R}$, ta có $\left(\dfrac{12}{5}\right)^x+\left(\dfrac{15}{4}\right)^x+\left(\dfrac{20}{3}\right)^x\geq 3^x+4^x+5^x$.

Khi nào đẳng thức xảy ra?

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2005

Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{3}x^2-\frac{m}{2}x^2+\frac{1}{3}$ $(*)$ (m là tham số).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $(*)$ khi $m=2$.

2) Gọi M là điểm thuộc (C_m) có hoành độ bằng -1. Tìm m để tiếp tuyến của (C_m) tại điểm M song song với đường thẳng $d: 5x-y=0$.

Bài 2 (2.0). Giải phương trình sau $2\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}}-\sqrt{x+1}=4$.

Bài 3 (2.0). Giải phương trình sau $\cos^4 x+\sin^4 x+\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)-\frac{3}{2}=0$.

Bài 4 (1). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho điểm $C(2;0)$ và elip $(E): \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$. Tìm tọa độ các điểm A, B thuộc (E), biết rằng hai điểm A, B đối xứng với nhau qua trục hoành và tam giác ABC là tam giác đều.

Bài 5 (3). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+1}{2} \text{ và } d_2: \begin{cases} x+y-z-2=0 \\ x+3y-12=0 \end{cases}$$

1) Chứng minh rằng d_1 và d_2 song song với nhau. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa cả hai đường thẳng d_1 và d_2.

2) Mặt phẳng Oxz cắt hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại các điểm A, B. Tính diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ).

Bài 6 (2). Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(e^{\sin x}+\cos x\right)\cos x\,dx$.

Bài 7 (2). Tính giá trị nguyên dương của biểu thức $M=\frac{A_{n+1}^4+3A_n^3}{(n+1)!}$,
biết rằng $C_{n+1}^2+2C_{n+2}^2+2C_{n+3}^2+C_{n+4}^2=149$. ($n$ là số nguyên dương, A_n^k là chỉnh hợp chập k của n phần tử và, C_n^k là tổ hợp chập k của n phần tử).

Bài 8 (1). Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $xyz=1$. Chứng minh rằng

$$\frac{1+x^3+y^3}{xy}+\frac{1+y^3+z^3}{yz}+\frac{1+z^3+x^3}{zx}\geq 3\sqrt{3}.$$

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2006
Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (8,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$.

2) Tìm m để phương trình sau có 6 nghiệm phân biệt: $2|x|^3 - 9x^2 + 12|x| = m$.

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\dfrac{2\left(\cos^6 x + \sin^6 x\right) - \sin x \cos x}{\sqrt{2} - 2\sin x} = 0$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + y - \sqrt{xy} = 3 \\ \sqrt{x+1} + \sqrt{y+1} = 4 \end{cases} (x, y \in \mathbb{R})$.

Bài 3 (2.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $A'(0;0;1)$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD.

1) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'C$ và MN.

2) Viết phương trình mặt phẳng chứa $A'C$ và tạo với mặt phẳng Oxy một góc α biết $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{6}}$.

Bài 4 (2.0). 1) Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x + 4\sin^2 x}}\,dx$.

2) Cho hai số thực $x \neq 0$, $y \neq 0$ thay đổi và thỏa mãn điều kiện $(x+y)xy = x^2 + y^2 - xy$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \dfrac{1}{x^3} + \dfrac{1}{y^3}$.

PHẦN TỰ CHỌN (2,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được chọn làm một trong hai câu.

1. Theo chương trình THPT không phân ban (2 điểm)

Bài 5 (2.0). 1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho các đường thẳng $d_1: x + y + 3 = 0$, $d_2: x - y - 4 = 0$, $d_3: x - 2y = 0$. Tìm điểm M nằm trên đường thẳng d_3 sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng d_1 bằng hai lần khoảng cách từ M đến đường thẳng d_2.

2) Tìm hệ số của số hạng chứa x^{26} trong khai triển nhị thức New-tơn của $\left(\dfrac{1}{x^4} + x^7\right)^n$, biết rằng $C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \cdots + C_{2n+1}^n = 2^{20} - 1$, ($n$ nguyên dương, C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

2. Theo chương trình THPT phân ban cao thí điểm

Bài 6 (2.0). 1) Giải phương trình $3.8^x + 4.12^x - 18^x - 2.27^x = 0$

2) Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B sao cho $AB = 2a$. Tính thể tích của khối tứ diện $OO'AB$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2006
Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+x-1}{x+2}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến đó vuông góc với tiệm cận xiên của (C).

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\cot x+\sin x\left(1+\tan x\cdot\tan\dfrac{x}{2}\right)=4$.

2) Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm thực phân biệt $\sqrt{x^2+mx+2}=2x+1$.

Bài 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$ và hai đường thẳng

$$d_1:\ \frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{-1}\qquad d_2:\ \begin{cases}x=1+t\\ y=-1-2t\\ z=2+t.\end{cases}$$

1) Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A, đồng thời song song với d_1 và d_2.

2) Tìm tọa độ các điểm M thuộc d_1, N thuộc d_2 sao cho ba điểm A, M, N thẳng hàng.

Bài 4 (2.0). 1) Tính tích phân $I=\displaystyle\int_{\ln 3}^{\ln 5}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^2+2\mathrm{e}^{-x}-3}$.

2) Cho x, y là các số thực thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A=\sqrt{(x-1)^2+y^2}+\sqrt{(x+1)^2+y^2}+|y-2|.$$

PHẦN TỰ CHỌN: Thí sinh chọn câu V.a hoặc câu V.b

3. Theo chương trình THPT không phân ban (2,0 *điểm*)

Bài 5 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C):\ x^2+y^2-2x-6y+6=0$ và điểm $M(-3;1)$. Gọi T_1 và T_2 là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến (C). Viết phương trình đường thẳng T_1T_2.

Bài 6 (1.0). Cho tập hợp A gồm n phần tử $(n\geq 4)$. Biết rằng số tập con gồm 4 phần tử của A bằng 20 lần số tập con gồm 2 phần tử của A. Tìm $k\in\{1,2,\ldots,n\}$ sao cho số tập con gồm k phần tử của A là lớn nhất.

4. Theo chương trình THPT phân ban thí điểm (2,0 *điểm*)

Bài 7 (1.0). Giải bất phương trình $\log_5(4^x+144)-4\log_5 2<1+\log_5(2^{x-2}+1)$.

Bài 8 (1.0). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$, $SA=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SC. I là giao điểm của BM và AC. Chứng minh rằng mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SMB). Tính thể tích của khối tứ diện $ANIB$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2006
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (8,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2) Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(3;20)$ và có hệ số góc là m. Tìm m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt.

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình: $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$.

2) Giải phương trình: $\sqrt{2x-1} + x^2 - 3x + 1 = 0 \quad (x \in \mathbb{R})$.

Bài 3 (2.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và hai đường thẳng:

$$d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}; \quad d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}.$$

1) Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua đường thẳng d_1.

2) Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2.

Bài 4 (2.0). 1) Tính tích phân: $I = \int_0^1 (x-2).e^{2x}dx$.

2) Chứng minh rằng với mọi $a > 0$, hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất:

$$\begin{cases} e^x - e^y = \ln(1+x) - \ln(1+y) \\ y - x = a. \end{cases}$$

PHẦN RIÊNG (2,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

5. Theo chương trình THPT không phân ban (2,0 điểm)

Bài 5 (2.0). 1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ và đường thẳng $d: x - y + 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên d sao cho đường tròn tâm M, có bán kính gấp đôi bán kính đường tròn (C), tiếp xúc ngoài với đường tròn (C).

2) Đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C. Cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ, sao cho 4 học sinh này không thuộc quá 2 trong 3 lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy?

6. Theo chương trình THPT phân ban thí điểm (2,0 điểm)

Bài 6 (2.0). 1) Giải phương trình: $2^{x^2+x} - 4.2^{x^2-x} - 2^{2x} + 4 = 0$.

2) Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi M và N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng SB và SC. Tính thể tích của khối chóp $A.BCNM$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2007
Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+2(m+1)x+m^2+4m}{x+2}$ (1), với m là tham số thực.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m=-1$.

2) Tìm m để hàm số (1) có cực đại và cực tiểu, đồng thời các điểm cực trị của đồ thị cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tam giác vuông tại O.

Bài 2 (2). 1) Giải phương trình: $\left(1+\sin^2 x\right)\cos x+\left(1+\cos^2 x\right)\sin x=1+\sin 2x$.

2) Tìm m để phương trình sau có nghiệm thực: $3\sqrt{x-1}+m\sqrt{x+1}=2\sqrt[4]{x^2-1}$.

Bài 3 (2). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$ và $d_2:\begin{cases}x=-1+2\\ y=1+t\\ z=3.\end{cases}$

1) Chứng minh rằng d_1 và d_2 chéo nhau.

2) Viết phương trình đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P):7x+y-4z=0$ và cắt hai đường thẳng d_1,d_2.

Bài 4 (2). 1) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y=(\mathrm{e}+1)x$, $y=(1+\mathrm{e}^x)x$.

2) Cho x, y, z là các số thực dương thay đổi và thỏa mãn điều kiện $xyz=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=\frac{x^2(y+z)}{y\sqrt{y}+2z\sqrt{z}}+\frac{y^2(z+x)}{z\sqrt{z}+2x\sqrt{x}}+\frac{z^2(x+y)}{x\sqrt{x}+2y\sqrt{y}}.$$

PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

7. Theo chương trình Chuẩn

Bài 5 (1). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(0;2),B(-2;-2)$ và $C(4;-2)$. Gọi H là chân đường cao kẻ từ B; M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và BC. Viết phương trình đường tròn đi qua các điểm H,M,N.

Bài 6 (1). Chứng minh rằng $\dfrac{1}{2}C_{2n}^1+\dfrac{1}{4}C_{2n}^3+\dfrac{1}{6}C_{2n}^5+\ldots+\dfrac{1}{2n}C_{2n}^{2n-1}=\dfrac{2^{2n}-1}{2n+1}$ (n là số nguyên dương, C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

8. Theo chương trình nâng cao

Bài 7 (1). Giải bất phương trình $2\log_3(4x-3)+\log_{\frac{1}{3}}(2x+3)\leq 2$.

Bài 8 (1). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, BC, CD. Chứng minh AM vuông góc với BP và tính thể tích của khối tứ diện $CMNP$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2007
Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+3\left(m^2-1\right)x-3m^2-1$ (1), m là tham số.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m=1$.

2) Tìm m để hàm số (1) có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số (1) cách đều gốc tọa độ O.

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình: $2\sin^2 2x+\sin 7x-1=\sin x$.

2) Chứng minh rằng với mọi giá trị dương của tham số m, phương trình $x^2+2x-8=\sqrt{m(x-2)}$ luôn có hai nghiệm thực phân biệt.

Bài 3 (2.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z-14=0$.

1) Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 3.

2) Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) lớn nhất.

Bài 4 (2.0). 1) Cho hình phẳng $\mathscr{H}$ giới hạn bởi các đường $y=x\ln x$, $y=0$, $x=\mathrm{e}$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình $\mathscr{H}$ quanh trục Ox.

2) Cho x, y, z là ba số thực dương thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=x\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{yz}\right)+y\left(\frac{y}{2}+\frac{1}{zx}\right)+z\left(\frac{z}{2}+\frac{1}{xy}\right).$$

PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

9. Theo chương trình Chuẩn

Bài 5 (2.0). 1) Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển nhị thức Niutơn của $(2+x)^n$, biết

$$3^n\mathrm{C}_n^0-3^{n-1}\mathrm{C}_n^1+3^{n-2}\mathrm{C}_n^2-3^{n-3}\mathrm{C}_n^3+\ldots+(-1)^n\mathrm{C}_n^n=2048$$

(n là số nguyên dương, C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(2;2)$ và các đường thẳng $d_1\colon x+y-2=0$, $d_2\colon x+y-8=0$. Tìm tọa độ các điểm B và C lần lượt thuộc d_1 và d_2 sao cho tam giác ABC vuông cân tại A.

10. Theo chương trình nâng cao

Bài 6 (1.0). 1) Giải phương trình: $(\sqrt{2}-1)^x+(\sqrt{2}+1)^x-2\sqrt{2}=0$.

2) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Gọi E là điểm đối xứng của D qua trung điểm của SA, M là trung điểm của AE, N là trung điểm của BC. Chứng minh MN vuông góc với BD và tính (theo a) khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AC.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2007
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (8,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=\dfrac{2x}{x+1}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2) Tìm tọa độ điểm M thuộc (C), biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai trục Ox, Oy tại A, B và tam giác OAB có diện tích bằng $\dfrac{1}{4}$.

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình: $\left(\sin\dfrac{x}{2}+\cos\dfrac{x}{2}\right)^2+\sqrt{3}\cos x=2$.

2) Tìm giá trị của tham số m để hệ phương trình sau có nghiệm thực:

$$\begin{cases} x+\dfrac{1}{x}+y+\dfrac{1}{y}=5 \\ x^3+\dfrac{1}{x^3}+y^3+\dfrac{1}{y^3}=15m-10. \end{cases}$$

Bài 3 (2.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;2)$, $B(-1;2;4)$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{2}$.

1) Viết phương trình đường thẳng d đi qua trọng tâm G của tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB).

2) Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho MA^2+MB^2 nhỏ nhất.

Bài 4 (2.0). 1) Tính tích phân: $I=\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} x^3\ln^2 x\,\mathrm{d}x$.

2) Cho $a\geq b>0$. Chứng minh rằng: $\left(2^a+\dfrac{1}{2^a}\right)^b\leq\left(2^b+\dfrac{1}{2^b}\right)^a$.

PHẦN TỰ CHỌN (2,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được chọn làm một trong hai câu: 5 hoặc 6

1. Theo chương trình THPT không phân ban (2 điểm)

Bài 5 (2.0). 1) Tìm hệ số của x^5 trong khai triển thành đa thức của: $x(1-2x)^5+x^2(1+3x)^{10}$.

2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y+2)^2=9$ và đường thẳng $d\colon 3x-4y+m=0$. Tìm m để trên d có duy nhất một điểm P mà từ đó có thể kẻ được hai tiếp tuyến PA, PB tới (C) (A, B là các tiếp điểm) sao cho tam giác PAB đều.

12. Theo chương trình THPT phân ban thí điểm (2 điểm)

Bài 6 (2.0). 1) Giải phương trình: $\log_2(4^x+15.2^x+27)+2\log_2\dfrac{1}{4.2^x-3}=0$.

2) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $\widehat{ABC}=\widehat{BAD}=90^\circ$, $BA=BC=a$, $AD=2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB. Chứng minh tam giác SCD vuông và tính (theo a) khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD).

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2008
Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (8,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=\dfrac{mx^2+(3m^2-2)x-2}{x+3m}$ (1), với m là tham số thực.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m=1$.

2) Tìm các giá trị của m để góc giữa hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số (1) bằng 45°.

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\dfrac{1}{\sin x}+\dfrac{1}{\sin\left(x-\dfrac{3\pi}{2}\right)}=4\sin\left(\dfrac{7\pi}{4}-x\right)$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases}x^2+y+x^3y+xy^2+xy=-\dfrac{5}{4}\\ x^4+y^2+xy(1+2x)=-\dfrac{5}{4}\end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Bài 3 (2.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng

$$d:\ \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{2}.$$

1) Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng d.

2) Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất.

Bài 4 (2.0). 1) Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\tan^4 x}{\cos 2x}\,dx$.

2) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình sau có đúng hai nghiệm thực phân biệt:

$$\sqrt[4]{2x}+\sqrt{2x}+2\sqrt[4]{6-x}+2\sqrt{6-x}=m\ (m\in\mathbb{R}).$$

PHẦN RIÊNG (2,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai câu: 5 hoặc 6

Bài 5 (2.0). Theo chương trình KHÔNG phân ban

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, hãy viết phương trình chính tắc của elíp (E) biết rằng (E) có tâm sai bằng $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ và hình chữ nhật cơ sở của (E) có chu vi bằng 20.

2) Cho khai triển $(1+2x)^n=a_0+a_1x+\cdots+a_nx^n$, trong đó $n\in\mathbb{N}^*$ và các hệ số $a_0, a_1, \ldots, a_n$ thỏa mãn hệ thức $a_0+\dfrac{a_1}{2}+\cdots+\dfrac{a_n}{2^n}=4096$. Tìm số lớn nhất trong các số $a_0, a_1, \ldots, a_n$.

Bài 6 (2.0). Theo chương trình phân ban

1) Giải phương trình $\log_{2x-1}(2x^2+x-1)+\log_{x+1}(2x-1)^2=4$.

2) Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$ và hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC. Tính theo a thể tích khối chóp $A'.ABC$ và tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AA', $B'C'$.

—Hết—

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2008
Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (8,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1 \quad (1)$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).

2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1), biết rằng tiếp tuyến đó đi qua điểm $M(-1;-9)$.

Bài 2 (1.0). Giải phương trình $\sin^3 x - \sqrt{3}\cos^3 x = \sin x \cos^2 x - \sqrt{3}\sin^2 x \cos x$.

Bài 3 (1.0). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^4 + 2x^3 y + x^2 y^2 = 2x + 9 \\ x^2 + 2xy = 6x + 6 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$.

Bài 4 (2.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$.

1) Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C.

2) Tìm tọa độ của điểm M thuộc mặt phẳng $2x + 2y + z - 3 = 0$ sao cho $MA = MB = MC$.

Bài 5 (1.0). Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \mathrm{d}x}{\sin 2x + 2(1 + \sin x + \cos x)}$.

Bài 6 (1.0). Cho hai số thực x, y thay đổi và thỏa mãn hệ thức $x^2 + y^2 = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{2\left(x^2 + 6xy\right)}{1 + 2xy + 2y^2}$.

PHẦN RIÊNG (2,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

13. Theo chương trình Không phân ban

Bài 7 (1.0). Chứng minh rằng $\dfrac{n+1}{n+2}\left(\dfrac{1}{C_{n+1}^k} + \dfrac{1}{C_{n+1}^{k+1}}\right) = \dfrac{1}{C_n^k}$ (n, k là các số nguyên dương, $k \le n, C_n^k$ là số tổ hợp chập k của n phần tử).

Bài 8 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, hãy xác định tọa độ đỉnh C của tam giác ABC biết rằng hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AB là điểm $H(-1;-1)$, đường phân giác trong của góc A có phương trình $x - y + 2 = 0$ và đường cao kẻ từ B có phương trình $4x + 3y - 1 = 0$.

14. Theo chương trình Phân ban

Bài 9 (1.0). Giải bất phương trình $\log_{0,7}\left(\log_6 \dfrac{x^2 + x}{x + 4}\right) < 0$.

Bài 10 (1.0). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a$, $SB = a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.BMDN$ và tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SM, DN.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2008
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$. (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).

2) Chứng minh rằng mọi đường thẳng đi qua điểm $I(1;2)$ với hệ số góc k $(k > -3)$ đều cắt đồ thị của hàm số (1) tại ba điểm phân biệt I, A, B đồng thời I là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $2\sin x(1+\cos 2x) + \sin 2x = 1 + 2\cos x$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy + x + y = x^2 - 2y^2 \\ x\sqrt{2y} - y\sqrt{x-1} = 2x - 2y \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

Bài 3 (2.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3;3;0)$, $B(3;0;3)$, $C(0;3;3)$, $D(3;3;3)$.

1) Viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm A, B, C, D.

2) Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Bài 4 (2.0). 1) Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^3}\,dx$.

2) Cho x, y là hai số thực không âm thay đổi. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{(x-y)(1-xy)}{(1+x)^2(1+y)^2}$.

PHẦN RIÊNG

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

15. Theo chương trình KHÔNG phân ban

Bài 5 (2.0). 1) Tìm số nguyên dương n thỏa mãn hệ thức $C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \ldots + C_{2n}^{2n-1} = 2048$ (C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho parabol $(P)\colon y^2 = 16x$ và điểm $A(1;4)$. Hai điểm phân biệt B, C (B và C khác A) di động trên (P) sao cho góc $\widehat{BAC} = 90^\circ$. Chứng minh rằng đường thẳng BC luôn đi qua một điểm cố định.

16. Theo chương trình phân ban

Bài 6 (2.0). 1) Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} \frac{x^2 - 3x + 2}{x} \geq 0$.

2) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = BC = a$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng $AM, B'C$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2009
Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x+3}$ (1).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).

2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1), biết tiếp tuyến đó cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB cân tại gốc toạ độ O.

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\dfrac{(1-2\sin x)\cos x}{(1+2\sin x)(1-\sin x)}=\sqrt{3}$.

2) Giải phương trình $2\sqrt[3]{3x-2}+3\sqrt{6-5x}-8=0 \quad (x\in\mathbb{R})$.

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\cos^3 x-1)\cos^2 x\,dx$.

Bài 4 (1.0). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D; $AB=AD=2a$, $CD=a$; góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60°. Gọi I là trung điểm của cạnh AD. Biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

Bài 5 (1.0). Chứng minh rằng với mọi số thực dương x,y,z thoả mãn $x(x+y+z)=3yz$, ta có:

$$(x+y)^3+(x+z)^3+3(x+y)(x+z)(y+z)\le 5(y+z)^3.$$

PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

17. Theo chương trình Chuẩn

Bài 6 (1.0). 1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm $I(6;2)$ là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Điểm $M(1;5)$ thuộc đường thẳng AB và trung điểm E của cạnh CD thuộc đường thẳng $\Delta\colon x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng AB.

2) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y-z-4=0$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$. Chứng minh rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Xác định tọa độ tâm và tính bán kính của đường tròn đó.

Bài 7 (1.0). Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+10=0$. Tính giá trị của biểu thức $A=|z_1|^2+|z_2|^2$.

18. Theo chương trình Nâng cao

Bài 8 (1.0). 1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn $(C)\colon x^2+y^2+4x+4y+6=0$ và đường thẳng $\Delta\colon x+my-2m+3=0$, với m là tham số thực. Gọi I là tâm của đường tròn (C). Tìm m để Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho diện tích tam giác IAB lớn nhất.

2) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-1=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+9}{6}$, $\Delta_2\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$. Xác định toạ độ điểm M thuộc đường thẳng Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ_2 và khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng nhau.

Bài 9 (1.0). Giải hệ phương trình $\begin{cases}\log_2(x^2+y^2)=1+\log_2(xy)\\ 3^{x^2-xy+y^2}=81\end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2009
Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y = 2x^4 - 4x^2$ (1).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).

2) Với các giá trị nào của m, phương trình $x^2\left|x^2-2\right| = m$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt?

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\sin x + \cos x \sin 2x + \sqrt{3}\cos 3x = 2\left(\cos 4x + \sin^3 x\right)$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy + x + 1 = 7y \\ x^2y^2 + xy + 1 = 13y^2 \end{cases} (x, y \in \mathbb{R})$.

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I = \displaystyle\int_1^3 \frac{3+\ln x}{(x+1)^2}\,\mathrm{d}x$.

Bài 4 (1.0). Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, góc giữa đường thẳng BB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60°; tam giác ABC vuông tại C và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của điểm B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Tính thể tích khối tứ diện $A'ABC$ theo a.

Bài 5 (1.0). Cho các số thực x, y thay đổi và thoả mãn $(x+y)^3 + 4xy \geq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = 3\left(x^4 + y^4 + x^2y^2\right) - 2\left(x^2 + y^2\right) + 1.$$

PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

19. Theo chương trình Chuẩn

Bài 6 (2.0). 1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn $(C)\colon (x-2)^2 + y^2 = \dfrac{4}{5}$ và hai đường thẳng $\Delta_1\colon x - y = 0$, $\Delta_2\colon x - 7y = 0$. Xác định toạ độ tâm K và tính bán kính của đường tròn (C_1); biết đường tròn (C_1) tiếp xúc với các đường thẳng Δ_1, Δ_2 và tâm K thuộc đường tròn (C).

2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có các đỉnh $A(1;2;1)$, $B(-2;1;3)$, $C(2;-1;1)$ và $D(0;3;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B sao cho khoảng cách từ C đến (P) bằng khoảng cách từ D đến (P).

Bài 7 (1.0). Tìm số phức z thoả mãn: $|z - (2+i)| = \sqrt{10}$ và $z.\bar{z} = 25$.

20. Theo chương trình Nâng cao

Bài 8 (2.0). 1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A có đỉnh $A(-1;4)$ và các đỉnh B, C thuộc đường thẳng $\Delta\colon x - y - 4 = 0$. Xác định toạ độ các điểm B và C, biết diện tích tam giác ABC bằng 18.

2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-5=0$ và hai điểm $A(-3;0;1)$, $B(1;-1;3)$. Trong các đường thẳng đi qua A và song song với (P), hãy viết phương trình đường thẳng mà khoảng cách từ B đến đường thẳng đó là nhỏ nhất.

Bài 9 (1.0). Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=-x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{x}$ tại hai điểm phân biệt A,B sao cho $AB=4$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2009
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y = x^4 - (3m+2)x^2 + 3m$ có đồ thị là (C_m), m là tham số.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho khi $m = 0$.

2) Tìm m để đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị (C_m) tại 4 điểm phân biệt đều có hoành độ nhỏ hơn 2.

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\sqrt{3}\cos 5x - 2\sin 3x\cos 2x - \sin x = 0$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(x+y+1) - 3 = 0 \\ (x+y)^2 - \dfrac{5}{x^2} + 1 = 0 \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I = \displaystyle\int_1^3 \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x - 1}$.

Bài 4 (2.0). Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $AA' = 2a$, $A'C = 3a$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng $A'C'$, I là giao điểm của AM và $A'C$. Tính theo a thể tích khối tứ diện $IABC$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (IBC).

Bài 5 (1.0). Cho các số thực không âm x, y thay đổi và thoả mãn $x + y = 1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \left(4x^2 + 3y\right)\left(4y^2 + 3x\right) + 25xy$.

PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

21. Theo chương trình Chuẩn

Bài 6 (2.0). 1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có $M(2;0)$ là trung điểm của cạnh AB. Đường trung tuyến và đường cao qua đỉnh A lần lượt có phương trình là $7x - 2y - 3 = 0$ và $6x - y - 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AC.

2) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;1;0)$, $B(1;2;2)$, $C(1;1;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon x + y + z - 20 = 0$. Xác định toạ độ điểm D thuộc đường thẳng AB sao cho đường thẳng CD song song với mặt phẳng (P).

Bài 7 (1.0). Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thoả mãn điều kiện $|z - (3 - 4i)| = 2$.

22. Theo chương trình Nâng cao

Bài 8 (2.0). 1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn $(C)\colon (x-1)^2 + y^2 = 1$. Gọi I là tâm của (C). Xác định toạ độ điểm M thuộc (C) sao cho $\widehat{IMO} = 30^\circ$.

2) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x + 2y - 3z + 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ.

Bài 9 (1.0). Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x-1}{x}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trung điểm của đoạn thẳng AB thuộc trục tung.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2010

Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). 1) Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m$ (1), m là tham số thực.

2) Tìm m để đồ thị của hàm số (1) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thoả mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4$.

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\dfrac{(1+\sin x+\cos 2x)\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)}{1+\tan x} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\cos x$.

2) Giải bất phương trình $\dfrac{x-\sqrt{x}}{1-\sqrt{2(x^2-x+1)}} \geq 1$.

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^1 \dfrac{x^2 + e^x + 2x^2e^x}{1+2e^x}\,dx$.

Bài 4 (1.0). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD; H là giao điểm của CN với DM. Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.CDNM$ và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DM và SC theo a.

Bài 5 (1.0). Giải hệ phương trình $\begin{cases} (4x^2+1)x + (y-3)\sqrt{5-2y} = 0 \\ 4x^2 + y^2 + 2\sqrt{3-4x} = 7 \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

Bài 6 (2.0). 1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1\colon \sqrt{3}x + y = 0$ và $d_2\colon \sqrt{3}x - y = 0$. Gọi (T) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại A, cắt d_2 tại hai điểm B và C sao cho tam giác ABC vuông tại B. Viết phương trình của (T), biết tam giác ABC có diện tích bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm A có hoành độ dương.

2) Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x - 2y + z = 0$. Gọi C là giao điểm của Δ với (P), M là điểm thuộc Δ. Tính khoảng cách từ M đến (P), biết $MC = \sqrt{6}$.

Bài 7 (1.0). Tìm phần ảo của số phức z, biết $\overline{z} = (\sqrt{2}+i)^2(1-\sqrt{2}i)$.

Bài 8 (2.0). 1) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A có đỉnh $A(6;6)$; đường thẳng đi qua trung điểm của các cạnh AB và AC có phương trình $x + y - 4 = 0$. Tìm toạ độ các đỉnh B và C, biết điểm $E(1;-3)$ nằm trên đường cao đi qua đỉnh C của tam giác đã cho.

2) Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;-2)$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z+3}{2}$. Tính khoảng cách từ A đến Δ. Viết phương trình mặt cầu tâm A, cắt Δ tại hai điểm B và C sao cho $BC = 8$.

Bài 9 (1.0). Cho số phức z thỏa mãn $\overline{z} = \dfrac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i}$. Tìm môđun của số phức $\overline{z} + iz$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2010
Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2) Tìm m để đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng $\sqrt{3}$ (O là gốc tọa độ).

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $(\sin 2x+\cos 2x)\cos x+2\cos 2x-\sin x=0$.

2) Giải phương trình $\sqrt{3x+1}-\sqrt{6-x}+3x^2-14x-8=0 \quad (x\in\mathbb{R})$.

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}}\frac{\ln x}{x(2+\ln x)^2}\,\mathrm{d}x$.

Bài 4 (1.0). Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60°. Gọi G là trọng tâm tam giác $A'BC$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $GABC$ theo a.

Bài 5 (1.0). Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn: $a+b+c=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M=3\left(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\right)+3(ab+bc+ca)+2\sqrt{a^2+b^2+c^2}.$$

Bài 6 (2.0). 1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A, có đỉnh $C(-4;1)$, phân giác trong góc A có phương trình $x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng BC, biết diện tích tam giác ABC bằng 24 và đỉnh A có hoành độ dương.

2) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, trong đó b, c dương và mặt phẳng $(P)\colon y-z+1=0$. Xác định b và c, biết mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC) bằng $\dfrac{1}{3}$.

Bài 7 (1.0). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn

$$|z-i|=|(1+i)z|.$$

Bài 8 (2.0). 1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A\left(2;\sqrt{3}\right)$ và elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1$. Gọi F_1 và F_2 là các tiêu điểm của (E) (F_1 có hoành độ âm); M là giao điểm có tung độ dương của đường thẳng AF_1 với (E); N là điểm đối xứng của F_2 qua M. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ANF_2.

2) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{2}$. Xác định tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến Δ bằng OM.

Bài 9 (1.0). Giải hệ phương trình $\begin{cases} \log_2(3y-1)=x \\ 4^x+2^x=3y^2 \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2010
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=-x^4-x^2+6$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y=\dfrac{1}{6}x-1$.

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\sin 2x-\cos 2x+3\sin x-\cos x-1=0$.

2) Giải phương trình $4^{2x+\sqrt{x+2}}+2^{x^3}=4^{2+\sqrt{x+2}}+2^{x^3+4x-4}$.

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}}\left(2x-\frac{3}{x}\right)\ln x\,\mathrm{d}x$.

Bài 4 (1.0). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=a$; hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn AC, $AH=\dfrac{AC}{4}$. Gọi CM là đường cao của tam giác SAC. Chứng minh M là trung điểm của SA và tính thể tích khối tứ diện $SMBC$ theo a.

Bài 5 (1.0). Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{-x^2+4x+21}-\sqrt{-x^2+3x+10}$.

PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

23. Theo chương trình Chuẩn

Bài 6 (2.0). 1) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(3;-7)$, trực tâm là $H(3;-1)$, tâm đường tròn ngoại tiếp là $I(-2;0)$. Xác định tọa độ đỉnh C, biết C có hoành độ dương.

2) Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):\,x+y+z-3=0$ và $(Q):\,x-y+z-1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) vuông góc với (P) và (Q) sao cho khoảng cách từ O đến (R) bằng 2.

Bài 7 (1.0). Tìm số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo.

24. Theo chương trình Nâng cao

Bài 8 (2.0). 1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(0;2)$ và Δ là đường thẳng đi qua O. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên Δ. Viết phương trình đường thẳng Δ, biết khoảng cách từ H đến trục hoành bằng AH.

2) Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=3+t\\y=t\\z=t\end{cases}$ và

Δ_2: $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{2}$. Xác định tọa độ điểm M thuộc Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến Δ_2 bằng 1.

Bài 9 (1.0). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2-4x+y+2=0 \\ 2\log_2(x-2)-\log_{\sqrt{2}}y=0 \end{cases}(x,y\in\mathbb{R})$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2011
Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=\dfrac{-x+1}{2x-1}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2) Chứng minh rằng với mọi m đường thẳng $y=x+m$ luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A và B. Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến của (C) đối với A và B. Tìm m để tổng k_1+k_2 đạt giá trị lớn nhất.

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\dfrac{1+\sin 2x+\cos 2x}{1+\cot^2 x}=\sqrt{2}\sin x\sin 2x$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases}5x^2y-4xy^2+3y^3-2(x+y)=0\\ xy(x^2+y^2)+2=(x+y)^2\end{cases}(x,y\in\mathbb{R})$.

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{x\sin x+(x+1)\cos x}{x\sin x+\cos x}\,\mathrm{d}x$.

Bài 4 (1.0). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=AC=2a$; hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi M là trung điểm của AB, mặt phẳng qua SM và song song với BC cắt AC tại N. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60°. Tính thể tích khối chóp $S.BCNM$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SN theo a.

Bài 5 (1.0). Cho x, y, z là ba số thực thuộc đoạn $[1;4]$ và $x\geq y$, $x\geq z$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=\frac{x}{2x+3y}+\frac{y}{y+z}+\frac{z}{z+x}.$$

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm): *Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)*

A. Theo chương trình Chuẩn

Bài 6 (2.0). (a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta\colon x+y+2=0$ và đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-4x-2y=0$. Gọi I là tâm của (C), M là điểm thuộc Δ. Qua M kẻ các tiếp tuyến MA và MB đến (C) (A và B là các tiếp điểm). Tìm tọa độ điểm M, biết tứ giác $MAIB$ có diện tích bằng 10.

(b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;1)$, $B(0;-2;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y-z+4=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $MA=MB=3$.

Bài 7 (1.0). Tìm tất cả các số phức z, biết $z^2=|z|^2+\bar{z}$.

B. Theo chương trình Nâng cao

Bài 8 (2.0). (a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$. Tìm tọa độ các điểm A và B thuộc (E), có hoành độ dương sao cho tam giác OAB cân tại O và có diện tích lớn nhất.

(b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-4x-4y-4z=0$ và điểm $A(4;4;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (OAB), biết điểm B thuộc (S) và tam giác OAB đều.

Bài 9 (1.0). Tính mô-đun của số phức z, biết $(2z-1)(1+i)+(\overline{z}+1)(1-i)=2-2i$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2011
Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ (1), m là tham số.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m = 1$.

2) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có ba điểm cực trị A, B, C sao cho $OA = BC$; trong đó O là gốc tọa độ, A là điểm cực trị thuộc trục tung và B, C là hai điểm cực trị còn lại.

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\sin 2x \cos x + \sin x \cos x = \cos 2x + \sin x + \cos x$.

2) Giải phương trình $3\sqrt{2+x} - 6\sqrt{2-x} + 4\sqrt{4-x^2} = 10 - 3x$.

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1 + x\sin x}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x$.

Bài 4 (1.0). Cho lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A_1 trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD. Góc giữa hai mặt phẳng (ADD_1A_1) và $(ABCD)$ bằng 60°. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho và khoảng cách từ điểm B_1 đến mặt phẳng (A_1BD) theo a.

Bài 5 (1.0). Cho a và b là các số thực dương thỏa mãn $2\left(a^2+b^2\right) + ab = (a+b)(ab+2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4\left(\dfrac{a^3}{b^3} + \dfrac{b^3}{a^3}\right) - 9\left(\dfrac{a^2}{b^2} + \dfrac{b^2}{a^2}\right)$.

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)

25. Theo chương trình Chuẩn

Bài 6 (2.0). 1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta\colon x - y - 4 = 0$ và $d\colon 2x - y - 2 = 0$. Tìm tọa độ điểm N thuộc đường thẳng d sao cho đường thẳng ON cắt đường thẳng Δ tại điểm M thỏa mãn $OM.ON = 8$.

2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x + y + z - 3 = 0$. Gọi I là giao điểm của Δ và (P). Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho MI vuông góc với Δ và $MI = 4\sqrt{14}$.

Bài 7 (1.0). Tìm số phức z biết $\overline{z} - \dfrac{5 + i\sqrt{3}}{z} - 1 = 0$.

26. Theo chương trình Nâng cao

Bài 8 (2.0). 1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $B\left(\dfrac{1}{2}; 1\right)$. Đường tròn nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB tương ứng tại các điểm D, E,

F. Cho $D(3;1)$ và đường thẳng EF có phương trình $y-3=0$. Tìm tọa độ đỉnh A, biết A có tung độ dương.

2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+5}{-2}$ và hai điểm $A(-2;1;1)$, $B(-3;-1;2)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho tam giác MAB có diện tích bằng $3\sqrt{5}$.

Bài 9 (1.0). Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z=\left(\dfrac{1+i\sqrt{3}}{1+i}\right)^3$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2011
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2) Tìm k để đường thẳng $y=kx+2k+1$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho khoảng cách từ A và B đến trục hoành bằng nhau.

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\dfrac{\sin 2x+2\cos x-\sin x-1}{\tan x+\sqrt{3}}=0$.

2) Giải phương trình $\log_2(8-x^2)+\log_{\frac{1}{2}}\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)-2=0 \qquad (x\in\mathbb{R})$.

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^4 \dfrac{4x-1}{\sqrt{2x+1}+2}\,\mathrm{d}x$.

Bài 4 (1.0). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $B, BA=3a$, $BC=4a$; mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết $SB=2a\sqrt{3}$ và $\widehat{SBC}=30^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) theo a.

Bài 5 (1.0). Tìm m để hệ phương trình sau có nghiệm.

$$\begin{cases}2x^3-(y+2)x^2+xy=m\\ x^2+x-y=1-2m\end{cases}(x,y\in\mathbb{R}).$$

Bài 6 (1.0). 1) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $B(-4;1)$, trọng tâm $G(1;1)$ và đường thẳng chứa phân giác trong của góc A có phương trình $x-y-1=0$. Tìm toạ độ các đỉnh A và C.

2) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d và cắt trục Ox.

Bài 7 (1.0). Tìm số phức z biết $z-(2+3i)\overline{z}=1-9i$.

Bài 8 (1.0). 1) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm $A(1;0)$ và đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-2x+4y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm M và N sao cho tam giác AMN vuông cân tại A.

2) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z=0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng Δ, bán kính bằng 1 và tiếp xúc với mặt phẳng (P).

Bài 9 (1.0). Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{2x^2+3x+3}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2012
Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ (1), với m là tham số thực.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 0$.

2) Tìm m để đồ thị của hàm số (1) có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác vuông.

Bài 2 (1.0). Giải phương trình $\sqrt{3}\sin 2x + \cos 2x = 2\cos x - 1$.

Bài 3 (1.0). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - 3x^2 - 9x + 22 = y^3 + 3y^2 - 9y \\ x^2 + y^2 - x + y = \dfrac{1}{2} \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

Bài 4 (1.0). Tính tích phân $I = \displaystyle\int_1^3 \frac{1 + \ln(x+1)}{x^2}\,dx$.

Bài 5 (1.0). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60°. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC theo a.

Bài 6 (1.0). Cho các số thực x, y, z thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 3^{|x-y|} + 3^{|y-z|} + 3^{|z-x|} - \sqrt{6x^2 + 6y^2 + 6z^2}.$$

PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

27. Theo chương trình Chuẩn

Bài 7 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm A.

Bài 8 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-2}{1}$ và điểm $I(0;0;3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông tại I.

Bài 9 (1.0). Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1} = C_3^n$. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(\dfrac{nx^2}{14} - \dfrac{1}{x}\right)^n$, $x \neq 0$.

28. Theo chương trình Nâng cao

Bài 10 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C)\colon x^2+y^2=8$. Viết phương trình chính tắc của elip (E), biết rằng (E) có độ dài trục lớn bằng 8 và (E) cắt (C) tại bốn điểm tạo thành bốn đỉnh của một hình vuông.

Bài 11 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P)\colon x+y-2z+5=0$ và điểm $A(1;-1;2)$. Viết phương trình đường thẳng $\triangle$ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN.

Bài 12 (1.0). Cho số phức z thỏa mãn $\dfrac{5(\bar{z}+i)}{z+i}=2-i$. Tính môđun của số phức $w=1+z+z^2$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2012
Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7,0 điểm)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^3$ (1), m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.

b) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 48.

Bài 2 (1.0). Giải phương trình $2\left(\cos x + \sqrt{3}\sin x\right)\cos x = \cos x - \sqrt{3}\sin x + 1$.

Bài 3 (1.0). Giải bất phương trình $x + 1 + \sqrt{x^2 - 4x + 1} \geq 3\sqrt{x}$.

Bài 4 (1.0). Tính tích phân $I = \int\limits_0^1 \dfrac{x^3}{x^4 + 3x^2 + 2}\,\mathrm{dx}$.

Bài 5 (1.0). Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ với $SA = 2a$, $AB = a$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SC. Chứng minh SC vuông góc với mặt phẳng (ABH). Tính thể tích của khối chóp $S.ABH$ theo a.

Bài 6 (1.0). Cho các số thực x, y, z thoả mãn các điều kiện $x + y + z = 0$ và $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^5 + y^5 + z^5$.

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm)

29. Theo chương trình Chuẩn

Bài 7 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho các đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 4$, $(C_2): x^2 + y^2 - 12x + 18 = 0$ và đường thẳng $d: x - y - 4 = 0$. Viết phương trình tròn có tâm thuộc (C_2), tiếp xúc với d và cắt (C_1) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho AB vuông góc với d.

Bài 8 (1.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{-2}$ và hai điểm $A(2;1;0)$, $B(-2;3;2)$. Viết phương trình mặt cầu đi qua A, B có tâm thuộc đường thẳng d.

Bài 9 (1.0). Trong một lớp học gồm có 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam lẫn nữ.

30. Theo chương trình Nâng Cao

Bài 10 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 2BD$ và đường tròn tiếp xúc với các cạnh của hình thoi có phương trình $x^2 + y^2 = 4$. Viết phương trình chính tắc của elip (E) đi qua các đỉnh A, B, C, D của hình thoi. Biết A thuộc Ox.

Bài 11 (1.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;0;3)$, $M(1;2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại B, C sao cho tam giác ABC có trọng tâm thuộc đường thẳng AM.

Bài 12 (1.0). Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2\sqrt{3}iz - 4 = 0$. Viết dạng lượng giác của z_1 và z_2.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2012
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Bài 1 (2.0). 1Cho hàm số $y=\frac{2}{3}x^3-mx^2-2\left(3m^2-1\right)x+\frac{2}{3}$ (1), m là tham số thực.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m=1$.

2) Tìm m để hàm số (1) có hai điểm cực trị x_1 và x_2 sao cho $x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)=1$.

Bài 2 (1.0). 2Giải phương trình $\sin 3x+\cos 3x-\sin x+\cos x=\sqrt{2}\cos 2x$.

Bài 3 (1.0). 3Giải hệ phương trình $\begin{cases}xy+x-2=0\\2x^3-x^2y+x^2+y^2-2xy-y=0\end{cases}(x,y\in\mathbb{R}).$

Bài 4 (1.0). 2Tính tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}x(1+\sin 2x)\,\mathrm{d}x$.

Bài 5 (1.0). 2Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, tam giác $A'AC$ vuông cân, $A'C=a$. Tính thể tích của khối tứ diện $ABB'C'$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCD') theo a.

Bài 6 (1.0). 4Cho các số thực x, y thỏa mãn $(x-4)^2+(y-4)^2+2xy\le 32$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=x^3+y^3+3(xy-1)(x+y-2)$.

PHẦN RIÊNG

31. Theo chương trình Chuẩn

Bài 7 (1.0). 3Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$. Các đường thẳng AC và AD lần lượt có phương trình là $x+3y=0$ và $x-y+4=0$; đường thẳng BD đi qua điểm $M\left(-\frac{1}{3};1\right)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$.

Bài 8 (1.0). 2Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y-2z+10=0$ và điểm $I(2;1;3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và cắt (P) theo một đường tròn có bán kính bằng 4.

Bài 9 (1.0). 2Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z+\frac{2(1+2i)}{1+i}=7+8i$. Tìm môđun của số phức $w=z+1+i$.

32. Theo chương trình Nâng cao

Bài 10 (1.0). 3Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d:2x-y+3=0$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc d, cắt trục Ox tại A và B, cắt trục Oy tại C và D sao cho $AB=CD=2$.

Bài 11 (1.0). 2Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và hai điểm $A(1;-1;2), B(2;-1;0)$. Xác định tọa độ điểm M thuộc d sao cho tam giác AMB vuông tại M.

Bài 12 (1.0). 2Giải phương trình $z^2+3(1+i)z+5i=0$ trên tập hợp các số phức.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2013
Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Bài 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+3mx-1$ (1), với m là tham số thực.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m=0$.

2) Tìm m để hàm số (1) nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Bài 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $1+\tan x=2\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$.

Bài 3 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{x+1}+\sqrt[4]{x-1}-\sqrt{y^4+2}=y\\ x^2+2x(y-1)+y^2-6y+1=0\end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Bài 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_1^2\frac{x^2-1}{x^2}\ln x\,dx$.

Bài 5 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $\widehat{ABC}=30^\circ$, SBC là tam giác đều cạnh a và mặt bên SBC vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB).

Bài 6 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a,b,c thỏa mãn điều kiện $(a+c)(b+c)=4c^2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{32a^3}{(b+3c)^3}+\dfrac{32b^3}{(a+3c)^3}-\dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{c}$.

PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

Theo chương trình Chuẩn

Bài 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm C thuộc đường thẳng $d:\ 2x+y+5=0$ và $A(-4;8)$. Gọi M là điểm đối xứng của B qua C, N là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng MD. Tìm tọa độ các điểm B và C, biết rằng $N(5;-4)$.

Bài 8 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\ \dfrac{x-6}{-3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$ và điểm $A(1;7;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với Δ. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ sao cho $AM=2\sqrt{30}$.

Bài 9 (1,0 điểm). Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số $1;2;3;4;5;6;7$. Xác định số phần tử của S. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn là số chẵn.

Theo chương trình Nâng cao

Bài 10 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta:\ x-y=0$. Đường tròn (C) có bán kính $R=\sqrt{10}$ cắt Δ tại hai điểm A và B sao cho $AB=4\sqrt{2}$. Tiếp tuyến của (C)

tại A và B cắt nhau tại một điểm thuộc tia Oy. Viết phương trình đường tròn (C).

Bài 11 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+3y+z-11=0$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-8=0$. Chứng minh (P) tiếp xúc với (S). Tìm tọa độ tiếp điểm của (P) và (S).

Bài 12 (1,0 điểm). Cho số phức $z=1+\sqrt{3}i$. Viết dạng lượng giác của z. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $w=(1+i)z^5$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2013

Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx$ (1), với m là tham số thực.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = -1$.

2) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị A và B sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$.

Bài 2 (1.0). Giải phương trình $\sin 5x + 2\cos^2 x = 1$.

Bài 3 (1.0). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 - 3xy + 3x - 2y + 1 = 0 \\ 4x^2 - y^2 + x + 4 = \sqrt{2x+y} + \sqrt{x+4y} \end{cases} (x, y \in \mathbb{R}).$$

Bài 4 (1.0). Tính tích phân $I = \int_0^1 x\sqrt{2-x^2}\,dx$.

Bài 5 (1.0). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD).

Bài 6 (1.0). Cho a, b, c là các số thực dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{4}{\sqrt{a^2+b^2+c^2+4}} - \frac{9}{(a+b)\sqrt{(a+2c)(b+2c)}}.$$

Bài 7 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho hình thang cân $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau và $AD = 3BC$. Đường thẳng BD có phương trình $x + 2y - 6 = 0$ và tam giác ABD có trực tâm là $H(-3;2)$. Tìm toạ độ các đỉnh C và D.

Bài 8 (1.0). Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;5;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x + 3y - z - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P). Tìm tọa độ điểm đối xứng của A qua (P)

Bài 9 (1.0). Có hai chiếc hộp bi. Hộp thứ nhất chứa 4 viên bi đỏ và 3 viên bi trắng, hộp thứ hai chứa 2 viên bi đỏ và 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên từ một hộp ra 1 viên bi, tính xác suất để 2 viên bi lấy ra có cùng màu.

Bài 10 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có chân đường cao hạ từ đỉnh A là $H\left(\frac{17}{5};-\frac{1}{5}\right)$, chân đường phân giác trong của góc A là $D(5;3)$ và trung điểm của cạnh AB là $M(0;1)$. Tìm tọa độ đỉnh C.

Bài 11 (1.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-1;1)$, $B(-1;2;3)$ và đường thẳng

$$\Delta\colon \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}.$$

Viết phương trình đường thẳng đi qua A, vuông góc với hai đường thẳng AB và Δ.

Bài 12 (1.0). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2+2y=4x-1 \\ 2\log_3(x-1)-\log_{\sqrt{3}}(y+1)=0. \end{cases}$

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2013

Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y = 2x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 1 \quad (1)$, với m là tham số thực.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.

2) Tìm m để đường thẳng $y = -x + 1$ cắt đồ thị hàm số (1) tại ba điểm phân biệt.

Bài 2 (1.0). Giải phương trình $\sin 3x + \cos 2x - \sin x = 0$.

Bài 3 (1.0). Giải phương trình $2\log_2 x + \log_{\frac{1}{2}}(1-\sqrt{x}) = \frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x - 2\sqrt{x} + 2)$.

Bài 4 (1.0). Tính tích phân $I = \int\limits_0^1 \frac{(x+1)^2}{x^2+1}\,dx$.

Bài 5 (1.0). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $\widehat{BAD} = 120^\circ$, M là trung điểm của cạnh BC và $\widehat{SMA} = 45^\circ$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC).

Bài 6 (1.0). Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $xy \le y - 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{x+y}{\sqrt{x^2 - xy + 3y^2}} - \frac{x-2y}{6(x+y)}$.

Bài 7 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có điểm $M\left(-\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$ là trung điểm của cạnh AB, điểm $H(-2;4)$ và điểm $I(-1;1)$ lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tìm tọa độ điểm C.

Bài 8 (1.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;-1;-2), B(0;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên (P). Viết phương trình mặt phẳng đi qua A, B và vuông góc với (P).

Bài 9 (1.0). Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)(z-i) + 2z = 2i$. Tính môđun của số phức $w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}$.

Bài 10 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ và đường thẳng $\Delta: y - 3 = 0$. Tam giác MNP có trực tâm trùng với tâm của (C), các đỉnh N và P thuộc Δ, đỉnh M và trung điểm của cạnh MN thuộc (C). Tìm tọa độ điểm P.

Bài 11 (1.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;-2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 5 = 0$. Tính khoảng cách từ A đến (P). Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và song song với (P).

Bài 12 (1.0). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 3}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2014
Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

2) Tìm tọa độ điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $y=-x$ bằng $\sqrt{2}$.

Bài 2 (1.0). Giải phương trình $\sin x+4\cos x=2+\sin 2x$.

Bài 3 (1.0). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=x^2-x+3$ và đường thẳng $y=2x+1$.

Bài 4 (1.0). 1) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z+(2+i)\bar{z}=3+5i$. Tìm phần thực và phần ảo của z.

2) Từ một hộp chứa 16 thẻ được đánh số từ 1 đến 16, chọn ngẫu nhiên 4 thẻ. Tính xác suất để 4 thẻ được chọn đều được đánh số chẵn.

Bài 5 (1.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-2z-1=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+3}{3}$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P). Viết phương trình mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P).

Bài 6 (1.0). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SD=\dfrac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD).

Bài 7 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có điểm M là trung điểm của đoạn AB và N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $AN=3NC$. Viết phương trình đường thẳng CD, biết rằng $M(1;2)$ và $N(2;-1)$.

Bài 8 (1.0). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x\sqrt{12-y}+\sqrt{y(12-x^2)}=12 \\ x^3-8x-1=2\sqrt{y-2} \end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Bài 9 (1.0). Cho x,y,z là các số thực không âm và thỏa mãn điều kiện $x^2+y^2+z^2=2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P=\frac{x^2}{x^2+yz+x+1}+\frac{y+z}{x+y+z+1}-\frac{1+yz}{9}.$$

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2014

Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). 1Cho hàm số $y = x^3 - 3mx + 1$ (1), với m là tham số thực.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.

2) Cho điểm $A(2;3)$. Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị B và C sao cho tam giác ABC cân tại A.

Bài 2 (1.0). Giải phương trình $\sqrt{2}(\sin x - 2\cos x) = 2 - \sin 2x$.

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I = \displaystyle\int_1^2 \frac{x^2+3x+1}{x^2+x}\mathrm{d}x$.

Bài 4 (1.0). Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z + 3(1-i)\bar{z} = 1 - 9i$. Tính môđun của z.

Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ một công ty sữa, người ta đã gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa để phân tích mẫu. Tính xác suất để 3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại.

Bài 5 (1.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;-1)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với d. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên d.

Bài 6 (1.0). Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt đáy bằng 60°. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$.

Bài 7 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$. Điểm $M(-3;0)$ là trung điểm của cạnh AB, điểm $H(0;-1)$ là hình chiếu vuông góc của B trên AD và điểm $G\left(\frac{4}{3};3\right)$ là trọng tâm của tam giác BCD. Tìm tọa độ các điểm B và D.

Bài 8 (1.0). Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} (1-y)\sqrt{x-y} + x = 2 + (x-y-1)\sqrt{y} \\ 2y^2 - 3x + 6y + 1 = 2\sqrt{x-2y} - \sqrt{4x-5y-3} \end{cases}, x, y \in \mathbb{R}$$

Bài 9 (1.0). Cho các số thực a, b, c không âm và thỏa mãn điều kiện $(a+b)c > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{a+c}} + \frac{c}{2(a+b)}.$$

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2014
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (1.0). Cho hàm số $y = x^3 - 3x - 2$ (1).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

2) Tìm toạ độ điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M có hệ số góc bằng 9.

Bài 2 (1.0). Cho số phức z thoả mãn điều kiện $(3z - \bar{z})(1+i) - 5z = 8i - 1$. Tính môđun của z.

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} (x+1)\sin 2x\,\mathrm{d}x$.

Bài 4 (1.0). 1) Giải phương trình $\log_2(x-1) - 2\log_4(3x-2) + 2 = 0$.

2) Cho một đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 27 đường chéo.

Bài 5 (1.0). Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 6x + 3y - 2z - 1 = 0$ và mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 2z - 11 = 0$. Chứng minh mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C). Tìm toạ độ tâm của (C).

Bài 6 (1.0). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BC.

Bài 7 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có chân đường phân giác trong của góc A là điểm $D(1;-1)$. Đường thẳng AB có phương trình $3x + 2y - 9 = 0$, tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình $x + 2y - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC.

Bài 8 (1.0). Giải bất phương trình $(x+1)\sqrt{x+2} + (x+6)\sqrt{x+7} \geq x^2 + 7x + 12$.

Bài 9 (1.0). Cho hai số thực x, y thỏa mãn các điều kiện $1 \leq x \leq 2$, $1 \leq y \leq 2$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x+2y}{x^2+3y+5} + \frac{y+2x}{y^2+3x+5} + \frac{1}{4(x+y-1)}.$$

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2015

Môn: TOÁN, KHỐI A, A_1, B, D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (1.0). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x$.

Bài 2 (1.0). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \dfrac{4}{x}$ trên đoạn $[1;3]$.

Bài 3 (2.0). 1) Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z - 1 + 5i = 0$. Tìm phần thực và phần ảo của z.

2) Giải phương trình $\log_2\left(x^2 + x + 2\right) = 3$.

Bài 4 (1.0). Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^1 (x-3)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$.

Bài 5 (1.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-2;1)$, $B(2;1;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon x - y + 2z - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AB và tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (P).

Bài 6 (1.0). 1) Tính giá trị biểu thức $P = (1 - 3\cos 2\alpha)(2 + 3\cos 2\alpha)$, biết $\sin\alpha = \dfrac{2}{3}$.

2) Tron đợt ứng phó dịch MERS-CoV, Sở Y tế thành phố đã chọn ngẫu nhiên 3 đội phòng chống dịch cơ động trong số 5 đội của Trung tâm y tế dự phòng thành phố và 20 đội của các trung tâm y tế cơ sở để kiểm tra công tác chuẩn bị. Tính xác suất để có ít nhất 2 của các Trung tâm y tế cơ sở được chọn.

Bài 7 (1.0). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45°. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB, AC.

Bài 8 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh BC, D là điểm đối xứng của B qua H; K là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AD. Giả sử $H(-5;-5); K(9;-3)$ và trung điểm của cạnh AC thuộc đường thẳng $x - y + 10 = 0$. Tìm toạ độ điểm A.

Bài 9 (1.0). Giải phương trình $\dfrac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 2x + 3} = (x+1)\left(\sqrt{x+2} - 2\right)$ trên tập số thực.

Bài 10 (1.0). Cho các số thực a, b, c thuộc đoạn $[1;3]$ và thoả mãn điều kiện $a + b + c = 6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 12abc + 72}{ab + bc + ca} - \frac{1}{2}abc.$$

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2016

Môn: TOÁN, KHỐI A, A_1, B, D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (1.0). 1) Cho số phức $z=1+2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $w=2z+\bar{z}$.

2) Cho $\log_2 x=\sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $A=\log_2 x^2+\log_{\frac{1}{2}} x^3+\log_4 x$.

Bài 2 (1.0). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y=-x^4+2x^2$.

Bài 3 (1.0). Tìm m để hàm số $f(x)=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị. Gọi x_1,x_2 là hai điểm cực trị đó, tìm m để $x_1^2+x_2^2=3$.

Bài 4 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^3 3x\left(x+\sqrt{x^2+16}\right)\,dx$.

Bài 5 (1.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;2;-2)$, $B(1;0;1)$ và $C(2;-1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng BC.

Bài 6 (1.0). 1) Giải phương trình $2\sin^2 x+7\sin x-4=0$.

2) Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi một số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn liên tiếp 3 nút khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút đó theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B không biết quy tắc mở cửa trên, đã nhấn ngẫu nhiên liên tiếp 3 nút khác nhau trên bảng điều khiển. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó.

Bài 7 (1.0). Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC=2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AC, đường thẳng $A'B$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 45°. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và chứng minh $A'B$ vuông góc với $B'C$.

Bài 8 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính BD. Gọi M,N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng BC,BD và P là giao điểm của hai đường thẳng MN,AC. Biết đường thẳng AC có phương trình $x-y-1=0$, $M(0;4),N(2;2)$ và hoành độ điểm A nhỏ hơn 2. Tìm tọa độ các điểm P,A và B.

Bài 9 (1.0). Giải phương trình

$$3\log_3^2(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})+2\log_{\frac{1}{3}}(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x}).\log_3\left(9x^2\right)+\left(1-\log_{\frac{1}{3}}x\right)^2=0.$$

Bài 10 (1.0). Xét các số thực x,y thỏa mãn $x+y+1=2(\sqrt{x-2}+\sqrt{y+3})\quad(*)$.

1) Tìm giá trị lớn nhất của $x+y$.

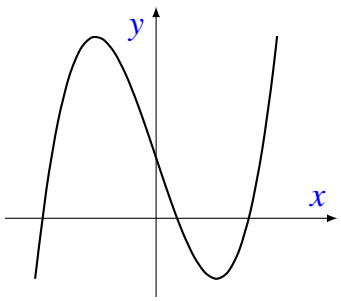
2) Tìm m để $3^{x+y-4}+(x+y+1)2^{7-x-y}-3\left(x^2+y^2\right)\le m$ đúng với mọi x,y thỏa mãn $(*)$.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ MINH HỌA

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017
Môn: TOÁN, ĐỀ MINH HỌA LẦN 1
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A,B,C,D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



(A) $y=-x^2+x-1$. (B) $y=-x^3+3x+1$.
(C) $y=x^3-3x+1$. (D) $y=x^4-x^2+1$.

Câu 2.

Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

(A) Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
(B) Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
(C) Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.
(D) Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

Câu 3.

Hỏi hàm số $y=2x^4+1$ đồng biến trên khoảng nào?

(A) $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$. (B) $(0;+\infty)$. (C) $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. (D) $(-\infty;0)$.

Câu 4.

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

(A) Hàm số có đúng một cực trị.
(B) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
(C) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.
(D) Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 5.

Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ của hàm số $y=x^3-3x+2$.

(A) $y_{CĐ}=4$. (B) $y_{CĐ}=1$. (C) $y_{CĐ}=0$. (D) $y_{CĐ}=-1$.

Câu 6.

Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$.

(A) $\min\limits_{[2;4]}y=6$. (B) $\min\limits_{[2;4]}y=-2$. (C) $\min\limits_{[2;4]}y=-3$. (D) $\min\limits_{[2;4]}y=\dfrac{19}{3}$.

Câu 7. Biết rằng đường thẳng $y=-2x+2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+x+2$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_\circ;y_\circ)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm $y_\circ$.

(A) $y_\circ=4$. (B) $y_\circ=0$. (C) $y_\circ=2$. (D) $y_\circ=-1$.

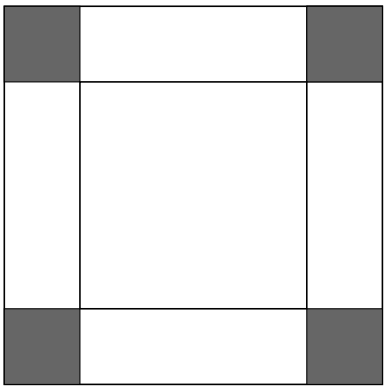
Câu 8. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=x^4+2mx^2+1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

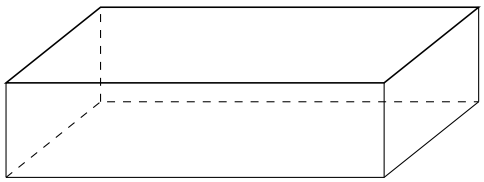
(A) $m=-\dfrac{1}{\sqrt[3]{9}}$. (B) $m=-1$. (C) $m=\dfrac{1}{\sqrt[3]{9}}$. (D) $m=1$.

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

(A) Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.
(B) $m<0$.
(C) $m=0$.
(D) $m>0$.

Câu 10. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x cm, rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.





(A) $x=6$. (B) $x=3$. (C) $x=2$. (D) $x=4$.

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

(A) $m\le 0$ hoặc $1\le m<2$. (B) $m\le 0$.
(C) $1\le m<2$. (D) $m\ge 2$.

Câu 12. Giải phương trình $\log_4(x-1)=3$.

(A) $x=63$. (B) $x=65$. (C) $x=80$. (D) $x=82$.

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $y=13^x$.

(A) $y'=x\cdot 13^{x-1}$. (B) $y'=13^x\cdot\ln 13$. (C) $y'=13^x$. (D) $y'=\dfrac{13^x}{\ln 13}$.

Câu 14. Giải bất phương trình $\log_2(3x-1)>3$.

(A) $x>3$. (B) $\dfrac{1}{3}<x<3$. (C) $x<3$. (D) $x>\dfrac{10}{3}$.

Câu 15. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\log_2(x^2-2x-3)$.

(A) $\mathscr{D}=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$.
(B) $\mathscr{D}=[-1;3]$.
(C) $\mathscr{D}=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.
(D) $\mathscr{D}=(-1;3)$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)=2^x\cdot 7^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

(A) $f(x)<1\Leftrightarrow x+x^2\log_2 7<0$.
(B) $f(x)<1\Leftrightarrow x\ln 2+x^2\ln 7<0$.
(C) $f(x)<1\Leftrightarrow x\log_7 2+x^2<0$.
(D) $f(x)<1\Leftrightarrow 1+x\log_2 7<0$.

Câu 17. Cho các số thực dương $a,b,$ với $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

(A) $\log_{a^2}(ab)=\dfrac{1}{2}\log_a b$.
(B) $\log_{a^2}(ab)=2+2\log_a b$.
(C) $\log_{a^2}(ab)=\dfrac{1}{4}\log_a b$.
(D) $\log_{a^2}(ab)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\log_a b$.

Câu 18. Tính đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{x+1}{4^x}$.

(A) $y'=\dfrac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$.
(B) $y'=\dfrac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$.
(C) $y'=\dfrac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$.
(D) $y'=\dfrac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$.

Câu 19. Đặt $a=\log_2 3, b=\log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b.

(A) $\log_6 45=\dfrac{a+2ab}{ab}$.
(B) $\log_6 45=\dfrac{2a^2-2ab}{ab}$.
(C) $\log_6 45=\dfrac{a+2ab}{ab+b}$.
(D) $\log_6 45=\dfrac{2a^2-2ab}{ab+b}$.

Câu 20. Cho hai số thực a và b, với $1<a<b$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

(A) $\log_a b<1<\log_b a$.
(B) $1<\log_a b<\log_b a$.
(C) $\log_b a<\log_a b<1$.
(D) $\log_b a<1<\log_a b$.

Câu 21. Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

(A) $m=\dfrac{100.(1,01)^3}{3}$ (triệu đồng).
(B) $m=\dfrac{(1,01)^3}{(1,01)^3-1}$ (triệu đồng).
(C) $m=\dfrac{100\times 1,03}{3}$ (triệu đồng).
(D) $m=\dfrac{120.(1,12)^3}{(1,12)^3-1}$ (triệu đồng).

Câu 22. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x=a,x=b$ $(a<b)$, xung quanh trục Ox.

(A) $V=\pi\int\limits_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$. (B) $V=\int\limits_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$. (C) $V=\pi\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$. (D) $V=\pi\int\limits_a^b |f(x)|\,\mathrm{d}x$.

Câu 23. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{2x-1}$.

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C$.
(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C$.

Câu 24. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-5t+10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

(A) 0,2m. (B) 2m. (C) 10m. (D) 20m.

Câu 25. Tính tích phân $I=\int\limits_0^{\pi}\cos^3 x.\sin x\,\mathrm{d}x$.

(A) $I=-\frac{1}{4}\pi^4$. (B) $I=-\pi^4$. (C) $I=0$. (D) $I=-\frac{1}{4}$.

Câu 26. Tính tích phân $I=\int\limits_1^e x\ln x\,\mathrm{d}x$

(A) $I=\frac{1}{2}$. (B) $I=\frac{e^2-2}{2}$. (C) $I=\frac{e^2+1}{4}$. (D) $I=\frac{e^2-1}{4}$.

Câu 27. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và đồ thị hàm số $y=x-x^2$.

(A) $\frac{37}{12}$. (B) $\frac{9}{4}$. (C) $\frac{81}{12}$. (D) 13.

Câu 28. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

(A) $V=4-2e$. (B) $V=(4-2e)\pi$. (C) $V=e^2-5$. (D) $V=(e^2-5)\pi$.

Câu 29. Cho số phức $z=3-2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$

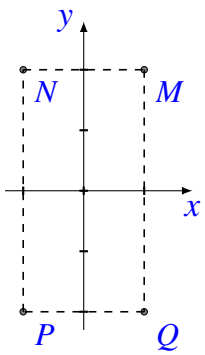
(A) Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng $-2i$. (B) Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng -2.
(C) Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng $2i$. (D) Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng 2.

Câu 30. Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=2-3i$. Tính môđun của số phức z_1+z_2

(A) $|z_1+z_2|=\sqrt{13}$. (B) $|z_1+z_2|=\sqrt{5}$. (C) $|z_1+z_2|=1$. (D) $|z_1+z_2|=5$.

Câu 31.

Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z=3-i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M,N,P,Q ở hình bên?



(A) Điểm P. (B) Điểm Q.
(C) Điểm M. (D) Điểm N.

Câu 32. Cho số phức $z=2+5i$. Tìm số phức $w=iz+\bar{z}$.

(A) $w=7-3i$. (B) $w=-3-3i$. (C) $w=3+7i$. (D) $w=-7-7i$.

Câu 33. Kí hiệu z_1,z_2,z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4-z^2-12=0$. Tính tổng $T=|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|$.

(A) $T=4$. (B) $T=2\sqrt{3}$. (C) $4+2\sqrt{3}$. (D) $T=2+2\sqrt{3}$.

Câu 34. Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=(3+4i)z+i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

(A) $r=4$. (B) $r=5$. (C) $r=20$. (D) $r=22$.

Câu 35. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC'=a\sqrt{3}$.

(A) $V=a^3$. (B) $V=\dfrac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. (C) $V=3\sqrt{3}a^3$. (D) $V=\dfrac{1}{3}a^3$.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{2}a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

(A) $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. (B) $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$. (C) $V=\sqrt{2}a^3$. (D) $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 37. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB,AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB=6a$, $AC=7a$ và $AD=4a$. Gọi M,N,P tương ứng là trung điểm các cạnh BC,CD,DB. Tính thể tích V của tứ diện $A.MNP$.

(A) $V=\dfrac{7}{2}a^3$. (B) $V=14a^3$. (C) $V=\dfrac{28}{3}a^3$. (D) $V=7a^3$.

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD).

(A) $h=\dfrac{2}{3}a$. (B) $h=\dfrac{4}{3}a$. (C) $h=\dfrac{8}{3}a$. (D) $h=\dfrac{3}{4}a$.

Câu 39. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại $A, AB=a$ và $AC=\sqrt{3}a$. Tính độ dài đường sinh ℓ của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

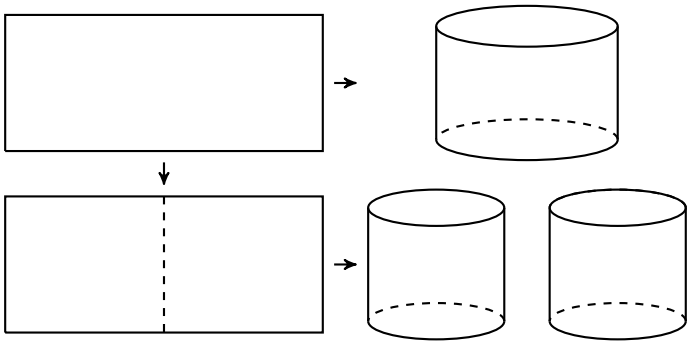
(A) $\ell=a$. (B) $\ell=\sqrt{2}a$. (C) $\ell=\sqrt{3}a$. (D) $\ell=2a$.

Câu 40. Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 50 cm $\times$ 240 cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50 cm, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.



(A) $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{2}$. (B) $\dfrac{V_1}{V_2}=1$. (C) $\dfrac{V_1}{V_2}=2$. (D) $\dfrac{V_1}{V_2}=4$.

Câu 41. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1$ và $AD=2$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

(A) $S_{tp}=4\pi$. (B) $S_{tp}=2\pi$. (C) $S_{tp}=6\pi$. (D) $S_{tp}=10\pi$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

(A) $V=\dfrac{5\sqrt{15}\pi}{18}$. (B) $V=\dfrac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. (C) $V=\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. (D) $V=\dfrac{5\pi}{3}$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-z+2=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

(A) $\vec{n_4}=(-1;0;-1)$. (B) $\vec{n_1}=(3;-1;2)$. (C) $\vec{n_3}=(3;-1;0)$. (D) $\vec{n_2}=(3;0;-1)$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

(A) $I(-1;2;1)$ và $R=3$. (B) $I(1;-2;-1)$ và $R=3$.
(C) $I(-1;2;1)$ và $R=9$. (D) $I(1;-2;-1)$ và $R=9$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

(A) $d=\dfrac{5}{9}$. (B) $d=\dfrac{5}{29}$. (C) $d=\dfrac{5}{\sqrt{29}}$. (D) $d=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\dfrac{x-10}{5}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{1}$.
Xét mặt phẳng $(P):10x+2y+mz+11=0$, m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ.

(A) $m=-2$. (B) $m=2$. (C) $m=-52$. (D) $m=52$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

(A) $x+y+2z-3=0$. (B) $x+y+2z-6=0$.
(C) $x+3y+4z-7=0$. (D) $x+3y+4z-26=0$.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z+2=0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S).

(A) (S): $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=8$. (B) (S): $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=10$.
(C) (S): $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=8$. (D) (S): $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

(A) Δ: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{1}$. (B) Δ: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$.
(C) Δ: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. (D) Δ: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0)$, $B(0;-1;1)$, $C(2;1;-1)$ và $D(3;1;4)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?

(A) 1 mặt phẳng. (B) 4 mặt phẳng.
(C) 7 mặt phẳng. (D) Có vô số mặt phẳng.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ MINH HỌA

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017
Môn: TOÁN, ĐỀ MINH HỌA LẦN 2
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$?

(A) $x=1$. (B) $y=-1$. (C) $y=2$. (D) $x=-1$.

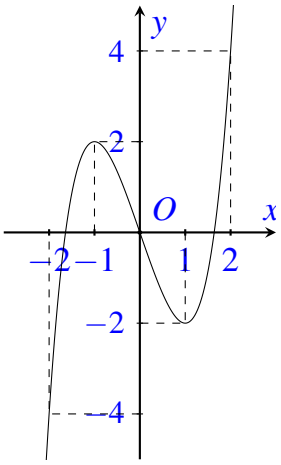
Câu 2. Đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2+2$ và đồ thị của hàm số $y=-x^2+4$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

(A) 0. (B) 4. (C) 1. (D) 2.

Câu 3.

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

(A) $x=2$. (B) $x=-1$. (C) $x=1$. (D) $x=2$.



Câu 4. Cho hàm số $y=x^3-2x^2+x+1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$.

(B) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)$.

(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$.

(D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

(A) $[-1;2]$. (B) $(-1;2)$. (C) $(-1;2]$. (D) $(-\infty;2]$.

Câu 6. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

(A) Cực tiểu của hàm số bằng -3.
(B) Cực tiểu của hàm số bằng 1.
(C) Cực tiểu của hàm số bằng -6.
(D) Cực tiểu của hàm số bằng 2.

Câu 7. Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\dfrac{1}{2}t^3+9t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu ?

(A) $216(m/s)$. (B) $30(m/s)$. (C) $400(m/s)$. (D) $54(m/s)$.

Câu 8. Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$

(A) $x=-3$ và $x=-2$.
(B) $x=-3$.
(C) $x=3$ và $x=2$.
(D) $x=3$.

Câu 9. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=\ln(x^2+1)-mx+1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

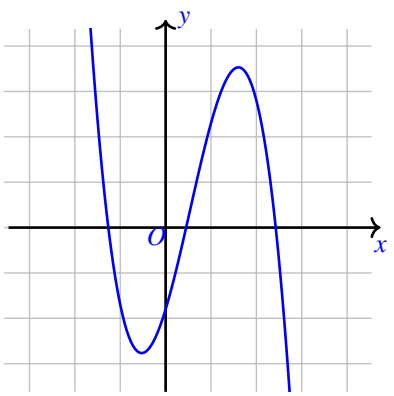
(A) $(-\infty;-1]$. (B) $(-\infty;-1)$. (C) $[-1;1]$. (D) $[1;+\infty)$.

Câu 10. Biết $M(0;2),N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Tính giá trị của hàm số tại $x=-2$.

(A) $y(-2)=2$. (B) $y(-2)=22$. (C) $y(-2)=6$. (D) $y(-2)=-18$.

Câu 11.

Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



(A) $a<0,b>0,c>0,d<0$. (B) $a<0,b<0,c>0,d<0$.
(C) $a<0,b<0,c<0,d>0$. (D) $a<0,b>0,c<0,d<0$.

Câu 12. Với các số thực dương a,b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

(A) $\ln(ab)=\ln a+\ln b$.
(B) $\ln(ab)=\ln a.\ln b$.
(C) $\ln\dfrac{a}{b}=\dfrac{\ln a}{\ln b}$.
(D) $\ln\dfrac{a}{b}=\ln b-\ln a$.

Câu 13. Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-1}=27$.

(A) $x=9$. (B) $x=3$. (C) $x=4$. (D) $x=10$.

Câu 14. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t)=s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con ?

(A) 48 phút. (B) 19 phút. (C) 7 phút. (D) 12 phút.

Câu 15. Cho biểu thức $P=\sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.\sqrt{x^3}}}$, với $x>0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

(A) $P=x^{\frac{1}{2}}$. (B) $P=x^{\frac{13}{24}}$. (C) $P=x^{\frac{1}{4}}$. (D) $P=x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 16. Với các số thực dương a,b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

(A) $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+3\log_2 a-\log_2 b$. (B) $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+\dfrac{1}{3}\log_2 a-\log_2 b$.

(C) $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+3\log_2 a+\log_2 b$. (D) $\log_2\left(\dfrac{2a^3}{b}\right)=1+\dfrac{1}{3}\log_2 a+\log_2 b$.

Câu 17. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)<\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

(A) $S=(2;+\infty)$. (B) $S=(-\infty;2)$. (C) $S=\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. (D) $S=(-1;2)$.

Câu 18. Tính đạo hàm của hàm số $y=\ln\left(1+\sqrt{x+1}\right)$.

(A) $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$. (B) $y'=\dfrac{1}{1+\sqrt{x+1}}$.

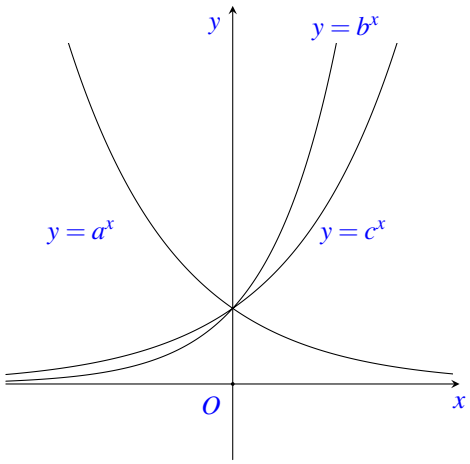
(C) $y'=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$. (D) $y'=\dfrac{2}{\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$.

Câu 19.

Cho ba số thực dương a,b,c khác 1. Đồ thị các hàm số $y=a^x$, $y=b^x$, $y=c^x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a<b<c$. (B) $a<c<b$.

(C) $b<c<a$. (D) $c<a<b$.



Câu 20. Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x+(3-m)2^x-m=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

(A) $[3;4]$. (B) $[2;4]$. (C) $(2;4)$. (D) $(3;4)$.

Câu 21. Xét các số thực a, b thỏa mãn $a>b>1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=\log^2_{\frac{a}{b}}(a^2)+3\log_b\left(\dfrac{a}{b}\right)$.

(A) $P_{\min}=19$. (B) $P_{\min}=13$. (C) $P_{\min}=14$. (D) $P_{\min}=15$.

Câu 22. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 2x$.

(A) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sin 2x+C$. (B) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\sin 2x+C$. .

(C) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=2\sin 2x+C$. . (D) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=-2\sin 2x+C$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$, $f(1)=1$ và $f(2)=2$. Tính $I=\int\limits_1^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$

(A) $I=1$. (B) $I=-1$. (C) $I=3$. (D) $I=\dfrac{7}{2}$.

Câu 24. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$ và $F(2)=1$. Tính $F(3)$.

(A) $F(3)=\ln 2-1$. (B) $F(3)=\ln 2+1$. (C) $F(3)=\dfrac{1}{2}$. (D) $F(3)=\dfrac{7}{4}$.

Câu 25. Cho $\int\limits_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x=16$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^2 f(2x)\,\mathrm{d}x$.

(A) $I=32$. (B) $I=8$. (C) $I=16$. (D) $I=4$.

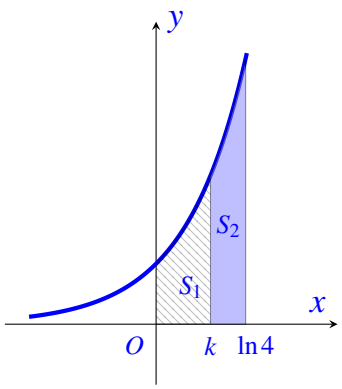
Câu 26. Biết $I=\int\limits_3^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{x^2+x}=a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5$, với a,b,c là các số nguyên. Tính $S=a+b+c$.

(A) $S=6$. (B) $S=2$. (C) $S=-2$. (D) $S=0$.

Câu 27.

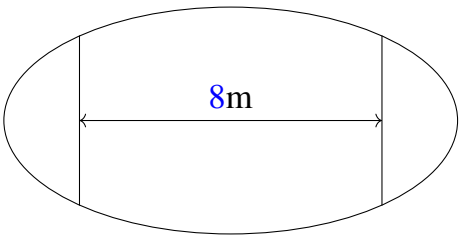
Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^x$, $y=0$, $x=0$, $x=\ln 4$. Đường thẳng $x=k\,(0<k<\ln 4)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1=2S_2$.

(A) $k=\dfrac{2}{3}\ln 4$. (B) $k=\ln 2$. (C) $k=\ln\dfrac{8}{3}$. (D) $k=\ln 3$.



Câu 28.

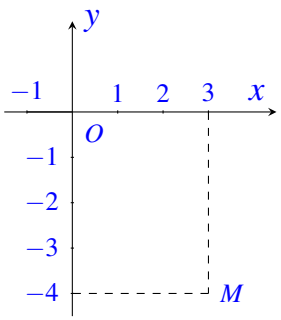
Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng 16m và độ dài trục bé bằng10m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8m và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/1m^2. Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



(A) 7.862.000 đồng. (B) 7.653.000 đồng.
(C) 7.128.000 đồng. (D) 7.826.000 đồng.

Câu 29.

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.



(A) Phần thực là -4 và phần ảo là 3.
(B) Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.
(C) Phần thực là 3 và phần ảo là -4.
(D) Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.

Câu 30. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i+1)$.

(A) $\overline{z} = 3 - i$. (B) $\overline{z} = -3 + i$. (C) $\overline{z} = 3 + i$. (D) $\overline{z} = -3 - i$.

Câu 31. Tính môđun của số phức z thỏa mãn $z(2-i) + 13i = 1$.

(A) $|z| = \sqrt{34}$. (B) $|z| = 34$. (C) $|z| = \dfrac{5\sqrt{34}}{3}$. (D) $|z| = \dfrac{\sqrt{34}}{3}$.

Câu 32. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

(A) $M_1\left(\dfrac{1}{2}; 2\right)$. (B) $M_2\left(-\dfrac{1}{2}; 2\right)$. (C) $M_3\left(-\dfrac{1}{4}; 1\right)$. (D) $M_4\left(\dfrac{1}{4}; 1\right)$.

Câu 33. Cho số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $(1+i)z + 2\overline{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$.

(A) $P = \dfrac{1}{2}$. (B) $P = 1$. (C) $P = -1$. (D) $P = -\dfrac{1}{2}$.

Câu 34. Xét số phức z thỏa mãn $(1+2i)|z| = \dfrac{\sqrt{10}}{z} - 2 + i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

(A) $\dfrac{3}{2} < |z| < 2$. (B) $|z| > 2$. (C) $|z| < \dfrac{1}{2}$. (D) $\dfrac{1}{2} < |z| < \dfrac{3}{2}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

(A) $h = \dfrac{\sqrt{3}a}{6}$. (B) $h = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. (C) $h = \dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. (D) $h = \sqrt{3}a$.

Câu 36. Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng?

(A) Tứ diện đều. (B) Bát diện đều.
(C) Hình lập phương. (D) Lăng trụ lục giác đều.

Câu 37. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm tam giác BCD. Tính thể tích V của khối chóp $A.GBC$.

(A) $V = 3$. (B) $V = 4$. (C) $V = 6$. (D) $V = 5$.

Câu 38. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh $AC = 2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC' = 4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

(A) $V = \dfrac{8}{3}$. (B) $V = \dfrac{16}{3}$. (C) $V = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. (D) $V = \dfrac{16\sqrt{3}}{3}$.

Câu 39. Cho khối (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π. Tính thể tích V của khối nón (N)

(A) $V = 12\pi$. (B) $V = 20\pi$. (C) $V = 36\pi$. (D) $V = 60\pi$.

Câu 40. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

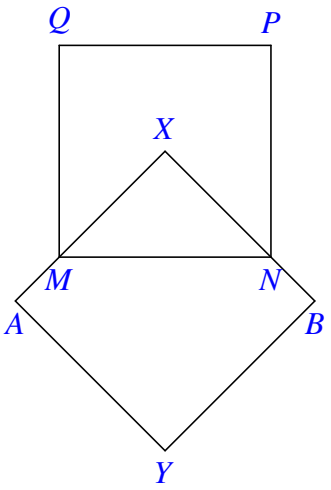
(A) $V=\dfrac{\pi a^2 h}{9}$. (B) $V=\dfrac{\pi a^2 h}{3}$. (C) $V=3\pi a^2 h$. (D) $V=\dfrac{\pi a^2 h}{9}$.

Câu 41. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=2a$ và $AA'=2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

(A) $R=3a$. (B) $R=\dfrac{3a}{4}$. (C) $R=\dfrac{3a}{2}$. (D) $R=2a$.

Câu 42.

Cho hai hình vuông có cùng cạnh bằng 5 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh X của một hình vuông là tâm của hình vuông còn lại (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục XY.



(A) $V=\dfrac{125\left(1+\sqrt{2}\right)\pi}{6}$. (B) $V=\dfrac{125\left(5+2\sqrt{2}\right)\pi}{12}$.

(C) $V=\dfrac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}$. (D) $V=\dfrac{125\left(2+\sqrt{2}\right)\pi}{4}$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

(A) $I(-2;2;1)$. (B) $I(1;0;4)$. (C) $I(2;0;8)$. (D) $I(2;-2;-1)$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=2+3t\\z=5-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của d ?

(A) $\vec{u_1}=(0;3;-1)$. (B) $\vec{u_2}=(1;3;-1)$. (C) $\vec{u_3}=(1;-3;-1)$. (D) $\vec{u_4}=(1;2;5)$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$; $B(0;-2;0)$;$C(0;0;3)$. Phương trình nào dưới dây là phương trình mặt phẳng (ABC)?

(A) $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{1}=1$. (B) $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{3}=1$. (C) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{3}=1$. (D) $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-2}=1$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới dây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x-2y-2z-8=0$?

(A) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$. (B) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

(C) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$. (D) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P):3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

(A) d cắt và không vuông góc với (P). (B) d vuông góc với (P).

(C) d song song với (P). (D) d nằm trong (P).

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;6;2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M. Tính tỉ số $\dfrac{AM}{BM}$.

(A) $\dfrac{AM}{BM}=\dfrac{1}{2}$. (B) $\dfrac{AM}{BM}=2$. (C) $\dfrac{AM}{BM}=\dfrac{1}{3}$. (D) $\dfrac{AM}{BM}=3$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

(A) $(P):2x-2z+1=0$. (B) $(P):2y-2z+1=0$.
(C) $(P):2x-2y+1=0$. (D) $(P):2y-2z-1=0$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0;0;1)$, $B(m;0;0)$, $C(0;n;0)$, $D(1;1;1)$ với $m>0;n>0$ và $m+n=1$. Biết rằng khi m, n thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D. Tính bán kính R của mặt cầu đó?

(A) $R=1$. (B) $R=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. (C) $R=\dfrac{3}{2}$. (D) $R=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

———HẾT———

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ MINH HỌA

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017
Môn: TOÁN, ĐỀ MINH HỌA LẦN 3
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị (C). Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Câu 2. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log x$.

(A) $y'=\dfrac{1}{x}$. (B) $y'=\dfrac{\ln 10}{x}$. (C) $y'=\dfrac{1}{x\ln 10}$. (D) $y'=\dfrac{1}{10\ln x}$.

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1}-\dfrac{1}{5}>0$.

(A) $S=(1;+\infty)$. (B) $S=(-1;+\infty)$. (C) $S=(-2;+\infty)$. (D) $S=(-\infty;-2)$.

Câu 4. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $3-2\sqrt{2}i$. Tìm a,b.

(A) $a=3;b=2$. (B) $a=3;b=2\sqrt{2}$. (C) $a=3;b=\sqrt{2}$. (D) $a=3;b=-2\sqrt{2}$.

Câu 5. Tính môđun của số phức z biết $\bar{z}=(4-3i)(1+i)$.

(A) $|z|=25\sqrt{2}$. (B) $|z|=7\sqrt{2}$. (C) $|z|=5\sqrt{2}$. (D) $|z|=\sqrt{2}$.

Câu 6. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.
(B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.
(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.
(D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Câu 7.

Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $y_{CĐ}=5$. (B) $y_{CT}=0$.
(C) $\min\limits_{\mathbb{R}} y=4$. (D) $\max\limits_{\mathbb{R}} y=5$.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=20$.

(A) $I(-1;2;-4)$, $R=5\sqrt{2}$. (B) $I(-1;2;-4)$, $R=2\sqrt{5}$.
(C) $I(1;-2;4)$, $R=20$. (D) $I(1;-2;4)$, $R=2\sqrt{5}$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3t\\z=-2+t\end{cases}$?

(A) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{1}$.
(B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$.
(C) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$.
(D) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{1}$.

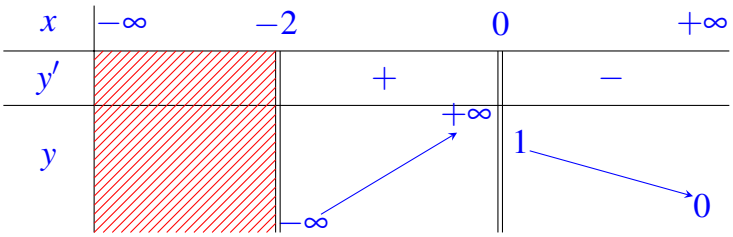
Câu 10. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2+\dfrac{2}{x^2}$.

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{2}{x}+C$.
(B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{1}{x}+C$.
(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{2}{x}+C$.
(D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{1}{x}+C$.

Câu 11.

Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu tiệm cận?

(A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 4.



Câu 12. Tính giá trị của biểu thức $P=\left(7+4\sqrt{3}\right)^{2017}\left(4\sqrt{3}-7\right)^{2016}$.

(A) $P=1$. (B) $P=7-4\sqrt{3}$. (C) $P=7+4\sqrt{3}$. (D) $\left(7+4\sqrt{3}\right)^{2016}$.

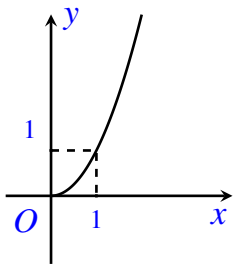
Câu 13. Cho a là số thực dương, $a\neq 1$ và $P=\log_{\sqrt[3]{a}}a^3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

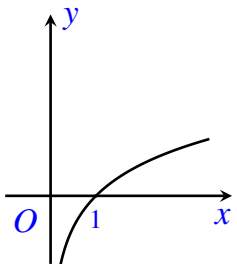
(A) $P=1$. (B) $P=1$. (C) $P=9$. (D) $P=\dfrac{1}{3}$.

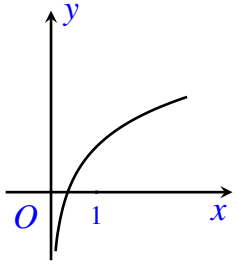
Câu 14. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

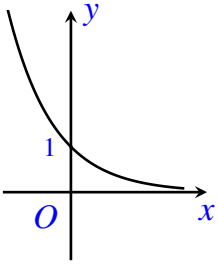
(A) $y=3x^3+3x-2$. (B) $y=2x^3-5x+1$. (C) $y=x^4+3x^2$. (D) $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=x\ln x$. Một trong bốn đồ thị cho trong bốn phương án A, B, C, D dưới đây là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$. Tìm đồ thị đó.

(A)


(B)


(C)


(D)


Câu 16. Tính thể tích V của khối lặng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a.

(A) $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. (B) $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. (C) $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. (D) $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;0), B(-1;1;3), C(3;1;0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.

(A) $D(-2;0;0)$ hoặc $D(-4;0;0)$.
(B) $D(0;0;0)$ hoặc $D(-6;0;0)$.
(C) $D(6;0;0)$ hoặc $D(12;0;0)$.
(D) $D(0;0;0)$ hoặc $D(6;0;0)$.

Câu 18. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+z+1=0$. Tính giá trị của $P = z_1^2 + z_2^2 + z_1 z_2$.

(A) $P=1$.
(B) $P=2$.
(C) $P=-1$.
(D) $P=0$.

Câu 19. Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \dfrac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

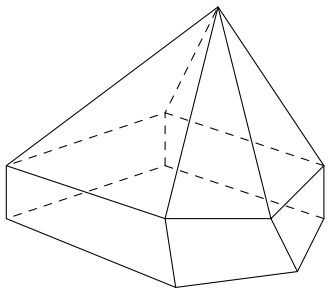
(A) $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$.
(B) $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 7$.
(C) $\min\limits_{(0;+\infty)} y = \dfrac{33}{5}$.
(D) $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 2\sqrt[3]{9}$.

Từ bảng biến thiên suy ra: $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$.

Câu 20.

Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

(A) 6.
(B) 10.
(C) 12.
(D) 11.

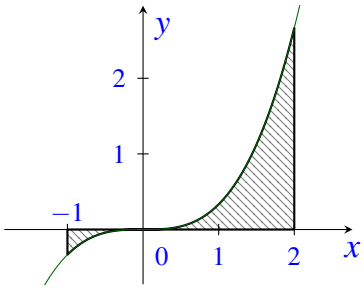


Câu 21.

Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và 2 đường thẳng $x=-1$, $x=2$ (như hình vẽ bên). Đặt $a = \int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$, $b = \int_{0}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

(A) $S = b - a$.
(B) $S = b + a$.
(C) $S = -b + a$.
(D) $S = -b - a$.

; ;



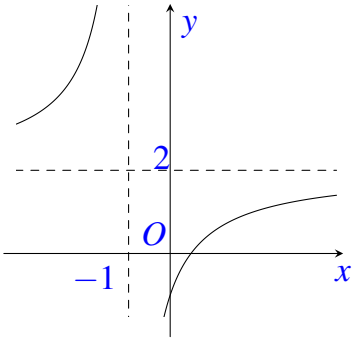
Câu 22. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 3$.

(A) $S = \{-3;3\}$.
(B) $S = \{4\}$.
(C) $S = \{3\}$.
(D) $S = \left\{-\sqrt{10};\sqrt{10}\right\}$.

Câu 23.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong 4 hàm số được liệt kê ở 4 phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

(A) $y = \dfrac{2x+3}{x+1}$.
(B) $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$.
(C) $y = \dfrac{2x-2}{x-1}$.
(D) $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$.



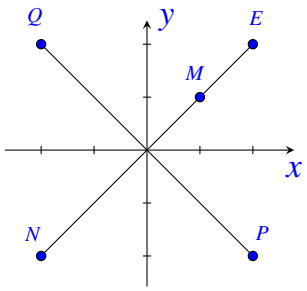
Câu 24. Tính tích phân $I=\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $u=x^2-1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $I=2\int_0^3 \sqrt{u}\mathrm{d}u$. (B) $I=\int_1^2 \sqrt{u}\mathrm{d}u$. (C) $I=\int_0^3 \sqrt{u}\mathrm{d}u$. (D) $I=\frac{1}{2}\int_1^2 \sqrt{u}\mathrm{d}u$.

Câu 25.

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm M là điểm biểu diễn của số phức z (như hình vẽ bên). Điểm nào trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $2z$?

(A) Điểm N. (B) Điểm Q. (C) Điểm E. (D) Điểm P.



Câu 26. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

(A) $l=\frac{\sqrt{5}a}{2}$. (B) $l=2\sqrt{2}a$. (C) $l=\frac{3a}{2}$. (D) $l=3a$.

Câu 27. Cho $\int_0^1 \frac{1}{\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x=a+b\ln\frac{1+\mathrm{e}}{2}$, với a,b là các số hữu tỉ. Tính $S=a^3+b^3$.

(A) $S=2$. (B) $S=-2$. (C) $S=0$. (D) $S=1$.

Câu 28. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a.

(A) $V=\frac{\pi a^3}{4}$. (B) $V=\pi a^3$. (C) $V=\frac{\pi a^3}{6}$. (D) $V=\frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A?

(A) $x+y-3z-8=0$. (B) $x-y-3z+3=0$. (C) $x+y+3z-9=0$. (D) $x+y-3z+3=0$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P).

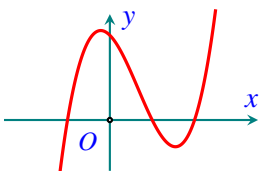
(A) $d=\frac{1}{3}$. (B) $d=\frac{5}{3}$. (C) $d=\frac{2}{3}$. (D) $d=2$.

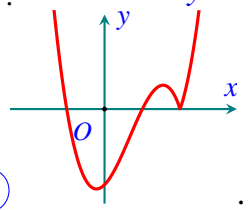
Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m-1)x^4-2(m-3)x^2+1$ **không** có cực đại.

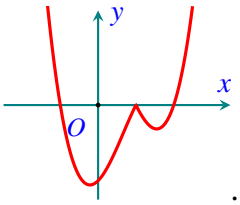
(A) $1\le m\le 3$. (B) $m\le 1$. (C) $m\ge 1$. (D) $1<m\le 3$.

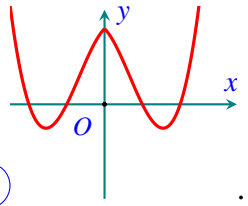
Câu 32.

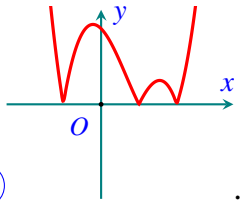
Hàm số $y=(x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=|x-2|(x^2-1)$?



(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

Câu 33. Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn $a\neq 1, a\neq\sqrt{b}$ và $\log_a b=\sqrt{3}$. Tính $P=\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\sqrt{\frac{b}{a}}$.

(A) $P=-5+3\sqrt{3}$. (B) $P=-1+\sqrt{3}$. (C) $P=-1-\sqrt{3}$. (D) $P=-5-3\sqrt{3}$.

Câu 34. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\,(1\leqslant x\leqslant 3)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2-2}$.

(A) $V=32+2\sqrt{15}$. (B) $V=\dfrac{124\pi}{3}$.

(C) $V=\dfrac{124}{3}$. (D) $V=\left(32+2\sqrt{15}\right)\pi$.

Câu 35. Hỏi phương trình $3x^2-6x+\ln(x+1)^3+1=0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

(A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 4.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

(A) $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{18}$. (B) $V=\sqrt{3}a^3$. (C) $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. (D) $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+5}{-1}=\dfrac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương hình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

(A) $\begin{cases}x=-3\\y=-5-t\\z=-3+4t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=-3\\y=-5+t\\z=3+4t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=-3\\y=-5+2t\\z=3-t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=-3\\y=-6-t\\z=7+4t\end{cases}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\displaystyle\int_0^1(x+1)f'(x)\,\mathrm{d}x=10$ và $2f(1)-f(0)=2$. Tính $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

(A) $I=-12$. (B) $I=8$. (C) $m=1$. (D) $I=-8$.

Câu 39. Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện $|z-i|=5$ và z^2 là số thuần ảo?

(A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 0.

Câu 40. Cho hàm số $y=\dfrac{\ln x}{x}$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $2y'+xy''=-\dfrac{1}{x^2}$. (B) $y'+xy''=\dfrac{1}{x^2}$. (C) $y'+xy''=-\dfrac{1}{x^2}$. (D) $2y'+xy''=\dfrac{1}{x^2}$.

Câu 41. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=(m^2-1)x^3+(m-1)x^2-x+4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

(A) 2. (B) 1. (C) 0. (D) 3.

Câu 42. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P). Tính OA'.

(A) $OA'=3\sqrt{26}$. (B) $OA'=5\sqrt{3}$. (C) $OA'=\sqrt{46}$. (D) $OA'=\sqrt{186}$.

Câu 43. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

(A) $R=\sqrt{3}a$. (B) $R=\sqrt{2}a$. (C) $R=\dfrac{25a}{8}$. (D) $R=2a$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+f(-x)=\sqrt{2+2\cos 2x},\forall x\in\mathbb{R}$. Tính $I=\displaystyle\int\limits_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x$.

(A) $I=-6$. (B) $I=0$. (C) $I=-2$. (D) $I=6$.

Câu 45. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong $[-2017;2017]$ để phương trình $\log(mx)=2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

(A) 2017. (B) 4014. (C) 2018. (D) 4015.

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-1)x$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d:y=5x-9$. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

(A) 0. (B) 6. (C) -6. (D) 3.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z-3=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+5=0$. Giả sử điểm $M\in(P)$ và $N\in(S)$ sao cho cùng phương với $\vec{u}=(1;0;1)$ và khoảng cách giữa M và N là lớn nhất. Tính MN.

(A) $MN=3$. (B) $MN=1+2\sqrt{2}$. (C) $MN=3\sqrt{2}$. (D) $MN=14$.

Câu 48. Xét số phức z thỏa mãn $|z+2-i|+|z-4-7i|=6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $|z-1+i|$. Tính $P=m+M$.

(A) $P=\sqrt{13}+\sqrt{73}$. (B) $P=\dfrac{5\sqrt{2}+2\sqrt{73}}{2}$. (C) $P=5\sqrt{2}+2\sqrt{73}$. (D) $P=\dfrac{5\sqrt{2}+\sqrt{73}}{2}$.

Câu 49. Cho mặt cầu tâm O, bán kính R. Xét mặt phẳng (P) thay đổi cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C). Hình nón (N) có đỉnh S nằm trên mặt cầu, có đáy là đường tròn (C) và có chiều cao là $h(h>R)$. Tính h để thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) có giá trị lớn nhất.

(A) $h=\sqrt{3}R$. (B) $h=\sqrt{2}R$. (C) $h=\dfrac{4R}{3}$. (D) $h=\dfrac{3R}{2}$.

Câu 50. Cho khối tứ diện có thể tích bằng V. Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho, tính tỉ số $\dfrac{V'}{V}$.

(A) $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{1}{2}$. (B) $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{1}{4}$. (C) $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{2}{3}$. (D) $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{5}{8}$.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 101
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Cho phương trình $4^x+2^{x+1}-3=0$. Khi đặt $t=2^x$, ta được phương trình nào dưới đây?

(A) $2t^2-3=0$. (B) $t^2+t-3=0$. (C) $4t-3=0$. (D) $t^2+2t-3=0$.

Câu 2. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 3x$.

(A) $\int \cos 3x\,\mathrm{d}x=3\sin 3x+C$. (B) $\int \cos 3x\,\mathrm{d}x=\dfrac{\sin 3x}{3}+C$.
(C) $\int \cos 3x\,\mathrm{d}x=-\dfrac{\sin 3x}{3}+C$. (D) $\int \cos 3x\,\mathrm{d}x=\sin 3x+C$.

Câu 3. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

(A) $z=-2+3i$. (B) $z=3i$. (C) $z=-2$. (D) $z=\sqrt{3}+i$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

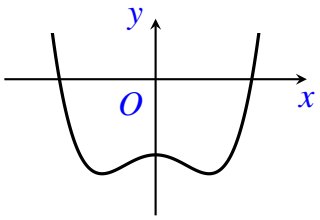
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

(A) Hàm số có ba điểm cực trị.
(B) Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.
(C) Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.
(D) Hàm số có hai điểm cực tiểu.

Câu 5.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



(A) $y=-x^3+x^2-1$. (B) $y=x^4-x^2-1$.
(C) $y=x^3-x^2-1$. (D) $y=-x^4+x^2-1$.

Câu 6. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I=\log_{\sqrt{a}}a$.

(A) $I=\dfrac{1}{2}$. (B) $I=0$. (C) $I=-2$. (D) $I=2$.

Câu 7. Cho hai số phức $z_1=5-7i$ và $z_2=2+3i$. Tìm số phức $z=z_1+z_2$.

(A) $z=7-4i$. (B) $z=2+5i$. (C) $z=-2+5i$. (D) $z=3-10i$.

Câu 8. Cho hàm số $y=x^3+3x+2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

(B) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.
(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.
(D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

(A) $Q(2;-1;5)$. (B) $P(0;0;-5)$. (C) $N(-5;0;0)$. (D) $M(1;1;6)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy)?

(A) $\vec{i}=(1;0;0)$. (B) $\vec{k}=(0;0;1)$. (C) $\vec{j}=(0;1;0)$. (D) $\vec{m}=(1;1;1)$.

Câu 11. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=4\sqrt{2}$.

(A) $V=128\pi$. (B) $V=64\sqrt{2}\pi$. (C) $V=32\pi$. (D) $V=32\sqrt{2}\pi$.

Câu 12. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}$.

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Câu 13. Hàm số $y=\dfrac{2}{x^2+1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0;+\infty)$. (B) $(-1;1)$. (C) $(-\infty;+\infty)$. (D) $(-\infty;0)$.

Câu 14. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\dfrac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

(A) $V=\pi-1$. (B) $V=(\pi-1)\pi$. (C) $V=(\pi+1)\pi$. (D) $V=\pi+1$.

Câu 15. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P=\log_a b^3+\log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $P=9\log_a b$. (B) $P=27\log_a b$. (C) $P=15\log_a b$. (D) $P=6\log_a b$.

Câu 16. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_5\dfrac{x-3}{x+2}$.

(A) $D=\mathbb{R}\backslash\{-2\}$. (B) $D=(-\infty;-2)\cup[3;+\infty)$.
(C) $D=(-2;3)$. (D) $D=(-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$.

Câu 17. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x-5\log_2 x+4\geq 0$.

(A) $S=(-\infty;2]\cup[16;+\infty)$. (B) $S=[2;16]$.
(C) $S=(0;2]\cup[16;+\infty)$. (D) $S=(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$.

Câu 18. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

(A) 4 mặt phẳng. (B) 3 mặt phẳng. (C) 6 mặt phẳng. (D) 9 mặt phẳng.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;1)$ và vuông góc đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$?

(A) $3x-2y+z+12=0$. (B) $3x+2y+z-8=0$.
(C) $3x-2y+z-12=0$. (D) $x-2y+3z+3=0$.

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+3y-z+5=0$?

(A) $\begin{cases} x=1+3t \\ y=3t \\ z=1-t. \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x=1+t \\ y=3t \\ z=1-t. \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+3t \\ z=1-t. \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x=1+3t \\ y=3t \\ z=1+t. \end{cases}$

Câu 21. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

(A) $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. (B) $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. (C) $V=\dfrac{a^3\sqrt{14}}{2}$. (D) $V=\dfrac{a^3\sqrt{14}}{6}$.

Câu 22. Phương trình nào dưới đây nhận hai số phức $1+\sqrt{2}i$ và $1-\sqrt{2}i$ là nghiệm?

(A) $z^2+2z+3=0$. (B) $z^2-2z-3=0$. (C) $z^2-2z+3=0$. (D) $z^2+2z-3=0$.

Câu 23. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^3-7x^2+11x-2$ trên đoạn $[0;2]$.

(A) $m=11$. (B) $m=0$. (C) $m=-2$. (D) $m=3$.

Câu 24. Tìm tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{3}}$.

(A) $D=(-\infty;1)$. (B) $D=(1;+\infty)$. (C) $D=\mathbb{R}$. (D) $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 25. Cho $\displaystyle\int_0^6 f(x)\,\mathrm{d}x=12$. Tính $I=\displaystyle\int_0^2 f(3x)\,\mathrm{d}x$.

(A) $I=6$. (B) $I=36$. (C) $I=2$. (D) $I=4$.

Câu 26. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

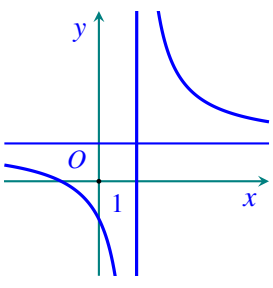
(A) $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. (B) $R=a$. (C) $R=2\sqrt{3}a$. (D) $R=a\sqrt{3}$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ thỏa $f'(x)=3-5\sin x$ và $f(0)=10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $f(x)=3x+5\cos x+5$. (B) $f(x)=3x+5\cos x+2$.
(C) $f(x)=3x-5\cos x+2$. (D) $f(x)=3x-5\cos x+15$.

Câu 28.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



(A) $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.
(B) $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$.
(C) $y'>0,\forall x\neq 1$.
(D) $y'<0,\forall x\neq 1$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu tâm I bán kính IM?

(A) $(x-1)^2+y^2+z^2=13$. (B) $(x+1)^2+y^2+z^2=13$.
(C) $(x-1)^2+y^2+z^2=\sqrt{13}$. (D) $(x+1)^2+y^2+z^2=17$.

Câu 30. Cho số phức $z=1-2i$. Điểm nào dưới đây là biểu diễn của số phức $w=iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

(A) $Q(1;2)$. (B) $N(2;1)$. (C) $M(1;-2)$. (D) $P(-2;1)$.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

(A) $V=\dfrac{\pi a^3}{2}$. (B) $V=\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. (C) $V=\dfrac{\pi a^3}{6}$. (D) $V=\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.

Câu 32. Cho $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\mathrm{e}^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\mathrm{e}^{2x}$.

(A) $\displaystyle\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=-x^2+2x+C$. (B) $\displaystyle\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=-x^2+x+C$.
(C) $\displaystyle\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=x^2-2x+C$. (D) $\displaystyle\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=-2x^2+2x+C$.

Câu 33. Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[2;4]}y=3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $m<-1$. (B) $3<m\le 4$. (C) $m>4$. (D) $1\le m<3$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta':\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M, vuông góc với Δ và Δ'?

(A) $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=1+3t.\end{cases}$ (B) $\begin{cases}x=-t\\y=1+t\\z=3+t.\end{cases}$ (C) $\begin{cases}x=-1-t\\y=1-t\\z=3+t.\end{cases}$ (D) $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=3+t.\end{cases}$

Câu 35. Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

(A) 13 năm. (B) 14 năm. (C) 12 năm. (D) 11 năm.

Câu 36. Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z+1+3i-|z|i=0$. Tính $S=a+3b$.

(A) $S=\dfrac{7}{3}$. (B) $S=-5$. (C) $S=5$. (D) $S=-\dfrac{7}{3}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t,\\z=2\end{cases}$ $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-3z=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P), đồng thời vuông góc với d_2?

(A) $2x-y+2z+22=0$. (B) $2x-y+2z+13=0$.

(C) $2x-y+2z-13=0$. (D) $2x+y+2z-22=0$.

Câu 38. Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

(A) 7. (B) 4. (C) 6. (D) 5.

Câu 39. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x-m\log_3 x+2m-7=0$ có hai nghiệm thực x_1,x_2 thỏa mãn $x_1x_2=81$.

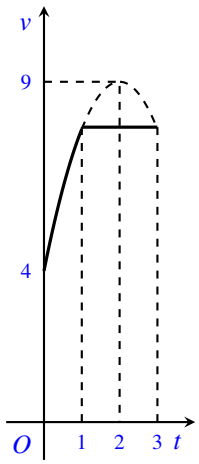
(A) $m=-4$. (B) $m=4$. (C) $m=81$. (D) $m=44$.

Câu 40. Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-9x+1$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB?

(A) $P(1;0)$. (B) $M(0;-1)$. (C) $N(1;-10)$. (D) $Q(-1;10)$.

Câu 41.

Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



(A) $s=23,25$ km. (B) $s=21,58$ km.
(C) $s=15,50$ km. (D) $s=13,83$ km.

Câu 42. Cho $\log_a x=3$, $\log_b x=4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P=\log_{ab} x$.

(A) $P=\dfrac{7}{12}$. (B) $P=\dfrac{1}{12}$. (C) $P=12$. (D) $P=\dfrac{12}{7}$.

Câu 43. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30°. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

(A) $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. (B) $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. (C) $V=\dfrac{2a^3}{3}$. (D) $V=\sqrt{2}a^3$.

Câu 44. Cho tứ diện đều $ABCD$ có các cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D. Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V. Tính V.

(A) $V=\dfrac{7\sqrt{2}a^3}{216}$. (B) $V=\dfrac{11\sqrt{2}a^3}{216}$. (C) $V=\dfrac{13\sqrt{2}a^3}{216}$. (D) $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{18}$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=9$, điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-4=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, thuộc (P) và cắt (S) tại hai điểm A, B sao cho AB nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}(1;a;b)$. Tính $T=a-b$.

(A) $T=-2$. (B) $T=1$. (C) $T=-1$. (D) $T=0$.

Câu 46. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-3i|=5$ và $\dfrac{z}{z-4}$ là số thuần ảo?

(A) 0. (B) Vô số. (C) 1. (D) 2.

Câu 47. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \dfrac{1-xy}{x+2y} = 3xy+x+2y-4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = x+y$.

(A) $P_{\min} = \dfrac{9\sqrt{11}-19}{9}$.
(B) $P_{\min} = \dfrac{9\sqrt{11}+19}{9}$.
(C) $P_{\min} = \dfrac{18\sqrt{11}-29}{21}$.
(D) $P_{\min} = \dfrac{2\sqrt{11}-3}{3}$.

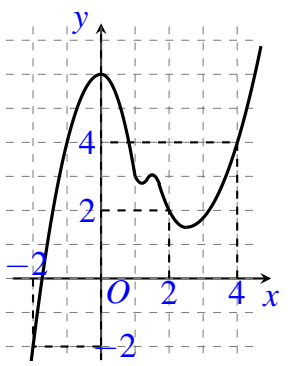
Câu 48. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = mx-m+1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3-3x^2+x+2$ tại ba điểm A, B, C phân biệt sao cho $AB = BC$.

(A) $m \in (-\infty;0] \cup [4;+\infty)$.
(B) $m \in \mathbb{R}$.
(C) $m \in \left[-\dfrac{5}{4};+\infty\right)$.
(D) $m \in (-2;+\infty)$.

Câu 49.

Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $h(x) = 2f(x)-x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $h(4) = h(-2) > h(2)$.
(B) $h(4) = h(-2) < h(2)$.
(C) $h(2) > h(4) > h(-2)$.
(D) $h(2) > h(-2) > h(4)$.



Câu 50. Cho hình nón đỉnh S có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P).

(A) $d = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$.
(B) $d = a$.
(C) $d = \dfrac{\sqrt{5}a}{5}$.
(D) $d = \dfrac{\sqrt{2}a}{2}$.

——HẾT——

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 102
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

(A) $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=-2$.
(B) $y_{CĐ}=2$ và $y_{CT}=0$.
(C) $y_{CĐ}=-2$ và $y_{CT}=2$.
(D) $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=0$.

Câu 2. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{5x-2}$.

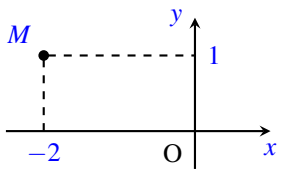
(A) $\displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}x}{5x-2}=\dfrac{1}{5}\ln|5x-2|+C$.
(B) $\displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}x}{5x-2}=-\dfrac{1}{2}\ln(5x-2)+C$.
(C) $\displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}x}{5x-2}=5\ln|5x-2|+C$.
(D) $\displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}x}{5x-2}=\ln|5x-2|+C$.

Câu 3. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

(A) $y=\dfrac{x+1}{x+3}$.
(B) $y=x^3+3x$.
(C) $y=\dfrac{x-1}{x-2}$.
(D) $y=-x^3-3x$.

Câu 4.

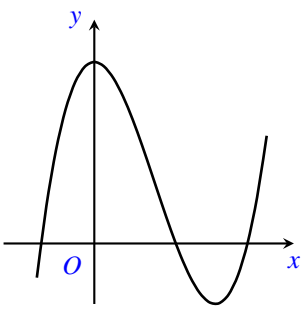
Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình bên?



(A) $z_4=2+i$.
(B) $z_2=1+2i$.
(C) $z_3=-2+i$.
(D) $z_1=1-2i$.

Câu 5.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



(A) $y=x^4-2x^2+1$.
(B) $y=-x^4+2x^2+1$.
(C) $y=-x^3+3x^2+1$.
(D) $y=x^3-3x^2+3$.

Câu 6. Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực dương x,y?

(A) $\log_a\dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$.
(B) $\log_a\dfrac{x}{y}=\log_a x+\log_a y$.

(C) $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a (x-y)$. (D) $\log_a \dfrac{x}{y} = \dfrac{\log_a x}{\log_a y}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA.

(A) $OA = 3$. (B) $OA = 9$. (C) $OA = \sqrt{5}$. (D) $OA = 5$.

Câu 8. Cho hai số phức $z_1 = 4 - 3i$ và $z_2 = 7 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 - z_2$.

(A) $z = 11$. (B) $z = 3 + 6i$. (C) $z = -1 - 10i$. (D) $z = -3 - 6i$.

Câu 9. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(1-x) = 2$.

(A) $x = -4$. (B) $x = -3$. (C) $x = 3$. (D) $x = 5$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz)?

(A) $y = 0$. (B) $x = 0$. (C) $y - z = 0$. (D) $z = 0$.

Câu 11. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số nghịch biến trên $(0;2)$.
(B) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.
(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.
(D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

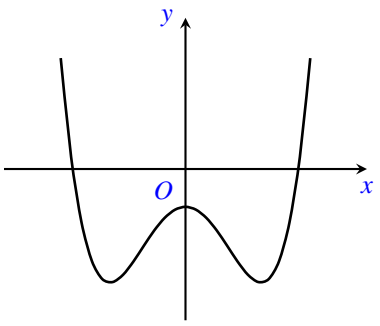
Câu 12. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$. Tính $I = F(\mathrm{e}) - F(1)$.

(A) $I = \mathrm{e}$. (B) $I = \dfrac{1}{\mathrm{e}}$. (C) $I = \dfrac{1}{2}$. (D) $I = 1$.

Câu 13. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} . \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

(A) $P = x^{\frac{1}{8}}$. (B) $P = x^2$. (C) $P = \sqrt{x}$. (D) $P = x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 14.
Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



(A) Phương trình $y' = 0$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.
(B) Phương trình $y' = 0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.
(C) Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm trên tập số thực.
(D) Phương trình $y' = 0$ có đúng một nghiệm thực.

Câu 15. Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1}$.

(A) 3. (B) 1. (C) 0. (D) 2.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

(A) $m > 6$. (B) $m \geq 6$. (C) $m \leq 6$. (D) $m < 6$.

Câu 17. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $3z^2 - z + 1 = 0$. Tính $P = |z_1| + |z_2|$.

(A) $P = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$. (B) $P = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. (C) $P = \dfrac{2}{3}$. (D) $P = \dfrac{\sqrt{14}}{3}$.

Câu 18. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

(A) $V=a^3$. (B) $V=\dfrac{a^3}{3}$. (C) $V=\dfrac{a^3}{6}$. (D) $V=\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 19. Cho khối nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và chiều cao $h=4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

(A) $V=\dfrac{16\pi\sqrt{3}}{3}$. (B) $V=4\pi$. (C) $V=16\pi\sqrt{3}$. (D) $V=12\pi$.

Câu 20. Cho hình phẳng $\mathscr{D}$ giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay $\mathscr{D}$ quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

(A) $V=2(\pi+1)$. (B) $V=2\pi(\pi+1)$. (C) $V=2\pi^2$. (D) $V=2\pi$.

Câu 21. Cho $\displaystyle\int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x=2$ và $\displaystyle\int_{-1}^{2} g(x)\,\mathrm{d}x=-1$. Tính $I=\displaystyle\int_{-1}^{2}[x+2f(x)-3g(x)]\,\mathrm{d}x$.

(A) $I=\dfrac{5}{2}$. (B) $I=\dfrac{7}{2}$. (C) $I=\dfrac{17}{2}$. (D) $I=\dfrac{11}{2}$.

Câu 22. Cho mặt cầu bán kính R ngoại tiếp một hình lập phương cạnh a. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a=2\sqrt{3}R$. (B) $a=\dfrac{\sqrt{3}R}{3}$. (C) $a=2R$. (D) $a=\dfrac{2\sqrt{3}R}{3}$.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;0;1)$ và $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

(A) $\begin{cases} x=-2t \\ y=-1+t \\ z=3+t. \end{cases}$ (B) $x-2y+z=0$.

(C) $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. (D) $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 24. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$.

(A) $M=9$. (B) $M=8\sqrt{3}$. (C) $M=1$. (D) $M=6$.

Câu 25. Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

(A) Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.
(B) Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.
(C) Hai khối chóp tam giác.
(D) Hai khối chóp tứ giác.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB?

(A) $3x-y-z=0$. (B) $3x+y+z-6=0$.
(C) $3x-y-z+1=0$. (D) $6x-2y-2z-1=0$.

Câu 27. Cho số phức $z=1-i+i^3$. Tìm phần thực a và phần ảo b của z.

(A) $a=0, b=1$. (B) $a=-2, b=1$. (C) $a=1, b=0$. (D) $a=1, b=-2$.

Câu 28. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$.

(A) $y'=\dfrac{1}{(2x+1)\ln 2}$. (B) $y'=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$. (C) $y'=\dfrac{2}{2x+1}$. (D) $y'=\dfrac{1}{2x+1}$.

Câu 29. Cho $\log_a b=2$ và $\log_a c=3$. Tính $P=\log_a\left(b^2c^3\right)$.

(A) $P=31$. (B) $P=13$. (C) $P=30$. (D) $P=108$.

Câu 30. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1)+\log_{\frac{1}{2}}(x+1)=1$.

(A) $S=\left\{2+\sqrt{5}\right\}$. (B) $S=\left\{2-\sqrt{5};2+\sqrt{5}\right\}$.

(C) $S=\{3\}$. (D) $S=\left\{\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}\right\}$.

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x-2^{x+1}+m=0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

(A) $m\in(-\infty;1)$. (B) $m\in(0;+\infty)$. (C) $m\in(0;1]$. (D) $m\in(0;1)$.

Câu 32. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

(A) $m=1$. (B) $m=-1$. (C) $m=5$. (D) $m=-7$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=2$ và hai đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$, $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S), song song với d và Δ?

(A) $x+z+1=0$. (B) $x+y+1=0$. (C) $y+z+3=0$. (D) $x+z-1=0$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0$, $(Q):x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

(A) $\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=-3-t.\end{cases}$ (B) $\begin{cases}x=1\\y=-2\\z=3-2t.\end{cases}$ (C) $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2\\z=3+2t.\end{cases}$ (D) $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=3-t.\end{cases}$

Câu 35. Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[1;2]}y+\max\limits_{[1;2]}y=\dfrac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $m\le 0$. (B) $m>4$. (C) $0<m\le 2$. (D) $2<m\le 4$.

Câu 36. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

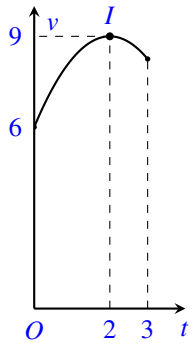
(A) $V=\dfrac{a^3}{3}$. (B) $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. (C) $V=a^3$. (D) $V=3a^3$.

Câu 37. Cho x,y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2+9y^2=6xy$. Tính $M=\dfrac{1+\log_{12}x+\log_{12}y}{2\log_{12}(x+3y)}$.

(A) $M=\dfrac{1}{4}$. (B) $M=1$. (C) $M=\dfrac{1}{2}$. (D) $M=\dfrac{1}{3}$.

Câu 38.

Một vật chuyển động trong 3 giờ đầu với vận tốc $v\,(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t\,(\text{h})$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



(A) $s=24,25\,\text{km}$. (B) $s=26,75\,\text{km}$.
(C) $s=24,75\,\text{km}$. (D) $s=25,25\,\text{km}$.

Câu 39. Cho số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z+2+i=|z|$. Tính $S=4a+b$.

(A) $S=4$. (B) $S=2$. (C) $S=-2$. (D) $S=-4$.

Câu 40. Cho $F(x)=(x-1)\mathrm{e}^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\mathrm{e}^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\mathrm{e}^{2x}$.

(A) $\displaystyle\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=(4-2x)\mathrm{e}^x+C$. (B) $\displaystyle\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=\frac{2-x}{2}\mathrm{e}^x+C$.
(C) $\displaystyle\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=(2-x)\mathrm{e}^x+C$. (D) $\displaystyle\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=(x-2)\mathrm{e}^x+C$.

Câu 41. Đầu năm 2016, ông A thành lập một công ty. Tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong năm 2016 là 1 tỷ đồng. Biết rằng cứ sau mỗi năm thì tổng số tiền dùng để trả lương cho nhân viên trong năm đó tăng thêm 15% so với năm trước. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên mà tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm lớn hơn 2 tỷ đồng?

(A) Năm 2023. (B) Năm 2022. (C) Năm 2021. (D) Năm 2020.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

(A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 5.

Câu 43. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $3a$. Hình nón (N) có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của (N).

(A) $S_{\text{xq}}=6\pi a^2$. (B) $S_{\text{xq}}=3\sqrt{3}\pi a^2$. (C) $S_{\text{xq}}=12\pi a^2$. (D) $S_{\text{xq}}=6\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 44. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+2-i|=2\sqrt{2}$ và $(z-1)^2$ là số thuần ảo?

(A) 0. (B) 4. (C) 3. (D) 2.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=-mx$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-m+2$ tại ba điểm phân biệt A,B,C sao cho $AB=BC$.

(A) $m\in(-\infty;3)$. (B) $m\in(-\infty;-1)$. (C) $m\in(-\infty;+\infty)$. (D) $m\in(1;+\infty)$.

Câu 46. Xét các số thực dương a,b thỏa mãn $\log_2\dfrac{1-ab}{a+b}=2ab+a+b-3$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P=a+2b$.

(A) $P_{\min}=\dfrac{2\sqrt{10}-3}{2}$. (B) $P_{\min}=\dfrac{3\sqrt{10}-7}{2}$. (C) $P_{\min}=\dfrac{2\sqrt{10}-1}{2}$. (D) $P_{\min}=\dfrac{2\sqrt{10}-5}{2}$.

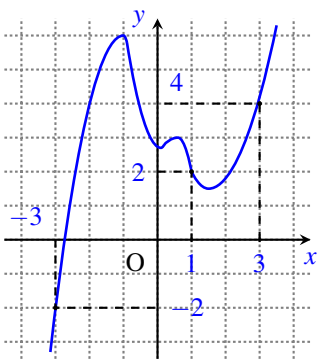
Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;6;2)$, $B(2;-2;0)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z=0$. Xét đường thẳng d thay đổi thuộc (P) và đi qua B, gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d. Biết rằng khi d thay đổi thì H thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

(A) $R=\sqrt{6}$. (B) $R=2$. (C) $R=1$. (D) $R=\sqrt{3}$.

Câu 48.

Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x)=2f(x)-(x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $g(-3)>g(3)>g(1)$. (B) $g(1)>g(-3)>g(3)$.
(C) $g(3)>g(-3)>g(1)$. (D) $g(1)>g(3)>g(-3)$.



Câu 49. Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB=x$ và các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

(A) $x=\sqrt{6}$. (B) $x=\sqrt{14}$. (C) $x=3\sqrt{2}$. (D) $x=2\sqrt{3}$.

Câu 50. Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 4, hình trụ (H) có chiều cao bằng 4 và hai đường tròn đáy nằm trên (S). Gọi V_1 là thể tích của khối trụ (H) và V_2 là thể tích của khối cầu (S). Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

(A) $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{9}{16}$. (B) $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{3}$. (C) $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{3}{16}$. (D) $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{2}{3}$.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.	24.
25.	26.	27.	28.	29.	30.	31.	32.	33.	34.	35.	36.
37.	38.	39.	40.	41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.
49.	50.										

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 103
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Cho hàm số $y=(x-2)(x^2+1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) (C) cắt trục hoành tại hai điểm.
(B) (C) cắt trục hoành tại một điểm.
(C) (C) không cắt trục hoành.
(D) (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-6=0$. Điểm nào dưới đây **không**thuộc (α)?

(A) $N(2;2;2)$. (B) $Q(3;3;0)$. (C) $P(1;2;3)$. (D) $M(1;-1;1)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+1$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.
(B) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.
(C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.
(D) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 4. Tìm nghiệm của phương trình $\log_{25}(x+1)=\dfrac{1}{2}$.

(A) $x=-6$. (B) $x=6$. (C) $x=4$. (D) $x=\dfrac{23}{2}$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$	4	$\searrow$	5	$\nearrow$	2
	2						

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số có bốn điểm cực trị.
(B) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.
(C) Hàm số không có cực đại.
(D) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-5$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. Tính bán kính R của (S).

(A) $R=3$. (B) $R=18$. (C) $R=9$. (D) $R=6$.

Câu 7. Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=-2-5i$. Tìm phần ảo b của số phức $z=z_1-z_2$.

(A) $b=-2$. (B) $b=2$. (C) $b=3$. (D) $b=-3$.

Câu 8. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\sin x$.

(A) $\int 2\sin x\,dx=2\cos x+C$.
(B) $\int 2\sin x\,dx=\sin^2 x+C$.
(C) $\int 2\sin x\,dx=\sin 2x+C$.
(D) $\int 2\sin x\,dx=-2\cos x+C$.

Câu 9. Cho số phức $z=2-3i$. Tìm phần thực a của z.

(A) $a=2$. (B) $a=3$. (C) $a=-3$. (D) $a=-2$.

Câu 10. Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I=\log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a^2}{4}\right)$.

(A) $I=\frac{1}{2}$. (B) $I=2$. (C) $I=-\frac{1}{2}$. (D) $I=-2$.

Câu 11. Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+1)-\log_3(x-1)=1$.

(A) $S=\{4\}$. (B) $S=\{3\}$. (C) $S=\{-2\}$. (D) $S=\{1\}$.

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C, AB vuông góc với mặt phẳng (BCD), $AB=5a$, $BC=3a$ và $CD=4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

(A) $R=\frac{5a\sqrt{2}}{3}$. (B) $R=\frac{5a\sqrt{3}}{3}$. (C) $R=\frac{5a\sqrt{2}}{2}$. (D) $R=\frac{5a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 13. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x+2x$ thỏa mãn $F(0)=\frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

(A) $F(x)=\mathrm{e}^x+x^2+\frac{3}{2}$. (B) $F(x)=2\mathrm{e}^x+x^2-\frac{1}{2}$.
(C) $F(x)=\mathrm{e}^x+x^2+\frac{5}{2}$. (D) $F(x)=\mathrm{e}^x+x^2+\frac{1}{2}$.

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị thực x, y sao cho $x^2-1+yi=-1+2i$.

(A) $x=-\sqrt{2}$, $y=2$. (B) $x=\sqrt{2}$, $y=2$. (C) $x=0$, $y=2$. (D) $x=\sqrt{2}$, $y=-2$.

Câu 15. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-2;3]$.

(A) $m=\frac{51}{4}$. (B) $m=\frac{49}{4}$. (C) $m=13$. (D) $m=\frac{51}{2}$.

Câu 16. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA=4$, $AB=6$, $BC=10$ và $CA=8$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

(A) $V=40$. (B) $V=192$. (C) $V=32$. (D) $V=24$.

Câu 17. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+6=0$. Tính $P=\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}$.

(A) $P=\frac{1}{6}$. (B) $P=\frac{1}{12}$. (C) $P=-\frac{1}{6}$. (D) $P=6$.

Câu 18. Cho $\int\limits_0^1\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)\mathrm{d}x=a\ln 2+b\ln 3$ với a,b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a+b=2$. (B) $a-2b=0$. (C) $a+b=-2$. (D) $a+2b=0$.

Câu 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$, $B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB và song song với d?

(A) $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{2}$.
(B) $\frac{x}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+2}{2}$.
(C) $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{2}$.
(D) $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{2}$.

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x-y+2z+4=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α)

(A) $3x+y-2z-14=0$.
(B) $3x-y+2z+6=0$.
(C) $3x-y+2z-6=0$.
(D) $3x-y-2z+6=0$.

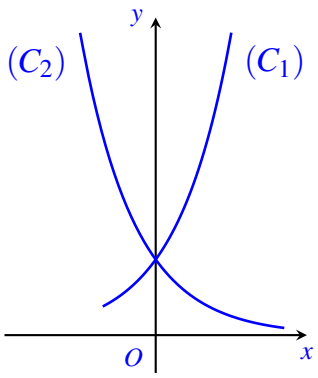
Câu 21. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

(A) $V=\frac{\pi e^2}{2}$. (B) $V=\frac{\pi\left(e^2+1\right)}{2}$. (C) $V=\frac{e^2-1}{2}$. (D) $V=\frac{\pi\left(e^2-1\right)}{2}$.

Câu 22. Cho hai hàm số $y=a^x$, $y=b^x$

với a,b là hai số thực dương khác 1, lần lượt có đồ thị là (C_1) và (C_2) như hình bên.Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $0<a<b<1$.
(B) $0<b<1<a$.
(C) $0<a<1<b$.
(D) $0<b<a<1$.



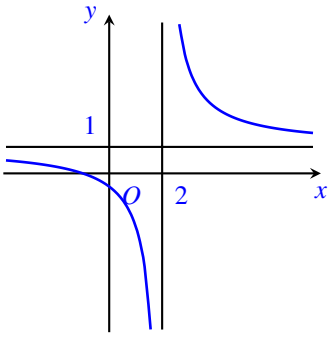
Câu 23. Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

(A) 4 mặt phẳng. (B) 1 mặt phẳng. (C) 2 mặt phẳng. (D) 3 mặt phẳng.

Câu 24. Đường cong ở hình bên

là đồ thị của hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$
với a,b,c,d là các số thực.
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $y'<0,\forall x\neq 2$.
(B) $y'<0,\forall x\neq 1$.
(C) $y'>0,\forall x\neq 2$.
(D) $y'>0,\forall x\neq 1$.



Câu 25. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

(A) $r=\frac{5\sqrt{2\pi}}{2}$. (B) $r=5$. (C) $r=5\sqrt{\pi}$. (D) $r=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(2;1;0)$ và $\vec{b}=(-1;0;-2)$. Tính $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$.

(A) $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{2}{25}$. (B) $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=-\frac{2}{5}$.

(C) $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=-\dfrac{2}{25}$. (D) $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{2}{5}$.

Câu 27. Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

(A) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. (B) $y=\dfrac{1}{x^2+x+1}$. (C) $y=\dfrac{1}{x^4+1}$. (D) $y=\dfrac{1}{x^2+1}$.

Câu 28. Cho $\log_3 a=2$ và $\log_2 b=\dfrac{1}{2}$. Tính $I=2\log_3\left[\log_3(3a)\right]+\log_{\frac{1}{4}} b^2$.

(A) $I=\dfrac{5}{4}$. (B) $I=4$. (C) $I=0$. (D) $I=\dfrac{3}{2}$.

Câu 29. Rút gọn biểu thức $Q=b^{\frac{5}{3}}:\sqrt[3]{b}$ với $b>0$.

(A) $Q=b^2$. (B) $Q=b^{\frac{5}{9}}$. (C) $Q=b^{-\frac{4}{3}}$. (D) $Q=b^{\frac{4}{3}}$.

Câu 30. Cho hàm số $y=x^4-2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.
(B) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.
(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.
(D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 31. Cho hàm số $y=\dfrac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

(A) 5. (B) 4. (C) Vô số. (D) 3.

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\log\left(x^2-2x-m+1\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

(A) $m\geq 0$. (B) $m<0$. (C) $m\leq 2$. (D) $m>2$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P):2x-2y-z-4=0$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với (P) tại điểm H. Tìm tọa độ điểm H.

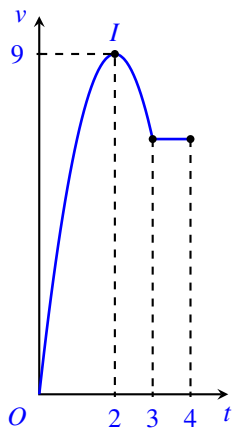
(A) $H(-1;4;4)$. (B) $H(-3;0;-2)$. (C) $H(3;0;2)$. (D) $H(1;-1;0)$.

Câu 34. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

(A) $V=\dfrac{a^3}{2}$. (B) $V=a^3$. (C) $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{9}$. (D) $V=\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 35. Một vật chuyển động trong 4 giờ

với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó.



(A) $s = 26,5$ km. (B) $s = 28,5$ km. (C) $s = 27$ km. (D) $s = 24$ km.

Câu 36 (2H3K3). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2+3t \\ y = -3+t \\ z = 4-2t \end{cases}$ và $d': \dfrac{x-4}{3} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó?

(A) $\dfrac{x-3}{3} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-2}{-2}$. (B) $\dfrac{x+3}{3} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z+2}{-2}$.
(C) $\dfrac{x+3}{3} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+2}{-2}$. (D) $\dfrac{x-3}{3} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-2}{-2}$.

Câu 37. Cho $F(x) = -\dfrac{1}{3x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số $\dfrac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

(A) $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x = \dfrac{\ln x}{x^3} + \dfrac{1}{5x^5} + C$. (B) $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x = \dfrac{\ln x}{x^3} - \dfrac{1}{5x^5} + C$.
(C) $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x = \dfrac{\ln x}{x^3} + \dfrac{1}{3x^3} + C$. (D) $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x = -\dfrac{\ln x}{x^3} + \dfrac{1}{3x^3} + C$.

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn $|z+3| = 5$ và $|z-2i| = |z-2-2i|$. Tính $|z|$.

(A) $|z| = 17$. (B) $|z| = \sqrt{17}$. (C) $|z| = \sqrt{10}$. (D) $|z| = 10$.

Câu 39. Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ có hai điểm cực trị A và B. Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

(A) $S = 9$. (B) $S = \dfrac{10}{3}$. (C) $S = 5$. (D) $S = 10$.

Câu 40. Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = a$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC.

(A) $V = \dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. (B) $V = \sqrt{3}\pi a^3$. (C) $V = \dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. (D) $V = \pi a^3$.

Câu 41. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\dfrac{1}{2}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

(A) 24 m/s. (B) 108 m/s. (C) 18 m/s. (D) 64 m/s.

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2 x + 3m - 2 < 0$ có nghiệm thực.

(A) $m < 1$. (B) $m < \frac{2}{3}$. (C) $m < 0$. (D) $m \le 1$.

Câu 43. Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$. (B) $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$.
(C) $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$. (D) $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$.

Câu 44. Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC). Tính $\cos\alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

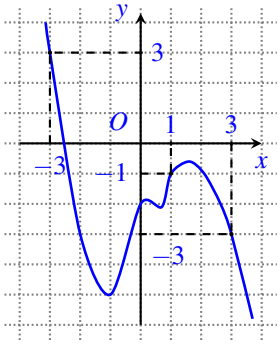
(A) $\cos\alpha = \frac{1}{3}$. (B) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. (D) $\cos\alpha = \frac{2}{3}$.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

(A) $m > 0$. (B) $m < 1$. (C) $0 < m < \sqrt[3]{4}$. (D) $0 < m < 1$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$.

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.
Đặt $g(x) = 2f(x) + x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



(A) $g(3) < g(-3) < g(1)$. (B) $g(1) < g(3) < g(-3)$.
(C) $g(1) < g(-3) < g(3)$. (D) $g(-3) < g(3) < g(1)$.

Câu 47. Cho hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy một góc $60°$. Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) được thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Tính thể tích V của khối nón giới hạn bởi (N).

(A) $V = 9\sqrt{3}\pi$. (B) $V = 9\pi$. (C) $V = 3\sqrt{3}\pi$. (D) $V = 3\pi$.

Câu 48. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 3i| = \sqrt{13}$ và $\frac{z}{z+2}$ là số thuần ảo?

(A) Vô số. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;6)$, $B(0;1;0)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 2 = 0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

(A) $T = 3$. (B) $T = 5$. (C) $T = 2$. (D) $T = 4$.

Câu 50. Xét hàm số $f(t) = \frac{9^t}{9^t + m^2}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị

của m sao cho $f(x)+f(y)=1$ với mọi số thực x, y thỏa mãn $e^{x+y}\le e(x+y)$. Tìm số phần tử của S.

(A) 0. (B) 1. (C) Vô số. (D) 2.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.	24.
25.	26.	27.	28.	29.	30.	31.	32.	33.	34.	35.	36.
37.	38.	39.	40.	41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.
49.	50.										

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 104
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.
(B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.
(C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.
(D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+(y+2)^2+(z-2)^2=8$. Tìm bán kính R của (S).

(A) $R=8$. (B) $R=4$. (C) $R=2\sqrt{2}$. (D) $R=64$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng AB?

(A) $\vec{b}=(-1;0;2)$. (B) $\vec{c}=(1;2;2)$. (C) $\vec{d}=(-1;1;2)$. (D) $\vec{a}=(-1;0;-2)$.

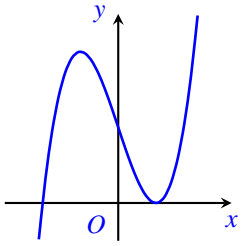
Câu 4. Cho số phức $z=2+i$. Tính $|z|$.

(A) $|z|=3$. (B) $|z|=5$. (C) $|z|=2$. (D) $|z|=\sqrt{5}$.

Câu 5. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5)=4$.

(A) $x=21$. (B) $x=3$. (C) $x=11$. (D) $x=13$.

Câu 6. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



(A) $y=x^3-3x+2$. (B) $y=x^4-x^2+1$.
(C) $y=x^4+x^2+1$. (D) $y=-x^3+3x+2$.

Câu 7. Hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

(A) 3. (B) 0. (C) 2. (D) 1.

Câu 8. Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\log_2 a=\log_a 2$. (B) $\log_2 a=\dfrac{1}{\log_2 a}$. (C) $\log_2 a=\dfrac{1}{\log_a 2}$. (D) $\log_2 a=-\log_a 2$.

Câu 9. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=7^x$.

(A) $\int 7^x\,\mathrm{d}x=7^x\ln 7+C$. (B) $\int 7^x\,\mathrm{d}x=\dfrac{7^x}{\ln 7}+C$.

(C) $\int 7^x\,\mathrm{d}x=7^{x+1}+C$. (D) $\int 7^x\,\mathrm{d}x=\dfrac{7^{x+1}}{x+1}+C$.

Câu 10. Tìm số phức z thỏa mãn $z+2-3i=3-2i$.

(A) $z=1-5i$. (B) $z=1+i$. (C) $z=5-5i$. (D) $z=1-i$.

Câu 11. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(x^2-x-2\right)^{-3}$.

(A) $D=\mathbb{R}$. (B) $D=(0;+\infty)$.

(C) $D=(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$. (D) $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N.

(A) $m=-6$. (B) $m=0$. (C) $m=-4$. (D) $m=2$.

Câu 13. Cho số phức $z_1=1-2i$, $z_2=-3+i$. Tìm điểm biểu diễn số phức $z=z_1+z_2$ trên mặt phẳng tọa độ.

(A) $N(4;-3)$. (B) $M(2;-5)$. (C) $P(-2;-1)$. (D) $Q(-1;7)$.

Câu 14. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{x^2+1}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

(A) $V=\dfrac{4\pi}{3}$. (B) $V=2\pi$. (C) $V=\dfrac{4}{3}$. (D) $V=2$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy. Véctơ nào dưới đây là véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

(A) $\overrightarrow{u_2}=(1;2;0)$. (B) $\overrightarrow{u_3}=(1;0;0)$. (C) $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0)$. (D) $\overrightarrow{u_1}=(0;2;0)$.

Câu 16. Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có bao nhiêu tiệm cận?

(A) 0. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

Câu 17. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+4=0$. Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Tính $T=OM+ON$ với O là gốc tọa độ.

(A) $T=2\sqrt{2}$. (B) $T=2$. (C) $T=8$. (D) $T=4$.

Câu 18. Cho hình nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho.

(A) $S_{xq}=12\pi$. (B) $S_{xq}=4\sqrt{3}\pi$. (C) $S_{xq}=\sqrt{39}\pi$. (D) $S_{xq}=8\sqrt{3}\pi$.

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $3^x=m$ có nghiệm thực.

(A) $m\geq 1$. (B) $m\geq 0$. (C) $m>0$. (D) $m\neq 0$.

Câu 20. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^2+\dfrac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

(A) $m=\dfrac{17}{4}$. (B) $m=10$. (C) $m=5$. (D) $m=3$.

Câu 21. Cho hàm số $y=\sqrt{2x^2+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.
(B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.
(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.
(D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2;3)$?

(A) $x-2y+3z-12=0$.
(B) $x-2y-3z+6=0$.
(C) $x-2y+3z+12=0$.
(D) $x-2y-3z-6=0$.

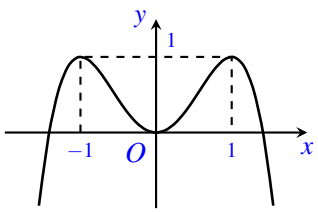
Câu 23. Cho hình bát diện đều cạnh a. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $S=4\sqrt{3}a^2$.
(B) $S=\sqrt{3}a^2$.
(C) $S=2\sqrt{3}a^2$.
(D) $S=8a^2$.

Câu 24. Cho hàm số $y=-x^4+2x^2$

có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

(A) $m>0$.
(B) $0\le m\le 1$.
(C) $0<m<1$.
(D) $m<1$.



Câu 25. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x=5$. Tính $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}[f(x)+2\sin x]\,\mathrm{d}x$.

(A) 7.
(B) $5+\dfrac{\pi}{2}$.
(C) 3.
(D) $5+\pi$.

Câu 26. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\log_3(x^2-4x+3)$.

(A) $\mathscr{D}=(2-\sqrt{2};1)\cup(3;2+\sqrt{2})$.
(B) $\mathscr{D}=(1;3)$.
(C) $\mathscr{D}=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.
(D) $\mathscr{D}=(-\infty;2-\sqrt{2})\cup(2+\sqrt{2};+\infty)$.

Câu 27. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

(A) $V=\dfrac{\sqrt{13}a^3}{12}$.
(B) $V=\dfrac{\sqrt{11}a^3}{12}$.
(C) $V=\dfrac{\sqrt{11}a^3}{6}$.
(D) $V=\dfrac{\sqrt{11}a^3}{4}$.

Câu 28. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin x+\cos x$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=2$.

(A) $F(x)=\cos x-\sin x+3$.
(B) $F(x)=-\cos x+\sin x+3$.
(C) $F(x)=-\cos x+\sin x-1$.
(D) $F(x)=-\cos x+\sin x+1$.

Câu 29. Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x=5\log_2 a+3\log_2 b$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $x=3a+5b$.
(B) $x=5a+3b$.
(C) $x=a^5+b^3$.
(D) $x=a^5b^3$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=3a$, $BC=4a$, $SA=12a$ và SA vuông góc với đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

(A) $R=\dfrac{5a}{2}$.
(B) $R=\dfrac{17a}{2}$.
(C) $R=\dfrac{13a}{2}$.
(D) $R=6a$.

Câu 31. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x-2.3^{x+1}+m=0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=1$.

(A) $m=6$. (B) $m=-3$. (C) $m=3$. (D) $m=1$.

Câu 32. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD=8$, $CD=6$, $AC'=12$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

(A) $S_{tp}=576\pi$. (B) $S_{tp}=10(2\sqrt{11}+5)\pi$.
(C) $S_{tp}=26\pi$. (D) $S_{tp}=5(4\sqrt{11}+5)\pi$.

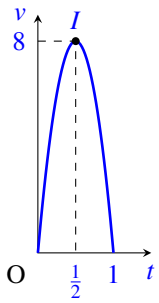
Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$, $B(-1;2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a;b;c)$ thuộc d sao cho $MA^2+MB^2=28$, biết $c<0$.

(A) $M(-1;0;-3)$. (B) $M(2;3;3)$.
(C) $M\left(\dfrac{1}{6};\dfrac{7}{6};-\dfrac{2}{3}\right)$. (D) $M\left(-\dfrac{1}{6};-\dfrac{7}{6};-\dfrac{2}{3}\right)$.

Câu 34. Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\dfrac{1}{3}t^3+6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

(A) 144 m/s. (B) 36 m/s. (C) 243 m/s. (D) 27 m/s.

Câu 35. Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t(h) có đồ thị là một phần của đường parabol với đỉnh $I\left(\dfrac{1}{2};8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng s đường người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi bắt đầu chạy.



(A) $s=4,0$ km. (B) $s=2,3$ km. (C) $s=4,5$ km. (D) $s=5,3$ km.

Câu 36. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=5$ và $|z+3|=|z+3-10i|$. Tìm số phức $w=z-4+3i$.

(A) $w=-3+8i$. (B) $w=1+3i$. (C) $w=-1+7i$. (D) $w=-4+8i$.

Câu 37. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d:y=(2m-1)x+3+m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$.

(A) $m=\dfrac{3}{2}$. (B) $m=\dfrac{3}{4}$. (C) $m=-\dfrac{1}{2}$. (D) $m=\dfrac{1}{4}$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha):2x+3y-z+2=0$?

(A) $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-10=0$. (B) $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0$.
(C) $x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z+2=0$. (D) $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-2=0$.

Câu 39. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB=AC=a$, $\widehat{BAC}=120^\circ$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60°.Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

(A) $V=\dfrac{3a^3}{8}$. (B) $V=\dfrac{9a^3}{8}$. (C) $V=\dfrac{a^3}{8}$. (D) $V=\dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 40. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\ln(x^2-2x+m+1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

(A) $m=0$. (B) $0<m<3$.
(C) $m<-1$ hoặc $m>0$. (D) $m>0$.

Câu 41. Cho hàm số $y=\dfrac{mx+4m}{x+m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyêncủa m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

(A) 5. (B) 4. (C) Vô số. (D) 3.

Câu 42. Cho $F(x)=\dfrac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\dfrac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

(A) $\int f'(x)\ln x\,dx=-\left(\dfrac{\ln x}{x^2}+\dfrac{1}{2x^2}\right)+C$. (B) $\int f'(x)\ln x\,dx=\dfrac{\ln x}{x^2}+\dfrac{1}{x^2}+C$.
(C) $\int f'(x)\ln x\,dx=-\left(\dfrac{\ln x}{x^2}+\dfrac{1}{x^2}\right)+C$. (D) $\int f'(x)\ln x\,dx=\dfrac{\ln x}{x^2}+\dfrac{1}{2x^2}+C$.

Câu 43. Với các số thực dương x,y tùy ý, đặt $\log_3 x=\alpha,\log_3 y=\beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=9\left(\dfrac{\alpha}{2}-\beta\right)$. (B) $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\dfrac{\alpha}{2}+\beta$.
(C) $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=9\left(\dfrac{\alpha}{2}+\beta\right)$. (D) $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\dfrac{\alpha}{2}-\beta$.

Câu 44. Cho mặt cầu (S) tâm O, bán kính $R=3$. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng bằng 1 và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm (H). Gọi T là giao điểm của tia HO với (S), tính thể tích V của khối nón có đỉnh T và đáy là hình tròn (C).

(A) $V=\dfrac{32\pi}{3}$. (B) $V=16\pi$. (C) $V=\dfrac{16\pi}{3}$. (D) $V=32\pi$.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^3$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 4 với O là gốc tọa độ.

(A) $m=-\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}};m=\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}$. (B) $m=-1;m=1$.
(C) $m=1$. (D) $m\neq 0$.

Câu 46. Xét các số nguyên dương a,b sao cho phương trình $a\ln^2 x+b\ln x+5=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 và phương trình $5\log^2 x+b\log x+a=0$ có hai nghiệm phân biệt x_3,x_4 thỏa mãn $x_1x_2>x_3x_4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $S_{\min}$ của $S=2a+3b$.

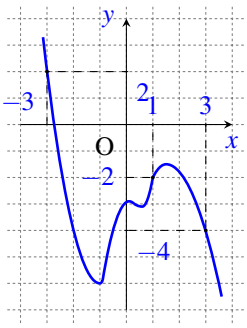
(A) $S_{\min}=30$. (B) $S_{\min}=25$. (C) $S_{\min}=33$. (D) $S_{\min}=17$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0),B(0;-2;0)$ và $C(0;0;-2)$. Gọi D là điểm khác O sao cho DA,DB,DC đôi một vuông góc với nhau và $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.Tính $S=a+b+c$.

(A) $S=-4$. (B) $S=-1$. (C) $S=-2$. (D) $S=-3$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$.

Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên.
Đặt $g(x)=2f(x)+(x+1)^2$.
Mệnh đề nào dưới đây đúng?



(A) $g(1)<g(3)<g(-3)$.
(B) $g(1)<g(-3)<g(3)$.
(C) $g(3)=g(-3)<g(1)$.
(D) $g(3)=g(-3)>g(1)$.

Câu 49. Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

(A) $V=144$.
(B) $V=576$.
(C) $V=576\sqrt{2}$.
(D) $V=144\sqrt{6}$.

Câu 50. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z.\bar{z}$ và $\left|z-\sqrt{3}+i\right|=m$. Tìm số phần tử của S.

(A) 2.
(B) 4.
(C) 1.
(D) 3.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.	24.
25.	26.	27.	28.	29.	30.	31.	32.	33.	34.	35.	36.
37.	38.	39.	40.	41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.
49.	50.										

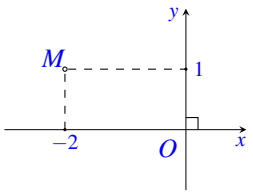
BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THAM KHẢO

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017
Môn: TOÁN, ĐỀ THAM KHẢO
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1.

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức



(A) $z=-2+i$. (B) $z=1-2i$. (C) $z=2+i$. (D) $z=1+2i$.

Câu 2. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+3}$ bằng

(A) $-\dfrac{2}{3}$. (B) 1. (C) 2. (D) -3.

Câu 3. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

(A) A_{10}^{8}. (B) A_{10}^{2}. (C) C_{10}^{2}. (D) 10^2.

Câu 4. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

(A) $V=\dfrac{1}{3}Bh$. (B) $V=\dfrac{1}{6}Bh$. (C) $V=Bh$. (D) $V=\dfrac{1}{2}Bh$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		-2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	∞

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-2;0)$. (B) $(-\infty;-2)$. (C) $(0;2)$. (D) $(0;+\infty)$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

(A) $V=\pi\displaystyle\int_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$. (B) $V=2\pi\displaystyle\int_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$.

(C) $V=\pi^2\displaystyle\int_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$. (D) $V=\pi^2\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

(A) $x=1$. (B) $x=0$. (C) $x=5$. (D) $x=2$.

Câu 8. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\log(3a)=3\log a$. (B) $\log(a^3)=\dfrac{1}{3}\log a$. (C) $\log(a^3)=3\log a$. (D) $\log(3a)=\dfrac{1}{3}\log a$.

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+1$ là

(A) x^3+C. (B) $\dfrac{x^3}{3}+x+C$. (C) $6x+C$. (D) x^3+x+C.

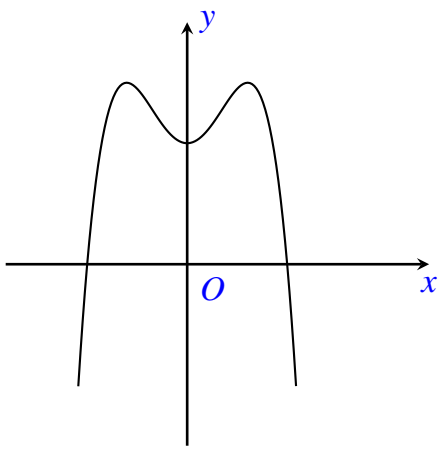
Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

(A) $M(3;0;0)$. (B) $N(0;-1;1)$. (C) $P(0;-1;0)$. (D) $Q(0;0;1)$.

Câu 11.

Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y=-x^4+2x^2+2$. (B) $y=x^4-2x^2+2$.
(C) $y=x^3-3x^2+2$. (D) $y=-x^3+3x^2+2$.



Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

(A) $\vec{u_1}=(-1;2;1)$. (B) $\vec{u_2}=(2;1;0)$. (C) $\vec{u_3}=(2;1;1)$. (D) $\vec{u_4}=(-1;2;0)$.

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x}<2^{x+6}$ là

(A) $(0;6)$. (B) $(-\infty;6)$. (C) $(0;64)$. (D) $(6;+\infty)$.

Câu 14. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

(A) $2\sqrt{2}a$. (B) $3a$. (C) $2a$. (D) $\dfrac{3a}{2}$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(2;0;0), N(0;-1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

(A) $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0$. (B) $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=-1$.
(C) $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. (D) $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 16. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

(A) $y=\frac{x^2-3x+2}{x-1}$. (B) $y=\frac{x^2}{x^2+1}$. (C) $y=\sqrt{x^2-1}$. (D) $y=\frac{x}{x+1}$.

Câu 17.

Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là

(A) 0. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Câu 18. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-4x^2+5$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

(A) 50. (B) 5. (C) 1. (D) 122.

Câu 19. Tích phân $\int_0^2 \frac{\mathrm{d}x}{x+3}$ bằng

(A) $\frac{16}{225}$. (B) $\log\frac{5}{3}$. (C) $\ln\frac{5}{3}$. (D) $\frac{2}{15}$.

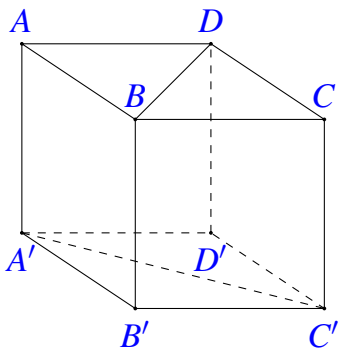
Câu 20. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2-4z+3=0$. Giá trị của biểu thức $|z_1|+|z_2|$ bằng

(A) $3\sqrt{2}$. (B) $2\sqrt{3}$. (C) 3. (D) $\sqrt{3}$.

Câu 21.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

(A) $\sqrt{3}a$. (B) a. (C) $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. (D) $\sqrt{2}a$.



Câu 22. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $0,4\%$/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

(A) 102.424.000 đồng. (B) 102.423.000 đồng.
(C) 102.016.000 đồng. (D) 102.017.000 đồng.

Câu 23. Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả từ hộp đó. Xác suất để hai quả cầu chọn ra cùng màu bằng

(A) $\frac{5}{22}$. (B) $\frac{6}{11}$. (C) $\frac{5}{11}$. (D) $\frac{8}{11}$.

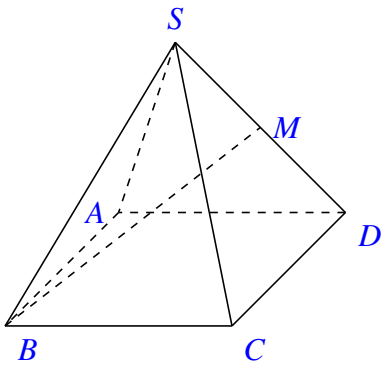
Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

(A) $3x-y-z-6=0$. (B) $3x-y-z+6=0$. (C) $x+3y+z-5=0$. (D) $x+3y+z-6=0$.

Câu 25.

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính tan của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$.

(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\frac{2}{3}$. (D) $\frac{1}{3}$.



Câu 26. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1+C_n^2=55$, số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^3+\frac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

(A) 322560. (B) 3360. (C) 80640. (D) 13440.

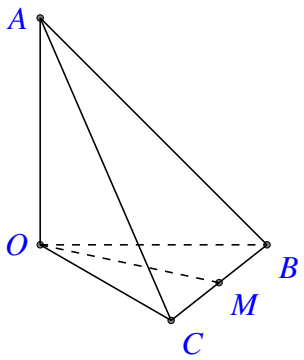
Câu 27. Tính tổng các nghiệm thực của phương trình $\log_3 x\cdot\log_9 x\cdot\log_{27} x\cdot\log_{81} x=\frac{2}{3}$ bằng

(A) $\frac{82}{9}$. (B) $\frac{80}{9}$. (C) 9. (D) 0.

Câu 28.

Cho tứ diện $OABC$ có OA,OB,OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=OB=OC$. Gọi M là trung điểm BC (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

(A) 90°. (B) 30°. (C) 60°. (D) 45°.



Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1:\frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+2}{1};d_2:\frac{x-5}{-3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{1}$$

và mặt phẳng $(P):x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

(A) $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{3}$. (B) $\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-1}{3}$.

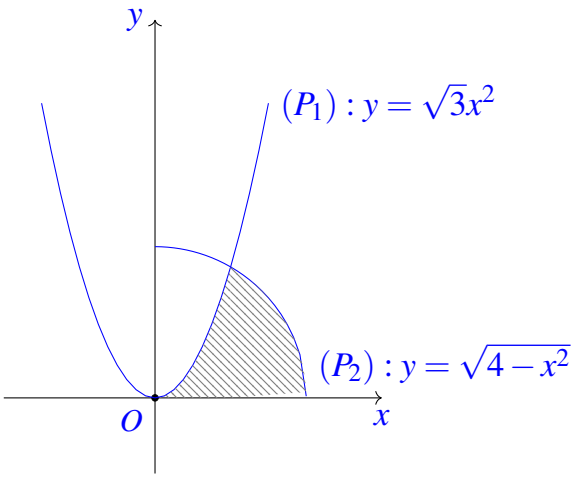
(C) $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$. (D) $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$.

Câu 30. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số $y=x^3+mx-\dfrac{1}{5x^5}$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

(A) 5. (B) 3. (C) 0. (D) 4.

Câu 31.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{4-x^2}$ (với $0\le x\le 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích hình (H) bằng



(A) $\dfrac{4\pi+\sqrt{3}}{12}$. (B) $\dfrac{4\pi-\sqrt{3}}{6}$.
(C) $\dfrac{4\pi+2\sqrt{3}-3}{6}$. (D) $\dfrac{5\sqrt{3}-2\pi}{3}$.

Câu 32. Biết $\displaystyle\int_1^2 \frac{\mathrm{d}x}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}-c$, với $a,\ b,\ c$ là các số nguyên dương. Tính $P=a+b+c$.

(A) $P=24$. (B) $P=12$. (C) $P=18$. (D) $P=46$.

Câu 33. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

(A) $S_{xq}=\dfrac{16\sqrt{2}\pi}{3}$. (B) $S_{xq}=8\sqrt{2}\pi$. (C) $S_{xq}=\dfrac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. (D) $S_{xq}=8\sqrt{3}\pi$.

Câu 34. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình sau có nghiệm dương $16^x-2\cdot 12^x+(m-2)\cdot 9^x=0$?

(A) 1. (B) 2. (C) 4. (D) 3.

Câu 35. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}}=\sin x$ có nghiệm thực.

(A) 5. (B) 7. (C) 3. (D) 2.

Câu 36. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x+m\right|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

(A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) 6.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$ thoả mãn $f'(x)=\dfrac{2}{2x-1}$, $f(0)=1$ và $f(1)=2$. Giá trị của biểu thức $f(-1)+f(3)$ bằng

(A) $4+\ln 15$. (B) $2+\ln 15$. (C) $3+\ln 15$. (D) $\ln 15$.

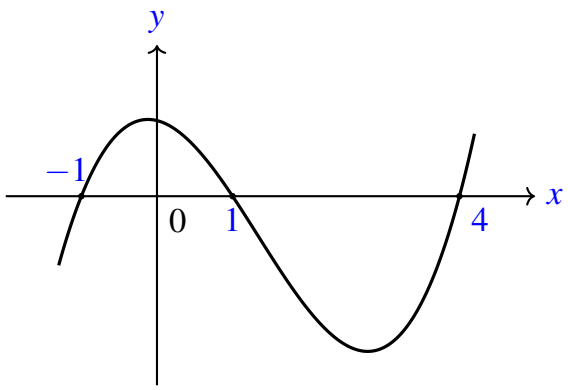
Câu 38. Cho số thức $z=a+bi$ với $(a,b\in\mathbb{R})$ thoả mãn $z+2+i-|z|(1+i)=0$ và $|z|>1$. Tính $P=a+b$

(A) $P=-1$. (B) $P=-5$. (C) $P=3$. (D) $P=7$.

Câu 39.

Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(2-x)$ đồng biến trên khoảng

(A) $(1;3)$. (B) $(2;+\infty)$.
(C) $(-2;1)$. (D) $(-\infty;-2)$.



Câu 40. Cho hàm số $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(a;1)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của a để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua A. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

(A) 1. (B) $\dfrac{3}{2}$. (C) $\dfrac{5}{2}$. (D) $\dfrac{1}{2}$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho $OA=OB=OC\neq 0$?

(A) 3. (B) 1. (C) 4. (D) 8.

Câu 42. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1+\sqrt{2+\log u_1-2\log u_{10}}=2\log u_{10}$ và $u_{n+1}=2u_n$ với mọi $n\geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n>5^{100}$ bằng

(A) 247. (B) 248. (C) 229. (D) 290.

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ có 7 điểm cực trị

(A) 3. (B) 5. (C) 6. (D) 4.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2,2,1)$, $B\left(-\dfrac{8}{3},\dfrac{4}{3},\dfrac{8}{3}\right)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$. (B) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-8}{-2}=\dfrac{z-4}{2}$.
(C) $\dfrac{x+\frac{1}{3}}{1}=\dfrac{y-\frac{5}{3}}{-2}=\dfrac{z-\frac{11}{6}}{2}$. (D) $\dfrac{x+\frac{2}{9}}{1}=\dfrac{y-\frac{2}{9}}{-2}=\dfrac{z-\frac{5}{9}}{2}$.

Câu 45. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi S là điểm đối xứng với B qua đường thẳng DE. Thể tích của khối đa diện $ABCDSEF$ bằng

(A) $\dfrac{7}{6}$. (B) $\dfrac{11}{12}$. (C) $\dfrac{2}{3}$. (D) $\dfrac{5}{6}$.

Câu 46. Cho số phức z thỏa mãn $|z-4-3i|=\sqrt{5}$. Tính $P=a+b$ khi $T=|z+1-3i|+|z-1+i|$ lớn nhất.

(A) $P=10$. (B) $P=4$. (C) $P=6$. (D) $P=8$.

Câu 47. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $BC=2\sqrt{3}$, $AA'=2$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B'$, $A'C$ và BC. Cô sin của góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và $(AB'C')$ bằng

(A) $\dfrac{6\sqrt{13}}{65}$. (B) $\dfrac{\sqrt{13}}{65}$. (C) $\dfrac{17\sqrt{13}}{65}$. (D) $\dfrac{18\sqrt{13}}{65}$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1)$, $B(3;-1;1)$ và $C(-1;-1;1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu có tâm A, bán kính bằng 2; (S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B, C và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu (S_1), (S_2) và (S_3)

(A) 5. (B) 7. (C) 6. (D) 8.

Câu 49. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

(A) $\dfrac{11}{630}$. (B) $\dfrac{1}{126}$. (C) $\dfrac{1}{105}$. (D) $\dfrac{1}{42}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn

$$f(1)=0,\ \int_0^1 [f'(x)]^2\,\mathrm{d}x=7,\ \int_0^1 x^2 f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{3}.$$

Tích phân $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\dfrac{7}{5}$. (B) 1. (C) $\dfrac{7}{4}$. (D) 4.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2018
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 101
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?

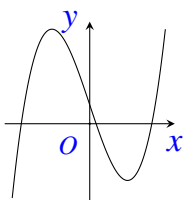
(A) 2^{34}. (B) A_{34}^2. (C) 34^2. (D) C_{34}^2.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon\ x+2y+3z-5=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

(A) $\vec{n}_1=(3;2;1)$. (B) $\vec{n}_3=(-1;2;3)$. (C) $\vec{n}_4=(1;2;-3)$. (D) $\vec{n}_2=(1;2;3)$.

Câu 3.

Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



(A) 2. (B) 0. (C) 3. (D) 1.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0;1)$. (B) $(-\infty;0)$. (C) $(1;+\infty)$. (D) $(-1;0)$.

Câu 5. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^x$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $S=\pi\displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$. (B) $S=\displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$. (C) $S=\pi\displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$. (D) $S=\displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$.

Câu 6. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a)-\ln(3a)$ bằng

(A) $\dfrac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$. (B) $\ln(2a)$. (C) $\ln\dfrac{5}{3}$. (D) $\dfrac{\ln 5}{\ln 3}$.

Câu 7. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+x$ là

(A) x^4+x^2+C. (B) $3x^2+1+C$. (C) x^3+x+C. (D) $\dfrac{1}{4}x^4+\dfrac{1}{2}x^2+C$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=3+t\end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương là

(A) $\vec{u}_3=(2;1;3)$. (B) $\vec{u}_4=(-1;2;1)$. (C) $\vec{u}_2=(2;1;1)$. (D) $\vec{u}_1=(-1;2;3)$.

Câu 9. Số phức $-3+7i$ có phần ảo bằng

(A) 3. (B) -7. (C) -3. (D) 7.

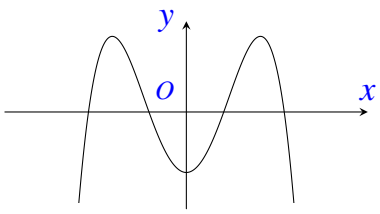
Câu 10. Diện tích mặt cầu bán kính R bằng

(A) $\frac{4}{3}\pi R^2$. (B) $2\pi R^2$. (C) $4\pi R^2$. (D) πR^2.

Câu 11.

Đường cong trong hình vẽ bên là của hàm số nào dưới đây?

(A) $y=x^4-3x^2-1$. (B) $y=x^3-3x^2-1$.
(C) $y=-x^3+3x^2-1$. (D) $y=-x^4+3x^2-1$.



Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là

(A) $(1;3;2)$. (B) $(2;6;4)$. (C) $(2;-1;5)$. (D) $(4;-2;10)$.

Câu 13. $\lim \frac{1}{5n+3}$ bằng

(A) 0. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $+\infty$. (D) $\frac{1}{5}$.

Câu 14. Phương trình $2^{2x+1}=32$ có nghiệm là

(A) $x=\frac{5}{2}$. (B) $x=2$. (C) $x=\frac{3}{2}$. (D) $x=3$.

Câu 15. Cho khối chóp có đáy hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $4a^3$. (B) $\frac{2}{3}a^3$. (C) $2a^3$. (D) a.

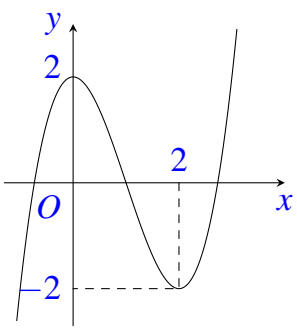
Câu 16. Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất $7{,}5$ %/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền đã gửi, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

(A) 11 năm. (B) 9 năm. (C) 10 năm. (D) 12 năm.

Câu 17.

Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)+4=0$ là

(A) 3. (B) 0. (C) 1. (D) 2.



Câu 18. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

(A) 3. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

(A) 60°. (B) 90°. (C) 30°. (D) 45°.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z+2=0$ có phương trình là

(A) $2x-y+3z-9=0$. (B) $2x-y+3z+11=0$.
(C) $2x-y-3z+11=0$. (D) $2x-y+3z-11=0$.

Câu 21. Từ một hộp chứa 11 quả cầu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

(A) $\dfrac{4}{455}$. (B) $\dfrac{24}{455}$. (C) $\dfrac{4}{165}$. (D) $\dfrac{33}{91}$.

Câu 22. $\displaystyle\int_1^2 \mathrm{e}^{3x-1}\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\dfrac{1}{3}(\mathrm{e}^5-\mathrm{e}^2)$. (B) $\dfrac{1}{3}\mathrm{e}^5-\mathrm{e}^2$. (C) $\mathrm{e}^5-\mathrm{e}^2$. (D) $\dfrac{1}{3}(\mathrm{e}^5+\mathrm{e}^2)$.

Câu 23. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-4x^2+9$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

(A) 201. (B) 2. (C) 9. (D) 54.

Câu 24. Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(2x-3yi)+(1-3i)=x+6i$, với i là đơn vị ảo.

(A) $x=-1;\ y=-3$. (B) $x=-1;\ y=-1$. (C) $x=1;\ y=-1$. (D) $x=1;\ y=-3$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B, $AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$. (B) $\dfrac{\sqrt{5}a}{3}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{2}a}{3}$. (D) $\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 26. Cho $\displaystyle\int_{16}^{55} \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x+9}} = a\ln 2 + b\ln 5 + c\ln 11$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a-b=-c$. (B) $a+b=c$. (C) $a+b=3c$. (D) $a-b=-3c$.

Câu 27. Một chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút chì và đáy là hình tròn bán kính 1 mm. Giả định 1 m^3 gỗ có giá trị a (triệu đồng), 1 m^3 than chì có giá trị $8a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào sau đây?

(A) $9{,}7a$ (đồng). (B) $97{,}03a$ (đồng). (C) $90{,}7a$ (đồng). (D) $9{,}07a$ (đồng).

Câu 28. Hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức $x(2x-1)^6+(3x-1)^8$ bằng

(A) -13368. (B) 13368. (C) -13848. (D) 13848.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $BC=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

(A) $\frac{\sqrt{6}a}{2}$. (B) $\frac{2a}{3}$. (C) $\frac{a}{2}$. (D) $\frac{a}{3}$.

Câu 30. Xét các số phức z thỏa mãn $(\overline{z}+i)(z+2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

(A) 1. (B) $\frac{5}{4}$. (C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 31. Ông A dự định sử dụng hết $6{,}5$ m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

(A) $2{,}26$ m^3. (B) $1{,}61$ m^3. (C) $1{,}33$ m^3. (D) $1{,}50$ m^3.

Câu 32. Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t)=\frac{1}{180}t^2+\frac{11}{18}t$ m/s, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng a m/s^2 (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

(A) 22 m/s. (B) 15 m/s. (C) 10 m/s. (D) 7 m/s.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d\colon \frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2t \\ z=3t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3+2t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2t \\ z=t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3+3t \end{cases}$.

Câu 34. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x-m\cdot 4^{x+1}+5m^2-45=0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

(A) 13. (B) 3. (C) 6. (D) 4.

Câu 35. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$?

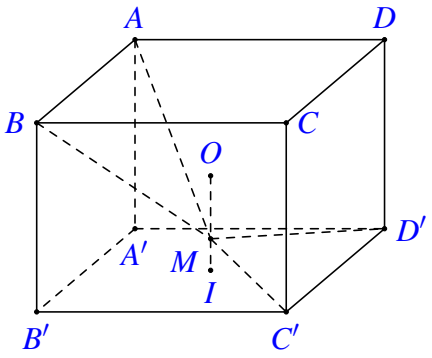
(A) 2. (B) Vô số. (C) 1. (D) 3.

Câu 36. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=x^8+(m-2)x^5-(m^2-4)x^4+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$?

(A) 3. (B) 5. (C) 4. (D) Vô số.

Câu 37.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó cô-sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng



(A) $\frac{6\sqrt{85}}{85}$. (B) $\frac{7\sqrt{85}}{85}$. (C) $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. (D) $\frac{6\sqrt{13}}{65}$.

Câu 38. Có bao nhiêu số phức z thoả mãn $|z|(z-4-i)+2i=(5-i)z$?

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 4.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình

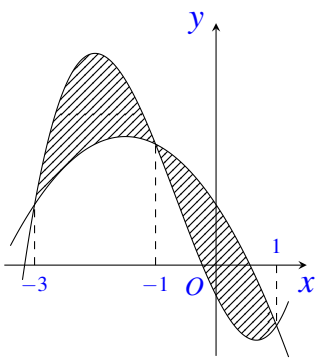
(A) $6x+8y+11=0$. (B) $3x+4y+2=0$. (C) $3x+4y-2=0$. (D) $6x+8y-11=0$.

Câu 40. Cho hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-\frac{7}{2}x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1), N(x_2;y_2)$ (M,N khác A) thỏa mãn $y_1-y_2=6(x_1-x_2)$?

(A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) 3.

Câu 41.

Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-\frac{1}{2}$ và $g(x)=dx^2+ex+1$ $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là -3; -1; 1 (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



(A) $\frac{9}{2}$. (B) 8. (C) 4. (D) 5.

Câu 42. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) 2. (B) 1. (C) $\sqrt{3}$. (D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 43. Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

(A) $\frac{1728}{4913}$. (B) $\frac{1079}{4913}$. (C) $\frac{23}{68}$. (D) $\frac{1637}{4913}$.

Câu 44. Cho $a>0$, $b>0$ thỏa mãn $\log_{3a+2b+1}(9a^2+b^2+1)+\log_{6ab+1}(3a+2b+1)=2$. Giá trị của $a+2b$ bằng

(A) 6. (B) 9. (C) $\frac{7}{2}$. (D) $\frac{5}{2}$.

Câu 45. Cho hàm số $y=\frac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng

(A) $\sqrt{6}$. (B) $2\sqrt{3}$. (C) 2. (D) $2\sqrt{2}$.

Câu 46. Cho phương trình $5^x+m=\log_5(x-m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-20;20)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

(A) 20. (B) 19. (C) 9. (D) 21.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2;1;2)$ và đi qua điểm $A(1;-2;-1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

(A) 72. (B) 216. (C) 108. (D) 36.

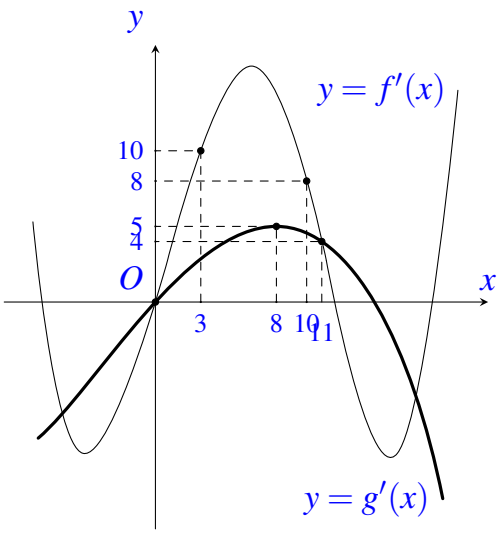
Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2)=-\frac{2}{9}$ và $f'(x)=2x[f(x)]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

(A) $-\frac{35}{36}$. (B) $-\frac{2}{3}$. (C) $-\frac{19}{36}$. (D) $-\frac{2}{15}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=1+4t\\z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

(A) $\begin{cases}x=1+7t\\y=1+t\\z=1+5t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-10+11t\\z=-6-5t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-10+11t\\z=6-5t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=1+3t\\y=1+4t\\z=1-5t\end{cases}$.

Câu 50. Cho hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$. Hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y=g'(x)$.



Hàm số $h(x)=f(x+4)-g\left(2x-\frac{3}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $\left(5;\frac{31}{5}\right)$. Ⓑ $\left(\frac{9}{4};3\right)$. Ⓒ $\left(\frac{31}{5};+\infty\right)$. Ⓓ $\left(6;\frac{25}{4}\right)$.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2018
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 102
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. $\lim \dfrac{1}{5n+2}$ bằng

(A) $\dfrac{1}{5}$. (B) 0. (C) $\dfrac{1}{2}$. (D) $+\infty$.

Câu 2. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2^x$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $S=\int_0^2 2^x \mathrm{d}x$. (B) $S=\pi\int_0^2 2^{2x}\mathrm{d}x$. (C) $S=\int_0^2 2^{2x}\mathrm{d}x$. (D) $S=\pi\int_0^2 2^x\mathrm{d}x$.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2-1)=3$ là

(A) $\{-3;3\}$. (B) $\{-3\}$. (C) $\{3\}$. (D) $\{-\sqrt{10};\sqrt{10}\}$.

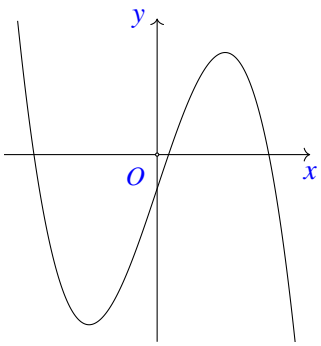
Câu 4. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^4+x$ là

(A) x^4+x^2+C. (B) $4x^3+1+C$. (C) x^5+x^2+C. (D) $\dfrac{1}{5}x^5+\dfrac{1}{2}x^2+C$.

Câu 5.

Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 0. (B) 1. (C) 3. (D) 2.



Câu 6. Số phức có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 là

(A) $3+4i$. (B) $4-3i$. (C) $3-4i$. (D) $4+3i$.

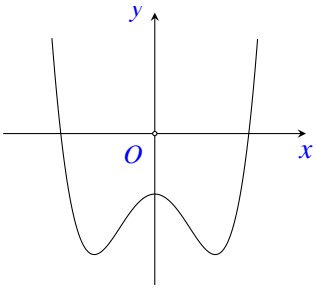
Câu 7. Cho khối chóp có đáy hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $\dfrac{4}{3}a^3$. (B) $\dfrac{16}{3}a^3$. (C) $4a^3$. (D) $16a^3$.

Câu 8.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y=x^4-2x^2-1$. (B) $y=-x^4+2x^2-1$.
(C) $y=x^3-x^2-1$. (D) $y=-x^3+x^2-1$.



Câu 9. Thể tích khối cầu bán kính R bằng

(A) $\frac{4}{3}\pi R^3$. (B) $4\pi R^3$. (C) $2\pi R^3$. (D) $\frac{3}{4}\pi R^3$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có toạ độ là

(A) $(3;3;-1)$. (B) $(-1;-1;-3)$. (C) $(3;1;1)$. (D) $(1;1;3)$.

Câu 11. Với a là số thực dương tuỳ ý, $\log_3(3a)$ bằng

(A) $3\log_3 a$. (B) $3+\log_3 a$. (C) $1+\log_3 a$. (D) $1-\log_3 a$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-1;+\infty)$. (B) $(1;+\infty)$. (C) $(-1;1)$. (D) $(-\infty;1)$.

Câu 13. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 38 học sinh?

(A) A_{38}^2. (B) 2^{38}. (C) C_{38}^2. (D) 38^2.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-5}{2}$ có một véc-tơ chỉ phương là

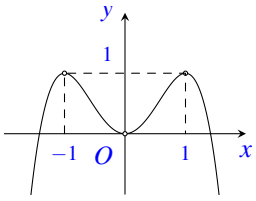
(A) $\vec{u}_1=(3;-1;5)$. (B) $\vec{u}_4=(1;-1;2)$. (C) $\vec{u}_2=(-3;1;5)$. (D) $\vec{u}_3=(1;-1;-2)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon 3x+2y+z-4=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

(A) $\vec{n}_3=(-1;2;3)$. (B) $\vec{n}_4=(1;2;-3)$. (C) $\vec{n}_2=(3;2;1)$. (D) $\vec{n}_1=(1;2;3)$.

Câu 16.

Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $4f(x)-3=0$ là



(A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 0.

Câu 17. Từ một hộp chứa 7 quả cầu mà đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

(A) $\frac{5}{12}$. (B) $\frac{7}{44}$. (C) $\frac{1}{22}$. (D) $\frac{2}{7}$.

Câu 18. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+2x^2-7x$ trên đoạn $[0;4]$ bằng

(A) -259. (B) 68. (C) 0. (D) -4.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

(A) 45°. (B) 60°. (C) 30°. (D) 90°.

Câu 20. $\int\limits_0^1 \mathrm{e}^{3x+1}\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\frac{1}{3}\left(\mathrm{e}^4-\mathrm{e}\right)$. (B) $\mathrm{e}^4-\mathrm{e}$. (C) $\frac{1}{3}\left(\mathrm{e}^4+\mathrm{e}\right)$. (D) $\mathrm{e}^3-\mathrm{e}$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta\colon \frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{3}$ có phương trình là

(A) $3x+2y+z-5=0$. (B) $2x+y+3z+2=0$.
(C) $x+2y+3z+1=0$. (D) $2x+y+3z-2=0$.

Câu 22. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

(A) 3. (B) 0. (C) 2. (D) 1.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B, $AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $\frac{a}{2}$. (B) a. (C) $\frac{\sqrt{6}a}{3}$. (D) $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Câu 24. Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất $7{,}2\%$/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

(A) 11 năm. (B) 12 năm. (C) 9 năm. (D) 10 năm.

Câu 25. Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x+2yi)+(2+i)=2x-3i$ với i là đơn vị ảo.

(A) $x=-2;\ y=-2$. (B) $x=-2;\ y=-1$. (C) $x=2;\ y=-2$. (D) $x=2;\ y=-1$.

Câu 26. Ông A dự định sử dụng hết $6{,}7$ m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

(A) $1{,}57$ m^3. (B) $1{,}11$ m^3. (C) $1{,}23$ m^3. (D) $2{,}48$ m^3.

Câu 27. Cho $\int\limits_5^{21}\frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x+4}}=a\ln 3+b\ln 5+c\ln 7$ với a,b,c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a+b=-2c$. (B) $a+b=c$. (C) $a-b=-c$. (D) $a-b=-2c$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a$, $BC=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng

(A) $\frac{\sqrt{30}a}{6}$. (B) $\frac{4\sqrt{21}a}{21}$. (C) $\frac{2\sqrt{21}a}{21}$. (D) $\frac{\sqrt{30}a}{12}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d\colon \frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=2t \\ y=-3+4t \\ z=3t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=2+2t \\ y=1+t \\ z=3+3t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=2+2t \\ y=1+3t \\ z=3+2t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=2t \\ y=-3+3t \\ z=2t \end{cases}$.

Câu 30. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10;+\infty)$?

(A) 3. (B) Vô số. (C) 4. (D) 5.

Câu 31. Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3mm và chiều cao bằng 200mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính 1mm. Giả định 1m^3 gỗ có giá a (triệu đồng), 1m^3 than chì có giá $6a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

(A) $84{,}5a$ (đồng). (B) $78{,}2a$ (đồng). (C) $8{,}45a$ (đồng). (D) $7{,}82a$ (đồng).

Câu 32. Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t)=\dfrac{1}{150}t^2+\dfrac{59}{75}t$ (m/s), trong đó t (s) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

(A) 20 (m/s). (B) 16 (m/s). (C) 13 (m/s). (D) 15 (m/s).

Câu 33. Xét các số phức z thỏa mãn $(\overline{z}+3i)(z-3)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

(A) $\dfrac{9}{2}$. (B) $3\sqrt{2}$. (C) 3. (D) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 34. Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(3x-1)^6+(2x-1)^8$ bằng

(A) -3007. (B) -577. (C) 3007. (D) 577.

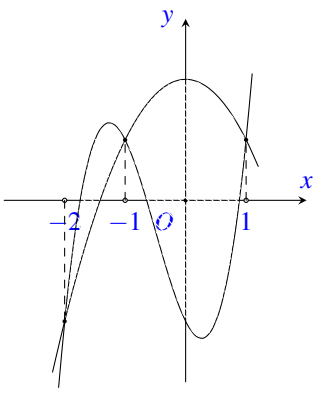
Câu 35. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $25^x-m\cdot 5^{x+1}+7m^2-7=0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

(A) 7. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 36.

Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-2$ và $g(x)=dx^2+ex+2$ $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2;-1;1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

(A) $\dfrac{37}{6}$. (B) $\dfrac{13}{2}$. (C) $\dfrac{9}{2}$. (D) $\dfrac{37}{12}$.



Câu 37. Cho $a>0$, $b>0$ thỏa mãn

$$\log_{10a+3b+1}(25a^2+b^2+1)+\log_{10ab+1}(10a+3b+1)=2.$$

Giá trị của $a+2b$ bằng

(A) $\frac{5}{2}$. (B) 6. (C) 22. (D) $\frac{11}{2}$.

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số

$$y=x^8+(m-1)x^5-(m^2-1)x^4+1$$

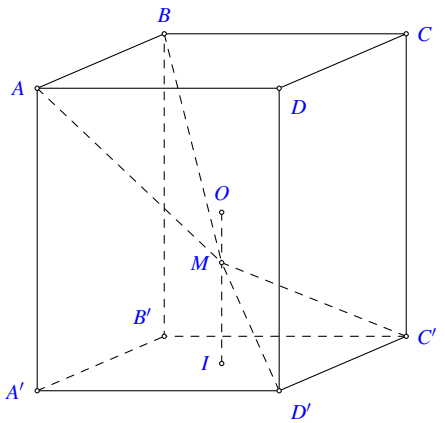
đạt cực tiểu tại $x=0$?

(A) 3. (B) 2. (C) Vô số. (D) 1.

Câu 39.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $ABCD$ và M là điểm thuộc OI sao cho $MO=\frac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó, cô-sin góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

(A) $\frac{6\sqrt{13}}{65}$. (B) $\frac{7\sqrt{85}}{85}$. (C) $\frac{6\sqrt{85}}{85}$. (D) $\frac{17\sqrt{13}}{65}$.



Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2)=-\frac{1}{3}$ và $f'(x)=x[f(x)]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

(A) $-\frac{11}{6}$. (B) $-\frac{2}{3}$. (C) $-\frac{2}{9}$. (D) $-\frac{7}{6}$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và đi qua điểm $A(1;0;-1)$. Xét các điểm B,C,D thuộc (S) sao cho AB,AC,AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất bằng

(A) $\frac{64}{3}$. (B) 32. (C) 64. (D) $\frac{32}{3}$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=2$ và điểm $A(1;2;3)$. Xét điểm M thuộc mặt cầu (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

(A) $2x+2y+2z+15=0$. (B) $2x+2y+2z-15=0$.
(C) $x+y+z+7=0$. (D) $x+y+z-7=0$.

Câu 43. Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết lên bảng một số ngẫu nhiên thuộc đoạn $[1;19]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

(A) $\frac{1027}{6859}$. (B) $\frac{2539}{6859}$. (C) $\frac{2287}{6859}$. (D) $\frac{109}{323}$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-3\\z=5+4t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3;5)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;-2)$. Đường phân giác góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng d và Δ là

(A) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-5t \\ z=6+11t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-5t \\ z=-6+11t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1+7t \\ y=3-5t \\ z=5+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1-t \\ y=-3 \\ z=5+7t \end{cases}$.

Câu 45. Cho phương trình $3^x+m=\log_3(x-m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-15;15)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

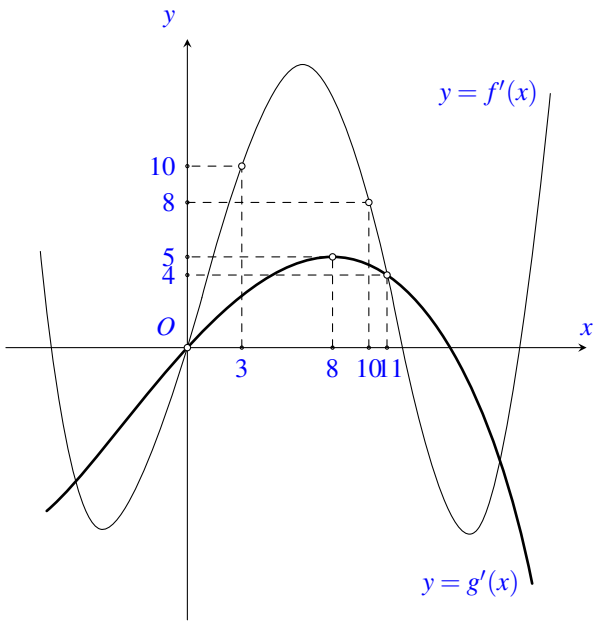
(A) 16. (B) 9. (C) 14. (D) 15.

Câu 46. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng BB' bằng $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và 2, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M=\dfrac{\sqrt{15}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{15}}{3}$. (B) $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. (C) $\sqrt{5}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$.

Câu 47.

Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$. Hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị hàm số $y=g'(x)$. Hàm số $h(x)=f(x+7)-g\left(2x+\dfrac{9}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



(A) $\left(2;\dfrac{16}{5}\right)$. (B) $\left(-\dfrac{3}{4};0\right)$.
(C) $\left(\dfrac{16}{5};+\infty\right)$. (D) $\left(3;\dfrac{13}{4}\right)$.

Câu 48. Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn AB có độ dài bằng

(A) 3. (B) 2. (C) $2\sqrt{2}$. (D) $2\sqrt{3}$.

Câu 49. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-3-i)+2i=(4-i)z$?

(A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 4.

Câu 50. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{8}x^4-\dfrac{7}{4}x^2$ có đồ thị là (C). Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1);N(x_2;y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1-y_2=3(x_1-x_2)$?

(A) 0. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2018
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 103
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

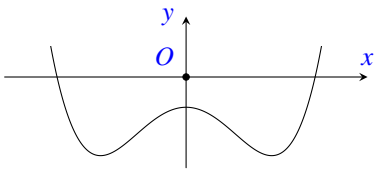
Câu 1. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(7a)-\ln(3a)$ bằng

(A) $\dfrac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$. (B) $\dfrac{\ln 7}{\ln 3}$. (C) $\ln\dfrac{7}{3}$. (D) $\ln(4a)$.

Câu 2.

Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ (a, b, $c\in\mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 2. (B) 3. (C) 0. (D) 1.



Câu 3. Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

(A) $\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. (B) $2\pi rh$. (C) $\dfrac{4}{3}\pi r^2h$. (D) πr^2h.

Câu 4. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2+3$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $V=\pi\displaystyle\int_0^2(x^2+3)^2\,\mathrm{d}x$. (B) $V=\pi\displaystyle\int_0^2(x^2+3)\,\mathrm{d}x$.

(C) $V=\displaystyle\int_0^2(x^2+3)^2\,\mathrm{d}x$. (D) $V=\displaystyle\int_0^2(x^2+3)\,\mathrm{d}x$.

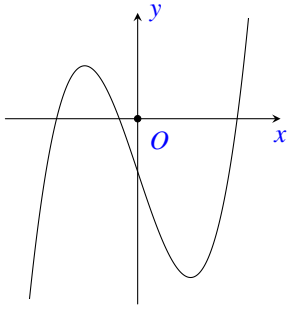
Câu 5. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?

(A) C_7^2. (B) 2^7. (C) 7^2. (D) A_7^2.

Câu 6.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y=-x^4+x^2-1$. (B) $y=x^4-3x^2-1$.
(C) $y=-x^3-3x-1$. (D) $y=x^3-3x-1$.



Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	-1	↘	-2	↗	-1	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-1;0)$. (B) $(1;+\infty)$. (C) $(-\infty;1)$. (D) $(0;1)$.

Câu 8. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $4a^3$. (B) $\frac{16}{3}a^3$. (C) $\frac{4}{3}a^3$. (D) $16a^3$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+3)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=2$. Tâm của (S) có tọa độ là

(A) $(3;1;-1)$. (B) $(3;-1;1)$. (C) $(-3;-1;1)$. (D) $(-3;1;-1)$.

Câu 10. $\lim \frac{1}{2n+7}$ bằng

(A) $\frac{1}{7}$. (B) $+\infty$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) 0.

Câu 11. Số phức $5+6i$ có phần thực bằng

(A) -5. (B) 5. (C) -6. (D) 6.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon 2x+3y+z-1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

(A) $\vec{n}_1=(2;3;-1)$. (B) $\vec{n}_3=(1;3;2)$. (C) $\vec{n}_4=(2;3;1)$. (D) $\vec{n}_2=(-1;3;2)$.

Câu 13. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-7)=2$ là

(A) $\left\{-\sqrt{15};\sqrt{15}\right\}$. (B) $\{-4;4\}$. (C) $\{4\}$. (D) $\{-4\}$.

Câu 14. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^4+x^2$ là

(A) $4x^3+2x+C$. (B) $\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{3}x^3+C$. (C) x^4+x^2+C. (D) x^5+x^3+C.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d\colon \frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{2}$?

(A) $P(1;1;2)$. (B) $N(2;-1;2)$. (C) $Q(-2;1;-2)$. (D) $M(-2;-2;1)$.

Câu 16. Từ một hộp chứa 9 quả cầu đỏ và 6 quả cầu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

(A) $\frac{12}{65}$. (B) $\frac{5}{21}$. (C) $\frac{24}{91}$. (D) $\frac{4}{91}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;1;0)$, $C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

(A) $x+2y-2z+1=0$. (B) $x+2y-2z-1=0$.
(C) $3x+2z-1=0$. (D) $3x+2z+1=0$.

Câu 18. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+x}$ là

(A) 2. (B) 0. (C) 1. (D) 3.

Câu 19. $\displaystyle\int_1^2 \dfrac{\mathrm{d}x}{3x-2}$ bằng

(A) $2\ln 2$. (B) $\dfrac{1}{3}\ln 2$. (C) $\dfrac{2}{3}\ln 2$. (D) $\ln 2$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C, $AC=a$, $BC=\sqrt{2}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

(A) 60°. (B) 90°. (C) 30°. (D) 45°.

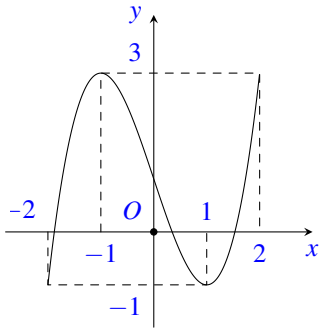
Câu 21. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+3x^2$ trên đoạn $[-4;-1]$ bằng

(A) -4. (B) -16. (C) 0. (D) 4.

Câu 22.

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-2;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0$ trên đoạn $[-2;2]$ là

(A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 4.



Câu 23. Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x+yi)+(4-2i)=5x+2i$ với i là đơn vị ảo.

(A) $x=-2;\ y=4$. (B) $x=2;\ y=4$. (C) $x=-2;\ y=0$. (D) $x=2;\ y=0$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{5}a}{3}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. (C) $\dfrac{\sqrt{6}a}{6}$. (D) $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$.

Câu 25. Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 6,6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

(A) 11 năm. (B) 10 năm. (C) 13 năm. (D) 12 năm.

Câu 26. Cho $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} (1+x\ln x)\,\mathrm{d}x = a\mathrm{e}^2+b\mathrm{e}+c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a+b=c$. (B) $a+b=-c$. (C) $a-b=c$. (D) $a-b=-c$.

Câu 27. Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t)=\frac{1}{100}t^2+\frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

(A) 15 (m/s). (B) 9 (m/s). (C) 42 (m/s). (D) 25 (m/s).

Câu 28. Xét các số phức z thỏa mãn $(\overline{z}+2i)(z-2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

(A) 2. (B) $2\sqrt{2}$. (C) 4. (D) $\sqrt{2}$.

Câu 29. Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6+(x-3)^8$ bằng

(A) -1272. (B) 1272. (C) -1752. (D) 1752.

Câu 30. Ông A dự định sử dụng hết 5 m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

(A) $1{,}01$ m^3. (B) $0{,}96$ m^3. (C) $1{,}33$ m^3. (D) $1{,}51$ m^3.

Câu 31. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$?

(A) 3. (B) Vô số. (C) 0. (D) 6.

Câu 32. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, và $OA=OB=a$, $OC=2a$. Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC bằng

(A) $\frac{\sqrt{2}a}{3}$. (B) $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. (C) $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. (D) $\frac{2a}{3}$.

Câu 33. Gọi S là tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $4^x-m\cdot 2^{x+1}+2m^2-5=0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

(A) 3. (B) 5. (C) 2. (D) 1.

Câu 34. Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 mm. Giả định 1 m^3 gỗ có giá a (triệu đồng); 1 m^3 than chì có giá $9a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

(A) $97{,}03a$ đồng. (B) $10{,}33a$ đồng. (C) $9{,}7a$ đồng. (D) $103{,}3a$ đồng.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \frac{x+1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y-z+1=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

(A) $\begin{cases}x=-1+t\\y=-4t\\z=-3t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=3+t\\y=-2+4t\\z=2+t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-4t\\z=2-3t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=3+2t\\y=-2+6t\\z=2+t\end{cases}$.

Câu 36. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-6-i)+2i=(7-i)z$?

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 4.

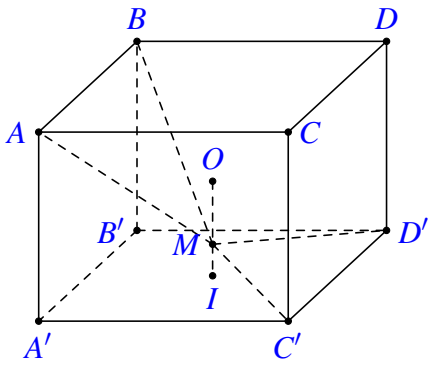
Câu 37. Cho $a>0, b>0$ thỏa mãn $\log_{4a+5b+1}(16a^2+b^2+1)+\log_{8ab+1}(4a+5b+1)=2$. Giá trị của $a+2b$ bằng

(A) 9. (B) 6. (C) $\frac{27}{4}$. (D) $\frac{20}{3}$.

Câu 38.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và điểm M thuộc đoạn OI sao cho $MO=2MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

(A) $\frac{6\sqrt{13}}{65}$. (B) $\frac{7\sqrt{85}}{85}$. (C) $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. (D) $\frac{6\sqrt{85}}{85}$.



Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=3\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(0;-7;-1)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

(A) $\begin{cases}x=1+6t\\y=2+11t\\z=3+8t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=2+t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=-2+t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=1+5t\\y=2-2t\\z=3-t\end{cases}$.

Câu 40. Cho hàm số $y=\frac{x-2}{x+2}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng

(A) $2\sqrt{2}$. (B) 4. (C) 2. (D) $2\sqrt{3}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2)=-\frac{1}{25}$ và $f'(x)=4x^3[f(x)]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

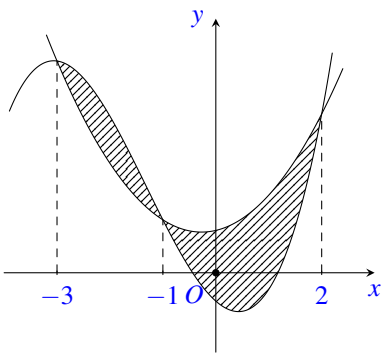
(A) $-\frac{41}{400}$. (B) $-\frac{1}{10}$. (C) $-\frac{391}{400}$. (D) $-\frac{1}{40}$.

Câu 42. Cho phương trình $7^x+m=\log_7(x-m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-25;25)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

(A) 9. (B) 25. (C) 24. (D) 26.

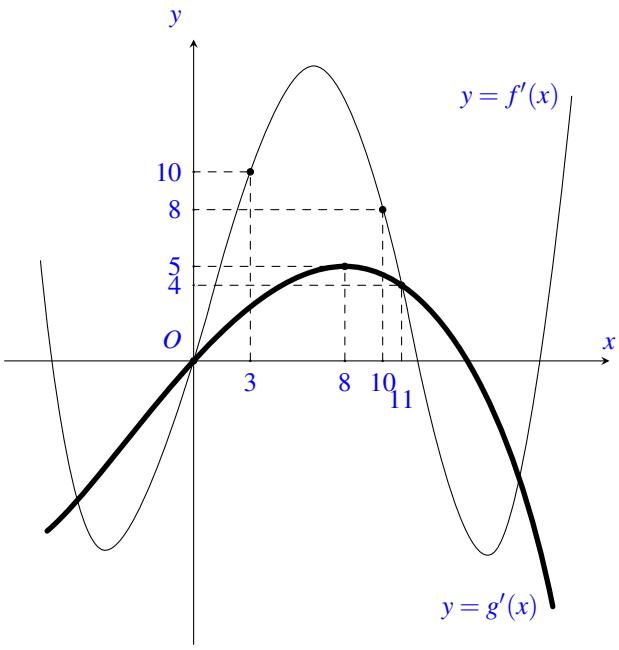
Câu 43.

Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-1$ và $g(x)=dx^2+ex+\frac{1}{2}$ $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt $-3;-1;2$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



(A) $\frac{253}{12}$. (B) $\frac{125}{12}$. (C) $\frac{253}{48}$. (D) $\frac{125}{48}$.

Câu 44. Cho hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$. Hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y=g'(x)$. Hàm số $h(x)=f(x+3)-g\left(2x-\frac{7}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(\frac{13}{4};4\right)$. (B) $\left(7;\frac{29}{4}\right)$. (C) $\left(6;\frac{36}{5}\right)$. (D) $\left(\frac{36}{5};+\infty\right)$.

Câu 45. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M=2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\sqrt{3}$. (B) 2. (C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. (D) 1.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$ và điểm $A(2;3;4)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

(A) $2x+2y+2z-15=0$. (B) $x+y+z-7=0$.
(C) $2x+2y+2z+15=0$. (D) $x+y+z+7=0$.

Câu 47. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^8+(m-4)x^5-(m^2-16)x^4+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

(A) 8. (B) Vô số. (C) 7. (D) 9.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và đi qua điểm $A(5;-2;-1)$. Xét các điểm B,C,D thuộc (S) sao cho AB,AC,AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

(A) 256. (B) 128. (C) $\dfrac{256}{3}$. (D) $\dfrac{128}{3}$.

Câu 49. Ba bạn A,B,C viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;14]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

(A) $\dfrac{457}{1372}$. (B) $\dfrac{307}{1372}$. (C) $\dfrac{207}{1372}$. (D) $\dfrac{31}{91}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^4-\dfrac{14}{3}x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1)$, $N(x_2;y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1-y_2=8(x_1-x_2)$?

(A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) 3.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2018

Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 104
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?

(A) 2^8. (B) C_8^2. (C) A_8^2. (D) 8^2.

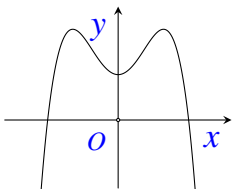
Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x+y+3z-1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

(A) $\vec{n}_4=(1;3;2)$. (B) $\vec{n}_1=(3;1;2)$. (C) $\vec{n}_3=(2;1;3)$. (D) $\vec{n}_2=(-1;3;2)$.

Câu 3.

Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

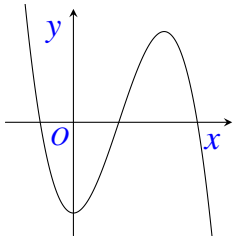
(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.



Câu 4.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y=x^3-3x^2-2$. (B) $y=x^4-x^2-2$.
(C) $y=-x^4+x^2-2$. (D) $y=-x^3+3x^2-2$.



Câu 5. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3\left(\frac{3}{a}\right)$ bằng

(A) $1-\log_3 a$. (B) $3-\log_3 a$. (C) $\frac{1}{\log_3 a}$. (D) $1+\log_3 a$.

Câu 6. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+x^2$ là

(A) x^4+x^3+C. (B) $\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3+C$. (C) $3x^2+2x+C$. (D) x^3+x^2+C.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-2;+\infty)$. (B) $(-2;3)$. (C) $(3;+\infty)$. (D) $(-\infty;-2)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=3$ có bán kính bằng

(A) $\sqrt{3}$. (B) $2\sqrt{3}$. (C) 3. (D) 9.

Câu 9. Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 3 là

(A) $-1-3i$. (B) $1-3i$. (C) $-1+3i$. (D) $1+3i$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1-t \\ y=5+t \\ z=2+3t \end{cases}$?

(A) $P(1;2;5)$. (B) $N(1;5;2)$. (C) $Q(-1;1;3)$. (D) $M(1;1;3)$.

Câu 11. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\frac{2}{3}a^3$. (B) $\frac{4}{3}a^3$. (C) $2a^3$. (D) $4a^3$.

Câu 12. Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l bằng

(A) πrl. (B) $4\pi rl$. (C) $2\pi rl$. (D) $\frac{4}{3}\pi rl$.

Câu 13. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y=x^2+2$, $y=0$, $x=1$, $x=2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $V=\pi\displaystyle\int_1^2 (x^2+2)^2\,\mathrm{d}x$. (B) $V=\displaystyle\int_1^2 (x^2+2)^2\,\mathrm{d}x$.

(C) $V=\pi\displaystyle\int_1^2 (x^2+2)\,\mathrm{d}x$. (D) $V=\displaystyle\int_1^2 (x^2+2)\,\mathrm{d}x$.

Câu 14. Phương trình $5^{2x+1}=125$ có nghiệm là

(A) $x=\frac{3}{2}$. (B) $x=\frac{5}{2}$. (C) $x=1$. (D) $x=3$.

Câu 15. Giá trị của $\lim\dfrac{1}{2n+5}$ bằng

(A) $\frac{1}{2}$. (B) 0. (C) $+\infty$. (D) $\frac{1}{5}$.

Câu 16. Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất $6{,}1$ %/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

(A) 13 năm. (B) 10 năm. (C) 11 năm. (D) 12 năm.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB=a$ và $SB=2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

(A) 60°. (B) 45°. (C) 30°. (D) 90°.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $BC=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $\sqrt{2}a$. (B) $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. (C) $\frac{a}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Câu 19. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ là

(A) 0. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Câu 20. $\int\limits_1^2 \frac{\mathrm{d}x}{2x+3}$ bằng

(A) $2\ln\frac{7}{5}$. (B) $\frac{1}{2}\ln 35$. (C) $\ln\frac{7}{5}$. (D) $\frac{1}{2}\ln\frac{7}{5}$.

Câu 21. Từ một hộp chứa 10 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

(A) $\frac{2}{91}$. (B) $\frac{12}{91}$. (C) $\frac{1}{12}$. (D) $\frac{24}{91}$.

Câu 22. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

(A) 25. (B) $\frac{51}{4}$. (C) 13. (D) 85.

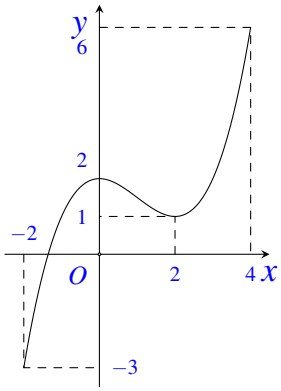
Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

(A) $2x-3y-z+8=0$. (B) $3x-y+3z-13=0$.
(C) $2x-3y-z-20=0$. (D) $3x-y+3z-25=0$.

Câu 24.

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-5=0$ trên đoạn $[-2;4]$ là

(A) 0. (B) 3. (C) 2. (D) 1.



Câu 25. Tìm hai số x và y thỏa mãn $(2x-3yi)+(3-i)=5x-4i$ với i là đơn vị ảo.

(A) $x=-1;y=-1$. (B) $x=-1;y=1$. (C) $x=1;y=-1$. (D) $x=1;y=1$.

Câu 26. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{x+2}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$?

(A) 2. (B) 6. (C) Vô số. (D) 1.

Câu 27. Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t)=\frac{1}{120}t^2+\frac{58}{45}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng

cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có giá tốc bằng a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

(A) 25 (m/s). (B) 36 (m/s). (C) 30 (m/s). (D) 21 (m/s).

Câu 28. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $9^x - m3^{x+1} + 3m^2 - 75 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

(A) 8. (B) 4. (C) 19. (D) 5.

Câu 29. Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} - 2i)(z+2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

(A) $2\sqrt{2}$. (B) $\sqrt{2}$. (C) 2. (D) 4.

Câu 30. Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính 1 mm. Giả định 1 m^3 gỗ có giá α (triệu đồng), 1m^3 than chì có giá 7α (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

(A) $84{,}5 \cdot \alpha$ (đồng). (B) $9{,}07 \cdot \alpha$ (đồng). (C) $8{,}45 \cdot \alpha$ (đồng). (D) $90{,}07 \cdot \alpha$ (đồng).

Câu 31. Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(x-2)^6 + (3x-1)^8$ bằng

(A) 13548. (B) 13668. (C) -13668. (D) -13548.

Câu 32. Ông A dự định sử dụng hết $5{,}5\text{m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

(A) $1{,}17$ m^3. (B) $1{,}01$ m^3. (C) $1{,}51$ m^3. (D) $1{,}40$ m^3.

Câu 33. Cho $\displaystyle\int_1^{\text{e}} (2 + x\ln x)\,\mathrm{d}x = a\text{e}^2 + b\cdot\text{e} + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a+b=-c$. (B) $a+b=c$. (C) $a-b=c$. (D) $a-b=-c$.

Câu 34. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA=a$ và $OB=OC=2a$. Gọi M là trung điểm của BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. (B) a. (C) $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$. (D) $\dfrac{\sqrt{6}a}{3}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=2+2t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=-3 \\ y=-t \\ z=2t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=2+3t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1-t \\ z=2 \end{cases}$.

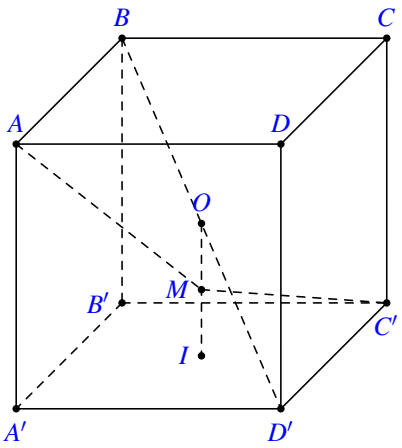
Câu 36. Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;16]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

(A) $\dfrac{683}{2048}$. (B) $\dfrac{1457}{4096}$. (C) $\dfrac{19}{56}$. (D) $\dfrac{77}{512}$.

Câu 37. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O.

Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $OM=\dfrac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ).

Khi đó sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng



(A) $\dfrac{17\sqrt{13}}{65}$. (B) $\dfrac{6\sqrt{85}}{85}$. (C) $\dfrac{7\sqrt{85}}{85}$. (D) $\dfrac{6\sqrt{13}}{65}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=1+4t\\z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;1;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

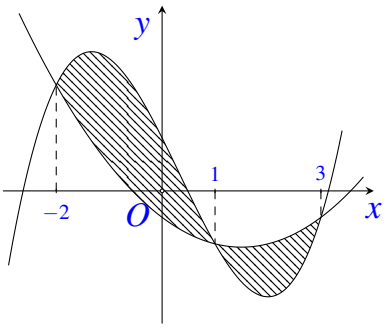
(A) $\begin{cases}x=1+27t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=-18+19t\\y=-6+7t\\z=11-10t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=-18+19t\\y=-6+7t\\z=-11-10t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=1-t\\y=1+17t\\z=1+10t\end{cases}$.

Câu 39. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và 2, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M=\sqrt{5}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. (B) $\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$. (C) $\sqrt{5}$. (D) $\dfrac{\sqrt{15}}{3}$.

Câu 40.

Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+\dfrac{3}{4}$ và $g(x)=dx^2+ex-\dfrac{3}{4}$ $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là -2; 1; 3 (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



(A) $\dfrac{253}{48}$. (B) $\dfrac{125}{24}$. (C) $\dfrac{125}{48}$. (D) $\dfrac{253}{24}$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;0;2)$ và đi qua điểm $A(0;1;1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

(A) $\dfrac{8}{3}$. (B) 4. (C) $\dfrac{4}{3}$. (D) 8.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^8+(m-3)x^5-\left(m^2-9\right)x^4+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$

(A) 4. (B) 7. (C) 6. (D) Vô số.

Câu 43. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng

(A) $2\sqrt{3}$. (B) $2\sqrt{2}$. (C) $\sqrt{3}$. (D) $\sqrt{6}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2)=-\dfrac{1}{5}$ và $f'(x)=x^3[f(x)]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

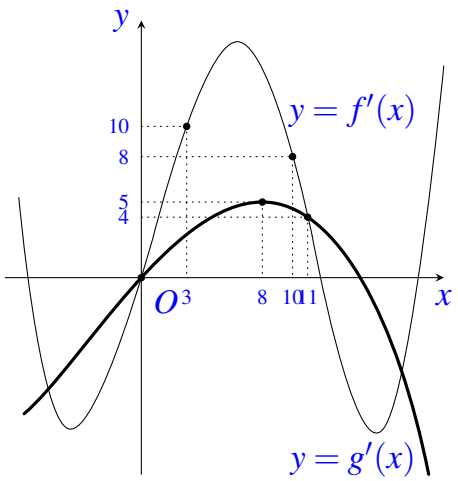
(A) $-\dfrac{4}{35}$. (B) $-\dfrac{71}{20}$. (C) $-\dfrac{79}{20}$. (D) $-\dfrac{4}{5}$.

Câu 45. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{6}x^4-\dfrac{7}{3}x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1)$, $N(x_2;y_2)$ thỏa mãn $y_1-y_2=4(x_1-x_2)$?

(A) 3. (B) 0. (C) 1. (D) 2.

Câu 46.

Cho hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$. Hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y=g'(x)$. Hàm số $h(x)=f(x+6)-g\left(2x+\dfrac{5}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



(A) $\left(\dfrac{21}{5};+\infty\right)$. (B) $\left(\dfrac{1}{4};1\right)$.

(C) $\left(3;\dfrac{21}{5}\right)$. (D) $\left(4;\dfrac{17}{4}\right)$.

Câu 47. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-5-i)+2i=(6-i)z$?

(A) 1. (B) 3. (C) 4. (D) 2.

Câu 48. Cho phương trình $2^x+m=\log_2(x-m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-18;18)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

(A) 9. (B) 19. (C) 17. (D) 18.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$ và điểm $A(-1;-1;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

(A) $3x+4y-2=0$. (B) $3x+4y+2=0$. (C) $6x+8y+11=0$. (D) $6x+8y-11=0$.

Câu 50. Cho $a>0$, $b>0$ thỏa mãn $\log_{2a+2b+1}(4a^2+b^2+1)+\log_{4ab+1}(2a+2b+1)=2$. Giá trị của $a+2b$ bằng

(A) $\dfrac{15}{4}$. (B) 5. (C) 4. (D) $\dfrac{3}{2}$.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THAM KHẢO

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019
Môn: TOÁN, ĐỀ THAM KHẢO
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng
(A) $8a^3$. (B) $2a^3$. (C) a^3. (D) $6a^3$.

Câu 2. Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

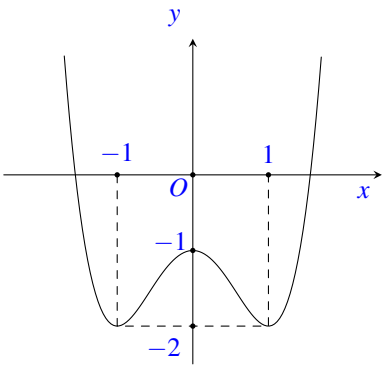
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng
(A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) 5.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
(A) $(1;2;3)$. (B) $(-1;-2;3)$. (C) $(3;5;1)$. (D) $(3;4;1)$.

Câu 4.

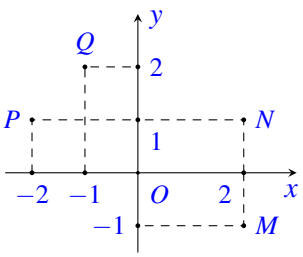
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
(A) $(0;1)$. (B) $(-\infty;-1)$. (C) $(-1;1)$. (D) $(-1;0)$.



Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=5$. Giá trị của u_4 bằng
(A) 22. (B) 17. (C) 12. (D) 250.

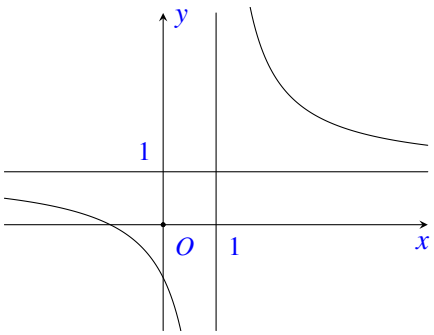
Câu 6.

Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z=-1+2i$?
(A) N. (B) P. (C) M. (D) Q.



Câu 7.

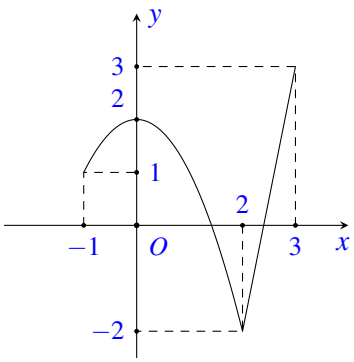
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



(A) $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. (B) $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.
(C) $y=x^4+x^2+1$. (D) $y=x^3-3x-1$.

Câu 8.

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục tên đoạn $[-1;3]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M-m$ bằng



(A) 0. (B) 1. (C) 4. (D) 5.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 3. (B) 2. (C) 5. (D) 1.

Câu 10. Tìm các số thực a và b thỏa mãn $2a+(b+i)i=1+2i$ với i là đơn vị ảo.

(A) $a=0, b=2$. (B) $a=\dfrac{1}{2}, b=1$. (C) $a=0, b=1$. (D) $a=1, b=2$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu tâm I và đi qua A là

(A) $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=29$. (B) $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.
(C) $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$. (D) $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=5$.

Câu 12. Đặt $\log_3 2=a$, khi đó $\log_{16}27$ bằng

(A) $\dfrac{3a}{4}$. (B) $\dfrac{3}{4a}$. (C) $\dfrac{4}{3a}$. (D) $\dfrac{4a}{3}$.

Câu 13. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-3z+5=0$. Giá trị của $|z_1|+|z_2|$ bằng

(A) $2\sqrt{5}$. (B) $\sqrt{5}$. (C) 3. (D) 10.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P)\colon x+2y+2z-10=0$ và $(Q)\colon x+2y+2z-3=0$ bằng

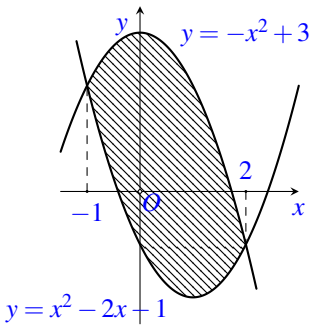
(A) $\dfrac{8}{3}$. (B) $\dfrac{7}{3}$. (C) 3. (D) $\dfrac{4}{3}$.

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x}<27$ là

(A) $(-\infty;-1)$. (B) $(3;+\infty)$.
(C) $(-1;3)$. (D) $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 16.

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



(A) $\int_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)\mathrm{d}x$. (B) $\int_{-1}^{2}(-2x+2)\,\mathrm{d}x$.

(C) $\int_{-1}^{2}(2x-2)\,\mathrm{d}x$. (D) $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$.

Câu 17. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

(A) $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. (B) $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. (C) $\frac{2\pi a^3}{3}$. (D) $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y		$\nearrow$ $+\infty$		$\nearrow$ 5	
		2		3	

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

(A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

Câu 19. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. (B) $\frac{8a^3}{3}$. (C) $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. (D) $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 20. Hàm số $f(x)=\log_2\left(x^2-2x\right)$ có đạo hàm là

(A) $f'(x)=\frac{\ln 2}{x^2-2x}$. (B) $f'(x)=\frac{1}{(x^2-2x)\ln 2}$.

(C) $f'(x)=\frac{(2x-2)\ln 2}{x^2-2x}$. (D) $f'(x)=\frac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 2}$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

(A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Câu 22. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ bằng

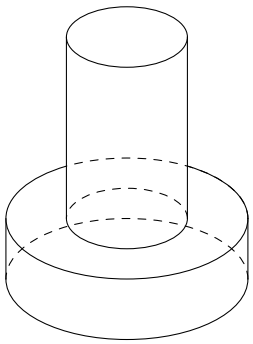
(A) $30°$. (B) $60°$. (C) $45°$. (D) $90°$.

Câu 23. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3(7-3^x)=2-x$ bằng

(A) 2. (B) 1. (C) 7. (D) 3.

Câu 24.

Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ (H_1), (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2=\dfrac{1}{2}r_1$, $h_2=2h_1$ (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng $30\,\text{cm}^3$, thể tích khối trụ (H_1) bằng



(A) $24\,\text{cm}^3$. (B) $15\,\text{cm}^3$. (C) $20\,\text{cm}^3$. (D) $10\,\text{cm}^3$.

Câu 25. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x(1+\ln x)$ là

(A) $2x^2\ln x+3x^2$. (B) $2x^2\ln x+x^2$. (C) $2x^2\ln x+3x^2+C$. (D) $2x^2\ln x+x^2+C$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD}=60°$, $SA=a$ và SA vuông góc với mặt đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$. (B) $\dfrac{\sqrt{15}a}{7}$. (C) $\dfrac{\sqrt{21}a}{3}$. (D) $\dfrac{\sqrt{15}a}{3}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+1}{5}$. (B) $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$.

(C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$. (D) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+5}{1}$.

Câu 28. Tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=-x^3-6x^2+(4m-9)x+4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ là

(A) $(-\infty;0]$. (B) $\left[-\dfrac{3}{4};+\infty\right)$. (C) $\left(-\infty;-\dfrac{3}{4}\right]$. (D) $[0;+\infty)$.

Câu 29. Xét số phức z thỏa mãn $(z+2i)(\bar{z}+2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn, tâm đường tròn đó có tọa độ là

(A) $(1;-1)$. (B) $(1;1)$. (C) $(-1;1)$. (D) $(-1;-1)$.

Câu 30. Cho $\displaystyle\int_0^1\frac{x\,\mathrm{d}x}{(x+2)^2}=a+b\ln 2+c\ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a+b+c$ bằng

(A) -2. (B) -1. (C) 2. (D) 1.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$ ↘	-3 ↗	0 ↘	$-\infty$

Bất phương trình $f(x) < \mathrm{e}^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1;1)$ khi và chỉ khi

(A) $m \geq f(1) - \mathrm{e}$. (B) $m > f(-1) - \dfrac{1}{\mathrm{e}}$. (C) $m \geq f(-1) - \dfrac{1}{\mathrm{e}}$. (D) $m > f(1) - \mathrm{e}$.

Câu 32. Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có ba ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 nam và 3 nữ ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

(A) $\dfrac{2}{5}$. (B) $\dfrac{1}{20}$. (C) $\dfrac{3}{5}$. (D) $\dfrac{1}{10}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z-8=0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P), giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$ bằng

(A) 135. (B) 105. (C) 108. (D) 145.

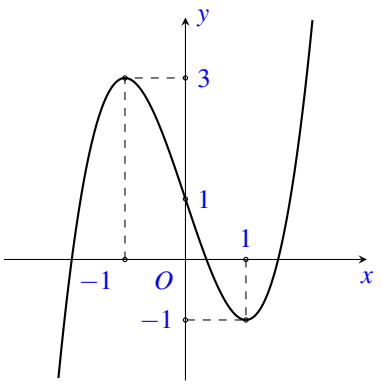
Câu 34. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2 = 2|z+\bar{z}|+4$ và $|z-1-i| = |z-3+3i|$?

(A) 4. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

Câu 35.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sin x) = m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ là

(A) $[-1;3)$. (B) $(-1;3)$. (C) $(-1;3)$. (D) $[-1;1)$.



Câu 36. Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1%/tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau và ông A trả hết nợ sau đúng 5 năm kể từ ngày vay. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi số tiền mỗi tháng ông ta cần trả cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây?

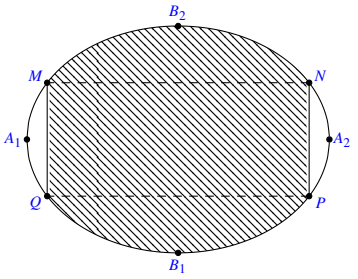
(A) 2,22 triệu đồng. (B) 3,03 triệu đồng. (C) 2,25 triệu đồng. (D) 2,20 triệu đồng.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S)\colon (x-3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

(A) $\begin{cases} x=2+9t \\ y=1+9t \\ z=3+8t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=2-5t \\ y=1+3t \\ z=3 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=3 \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=2+4t \\ y=1+3t \\ z=3-3t \end{cases}$.

Câu 38. Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên.

Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200.000 đồng/m^2 và phần còn lại là 100.000 đồng/m^2. Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2=8$m, $B_1B_2=6$m và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ=3$ m?



(A) 7.322.000 đồng. (B) 7.213.000 đồng. (C) 5.526.000 đồng. (D) 5.782.000 đồng.

Câu 39. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA' và BB'. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P, đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q. Thể tích của khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng

(A) 1. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{2}{3}$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=3f(x+2)-x^3+3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

(A) $(1;+\infty)$. (B) $(-\infty;-1)$. (C) $(-1;0)$. (D) $(0;2)$.

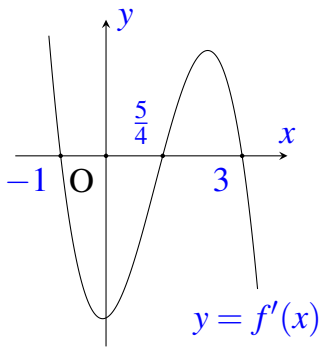
Câu 41. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2\left(x^4-1\right)+m\left(x^2-1\right)-6(x-1)\geq 0$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

(A) $-\frac{3}{2}$. (B) 1. (C) $-\frac{1}{2}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)=mx^4+nx^3+px^2+qx+r$ $(m,n,p,q,r\in\mathbb{R})$.

Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f(x)=r$ có số phần tử là

(A) 4. (B) 3. (C) 1. (D) 2.



Câu 43. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log\left(ab^2\right)$ bằng

(A) $2\log a+\log b$. (B) $\log a+2\log b$. (C) $2(\log a+\log b)$. (D) $\log a+\frac{1}{2}\log b$.

Câu 44. Cho $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 5$, khi đó $\int\limits_0^1 [f(x) - 2g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -3. (B) 12. (C) -8. (D) 1.

Câu 45. Thể tích khối cầu bán kính a bằng

(A) $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. (B) $4\pi a^3$. (C) $\dfrac{\pi a^3}{3}$. (D) $2\pi a^3$.

Câu 46. Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2 - x + 2\right) = 1$ là

(A) $\{0\}$. (B) $\{0;1\}$. (C) $\{-1;0\}$. (D) $\{1\}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

(A) $z = 0$. (B) $x + y + z = 0$. (C) $y = 0$. (D) $x = 0$.

Câu 48. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x + x$ là

(A) $\mathrm{e}^x + x^2 + C$. (B) $\mathrm{e}^x + \dfrac{1}{2}x^2 + C$.

(C) $\dfrac{1}{x+1}\mathrm{e}^x + \dfrac{1}{2}x^2 + C$. (D) $\mathrm{e}^x + 1 + C$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $Q(2;-1;2)$. (B) $M(-1;-2;-3)$. (C) $P(1;2;3)$. (D) $N(-2;1;-2)$.

Câu 50. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \le n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. (B) $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{k!}$. (C) $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$. (D) $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{k!(n-k)!}{n!}$.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 101
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

(A) $\vec{n}_3=(1;2;-1)$. (B) $\vec{n}_4=(1;2;3)$. (C) $\vec{n}_1=(1;3;-1)$. (D) $\vec{n}_2=(2;3;-1)$.

Câu 2. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^2$ bằng

(A) $2\log_5 a$. (B) $2+\log_5 a$. (C) $\frac{1}{2}+\log_5 a$. (D) $\frac{1}{2}\log_5 a$.

Câu 3. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-2;0)$. (B) $(2;+\infty)$. (C) $(0;2)$. (D) $(0;+\infty)$.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $3^{2x-1}=27$ là

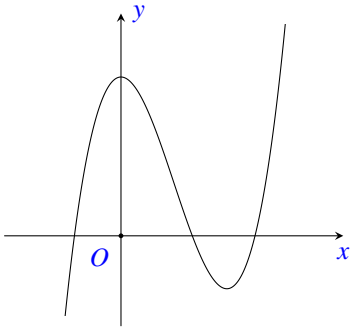
(A) $x=5$. (B) $x=1$. (C) $x=2$. (D) $x=4$.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

(A) -6. (B) 3. (C) 12. (D) 6.

Câu 6.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



(A) $y=x^3-3x^2+3$. (B) $y=-x^3+3x^2+3$.
(C) $y=x^4-2x^2+3$. (D) $y=-x^4+2x^2+3$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+3}{1}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_2=(2;1;1)$. (B) $\vec{u}_4=(1;2;-3)$. (C) $\vec{u}_3=(-1;2;1)$. (D) $\vec{u}_1=(2;1;-3)$.

Câu 8. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

(A) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. (B) $\pi r^2 h$. (C) $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. (D) $2\pi r^2 h$.

Câu 9. Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

(A) 2^7. (B) A_7^2. (C) C_7^2. (D) 7^2.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

(A) $(2;1;0)$. (B) $(0;0;-1)$. (C) $(2;0;0)$. (D) $(0;1;0)$.

Câu 11. Biết $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = -2$ và $\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 3$, khi đó $\int_0^1 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -5. (B) 5. (C) -1. (D) 1.

Câu 12. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là

(A) $3Bh$. (B) Bh. (C) $\frac{4}{3}Bh$. (D) $\frac{1}{3}Bh$.

Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $3-4i$ là

(A) $-3-4i$. (B) $-3+4i$. (C) $3+4i$. (D) $-4+3i$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

(A) $x=2$. (B) $x=1$. (C) $x=-1$. (D) $x=-3$.

Câu 15. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+5$ là

(A) x^2+5x+C. (B) $2x^2+5x+C$. (C) $2x^2+C$. (D) x^2+C.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

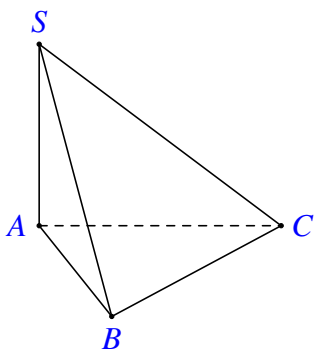
x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

(A) 2. (B) 1. (C) 4. (D) 3.

Câu 17.

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



(A) $90°$. (B) $45°$. (C) $30°$. (D) $60°$.

Câu 18. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

(A) 16. (B) 56. (C) 20. (D) 26.

Câu 19. Hàm số $y = 2^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

(A) $(2x-3)\cdot 2^{x^2-3x}\cdot \ln 2$. (B) $2^{x^2-3x}\cdot \ln 2$.
(C) $(2x-3)\cdot 2^{x^2-3x}$. (D) $(x^2-3x)\cdot 2^{x^2-3x+1}$.

Câu 20. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3;3]$ là

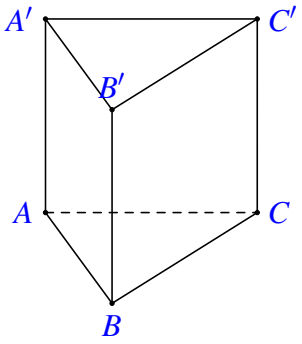
(A) -16. (B) 20. (C) 0. (D) 4.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

(A) $\sqrt{7}$. (B) 9. (C) 3. (D) $\sqrt{15}$.

Câu 22.

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{3}a$ (minh họa hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng



(A) $\dfrac{3a^3}{4}$. (B) $\dfrac{3a^3}{2}$.
(C) $\dfrac{a^3}{4}$. (D) $\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+2)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 0. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Câu 24. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4 b = 16$. Giá trị của $4\log_2 a + \log_2 b$ bằng

(A) 4. (B) 2. (C) 16. (D) 8.

Câu 25. Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $3z_1 + z_2$ có tọa độ là

(A) $(4;-1)$. (B) $(-1;4)$. (C) $(4;1)$. (D) $(1;4)$.

Câu 26. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1) + 1 = \log_3(4x+1)$ là

(A) $x = 3$. (B) $x = -3$. (C) $x = 4$. (D) $x = 2$.

Câu 27. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1 m và 1,2 m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

(A) 1,8 m. (B) 1,4 m. (C) 2,2 m. (D) 1,6 m.

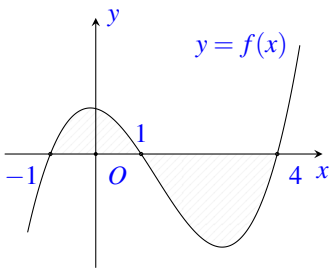
Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	2	↘	-4	$+\infty$	-2	↗	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

(A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=-1$ và $x=4$ (như hình vẽ bên dưới). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



(A) $S=-\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$.

(B) $S=\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int_{1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$.

(C) $S=\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$.

(D) $S=-\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int_{1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

(A) $2x-y-z+5=0$. (B) $2x-y-z-5=0$.

(C) $x+y+2z-3=0$. (D) $3x+2y-z-14=0$.

Câu 31. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{(x+1)^2}$ trên khoảng $(-1;+\infty)$ là

(A) $2\ln(x+1)+\dfrac{2}{x+1}+C$. (B) $2\ln(x+1)+\dfrac{3}{x+1}+C$.

(C) $2\ln(x+1)-\dfrac{2}{x+1}+C$. (D) $2\ln(x+1)-\dfrac{3}{x+1}+C$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\cos^2 x+1, \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\dfrac{\pi^2+4}{16}$. (B) $\dfrac{\pi^2+14\pi}{16}$. (C) $\dfrac{\pi^2+16\pi+4}{16}$. (D) $\dfrac{\pi^2+16\pi+16}{16}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;2)$, $C(2;-1;3)$, $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=-2-3t \\ z=2-t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=2+4t \\ y=-1+3t \\ z=3-t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-4+3t \\ z=2+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=4+2t \\ y=3-t \\ z=1+3t \end{cases}$.

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z}+i)-(2-i)z=3+10i$. Mô-đun của z bằng

(A) 3. (B) 5. (C) $\sqrt{5}$. (D) $\sqrt{3}$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

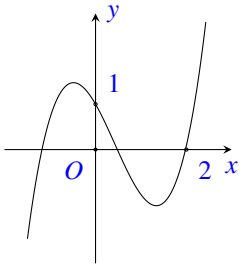
x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(4;+\infty)$. (B) $(-2;1)$. (C) $(2;4)$. (D) $(1;2)$.

Câu 36.

Cho hàm số $y=f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x)<x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi



(A) $m\geq f(2)-2$. (B) $m\geq f(0)$.
(C) $m>f(2)-2$. (D) $m>f(0)$.

Câu 37. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là

(A) $\dfrac{1}{2}$. (B) $\dfrac{13}{25}$. (C) $\dfrac{12}{25}$. (D) $\dfrac{313}{625}$.

Câu 38. Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

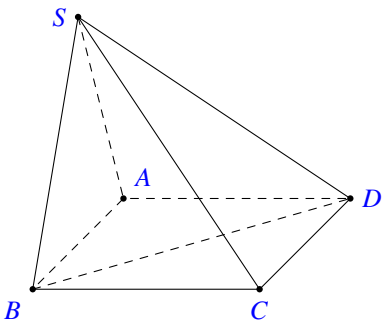
(A) $10\sqrt{3}\pi$. (B) $5\sqrt{39}\pi$. (C) $20\sqrt{3}\pi$. (D) $10\sqrt{39}\pi$.

Câu 39. Cho phương trình $\log_9 x^2-\log_3(3x-1)=-\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm?

(A) 2. (B) 4. (C) 3. (D) Vô số.

Câu 40.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng



(A) $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$. (B) $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$. (C) $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. (D) $\dfrac{\sqrt{21}a}{28}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(4)=1$ và $\displaystyle\int_0^1 xf(4x)\,\mathrm{d}x=1$, khi đó $\displaystyle\int_0^4 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

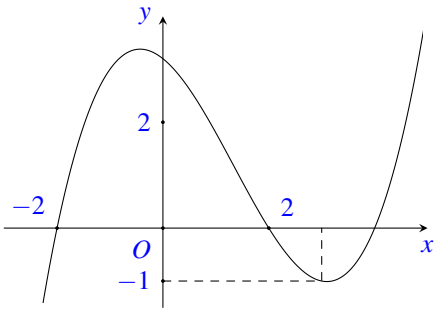
(A) $\dfrac{31}{2}$. (B) -16. (C) 8. (D) 14.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $P(-3;0;-3)$. (B) $M(0;-3;-5)$. (C) $N(0;3;-5)$. (D) $Q(0;5;-3)$.

Câu 43.

Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3-3x)|=\dfrac{4}{3}$ là



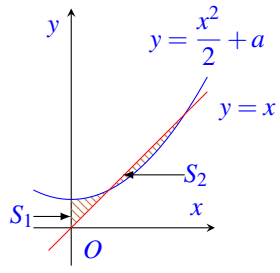
(A) 3. (B) 8. (C) 7. (D) 4.

Câu 44. Xét số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w=\dfrac{4+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

(A) $\sqrt{34}$. (B) 26. (C) 34. (D) $\sqrt{26}$.

Câu 45.

Cho đường thẳng $y=x$ và parabol $y=\dfrac{1}{2}x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ dưới đây. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



(A) $\left(\dfrac{3}{7};\dfrac{1}{2}\right)$. (B) $\left(0;\dfrac{1}{3}\right)$. (C) $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{5}\right)$. (D) $\left(\dfrac{2}{5};\dfrac{3}{7}\right)$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2-2x)$ là

(A) 9. (B) 3. (C) 7. (D) 5.

Câu 47. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 6. Gọi M, N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

(A) $27\sqrt{3}$. (B) $21\sqrt{3}$. (C) $30\sqrt{3}$. (D) $36\sqrt{3}$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+\left(z+\sqrt{2}\right)^2=3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

(A) 12. (B) 8. (C) 16. (D) 4.

Câu 49. Cho hai hàm số $y=\dfrac{x-3}{x-2}+\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}$ và $y=|x+2|-x+m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

(A) $(-\infty;2]$. (B) $[2;+\infty)$. (C) $(-\infty;2)$. (D) $(2;+\infty)$.

Câu 50. Cho phương trình $\left(4\log_2^2 x+\log_2 x-5\right)\sqrt{7^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

(A) 49. (B) 47. (C) Vô số. (D) 48.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 102
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+6$ là

(A) x^2+6x+C. (B) $2x^2+C$. (C) $2x^2+6x+C$. (D) x^2+C.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z+1=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

(A) $\vec{n_1}=(2;-1;-3)$. (B) $\vec{n_4}=(2;1;3)$. (C) $\vec{n_2}=(2;-1;3)$. (D) $\vec{n_3}=(2;3;1)$.

Câu 3. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

(A) $\pi r^2 h$. (B) $2\pi r^2 h$. (C) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. (D) $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

Câu 4. Số phức liên hợp của số phức $5-3i$ là

(A) $-5+3i$. (B) $-3+5i$. (C) $-5-3i$. (D) $5+3i$.

Câu 5. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

(A) $\frac{1}{3}\log_5 a$. (B) $\frac{1}{3}+\log_5 a$. (C) $3+\log_5 a$. (D) $3\log_5 a$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là

(A) $(3;0;0)$. (B) $(3;-1;0)$. (C) $(0;0;1)$. (D) $(0;-1;0)$.

Câu 7. Số cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là

(A) 5^2. (B) 2^5. (C) C_5^2. (D) A_5^2.

Câu 8. Biết tích phân $\int_0^1 f(x)\,dx=3$ và $\int_0^1 g(x)\,dx=-4$. Khi đó $\int_0^1 [f(x)+g(x)]\,dx$ bằng

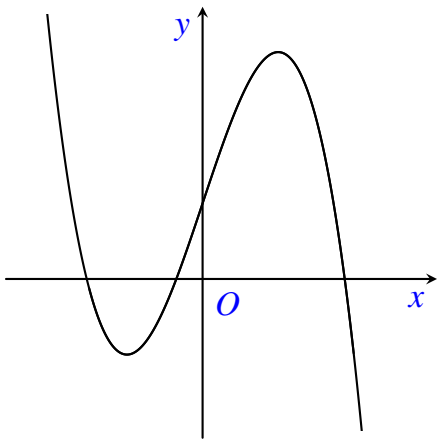
(A) -7. (B) 7. (C) -1. (D) 1.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-5}=\frac{z+2}{3}$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d

(A) $\vec{u}=(2;5;3)$. (B) $\vec{u}=(2;-5;3)$. (C) $\vec{u}=(1;3;2)$. (D) $\vec{u}=(1;3;-2)$.

Câu 10.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên



(A) $y=-x^4+2x^2+1$. (B) $y=-x^3+3x+1$.
(C) $y=x^3-3x+1$. (D) $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=8$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

(A) 4. (B) -6. (C) 10. (D) 6.

Câu 12. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

(A) $V=3Bh$. (B) $V=Bh$. (C) $V=\frac{4}{3}Bh$. (D) $V=\frac{1}{3}Bh$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1}=27$ là

(A) 2. (B) 1. (C) 5. (D) 4.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

(A) $(0;+\infty)$. (B) $(0;2)$. (C) $(-2;0)$. (D) $(-\infty;-2)$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại

(A) $x=2$. (B) $x=-2$. (C) $x=3$. (D) $x=1$.

Câu 16. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1)=1+\log_2(x-1)$ là

(A) $x=1$. (B) $x=-2$. (C) $x=3$. (D) $x=2$.

Câu 17. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

(A) 20. (B) 4. (C) 0. (D) -16.

Câu 18. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1m và $1{,}4$m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây

(A) $1{,}7$m. (B) $1{,}5$m. (C) $1{,}9$m. (D) $2{,}4$m.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-2)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 2. (B) 1. (C) 0. (D) 3.

Câu 20. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-6z+14=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

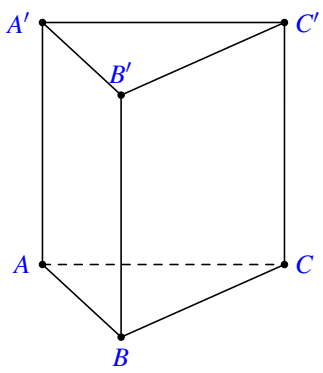
(A) 36. (B) 8. (C) 28. (D) 18.

Câu 21.

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=2a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

(C) $\sqrt{3}a^3$. (D) $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$.



Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+2y-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

(A) 3. (B) 9. (C) $\sqrt{15}$. (D) $\sqrt{7}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	2	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
			-1				-1		

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-5=0$ là

(A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 0.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

(A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 4.

Câu 25. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3b^2 = 32$. Giá trị của $3\log_2 a + 2\log_2 b$ bằng

(A) 5. (B) 2. (C) 32. (D) 4.

Câu 26. Hàm số $y = 3^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

(A) $(2x-3)\cdot 3^{x^2-3x}$. (B) $3^{x^2-3x}\cdot \ln 3$.
(C) $(x^2-3x)\cdot 3^{x^2-3x-1}$. (D) $(2x-3)\cdot 3^{x^2-3x}\cdot \ln 3$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0)$ và $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

(A) $2x+y+z-4=0$. (B) $2x-y+z-2=0$. (C) $x+y+z-3=0$. (D) $2x-y+z+2=0$.

Câu 28. Cho hai số phức $z_1 = -2+i$ và $z_2 = 1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là

(A) $(3;-3)$. (B) $(2;-3)$. (C) $(-3;3)$. (D) $(-3;2)$.

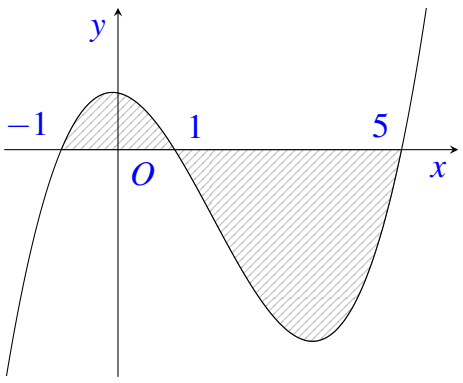
Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 5$ (như hình vẽ sau). Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $S = \displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

(B) $S = \displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

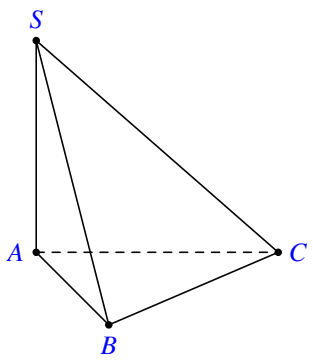
(C) $S = -\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

(D) $S = -\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.



Câu 30.

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB = a$ và $BC = \sqrt{3}a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



(A) 90°. (B) 30°.
(C) 60°. (D) 45°.

Câu 31. Cho số phức z thoả mãn $3(\overline{z}-i)-(2+3i)z = 7-16i$. Mô-đun của z bằng

(A) $\sqrt{5}$. (B) 5. (C) $\sqrt{3}$. (D) 3.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2)$, $B(1;2;1)$, $C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 4t \\ z = 2+2t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 4 \\ z = 2+2t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 4+4t \\ z = 4+2t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 2-4t \\ z = 2-2t \end{cases}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\cos^2 x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng?

(A) $\dfrac{\pi^2+2}{8}$. (B) $\dfrac{\pi^2+8\pi+8}{8}$. (C) $\dfrac{\pi^2+8\pi+2}{8}$. (D) $\dfrac{\pi^2+6\pi+8}{8}$.

Câu 34. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{3x-1}{(x-1)^2}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

(A) $3\ln(x-1) - \dfrac{2}{x-1} + C$. (B) $3\ln(x-1) + \dfrac{1}{x-1} + C$.
(C) $3\ln(x-1) - \dfrac{1}{x-1} + C$. (D) $3\ln(x-1) + \dfrac{2}{x-1} + C$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ có bảng dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(2;3)$. (B) $(0;2)$. (C) $(3;5)$. (D) $(5;+\infty)$.

Câu 36. Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

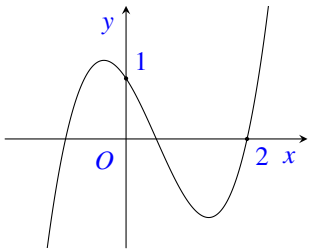
(A) $24\sqrt{2}\pi$. (B) $8\sqrt{2}\pi$. (C) $12\sqrt{2}\pi$. (D) $16\sqrt{2}\pi$.

Câu 37. Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

(A) 6. (B) 5. (C) Vô số. (D) 7.

Câu 38.

Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Bất phương trình $f(x)>x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi

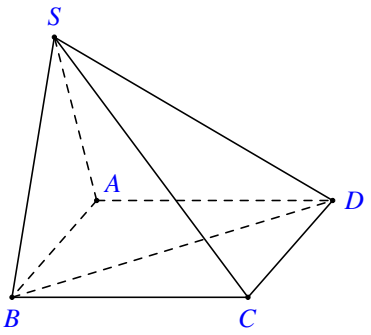


(A) $m\le f(2)-2$. (B) $m<f(2)-2$.

(C) $m\le f(0)$. (D) $m<f(0)$.

Câu 39.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng



(A) $\dfrac{\sqrt{21}a}{28}$. (B) $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$.

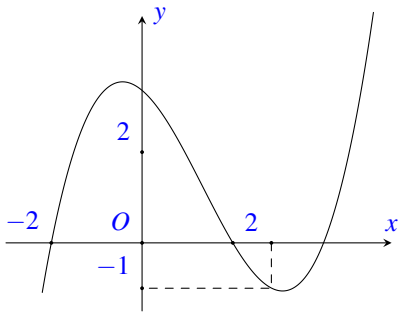
(C) $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. (D) $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$.

Câu 40. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

(A) $\dfrac{13}{27}$. (B) $\dfrac{14}{27}$. (C) $\dfrac{1}{2}$. (D) $\dfrac{365}{729}$.

Câu 41.

Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{1}{2}$ là



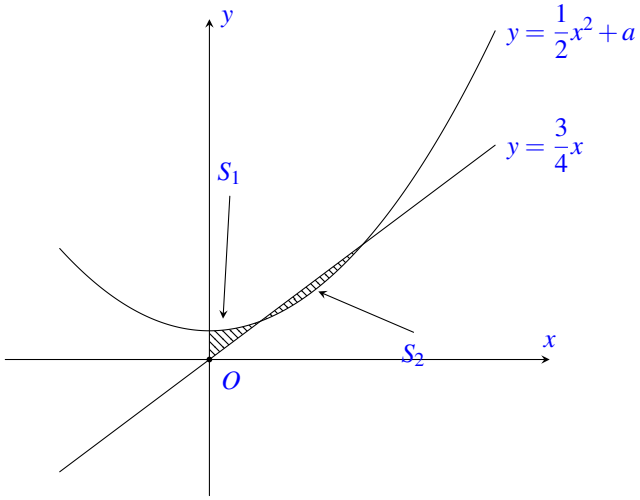
(A) 6. (B) 10. (C) 12. (D) 3.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(5)=1$ và $\displaystyle\int_0^1 xf(5x)\,\mathrm{d}x=1$, khi đó $\displaystyle\int_0^1 x^2f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 15. (B) 23. (C) $\dfrac{123}{5}$. (D) -25.

Câu 43.

Cho đường thẳng $y=\dfrac{3}{4}x$ và parabol $y=\dfrac{1}{2}x^2+a$, (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



(A) $\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{9}{32}\right)$. (B) $\left(\dfrac{3}{16};\dfrac{7}{32}\right)$.

(C) $\left(0;\dfrac{3}{16}\right)$. (D) $\left(\dfrac{7}{32};\dfrac{1}{4}\right)$.

Câu 44. Xét số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w=\dfrac{3+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

(A) $2\sqrt{3}$. (B) 20. (C) 12. (D) $2\sqrt{5}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây ?

(A) $P(-3;0;-3)$. (B) $Q(0;11;-3)$. (C) $N(0;3;-5)$. (D) $M(0;-3;-5)$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+\left(z-\sqrt{2}\right)^2=3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau ?

(A) 12. (B) 4. (C) 8. (D) 16.

Câu 47. Cho phương trình $\left(2\log_2^2 x-3\log_2 x-2\right)\sqrt{3^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

(A) 79. (B) 80. (C) vô số. (D) 81.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	2	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
			-3				-1		

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2+2x)$ là

(A) 3. (B) 9. (C) 5. (D) 7.

Câu 49. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N và P lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích V của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

(A) $V=12\sqrt{3}$. (B) $V=16\sqrt{3}$. (C) $V=\dfrac{28\sqrt{3}}{3}$. (D) $V=\dfrac{40\sqrt{3}}{3}$.

Câu 50. Cho hai hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}+\dfrac{x+3}{x+4}$ và $y=|x+1|-x+m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

(A) $(3;+\infty)$. (B) $(-\infty;3]$. (C) $(-\infty;3)$. (D) $[3;+\infty)$.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 103
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

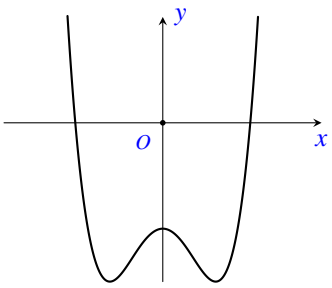
NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+z-2=0$. Véc-tơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của (P).

(A) $\vec{n}_3=(-3;1;-2)$. (B) $\vec{n}_2=(2;-3;-2)$. (C) $\vec{n}_1=(2;-3;1)$. (D) $\vec{n}_4=(2;1;-2)$.

Câu 2.

Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



(A) $y=x^3-3x^2-2$. (B) $y=x^4-2x^2-2$.
(C) $y=-x^3+3x^2-2$. (D) $y=-x^4+2x^2-2$.

Câu 3. Số cách chọn 2 học sinh từ 6 học sinh là

(A) A_6^2. (B) C_6^2. (C) 2^6. (D) 6^2.

Câu 4. Biết $\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_1^2 g(x)\,\mathrm{d}x=6$, khi đó $\int\limits_1^2 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 4. (B) -8. (C) 8. (D) -4.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=8$ là

(A) $x=\dfrac{3}{2}$. (B) $x=2$. (C) $x=\dfrac{5}{2}$. (D) $x=1$.

Câu 6. Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là

(A) $\pi r^2 h$. (B) $\dfrac{4}{3}\pi r^2 h$. (C) $2\pi r^2 h$. (D) $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 7. Số phức liên hợp của số phức $1-2i$ là

(A) $-1-2i$. (B) $1+2i$. (C) $-2+i$. (D) $-1+2i$.

Câu 8. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

(A) $\dfrac{4}{3}Bh$. (B) $3Bh$. (C) $\dfrac{1}{3}Bh$. (D) Bh.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại

(A) $x=2$. (B) $x=-2$. (C) $x=3$. (D) $x=1$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

(A) $(0;0;-1)$. (B) $(2;0;-1)$. (C) $(0;1;0)$. (D) $(2;0;0)$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

(A) 3. (B) -4. (C) 8. (D) 4.

Câu 12. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+3$ là

(A) $2x^2+C$. (B) x^2+3x+C. (C) $2x^2+3x+C$. (D) x^2+C.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\mathrm{d}\colon \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{2}$. Vec-tơ nào dưới đây là một vec-tơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u_2}=(1;-3;2)$. (B) $\vec{u_3}=(-2;1;3)$. (C) $\vec{u_1}=(-2;1;2)$. (D) $\vec{u_4}=(1;3;2)$.

Câu 14. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

(A) $3\log_2 a$. (B) $\dfrac{1}{3}\log_2 a$. (C) $\dfrac{1}{3}+\log_2 a$. (D) $3+\log_2 a$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

(A) $(-1;0)$. (B) $(-1;+\infty)$. (C) $(-\infty;-1)$. (D) $(0;1)$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 0.

Câu 17. Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=2+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức z_1+2z_2 có tọa độ là

(A) $(2;5)$. (B) $(3;5)$. (C) $(5;2)$. (D) $(5;3)$.

Câu 18. Hàm số $y=2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

(A) $(x^2-x)\cdot 2^{x^2-x-1}$. (B) $(2x-1)\cdot 2^{x^2-x}$.
(C) $2^{x^2-x}\cdot \ln 2$. (D) $(2x-1)\cdot 2^{x^2-x}\cdot \ln 2$.

Câu 19. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

(A) 18. (B) 2. (C) -18. (D) -2.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 2. (B) 0. (C) 1. (D) 3.

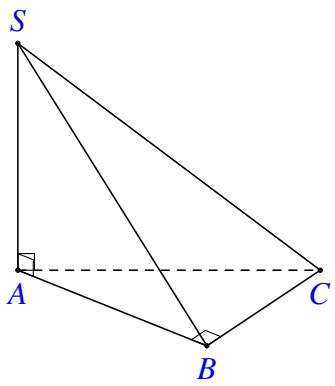
Câu 21. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2b^3=16$. Giá trị của $2\log_2 a+3\log_2 b$ bằng

(A) 8. (B) 16. (C) 4. (D) 2.

Câu 22.

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). $SA=\sqrt{2}a$. Tam giác ABC vuông cân tại B và $AB=a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

(A) 45°. (B) 60°. (C) 30°. (D) 90°.



Câu 23. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,8m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây ?

(A) $2,8m$. (B) $2,6m$. (C) $2,1m$. (D) $2,3m$.

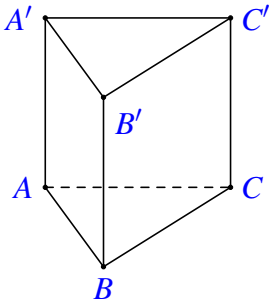
Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1)+1=\log_2(3x-1)$ là

(A) $x=3$. (B) $x=2$. (C) $x=-1$. (D) $x=1$.

Câu 25.

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và $AA'=3a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $2\sqrt{3}a^3$. (B) $\sqrt{3}a^3$. (C) $6\sqrt{3}a^3$. (D) $3\sqrt{3}a^3$.



Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2y-2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

(A) 9. (B) $\sqrt{15}$. (C) $\sqrt{7}$. (D) 3.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;2)$ và $B(6;5;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

(A) $2x+2y-3z-17=0$. (B) $4x+3y-z-26=0$.
(C) $2x+2y-3z+17=0$. (D) $2x+2y+3z-11=0$.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có báng biến thiên như sau:

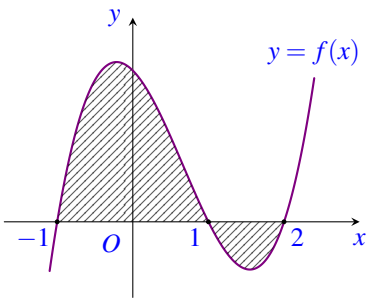
x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$		$+$	0	$-$	
y	1	↘	2	↘		↗	3
		$-\infty$			-3		

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 29.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=-1, x=2$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



(A) $S=-\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$. (B) $S=-\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.
(C) $S=\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$. (D) $S=\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 30. Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+5=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

(A) 6. (B) 8. (C) 16. (D) 26.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(0;0;2), B(2;1;0), C(1;2;-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-2+2t \\ z=1-t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=-1+2t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=3+3t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=3t \\ y=2t \\ z=2+t \end{cases}$.

Câu 32. Cho số z thỏa mãn $(2+i)z-4(\bar{z}-i)=-8+19i$. Mô-đun của z bằng

(A) 13. (B) 5. (C) $\sqrt{13}$. (D) $\sqrt{5}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(3;4)$. (B) $(2;3)$. (C) $(-\infty;-3)$. (D) $(0;2)$.

Câu 34. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{(x+2)^2}$ trên khoảng $(-2;+\infty)$ là

(A) $2\ln(x+2)+\dfrac{1}{x+2}+C$. (B) $2\ln(x+2)-\dfrac{1}{x+2}+C$.

(C) $2\ln(x+2)-\dfrac{3}{x+2}+C$. (D) $2\ln(x+2)+\dfrac{3}{x+2}+C$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\sin^2 x+1, \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\dfrac{\pi^2+15\pi}{16}$. (B) $\dfrac{\pi^2+16\pi-16}{16}$. (C) $\dfrac{\pi^2+16\pi-4}{16}$. (D) $\dfrac{\pi^2-4}{16}$.

Câu 36. Cho phương trình $\log_9 x^2-\log_3(5x-1)=-\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

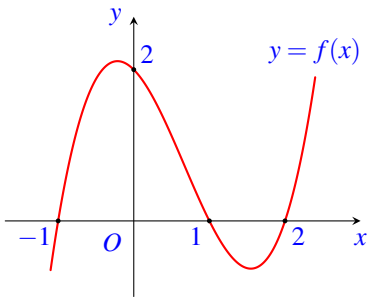
(A) Vô số. (B) 5. (C) 4. (D) 6.

Câu 37. Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng $12\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) $6\sqrt{10}\pi$. (B) $6\sqrt{34}\pi$. (C) $3\sqrt{10}\pi$. (D) $3\sqrt{34}\pi$.

Câu 38.

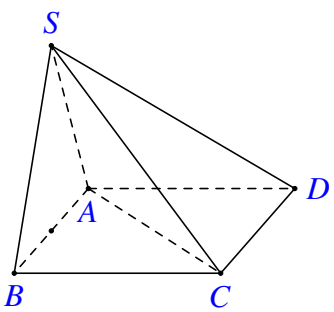
Cho hàm số $y=f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x)<2x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi



(A) $m>f(0)$. (B) $m>f(2)-4$. (C) $m\geq f(0)$. (D) $m\geq f(2)-4$.

Câu 39.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAC) bằng



(A) $\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$. (B) $\dfrac{a\sqrt{21}}{28}$. (C) $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. (D) $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

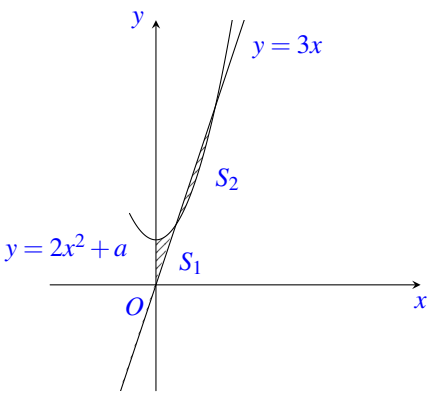
Câu 40. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 21 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

(A) $\frac{11}{21}$. (B) $\frac{221}{441}$. (C) $\frac{10}{21}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Câu 41.

Cho đường thẳng $y=3x$ và parabol $y=2x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(\frac{4}{5};\frac{9}{10}\right)$. (B) $\left(0;\frac{4}{5}\right)$. (C) $\left(1;\frac{9}{8}\right)$. (D) $\left(\frac{9}{10};1\right)$.



Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi song song với Oz và cách Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất thì d đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $P(-2;0;-2)$. (B) $N(0;-2;-5)$. (C) $Q(0;2;-5)$. (D) $M(0;4;-2)$.

Câu 43. Xét các số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=\frac{2+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

(A) 10. (B) $\sqrt{2}$. (C) 2. (D) $\sqrt{10}$.

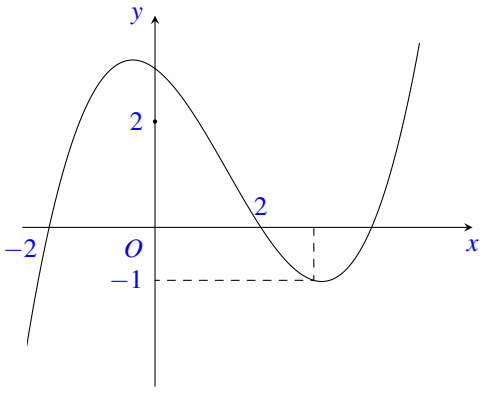
Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(6)=1$ và $\int_0^1 xf(6x)\,\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int_0^6 x^2f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\frac{107}{3}$. (B) 34. (C) 24. (D) -36.

Câu 45.

Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3-3x)|=\frac{3}{2}$ là

(A) 8. (B) 4. (C) 7. (D) 3.



Câu 46. Cho phương trình $\left(2\log_3^2 x-\log_3 x-1\right)\sqrt{5^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

(A) 123. (B) 125. (C) Vô số. (D) 124.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu: $(S)\colon x^2+y^2+(z+1)^2=5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)(a,b,c$ là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc nhau?

(A) 20. (B) 8. (C) 12. (D) 16.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số cực trị của hàm số $y=f(4x^2-4x)$ là

(A) 9. (B) 5. (C) 7. (D) 3.

Câu 49. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 6 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M,N,P lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A',ACC'A',BCC'B'$. Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P bằng

(A) $9\sqrt{3}$. (B) $10\sqrt{3}$. (C) $7\sqrt{3}$. (D) $12\sqrt{3}$.

Câu 50. Cho hai hàm số $y=\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}$ và $y=|x+2|-x-m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là $(C_1),(C_2)$. Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

(A) $[-2;+\infty)$. (B) $(-\infty;-2)$. (C) $(-2;+\infty)$. (D) $(-\infty;-2]$.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 104
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Số cách chọn 2 học sinh từ 8 học sinh là
(A) C_8^2. (B) 8^2. (C) A_8^2. (D) 2^8.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x+3y+z-1=0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?
(A) $\vec{n}_4=(3;1;-1)$. (B) $\vec{n}_3=(4;3;1)$. (C) $\vec{n}_2=(4;-1;1)$. (D) $\vec{n}_1=(4;3;-1)$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=32$ là
(A) $x=3$. (B) $x=\frac{17}{2}$. (C) $x=\frac{5}{2}$. (D) $x=2$.

Câu 4. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là
(A) $\frac{4}{3}Bh$. (B) $\frac{1}{3}Bh$. (C) $3Bh$. (D) Bh.

Câu 5. Số phức liên hợp của số phức $3-2i$ là
(A) $-3+2i$. (B) $3+2i$. (C) $-3-2i$. (D) $-2+3i$.

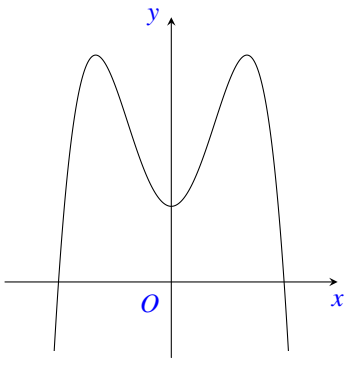
Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là
(A) $(0;1;0)$. (B) $(3;0;0)$. (C) $(0;0;-1)$. (D) $(3;0;-1)$.

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=1$ và $u_2=4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng
(A) 5. (B) 4. (C) -3. (D) 3.

Câu 8. Họ tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+4$ là
(A) $2x^2+4x+C$. (B) x^2+4x+C. (C) x^2+C. (D) $2x^2+C$.

Câu 9.

Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



(A) $y=2x^3-3x+1$. (B) $y=-2x^4+4x^2+1$.
(C) $y=2x^4-4x^2+1$. (D) $y=-2x^3+3x+1$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0;1)$. (B) $(1;+\infty)$. (C) $(-1;0)$. (D) $(0;+\infty)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-5}{3}$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

(A) $\vec{u_1}=(3;-1;5)$. (B) $\vec{u_3}=(2;6;-4)$. (C) $\vec{u_4}=(-2;-4;6)$. (D) $\vec{u_2}=(1;-2;3)$.

Câu 12. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2$ bằng

(A) $2\log_2 a$. (B) $\dfrac{1}{2}+\log_2 a$. (C) $\dfrac{1}{2}\log_2 a$. (D) $2+\log_2 a$.

Câu 13. Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

(A) $2\pi r^2 h$. (B) $\pi r^2 h$. (C) $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$. (D) $\dfrac{4}{3}\pi r^2 h$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

(A) $x=-2$. (B) $x=1$. (C) $x=3$. (D) $x=2$.

Câu 15. Biết $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=2$ và $\displaystyle\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x=-4$, khi đó $\displaystyle\int_0^1 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

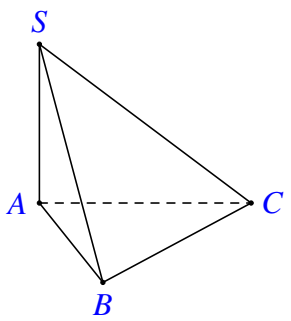
(A) 6. (B) -6. (C) -2. (D) 2.

Câu 16. Cho hai số phức $z_1=2-i$, $z_2=1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là

(A) $(5;-1)$. (B) $(-1;5)$. (C) $(5;0)$. (D) $(0;5)$.

Câu 17.

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB=a\sqrt{2}$. (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



(A) $60°$. (B) $45°$. (C) $30°$. (D) $90°$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2y+2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

(A) 9. (B) 3. (C) 15. (D) $\sqrt{7}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

(A) $6x-2y-2z-1=0$. (B) $3x+y+z-6=0$.
(C) $x+y+2z-6=0$. (D) $3x-y-z=0$.

Câu 20. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+7=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

(A) 10. (B) 8. (C) 16. (D) 2.

Câu 21. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

(A) 18. (B) -18. (C) -2. (D) 2.

Câu 22. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1 m và $1,5$ m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

(A) $1,6$ m. (B) $2,5$ m. (C) $1,8$ m. (D) $2,1$ m.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

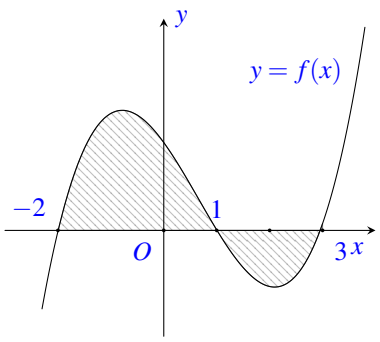
x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↘	-4	$+\infty$ ↘	-3	↗	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

(A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 4.

Câu 24.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=-2$ và $x=3$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



(A) $S=\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

(B) $S=-\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

(C) $S=\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

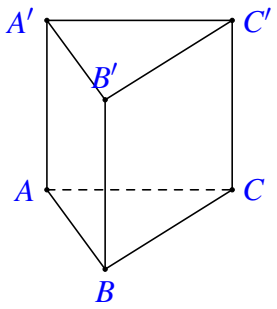
(D) $S=-\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 25. Hàm số $y=3^{x^2-x}$ có đạo hàm là

(A) $3^{x^2-x}\cdot\ln 3$.
(B) $(2x-1)\cdot 3^{x^2-x}$.
(C) $(x^2-x)\cdot 3^{x^2-x-1}$.
(D) $(2x-1)\cdot 3^{x^2-x}\cdot\ln 3$.

Câu 26.

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=\sqrt{2}a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



(A) $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.
(B) $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$.
(C) $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.
(D) $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$.

Câu 27. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1)=1+\log_3(x-1)$ là

(A) $x=4$.
(B) $x=-2$.
(C) $x=1$.
(D) $x=2$.

Câu 28. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3=8$. Giá trị của $\log_2 a+3\log_2 b$ bằng

(A) 8.
(B) 6.
(C) 2.
(D) 3.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+3=0$ là

(A) 3.
(B) 1.
(C) 2.
(D) 0.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z+3+16i=2(\bar{z}+i)$. Mô-đun của z bằng

(A) $\sqrt{5}$. (B) 13. (C) $\sqrt{13}$. (D) 5.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\sin^2 x+3, \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\dfrac{\pi^2-2}{8}$. (B) $\dfrac{\pi^2+8\pi-8}{8}$. (C) $\dfrac{\pi^2+8\pi-2}{8}$. (D) $\dfrac{3\pi^2+2\pi-3}{8}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;0), B(1;2;1), C(3;-2;0)$ và $D(1;1;-3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=-1-2t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=1-2t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=-2-3t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=-3+2t \end{cases}$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty;-3)$. (B) $(4;5)$. (C) $(3;4)$. (D) $(1;3)$.

Câu 35. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{3x-2}{(x-2)^2}$ trên khoảng $(2;+\infty)$ là

(A) $3\ln(x-2)+\dfrac{4}{x-2}+C$. (B) $3\ln(x-2)+\dfrac{2}{x-2}+C$.

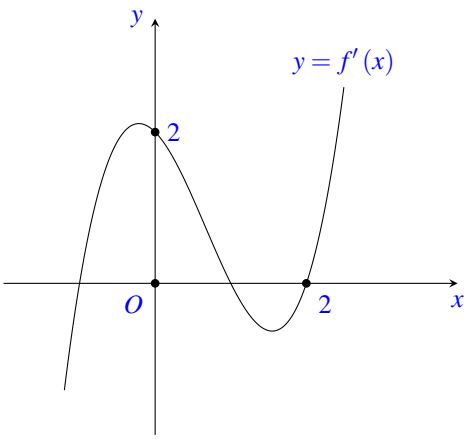
(C) $3\ln(x-2)-\dfrac{2}{x-2}+C$. (D) $3\ln(x-2)-\dfrac{4}{x-2}+C$.

Câu 36. Cho phương trình $\log_9 x^2-\log_3(4x-1)=-\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

(A) 5. (B) 3. (C) Vô số. (D) 4.

Câu 37.

Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x)>2x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi



(A) $m\le f(2)-4$. (B) $m\le f(0)$. (C) $m<f(0)$. (D) $m<f(2)-4$.

Câu 38. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 23 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

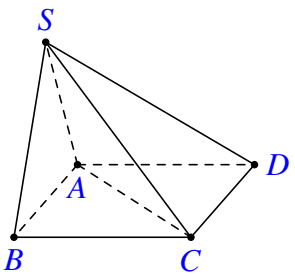
(A) $\dfrac{11}{23}$. (B) $\dfrac{1}{2}$. (C) $\dfrac{265}{529}$. (D) $\dfrac{12}{23}$.

Câu 39. Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 18. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) $6\sqrt{3}\pi$. (B) $6\sqrt{39}\pi$. (C) $3\sqrt{39}\pi$. (D) $12\sqrt{3}\pi$.

Câu 40.

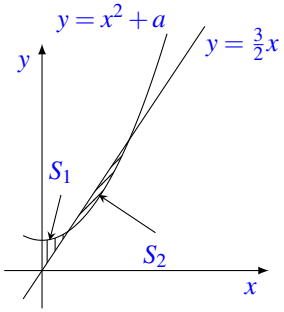
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh hoạ như hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng



(A) $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. (B) $\dfrac{\sqrt{21}a}{28}$. (C) $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$. (D) $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$.

Câu 41.

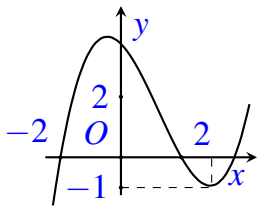
Cho đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}x$ và parabol $y=x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1,S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



(A) $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{9}{16}\right)$. (B) $\left(\dfrac{2}{5};\dfrac{9}{20}\right)$. (C) $\left(\dfrac{9}{20};\dfrac{1}{2}\right)$. (D) $\left(0;\dfrac{2}{5}\right)$.

Câu 42.

Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3-3x)|=\dfrac{2}{3}$ là



(A) 6. (B) 10. (C) 3. (D) 9.

Câu 43. Xét các số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=\dfrac{5+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

(A) 52. (B) $2\sqrt{13}$. (C) $2\sqrt{11}$. (D) 44.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(3)=1$ và $\displaystyle\int_0^1 xf(3x)\,dx=1$, khi đó $\displaystyle\int_0^3 x^2f'(x)\,dx$ bằng

(A) 3. (B) 7. (C) -9. (D) $\dfrac{25}{3}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $Q(-2;0;-3)$. (B) $M(0;8;-5)$. (C) $N(0;2;-5)$. (D) $P(0;-2;-5)$.

Câu 46. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 4 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M,N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

(A) $\dfrac{14\sqrt{3}}{3}$. (B) $8\sqrt{3}$. (C) $6\sqrt{3}$. (D) $\dfrac{20\sqrt{3}}{3}$.

Câu 47. Cho hai hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}$ và $y=|x+1|-x-m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

(A) $(-3;+\infty)$. (B) $(-\infty;-3)$. (C) $[-3;+\infty)$. (D) $(-\infty;-3]$.

Câu 48. Cho phương trình $\left(2\log_3^2x-\log_3x-1\right)\sqrt{4^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt?

(A) Vô số. (B) 62. (C) 63. (D) 64.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-1)^2=5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a,b,c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

(A) 12. (B) 16. (C) 20. (D) 8.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(4x^2+4x)$ là

(A) 5. (B) 9. (C) 7. (D) 3.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THAM KHẢO

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
Môn: TOÁN, ĐỀ THAM KHẢO LẦN 1
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?

(A) 14. (B) 48. (C) 6. (D) 8.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số đã cho bằng

(A) 3. (B) -4. (C) 4. (D) $\frac{1}{3}$.

Câu 3. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

(A) $4\pi rl$. (B) $2\pi rl$. (C) πrl. (D) $\frac{1}{3}\pi rl$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

(A) $(1;+\infty)$. (B) $(-1;0)$. (C) $(-1;1)$. (D) $(0;1)$.

Câu 5. Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích khối lập phương đã cho bằng

(A) 216. (B) 18. (C) 36. (D) 72.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 2$ là

(A) $x = 3$. (B) $x = 5$. (C) $x = \frac{9}{2}$. (D) $x = \frac{7}{2}$.

Câu 7. Nếu $\int_1^2 f(x)\,dx = -2$ và $\int_2^3 f(x)\,dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x)\,dx$ bằng

(A) -3. (B) -1. (C) 1. (D) 3.

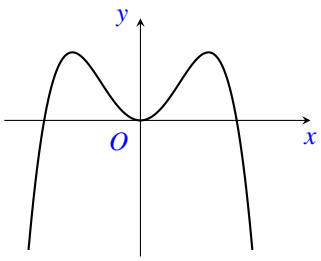
Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) 2. (B) 3. (C) 0. (D) -4.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng như hình cong trong hình bên?



(A) $y=-x^4+2x^2$. (B) $y=x^4-2x^2$.
(C) $y=x^3-3x^2$. (D) $y=-x^3+3x^2$.

Câu 10. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(a^2\right)$ bằng

(A) $2+\log_2 a$. (B) $\frac{1}{2}+\log_2 a$. (C) $2\log_2 a$. (D) $\frac{1}{2}\log_2 a$.

Câu 11. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x+6x$ là

(A) $\sin x+3x^2+C$. (B) $-\sin x+3x^2+C$. (C) $\sin x+6x^2+C$. (D) $-\sin x+C$.

Câu 12. Môđun của số phức $1+2i$ bằng

(A) 5. (B) $\sqrt{3}$. (C) $\sqrt{5}$. (D) 3.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

(A) $(2;0;1)$. (B) $(2;-2;0)$. (C) $(0;-2;1)$. (D) $(0;0;1)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. Tâm của (S) có tọa độ là

(A) $(-1;-2;-3)$. (B) $(1;2;3)$. (C) $(-1;2;-3)$. (D) $(1;-2;3)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):3x+2y-4z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

(A) $\vec{n_2}=(3;2;4)$. (B) $\vec{n_3}=(2;-4;1)$. (C) $\vec{n_1}=(3;-4;1)$. (D) $\vec{n_4}=(3;2;-4)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-1}{3}$?

(A) $P(-1;2;1)$. (B) $Q(1;-2;-1)$. (C) $N(-1;3;2)$. (D) $M(1;2;1)$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

(A) 45°. (B) 30°. (C) 60°. (D) 90°.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

Câu 19. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^4+12x^2+1$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

(A) 1. (B) 37. (C) 33. (D) 12.

Câu 20. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a=\log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a=b^2$. (B) $a^3=b$. (C) $a=b$. (D) $a^2=b$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1}\geq 5^{x^2-x-9}$ là

(A) $[-2;4]$. (B) $[-4;2]$.
(C) $(-\infty;-2]\cup[4;+\infty)$. (D) $(-\infty;-4]\cup[2;+\infty)$.

Câu 22. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) 18π. (B) 36π. (C) 54π. (D) 27π.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-2=0$ là

(A) 2. (B) 0. (C) 3. (D) 1.

Câu 24. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

(A) $x+3\ln(x-1)+C$. (B) $x-3\ln(x-1)+C$.
(C) $x-\dfrac{3}{(x-1)^2}+C$. (D) $x-\dfrac{3}{(x-1)^2}+C$.

Câu 25. Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S=Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt Nam là $93.671.600$ người (Tổng cục Thống kê, Niên giám Thống kê năm 2017, Nhà xuất bản Thống kê, Tr.79). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là $0,81\%$ dự báo dân số Việt Nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

(A) $109.256.100$. (B) $108.374.700$. (C) $107.500.500$. (D) $108.311.100$.

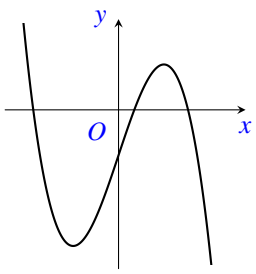
Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, $BD=a\sqrt{3}$, $AA'=4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $2\sqrt{3}a^3$. (B) $4\sqrt{3}a^3$. (C) $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. (D) $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 27. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}$ là

(A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

Câu 28. Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ $(a, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



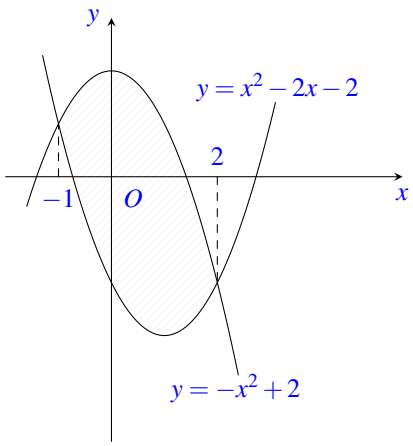
(A) $a > 0; d > 0$.

(B) $a < 0; d > 0$.

(C) $a > 0; d < 0$.

(D) $a < 0; d < 0$.

Câu 29. Diện tích phần hình phẳng được gạch chéo trong bình bên bằng



(A) $\int_{-1}^{2} \left(-2x^2 + 2x + 4\right) \mathrm{d}x$. (B) $\int_{-1}^{2} \left(2x^2 - 2x - 4\right) \mathrm{d}x$.

(C) $\int_{-1}^{2} \left(-2x^2 - 2x + 4\right) \mathrm{d}x$. (D) $\int_{-1}^{2} \left(2x^2 + 2x - 4\right) \mathrm{d}x$.

Câu 30. Cho hai số phức $z_1 = -3 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần ảo của số phức $z_1 + \overline{z}_2$ bằng

(A) -2. (B) $2i$. (C) 2. (D) $-2i$.

Câu 31. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (1 + 2i)^2$ là điểm nào dưới đây?

(A) $P(-3;4)$. (B) $Q(5;4)$. (C) $N(4;-3)$. (D) $M(4;5)$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1;0;3)$ và $\vec{b} = (-2;2;5)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \left(\vec{a} + \vec{b}\right)$ bằng

(A) 25. (B) 23. (C) 27. (D) 29.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của (S) là

(A) $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$. (B) $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$.

(C) $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$. (D) $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;1-1)$ và vuông góc với đường thẳng Δ: $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-1}{1}$ có phương trình là

(A) $2x + 2y + z + 3 = 0$. (B) $x - 2y - z = 0$.

(C) $2x + 2y + z - 3 = 0$. (D) $x - 2y - z - 2 = 0$.

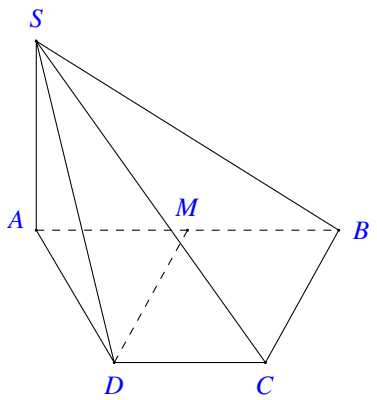
Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2;3;-1)$ và $N(4;5;3)$?

(A) $\vec{u_4}(1;1;1)$. (B) $\vec{u_3}(1;1;2)$. (C) $\vec{u_1}(3;4;1)$. (D) $\vec{u_2}(3;4;2)$.

Câu 36. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là chẵn bằng

(A) $\frac{41}{81}$. (B) $\frac{4}{9}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{16}{81}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB=2a$, $AD=DC=CB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=3a$. Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng



(A) $\frac{3a}{4}$.

(B) $\frac{3a}{2}$.

(C) $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$.

(D) $\frac{6\sqrt{13}a}{13}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có $f(3)=3$ và $f'(x)=\frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}$, $\forall x>0$. Khi đó $\int\limits_3^8 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 7. (B) $\frac{197}{6}$. (C) $\frac{29}{2}$. (D) $\frac{181}{6}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)=\frac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

(A) 5. (B) 4. (C) 3. (D) 2.

Câu 40. Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

(A) $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$. (B) 32π. (C) $32\sqrt{5}\pi$. (D) 96π.

Câu 41. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 x=\log_6 y=\log_4(2x+y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

(A) 2. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $\log_2\left(\frac{3}{2}\right)$. (D) $\log_{\frac{3}{2}} 2$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\left|x^3-3x+m\right|$ trên đoạn $[0;3]$ bằng 16. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

(A) -16. (B) 16. (C) -12. (D) -2.

Câu 43. Cho phương trình $\log_2^2(2x)-(m+2)\log_2 x+m-2=0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1;2]$ là

(A) $(1;2)$. (B) $[1;2]$. (C) $[1;2)$. (D) $[2;+\infty)$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là

(A) $-\sin 2x+\cos 2x+C$. (B) $-2\sin 2x+\cos 2x+C$.
(C) $-2\sin 2x-\cos 2x+C$. (D) $2\sin 2x-\cos 2x+C$.

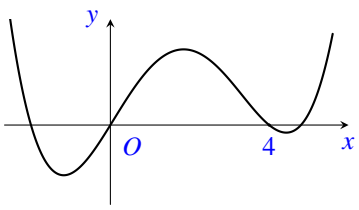
Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi;2\pi]$ của phương trình $2f(\sin x)+3=0$ là

(A) 4. (B) 6. (C) 3. (D) 8.

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên . Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(x^3+3x^2\right)$ là



(A) 5.
(B) 3.
(C) 7.
(D) 11.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0\le x\le 2020$ và $\log_3(3x+3)+x=2y+9^y$?

(A) 2019. (B) 6. (C) 2020. (D) 4.

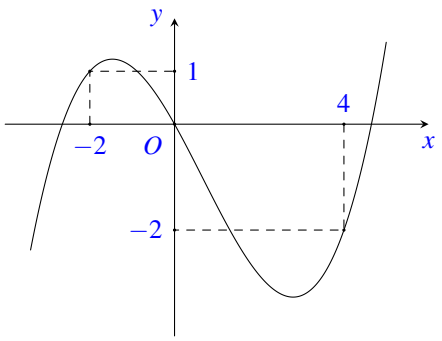
Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $xf\left(x^3\right)+f\left(1-x^2\right)=-x^{10}+x^6-2x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $-\dfrac{17}{20}$. (B) $-\dfrac{13}{4}$. (C) $\dfrac{17}{4}$. (D) -1.

Câu 49. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$, $\widehat{SBA}=\widehat{SCA}=90^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60°. Thể tích khối chóp đã cho bằng

(A) a^3. (B) $\dfrac{a^3}{3}$. (C) $\dfrac{a^3}{2}$. (D) $\dfrac{a^3}{6}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x)=f(1-2x)+x^2-x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



Ⓐ $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. Ⓑ $\left(0;\frac{1}{2}\right)$. Ⓒ $(-2;-1)$. Ⓓ $(2;3)$.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THAM KHẢO

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
Môn: TOÁN, ĐỀ THAM KHẢO LẦN 2
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh?

(A) C_{10}^2. (B) A_{10}^2. (C) 10^2. (D) 2^{10}.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

(A) 6. (B) 3. (C) 12. (D) -6.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $3^{x+1} = 27$ là

(A) $x = 4$. (B) $x = 3$. (C) $x = 2$. (D) $x = 1$.

Câu 4. Thể tích khối lập phương cạnh 2 bằng

(A) 6. (B) 8. (C) 4. (D) 2.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

(A) $[0;+\infty)$. (B) $(-\infty;+\infty)$. (C) $(0;+\infty)$. (D) $[2;+\infty)$.

Câu 6. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) 6. (B) 12. (C) 36. (D) 4.

Câu 7. Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

(A) 16π. (B) 48π. (C) 36π. (D) 4π.

Câu 8. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $\mathbb{K}$ nếu

(A) $F'(x) = -f(x), \forall x \in \mathbb{K}$. (B) $f'(x) = F(x), \forall x \in \mathbb{K}$.
(C) $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{K}$. (D) $f'(x) = -F(x), \forall x \in \mathbb{K}$.

Câu 9. Cho mặt cầu có bán kính $R = 2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

(A) $\frac{32\pi}{3}$. (B) 8π. (C) 16π. (D) 4π.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty;-1)$. (B) $(0;1)$. (C) $(-1;0)$. (D) $(-\infty;0)$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(a^3\right)$ bằng

(A) $\frac{3}{2}\log_2 a$. (B) $\frac{1}{3}\log_2 a$. (C) $3+\log_2 a$. (D) $3\log_2 a$.

Câu 12. Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

(A) $4\pi rl$. (B) πrl. (C) $\frac{1}{3}\pi rl$. (D) $2\pi rl$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

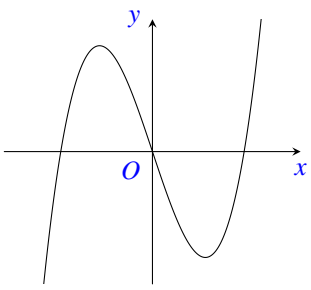
x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

(A) $x=-2$. (B) $x=2$. (C) $x=1$. (D) $x=-1$.

Câu 14.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



(A) $y=x^3-3x$. (B) $y=-x^3+3x$.
(C) $y=x^4-2x^2$. (D) $y=-x^4+2x^2$.

Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ là

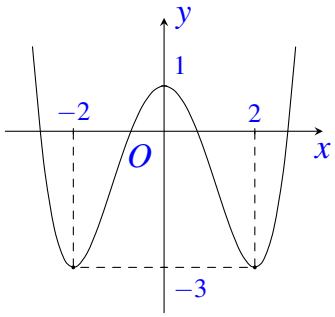
(A) $y=-2$. (B) $y=1$. (C) $x=-1$. (D) $x=2$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

(A) $(10;+\infty)$. (B) $(0;+\infty)$. (C) $[10;+\infty)$. (D) $(-\infty;10)$.

Câu 17.

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)=-1$ là



(A) 3. (B) 1. (C) 1. (D) 4.

Câu 18. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=4$ thì $\int\limits_0^1 2f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 16. (B) 4. (C) 2. (D) 8.

Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $z=2+i$ là

(A) $\overline{z}=-2+i$. (B) $\overline{z}=-2-i$. (C) $\overline{z}=2-i$. (D) $\overline{z}=2+i$.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1=2+i$ và $z_2=1+3i$. Phần thực của số phức z_1+z_2 bằng

(A) 1. (B) 3. (C) 4. (D) -2.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=-1+2i$ là điểm nào dưới đây?

(A) $Q(1;2)$. (B) $P(-1;2)$. (C) $N(1;-2)$. (D) $M(-1;-2)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là

(A) $(0;1;0)$. (B) $(2;1;0)$. (C) $(0;1;-1)$. (D) $(2;0;-1)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=9$. Tâm S có tọa độ là:

(A) $(-2;4;-1)$. (B) $(2;-4;1)$. (C) $(2;3;1)$. (D) $(-2;-4;-1)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+3y+z+2=0$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)

(A) $\vec{n}_3=(2;3;2)$. (B) $\vec{n}_1=(2;3;0)$. (C) $\vec{n}_2=(2;3;1)$. (D) $\vec{n}_4=(2;0;3)$.

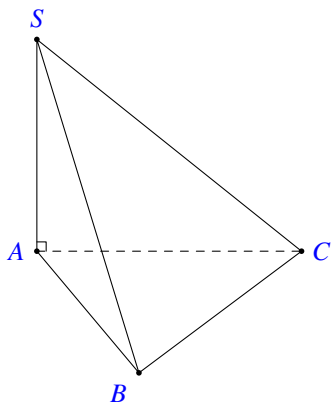
Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$. Điểm nào thuộc đường thẳng d?

(A) $P(1;2;-1)$. (B) $M(-1;-2;1)$. (C) $N(2;3;-1)$. (D) $Q(-2;-3;1)$.

Câu 26.

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=a\sqrt{2}$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC=2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

(A) 30°. (B) 45°. (C) 60°. (D) 90°.



Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 3. (B) 0. (C) 2. (D) 1.

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2+2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

(A) 2. (B) -23. (C) -22. (D) -7.

Câu 29. Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_3(3^a \cdot 9^b) = \log_9 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a+2b=2$. (B) $4a+2b=1$. (C) $4ab=1$. (D) $2a+4b=1$.

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$ và trục hoành là

(A) 3. (B) 0. (C) 2. (D) 1.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $9^x+2\cdot 3^x-3>0$ là

(A) $[0;+\infty)$. (B) $(0;+\infty)$. (C) $(1;+\infty)$. (D) $[1;+\infty)$.

Câu 32. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=a$ và $AC=2a$. Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

(A) $5\pi a^2$. (B) $\sqrt{5}\pi a^2$. (C) $2\sqrt{5}\pi a^2$. (D) $10\pi a^2$.

Câu 33. Xét $\displaystyle\int_0^2 x\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x$, nếu đặt $u=x^2$ thì $\displaystyle\int_0^2 x\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x$ bằng

(A) $2\displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^u\mathrm{d}u$. (B) $2\displaystyle\int_0^4 \mathrm{e}^u\mathrm{d}u$. (C) $\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^u\mathrm{d}u$. (D) $\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^4 \mathrm{e}^u\mathrm{d}u$.

Câu 34. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y=2x^2$, $y=-1$, $x=0$, và $x=1$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

(A) $S=\pi\displaystyle\int_0^1 \left(2x^2+1\right)\mathrm{d}x$. (B) $S=\displaystyle\int_0^1 \left(2x^2-1\right)\mathrm{d}x$.

(C) $S=\displaystyle\int_0^1 \left(2x^2+1\right)^2\mathrm{d}x$. (D) $S=\displaystyle\int_0^1 \left(2x^2+1\right)\mathrm{d}x$.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1=3-i$ và $z_2=-1+i$. Phần ảo của số phức z_1z_2 bằng

(A) 4. (B) $4i$. (C) -1. (D) $-i$.

Câu 36. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2-2z+5=0$. Mô-đun của số phức z_0+i bằng

(A) 2. (B) $\sqrt{2}$. (C) $\sqrt{10}$. (D) 10.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M vuông góc với Δ có phương trình là

(A) $3x+y-z-7=0$. (B) $x+4y-2z+6=0$.

(C) $x+4y-2z-6=0$. (D) $3x+y-z+7=0$.

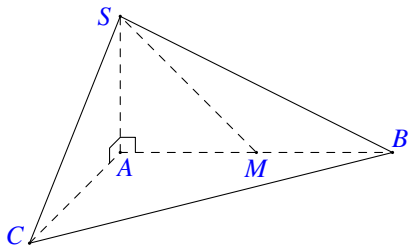
Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương tham số là

(A) $\begin{cases}x=1+2t\\y=2t\\z=1+t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=1-2t\\y=2t\\z=1+t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=1-t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=1-t\end{cases}$.

Câu 39. Có 6 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang, xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C, ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng 1 học sinh. Xác suất để học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B bằng

(A) $\frac{1}{6}$. (B) $\frac{3}{20}$. (C) $\frac{2}{15}$. (D) $\frac{1}{5}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=2a$, $AC=4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$ (minh họa như hình bên). Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng



(A) $\frac{2a}{3}$. (B) $\frac{\sqrt{6}a}{3}$. (C) $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. (D) $\frac{a}{2}$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3+mx^2+4x+3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

(A) 5. (B) 4. (C) 3. (D) 2.

Câu 42. Để quảng bá cho sản phẩm A, một công ty dự định tổ chức quảng cáo theo hình thức quảng cáo trên truyền hình. Nghiên cứu của công ty cho thấy: nếu sau n lần quảng cáo được phát thì tỉ lệ người xem quảng cáo đó mua sản phẩm A tuân theo công thức $P(n)=\frac{1}{1+49\mathrm{e}^{-0{,}015n}}$. Hỏi cần phát **ít nhất** bao nhiêu lần quảng cáo để tỉ lệ người xem mua sản phẩm đạt trên 30%?

(A) 202. (B) 203. (C) 206. (D) 207.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)=\frac{ax+1}{bx+c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	1	↗	$+\infty$ / $-\infty$	↗	1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Câu 44. Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

(A) $216\pi a^3$. (B) $150\pi a^3$. (C) $54\pi a^3$. (D) $108\pi a^3$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$ và $f'(x)=\cos x\cos^2 2x, \forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó $\int\limits_0^{\pi} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\frac{1042}{225}$. (B) $\frac{208}{225}$. (C) $\frac{242}{225}$. (D) $\frac{149}{225}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\dfrac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(\sin x)=1$ là

(A) 7. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

Câu 47. Xét các số thực dương a,b,x,y thỏa mãn $a>1,b>1$ và $a^x=b^y=\sqrt{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x+2y$ thuộc tập hợp nào dưới đây?

(A) $(1;2)$. (B) $\left[2;\dfrac{5}{2}\right)$. (C) $[3;4)$. (D) $\left[\dfrac{5}{2};3\right)$.

Câu 48. Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|+\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=2$. Số phần tử của S là

(A) 6. (B) 2. (C) 1. (D) 4.

Câu 49. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng 8 và diện tích đáy bằng 9. Gọi M, N, P, Q lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A'$, $BCC'B'$, $CDD'C'$, $DAA'D'$. Tính thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh là A, B, C, D, M, N, P, Q.

(A) 27. (B) 30. (C) 18. (D) 36.

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $\log_3(x+y)=\log_4(x^2+y^2)$?

(A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) Vô số.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

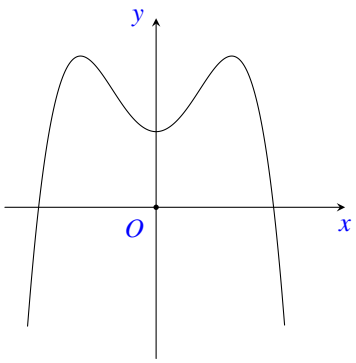
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
Môn: TOÁN, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 101
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ?



(A) $y=x^3-3x^2+1$.
(B) $y=-x^3+3x^2+1$.
(C) $y=-x^4+2x^2+1$.
(D) $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $3^{x-1}=9$ là

(A) $x=-2$.
(B) $x=3$.
(C) $x=2$.
(D) $x=-3$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) 3.
(B) -5.
(C) 0.
(D) 2.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty;-1)$.
(B) $(0;1)$.
(C) $(-1;1)$.
(D) $(-1;0)$.

Câu 5. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 3; 4; 5. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

(A) 10.
(B) 20.
(C) 12.
(D) 60.

Câu 6. Số phức liên hợp của số phức $z=-3+5i$ là

(A) $\bar{z}=-3-5i$. (B) $\bar{z}=3+5i$. (C) $\bar{z}=-3+5i$. (D) $\bar{z}=3-5i$.

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=8$ và độ dài đường sinh $\ell=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) 24π. (B) 192π. (C) 48π. (D) 64π.

Câu 8. Cho khối cầu có bán kính $r=4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

(A) $\dfrac{256\pi}{3}$. (B) 64π. (C) $\dfrac{64\pi}{3}$. (D) 256π.

Câu 9. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng

(A) $5\log_a b$. (B) $\dfrac{1}{5}+\log_a b$. (C) $5+\log_a b$. (D) $\dfrac{1}{5}\log_a b$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+(z+2)^2=9$. Bán kính của (S) bằng

(A) 6. (B) 18. (C) 9. (D) 3.

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{x-1}$ là

(A) $y=\dfrac{1}{4}$. (B) $y=4$. (C) $y=1$. (D) $y=-1$.

Câu 12. Cho khối nón có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

(A) $\dfrac{10\pi}{3}$. (B) 10π. (C) $\dfrac{50\pi}{3}$. (D) 50π.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1)=2$ là

(A) $x=8$. (B) $x=9$. (C) $x=7$. (D) $x=10$.

Câu 14. $\displaystyle\int x^2\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $2x+C$. (B) $\dfrac{1}{3}x^3+C$. (C) x^3+C. (D) $3x^3+C$.

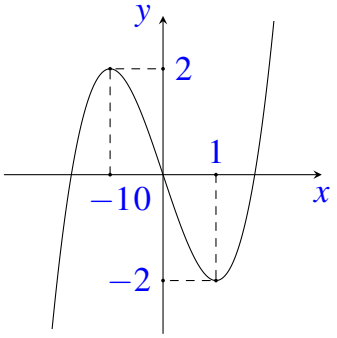
Câu 15. Có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?

(A) 36. (B) 720. (C) 6. (D) 1.

Câu 16.

Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-1$ là

(A) 3. (B) 1. (C) 0. (D) 2.



Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;1)$ trên trục Ox có tọa độ là

(A) $(0;2;1)$. (B) $(3;0;0)$. (C) $(0;0;1)$. (D) $(0;2;0)$.

Câu 18. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) 6. (B) 3. (C) 4. (D) 12.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-4}{-5}=\dfrac{z+1}{3}$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_2=(3;4;-1)$. (B) $\vec{u}_1=(2;-5;3)$. (C) $\vec{u}_3=(2;5;3)$. (D) $\vec{u}_4=(3;4;1)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

(A) $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$. (B) $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-2}=1$. (C) $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$. (D) $\dfrac{x}{-3}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$.

Câu 21. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và công bội $q=2$. Giá trị của u_2 bằng

(A) 8. (B) 9. (C) 6. (D) $\dfrac{3}{2}$.

Câu 22. Cho hai số phức $z_1=3-2i$ và $z_2=2+i$. Số phức z_1+z_2 bằng

(A) $5+i$. (B) $-5+i$. (C) $5-i$. (D) $-5-i$.

Câu 23. Biết $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=3$. Giá trị của $\displaystyle\int_1^3 2f(x)\,\mathrm{d}x=3$ bằng

(A) 5. (B) 9. (C) 6. (D) $\dfrac{3}{2}$.

Câu 24. Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-3;1)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần thực của z bằng

(A) 1. (B) -3. (C) -1. (D) 3.

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y=\log_5 x$ là

(A) $[0;+\infty)$. (B) $(-\infty;0)$. (C) $(0;+\infty)$. (D) $(-\infty;+\infty)$.

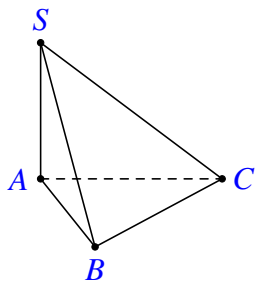
Câu 26. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2$ và đồ thị hàm số $y=3x^2+3x$ là

(A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 0.

Câu 27.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{15}a$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng

(A) 45°. (B) 30°. (C) 60°. (D) 90°.



Câu 28. Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\displaystyle\int_1^2 (2+f(x))\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 5. (B) 3. (C) $\frac{13}{3}$. (D) $\frac{7}{3}$.

Câu 29. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-4$ và $y=2x-4$ bằng

(A) 36. (B) $\frac{4}{3}$. (C) $\frac{4\pi}{3}$. (D) 36π.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;3)$ và đường thẳng $d\colon \frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

(A) $3x+2y-z+1=0$. (B) $2x-2y+3z-17=0$.
(C) $3x+2y-z-1=0$. (D) $2x-2y+3z+17=0$.

Câu 31. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2+6z+13=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $1-z_0$ là

(A) $N(-2;2)$. (B) $M(4;2)$. (C) $P(4;-2)$. (D) $Q(2;-2)$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1)$, $B(1;1;0)$ và $C(3;4;-1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

(A) $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{-1}$. (B) $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{-1}$.
(C) $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{-1}$. (D) $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{-1}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$		$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

(A) 4. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 34. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13}<27$ là

(A) $(4;+\infty)$. (B) $(-4;4)$. (C) $(-\infty;4)$. (D) $(-4;4)$.

Câu 35. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và góc ở đỉnh bằng 60°. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

(A) 8π. (B) $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. (C) $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. (D) 16π.

Câu 36. Giá trị nhỏ nhất của của hàm số $f(x)=x^3-24x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

(A) $32\sqrt{2}$. (B) -40. (C) $-32\sqrt{2}$. (D) -45.

Câu 37. Cho hai số phức $z=1+2i$ và $w=3+i$. Mô-đun của số phức $z\cdot\overline{w}$ bằng

(A) $5\sqrt{2}$. (B) $\sqrt{26}$. (C) 26. (D) 50.

Câu 38. Cho a,b là hai số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2^{\left(a^2b\right)}}=3a^3$. Giá trị của ab^2 bằng

(A) 3. (B) 6. (C) 12. (D) 2.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+2}}$. Họ các nguyên hàm của hàm số $g(x)=(x+1)f'(x)$ là

(A) $\dfrac{x^2+2x-2}{2\sqrt{x^2+2}}+C$. (B) $\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+2}}+C$. (C) $\dfrac{2x^2+x+2}{\sqrt{x^2+2}}+C$. (D) $\dfrac{x+2}{2\sqrt{x^2+2}}+C$.

Câu 40. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-7)$ là

(A) $[4;7)$. (B) $(4;7]$. (C) $(4;7)$. (D) $(4;+\infty)$.

Câu 41. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 600 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha?

(A) Năm 2028. (B) Năm 2047. (C) Năm 2027. (D) Năm 2046.

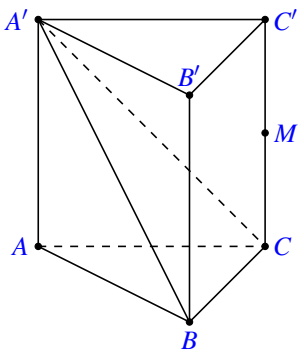
Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy bằng 60°. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

(A) $\dfrac{172\pi a^2}{3}$. (B) $\dfrac{76\pi a^2}{3}$. (C) $84\pi a^2$. (D) $\dfrac{172\pi a^2}{9}$.

Câu 43.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $A'BC$ bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$. (B) $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. (C) $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$. (D) $\dfrac{\sqrt{2}a}{4}$.



Câu 44. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

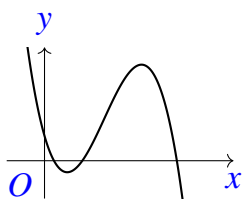
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=x^4\left[f(x+1)\right]^2$ là

(A) 11. (B) 9. (C) 7. (D) 5.

Câu 45.

Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,\,b,\,c,\,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số $a,\,b,\,c,\,d$?



(A) 4. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

(A) $\dfrac{25}{42}$. (B) $\dfrac{5}{21}$. (C) $\dfrac{65}{126}$. (D) $\dfrac{55}{126}$.

Câu 47. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O. Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

(A) $\dfrac{20\sqrt{14}a^3}{81}$. (B) $\dfrac{40\sqrt{14}a^3}{81}$. (C) $\dfrac{10\sqrt{14}a^3}{81}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{14}a^3}{9}$.

Câu 48. Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x+y\cdot 4^{x+y-1}\geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+4x+6y$ bằng

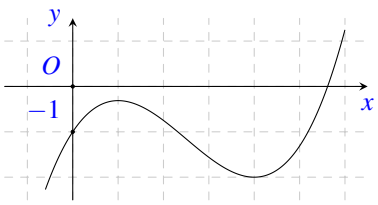
(A) $\dfrac{33}{4}$. (B) $\dfrac{65}{8}$. (C) $\dfrac{49}{8}$. (D) $\dfrac{57}{8}$.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn
$\log_4\left(x^2+y\right)\geq\log_3(x+y)$?

(A) 59. (B) 58. (C) 116. (D) 115.

Câu 50.

Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^3f(x)\right)+1=0$ là



(A) 8. (B) 5. (C) 6. (D) 4.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
Môn: TOÁN, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 102
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Biết $\int_1^5 f(x)\,dx = 4$. Giá trị của $\int_1^5 3f(x)\,dx$ bằng

(A) 7. (B) $\frac{4}{5}$. (C) 64. (D) 12.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên trục Ox có tọa độ là

(A) $(0;2;0)$. (B) $(0;0;5)$. (C) $(1;0;0)$. (D) $(0;2;5)$.

Câu 3. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=4$ và độ dài đường sinh $\ell=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) 48π. (B) 12π. (C) 16π. (D) 24π.

Câu 4. Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-1;3)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần thực của z bằng

(A) 3. (B) -1. (C) -3. (D) 1.

Câu 5. Cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và công bội $q=3$. Giá trị u_2 bằng

(A) 6. (B) 9. (C) 8. (D) $\frac{2}{3}$.

Câu 6. Cho hai số phức $z_1=3+2i$ và $z_2=2-i$. Số phức z_1+z_2 bằng

(A) $5-i$. (B) $5+i$. (C) $-5-i$. (D) $-5+i$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y-2)^2+z^2=9$. Bán kính (S) bằng

(A) 6. (B) 18. (C) 3. (D) 9.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=3$ là

(A) 10. (B) 8. (C) 9. (D) 7.

Câu 9. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{5x+1}{x-1}$ là

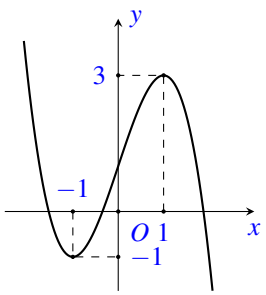
(A) $y=1$. (B) $y=\frac{1}{5}$. (C) $y=-1$. (D) $y=5$.

Câu 10. Cho khối nón có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

(A) $\frac{8\pi}{3}$. (B) 8π. (C) $\frac{32\pi}{3}$. (D) 32π.

Câu 11.

Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=1$ là



(A) 0. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

Câu 12. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^2} b$ bằng

(A) $\frac{1}{2}+\log_a b$. (B) $\frac{1}{2}\log_a b$. (C) $2+\log_a b$. (D) $2\log_a b$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $3^{x-2}=9$ là

(A) $x=-3$. (B) $x=3$. (C) $x=4$. (D) $x=-4$.

Câu 14. $\int x^3\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $4x^4+C$. (B) $3x^2+C$. (C) x^4+C. (D) $\frac{1}{4}x^4+C$.

Câu 15. Cho hình chóp có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) 6. (B) 12. (C) 2. (D) 3.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

(A) $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$. (B) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$. (C) $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{4}=1$. (D) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-4}=1$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	1	↗	4	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(1;+\infty)$. (B) $(-1;1)$. (C) $(0;1)$. (D) $(-1;0)$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

(A) 3. (B) 2. (C) -2. (D) -3.

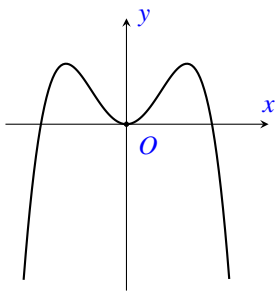
Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+5}{4}=\dfrac{z-2}{-1}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_2=(3;4;-1)$. (B) $\vec{u}_1=(2;-5;2)$. (C) $\vec{u}_3=(2;5;-2)$. (D) $\vec{u}_4=(3;4;1)$.

Câu 20.

Đồ thị hàm số nào có dạng như đường cong trong hình bên?

(A) $y=-x^4+2x^2$. (B) $y=-x^3+3x$.
(C) $y=x^4-2x^2$. (D) $y=x^3-3x$.



Câu 21. Cho khối cầu có bán kính $r=4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

(A) 64π. (B) $\dfrac{64\pi}{3}$. (C) 256π. (D) $\dfrac{256\pi}{3}$.

Câu 22. Có bao nhiêu cách xếp 7 học sinh thành một hàng dọc?

(A) 7. (B) 5040. (C) 1. (D) 49.

Câu 23. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 4; 6. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

(A) 16. (B) 12. (C) 48. (D) 8.

Câu 24. Số phức liên hợp của số phức $z=-2+5i$ là

(A) $\overline{z}=2-5i$. (B) $\overline{z}=2+5i$. (C) $\overline{z}=-2+5i$. (D) $\overline{z}=-2-5i$.

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y=\log_6 x$ là

(A) $[0;+\infty)$. (B) $(0;+\infty)$. (C) $(-\infty;0)$. (D) $(-\infty;+\infty)$.

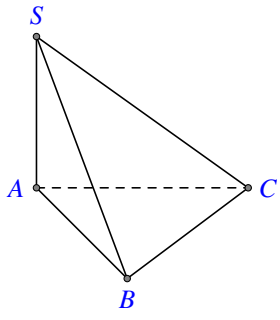
Câu 26. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-21x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

(A) -36. (B) $-14\sqrt{7}$. (C) $14\sqrt{7}$. (D) -34.

Câu 27.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=3a$, $BC=\sqrt{3}a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

(A) 60°. (B) 45°. (C) 30°. (D) 90°.



Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$		$+$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;-2)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-3}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

(A) $x+2y-3z-9=0$. (B) $x+y-2z-6=0$.
(C) $x+2y-3z+9=0$. (D) $x+y-2z+6=0$.

Câu 30. Cho a và b là hai số thực dương thoả mãn $4^{\log_2(ab)}=3a$. Giá trị của ab^2 bằng

(A) 3. (B) 6. (C) 2. (D) 12.

Câu 31. Cho hai số phức $z=2+2i$ và $w=2+i$. Môđun của số phức $z.\overline{w}$ bằng

(A) 40. (B) 8. (C) $2\sqrt{2}$. (D) $2\sqrt{10}$.

Câu 32. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-1$ và $y=x-1$ bằng

(A) $\dfrac{\pi}{6}$. (B) $\dfrac{13}{6}$. (C) $\dfrac{13\pi}{6}$. (D) $\dfrac{1}{6}$.

Câu 33. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-x^2$ và đồ thị hàm số $y=-x^2+5x$ là

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Câu 34. Biết rằng $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị $\displaystyle\int_1^2 [2+f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\dfrac{23}{4}$. (B) 7. (C) 9. (D) $\dfrac{15}{4}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;3), B(1;1;1), C(3;4;0)$ đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y+2}{5}=\dfrac{z+3}{1}$. (B) $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{5}=\dfrac{z-3}{1}$. .
(C) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-1}$. (D) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+3}{-1}$.

Câu 36. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 5 và góc ở đỉnh bằng 60°. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

(A) 50π. (B) $\dfrac{100\sqrt{3}\pi}{3}$. (C) $\dfrac{50\sqrt{3}\pi}{3}$. (D) 100π.

Câu 37. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-23}<9$ là

(A) $(-5;5)$. (B) $(-\infty;5)$. (C) $(5;+\infty)$. (D) $(0;5)$.

Câu 38. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2-6z+13=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1-z_0$ là

(A) $M(-2;2)$. (B) $Q(4;-2)$. (C) $N(4;2)$. (D) $P(-2;-2)$.

Câu 39. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-8)$ là

(A) $(5;+\infty)$. (B) $(5;8]$. (C) $[5;8)$. (D) $(5;8)$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30°. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

(A) $52\pi a^2$. (B) $\dfrac{172\pi a^2}{3}$. (C) $\dfrac{76\pi a^2}{9}$. (D) $\dfrac{76\pi a^2}{3}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x)=(x+1)\cdot f'(x)$ là

(A) $\dfrac{x^2+2x-3}{2\sqrt{x^2+3}}$. (B) $\dfrac{x+3}{2\sqrt{x^2+3}}$. (C) $\dfrac{2x^2+x+3}{\sqrt{x^2+3}}$. (D) $\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2+3}}$.

Câu 42. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 1000 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1400 ha?

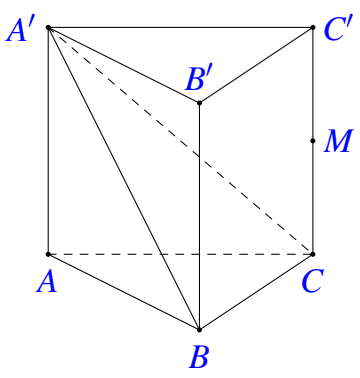
(A) Năm 2043. (B) Năm 2025. (C) Năm 2024. (D) Năm 2042.

Câu 43. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $\sqrt{3}a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O. Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

(A) $\dfrac{40\sqrt{10}a^3}{81}$. (B) $\dfrac{10\sqrt{10}a^3}{81}$. (C) $\dfrac{20\sqrt{10}a^3}{81}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{10}a^3}{9}$.

Câu 44.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA'=2a$. Gọi M là trung điểm cạnh CC' (tham khảo hình bên). Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$.



(A) $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. (B) $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{57}a}{19}$. (D) $\dfrac{\sqrt{57}a}{19}$.

Câu 45. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

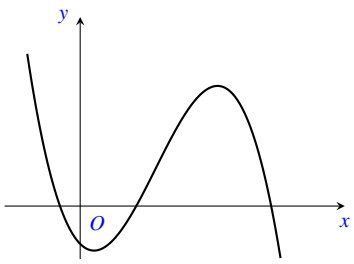
Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=x^2\left[f(x-1)\right]^4$ là

(A) 7. (B) 8. (C) 5. (D) 9.

Câu 46.

Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d,\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?

(A) 4. (B) 3. (C) 1. (D) 2.



Câu 47. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng

(A) $\frac{17}{42}$. (B) $\frac{41}{126}$. (C) $\frac{31}{126}$. (D) $\frac{5}{21}$.

Câu 48. Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x+y\cdot 4^{x+y-1}\geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+6x+4y$ bằng

(A) $\frac{65}{8}$. (B) $\frac{33}{4}$. (C) $\frac{49}{8}$. (D) $\frac{57}{8}$.

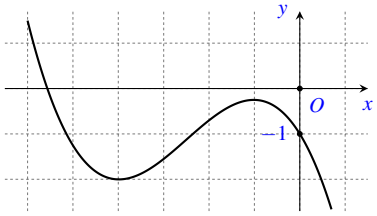
Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 242 số nguyên y thỏa mãn $\log_4(x^2+y)\geq\log_3(x+y)$?

(A) 55. (B) 28. (C) 29. (D) 56.

Câu 50.

Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^3f(x)\right)+1=0$ là

(A) 6. (B) 4. (C) 5. (D) 8.



— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.

21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
Môn: TOÁN, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 103
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=5$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) 15π. (B) 25π. (C) 30π. (D) 75π.

Câu 2. Cho khối nón có bán kính $r=2$, chiều cao $h=5$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

(A) $\dfrac{20\pi}{3}$. (B) 20π. (C) $\dfrac{10\pi}{3}$. (D) 10π.

Câu 3. Biết $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=2$. Giá trị của $\displaystyle\int_1^3 3f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 5. (B) 6. (C) $\dfrac{2}{3}$. (D) 8.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{3}$. Vec-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_3=(3;-1;-2)$. (B) $\vec{u}_4=(4;2;3)$. (C) $\vec{u}_2=(4;-2;3)$. (D) $\vec{u}_1=(3;1;2)$.

Câu 5. Cho khối cầu có bán kính $r=2$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

(A) 16π. (B) $\dfrac{32\pi}{3}$. (C) 32π. (D) $\dfrac{8\pi}{3}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên trục Ox có tọa độ là

(A) $(0;5;2)$. (B) $(0;5;0)$. (C) $(3;0;0)$. (D) $(0;0;2)$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-2)=3$ là

(A) $x=6$. (B) $x=8$. (C) $x=11$. (D) $x=10$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

(A) 2. (B) -2. (C) 3. (D) -1.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;2;0)$ và $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

(A) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-3}=1$. (B) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{3}=1$. (C) $\dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$. (D) $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $3^{x+1}=9$ là

(A) $x=1$. (B) $x=2$. (C) $x=-2$. (D) $x=-1$.

Câu 11. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2;6;7$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

(A) 28. (B) 14. (C) 15. (D) 84.

Câu 12. Cho khối chóp có diện tích $B=2$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khốp chóp bằng

(A) 12. (B) 2. (C) 3. (D) 6.

Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $z=2-5i$ là

(A) $\overline{z}=2+5i$. (B) $\overline{z}=-2+5i$. (C) $\overline{z}=2-5i$. (D) $\overline{z}=-2-5i$.

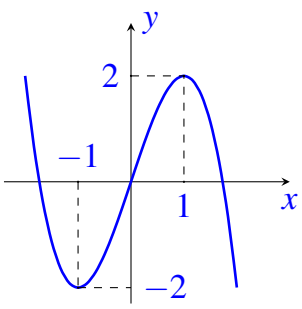
Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và công bội $q=4$. Giá trị của u_2 bằng

(A) 64. (B) 81. (C) 12. (D) $\frac{3}{4}$.

Câu 15.

Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=1$ là

(A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.



Câu 16. Cho hai số phức $z_1=1-2i$ và $z_2=2+i$. Số phức z_1+z_2 bằng

(A) $3+i$. (B) $-3-i$. (C) $3-i$. (D) $-3+i$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	2	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

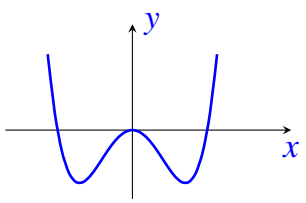
(A) $(-2;2)$. (B) $(0;2)$. (C) $(-2;0)$. (D) $(2;+\infty)$.

Câu 18. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là:

(A) $y=\dfrac{1}{2}$. (B) $y=-1$. (C) $y=1$. (D) $y=2$.

Câu 19.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong như hình bên



(A) $y=-x^4+2x^2$. (B) $y=x^3-3x^2$.
(C) $y=x^4-2x^2$. (D) $y=-x^3+3x^2$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-1)^2=16$. Bán kính của (S) là:

(A) 32. (B) 8. (C) 4. (D) 16.

Câu 21. Trong mặt phẳng tọa độ, biết điểm $M(-2;1)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần thực của z bằng

(A) -2. (B) 2. (C) 1. (D) -1.

Câu 22. Tập xác định của hàm số $y=\log_3 x$ là

(A) $(-\infty;0)$. (B) $(0;+\infty)$. (C) $(-\infty;+\infty)$. (D) $[0;+\infty)$.

Câu 23. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

(A) 1. (B) 25. (C) 5. (D) 120.

Câu 24. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^3} b$ bằng

(A) $3+\log_a b$. (B) $3\log_a b$. (C) $\frac{1}{3}+\log_a b$. (D) $\frac{1}{3}\log_a b$.

Câu 25. $\int x^4\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\frac{1}{5}x^5+C$. (B) $4x^3+C$. (C) x^5+C. (D) $5x^5+C$.

Câu 26. Biết $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3 [1+f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 20. (B) 22. (C) 26. (D) 28.

Câu 27. Cho hình nón có bán kính bằng 3 và góc ở đỉnh bằng 60°. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

(A) 18π. (B) 36π. (C) $6\sqrt{3}\pi$. (D) $12\sqrt{3}\pi$.

Câu 28. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-2$ và $y=3x-2$ bằng

(A) $\frac{9}{2}$. (B) $\frac{9\pi}{2}$. (C) $\frac{125}{6}$. (D) $\frac{125\pi}{6}$.

Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-7}<4$ là

(A) $(-3;3)$. (B) $(0;3)$. (C) $(-\infty;3)$. (D) $(3;+\infty)$.

Câu 30. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(ab)}=4a$. Giá trị của ab^2 bằng

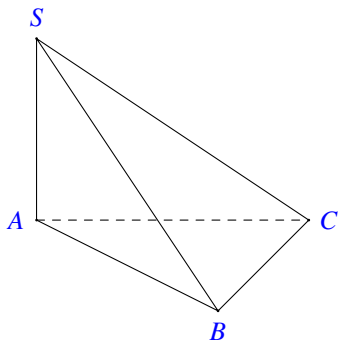
(A) 3. (B) 6. (C) 2. (D) 4.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;2)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-3}{1}$. Mặt phẳng đi qua điểm qua M và vuông góc với d có phương trình là

(A) $2x+3y+z-3=0$. (B) $2x-y+2z-9=0$.
(C) $2x+3y+z+3=0$. (D) SAM.

Câu 32.

Cho hình chóp $S.ABC$ và có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a, BC=3a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{30}a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt đáy bằng



(A) $45°$. (B) $90°$. (C) $60°$. (D) $30°$.

Câu 33. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2+4z+13=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $1-z_0$ là

(A) $P(-1;-3)$. (B) $M(-1;3)$. (C) $N(3;-3)$. (D) $Q(3;3)$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;1;2)$ và $C(2;3;1)$. Đường thẳng đi qua $A(1;2;0)$ và song song với BC có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-1}$. (B) $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z}{3}$.
(C) $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z}{3}$. (D) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-1}$.

Câu 35. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-30x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

(A) $20\sqrt{10}$. (B) -63. (C) $-20\sqrt{10}$. (D) -52.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 2. (B) 4. (C) 3. (D) 1.

Câu 37. Cho hai số phức $z=4+2i$ và $\mathrm{w}=1+\mathrm{i}$. Môđun của số phức $z.\overline{\mathrm{w}}$ bằng

(A) $2\sqrt{2}$. (B) 8. (C) $2\sqrt{10}$. (D) 40.

Câu 38. Số giao điêm của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2$ và đồ thị hàm số $y=x^2+5x$.

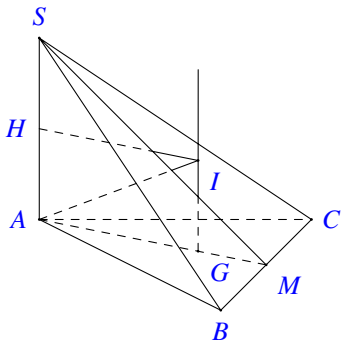
(A) 3. (B) 0. (C) 1. (D) 2.

Câu 39. Trong năm 2019 , diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 900 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên của tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1700 ha?

(A) Năm 2029. (B) Năm 2051. (C) Năm 2030. (D) Năm 2050.

Câu 40.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 60°. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng



(A) $\dfrac{43\pi a^2}{3}$. (B) $\dfrac{19\pi a^2}{3}$. (C) $\dfrac{43\pi a^2}{9}$. (D) $21\pi a^2$.

Câu 41. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-5)$ là

(A) $(2;5]$. (B) $[2;5)$. (C) $(2;+\infty)$. (D) $(2;5)$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x)=(x+1)f'(x)$ là

(A) $\dfrac{x^2+2x-1}{2\sqrt{x^2+1}}+C$. (B) $\dfrac{x+1}{2\sqrt{x^2+1}}+C$. (C) $\dfrac{2x^2+x+1}{\sqrt{x^2+1}}+C$. (D) $\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}+C$.

Câu 43. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1,2,3,4,5,6,7\}$ Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

(A) $\dfrac{9}{35}$. (B) $\dfrac{16}{35}$. (C) $\dfrac{22}{35}$. (D) $\dfrac{19}{35}$.

Câu 44. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=x^4[f(x-1)]^2$ là

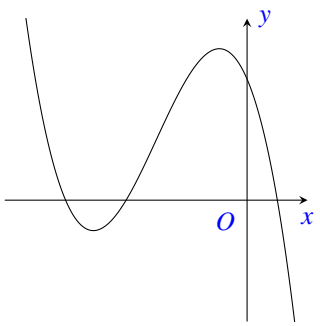
(A) 7. (B) 5. (C) 9. (D) 11.

Câu 45. Xét các số thực không âm x và y thoản mãn $2x+y.4^{x+y-1}\geq 3$ Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+2x+4y$ bằng

(A) $\dfrac{33}{8}$. (B) $\dfrac{9}{8}$. (C) $\dfrac{21}{4}$. (D) $\dfrac{41}{8}$.

Câu 46.

Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các a, b, c, d?



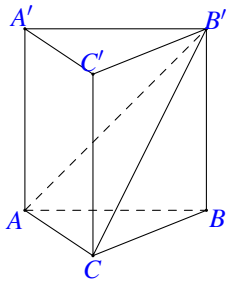
(A) 4. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

Câu 47. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng của S qua O. Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

(A) $\dfrac{2\sqrt{6}}{9}a^3$. (B) $\dfrac{40\sqrt{6}}{81}a^3$. (C) $\dfrac{10\sqrt{6}}{81}a^3$. (D) $\dfrac{20\sqrt{6}}{81}a^3$.

Câu 48.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA'=2a$. Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng



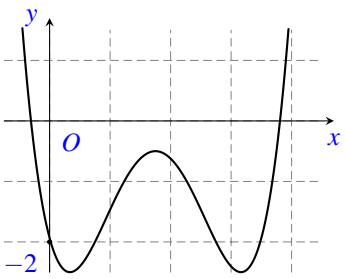
(A) $\dfrac{\sqrt{57}a}{19}$. (B) $\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{57}a}{19}$.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 127 số nguyên y thỏa mãn $\log_3\left(x^2+y\right)\geq\log_2\left(x+y\right)$?

(A) 89. (B) 46. (C) 45. (D) 90.

Câu 50.

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^2f\left(x\right)\right)+2=0$ là



(A) 8. (B) 12. (C) 6. (D) 9.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
Môn: TOÁN, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 104
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Tập xác định của hàm số $\log_4 x$ là

(A) $(-\infty;0)$. (B) $[0;+\infty)$. (C) $(0;+\infty)$. (D) $(-\infty;+\infty)$.

Câu 2. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=7$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) 42π. (B) 147π. (C) 49π. (D) 21π.

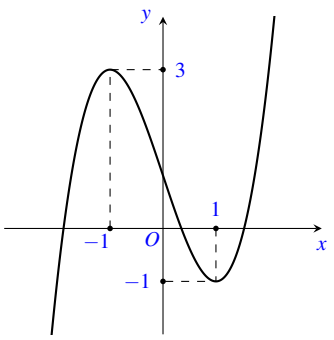
Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_2=(4;-2;3)$. (B) $\vec{u}_4=(4;2;-3)$. (C) $\vec{u}_3=(3;-1;-2)$. (D) $\vec{u}_1=(3;1;2)$.

Câu 4.

Cho đồ thị hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là

(A) 0. (B) 3. (C) 1. (D) 2.



Câu 5. Biết $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=6$. Giá trị của $\int_2^3 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 36. (B) 3. (C) 12. (D) 8.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$ là

(A) $y=\dfrac{1}{3}$. (B) $y=3$. (C) $y=-1$. (D) $y=1$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(8;1;2)$ trên trục Ox có tọa độ là

(A) $(0;1;0)$. (B) $(8;0;0)$. (C) $(0;1;2)$. (D) $(0;0;2)$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $3^{x+2}=27$ là

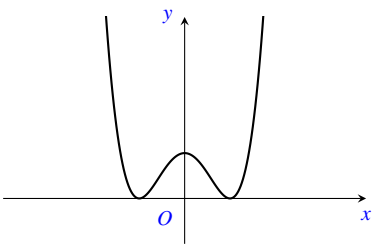
(A) $x=-2$. (B) $x=-1$. (C) $x=2$. (D) $x=1$.

Câu 9. Cho khối nón có bán kính đáy $r=2$ và chiều cao $h=4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

(A) 8π. (B) $\dfrac{8\pi}{3}$. (C) $\dfrac{16\pi}{3}$. (D) 16π.

Câu 10.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



(A) $y = x^4 - 2x^2 + 1$. (B) $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.
(C) $y = x^3 - 3x^2 + 1$. (D) $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 11. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$ thì $\log_{a^4} b$ bằng

(A) $4 + \log_a b$. (B) $\frac{1}{4}\log_a b$. (C) $4\log_a b$. (D) $\frac{1}{4} + \log_a b$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$. Bán kính của (S) bằng

(A) 4. (B) 32. (C) 16. (D) 8.

Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - 5\mathrm{i}$ là

(A) $\bar{z} = -3 - 5\mathrm{i}$. (B) $\bar{z} = 3 + 5\mathrm{i}$. (C) $\bar{z} = -3 + 5\mathrm{i}$. (D) $\bar{z} = 3 - 5\mathrm{i}$.

Câu 14. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 3; 7. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

(A) 7. (B) 42. (C) 12. (D) 14.

Câu 15. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$, chiều cao $h = 8$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) 24. (B) 12. (C) 8. (D) 6.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-3;0)$. (B) $(-3;3)$. (C) $(0;3)$. (D) $(-\infty;-3)$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

(A) 3. (B) -3. (C) -1. (D) 2.

Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 4$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng

(A) 64. (B) 81. (C) 12. (D) $\frac{4}{3}$.

Câu 19. Cho khối cầu có bán kính $r = 2$. Thể tích khối cầu đã cho là

(A) $\frac{32\pi}{3}$. (B) 16π. (C) 32π. (D) $\frac{8\pi}{3}$.

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, biết điểm $M(-1;2)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần thực của z bằng

(A) 1. (B) 2. (C) -2. (D) -1.

Câu 21. $\int x^5\,dx$ bằng

(A) $5x^4 + C$. (B) $\frac{1}{6}x^6 + C$. (C) $x^6 + C$. (D) $6x^6 + C$.

Câu 22. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2) = 2$ là

(A) $x = 11$. (B) $x = 10$. (C) $x = 7$. (D) $x = 8$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

(A) $\frac{x}{-2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. (B) $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{-3} = 1$.
(C) $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. (D) $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 24. Có bao nhiêu cách xếp 8 học sinh thành một hàng dọc?

(A) 8. (B) 1. (C) 40320. (D) 64.

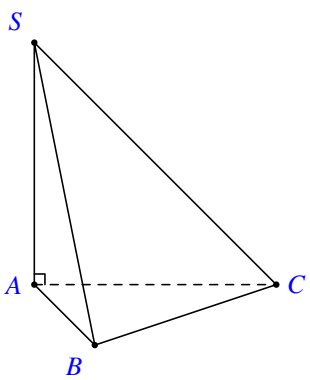
Câu 25. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = 3 + i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

(A) $4 - 2i$. (B) $-4 + 2i$. (C) $4 + 2i$. (D) $-4 - 2i$.

Câu 26.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

(A) $90°$. (B) $45°$. (C) $60°$. (D) $30°$.



Câu 27. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(a^2 b)} = 4a^3$. Giá trị của ab^2 bằng

(A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 6.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;-2;2)$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

(A) $x+2y-2z+5=0$. (B) $3x-2y+2z-17=0$.
(C) $3x-2y+2z+17=0$. (D) $x+2y-2z-5=0$.

Câu 29. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-33x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

(A) -72. (B) $-22\sqrt{11}$. (C) -58. (D) $22\sqrt{11}$.

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-1}<8$ là

(A) $(0;2)$. (B) $(-\infty;2)$. (C) $(-2;2)$. (D) $(2;+\infty)$.

Câu 31. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-3$ và $y=x-3$ bằng

(A) $\dfrac{125\pi}{3}$. (B) $\dfrac{1}{6}$. (C) $\dfrac{125}{6}$. (D) $\dfrac{\pi}{6}$.

Câu 32. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 4 và góc ở đỉnh bằng 60°. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

(A) $\dfrac{64\sqrt{3}\pi}{3}$. (B) 32π. (C) 64π. (D) $\dfrac{32\sqrt{3}\pi}{3}$.

Câu 33. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2-4z+13=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1-z_0$ là

(A) $M(3;-3)$. (B) $P(-1;3)$. (C) $Q(1;3)$. (D) $N(-1;-3)$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

(A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 4.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;0)$; $B(1;0;1)$; $C(3;1;0)$. Đường thẳng đi qua $A(1;1;0)$ và song song với BC có phương trình

(A) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$. (B) $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{1}$.
(C) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-1}$. (D) $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$.

Câu 36. Cho hai số phức $z=1+3i$ và $w=1+i$. Môđun của số phức $z\cdot\overline{w}$ bằng

(A) $2\sqrt{5}$. (B) $2\sqrt{2}$. (C) 20. (D) 8.

Câu 37. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-x^2$ và đồ thị hàm số $y=-x^2+3x$ là

(A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

Câu 38. Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\displaystyle\int_1^3[1+f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 10. (B) 8. (C) $\dfrac{26}{3}$. (D) $\dfrac{32}{3}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x)=(x+1)f'(x)$ là

(A) $\dfrac{x+4}{\sqrt{x^2+4}}+C$. (B) $\dfrac{x-4}{\sqrt{x^2+4}}+C$. (C) $\dfrac{x^2+2x-4}{2\sqrt{x^2+4}}+C$. (D) $\dfrac{2x^2+x+4}{2\sqrt{x^2+4}}+C$.

Câu 40. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 800 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1400 ha.

(A) Năm 2029. (B) Năm 2028. (C) Năm 2048. (D) Năm 2049.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30°. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

(A) $\dfrac{43\pi a^2}{3}$. (B) $\dfrac{19\pi a^2}{3}$. (C) $\dfrac{19\pi a^2}{9}$. (D) $13\pi a^2$.

Câu 42. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty,-6)$ là

(A) $(3;6]$. (B) $(3;6)$. (C) $(3;+\infty)$. (D) $[3;6)$.

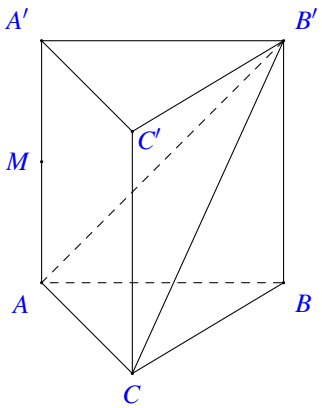
Câu 43. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1,2,3,4,5,6,7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng

(A) $\dfrac{1}{5}$. (B) $\dfrac{13}{35}$. (C) $\dfrac{9}{35}$. (D) $\dfrac{2}{7}$.

Câu 44.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{2}a}{4}$. (B) $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$. (C) $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. (D) $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$.



Câu 45. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a và O là tâm đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O. Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

(A) $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{9}$. (B) $\dfrac{20\sqrt{2}a^3}{81}$. (C) $\dfrac{40\sqrt{2}a^3}{81}$. (D) $\dfrac{10\sqrt{2}a^3}{81}$.

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	3	↘	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=x^2\left[f(x+1)\right]^4$ là

(A) 7. (B) 8. (C) 5. . (D) 9.

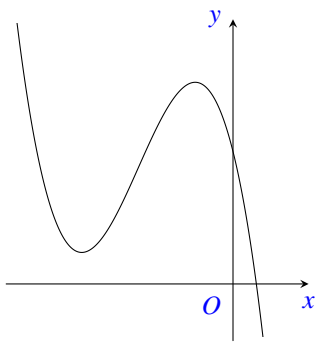
Câu 47. Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x+y4^{x+y-1}\geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+6x+4y$ bằng

(A) $\frac{33}{8}$. (B) $\frac{9}{8}$. (C) $\frac{21}{4}$. . (D) $\frac{41}{8}$.

Câu 48.

Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ (a, b, c,) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?

(A) 4. (B) 2. (C) 1. (D) 3.



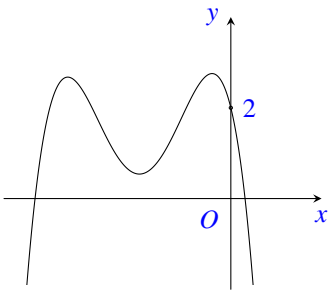
Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 255 số nguyên y thỏa mãn $\log_3\left(x^2+y\right)\geq\log_2(x+y)$?

(A) 80. (B) 79. (C) 157. (D) 158.

Câu 50.

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x^2f(x)\right)-2=0$ là

(A) 6. (B) 12. (C) 8. (D) 9.



— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

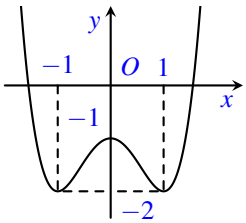
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
Môn: TOÁN, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 101
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-\dfrac{1}{2}$ là

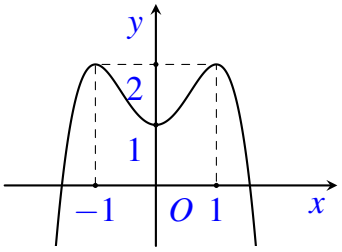


(A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 1.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y=4^x$ là

(A) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. (B) $[0;+\infty)$. (C) $(0;+\infty)$. (D) $\mathbb{R}$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



(A) $(1;+\infty)$. (B) $(-1;0)$. (C) $(0;1)$. (D) $(-\infty;0)$.

Câu 4. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z=-3+4i$?

(A) $N(3;4)$. (B) $M(4;3)$. (C) $P(-3;4)$. (D) $Q(4;-3)$.

Câu 5. Cho mặt cầu có bán kính $r=4$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

(A) $\dfrac{256\pi}{3}$. (B) $\dfrac{64\pi}{3}$. (C) 16π. (D) 64π.

Câu 6. $\displaystyle\int 5x^4\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\dfrac{1}{5}x^5+C$. (B) x^5+C. (C) $5x^5+C$. (D) $20x^3+C$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;4;2)$ trên mặt phẳng (Oxy)?

(A) $N(0;4;2)$. (B) $P(1;4;0)$. (C) $Q(1;0;2)$. (D) $M(0;0;2)$.

Câu 8. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=11$ và công sai $d=3$. Giá trị của u_2 bằng

(A) 8. (B) 33. (C) $\dfrac{11}{3}$. (D) 14.

Câu 9. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) 9. (B) 18. (C) 3. (D) 6.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+8)=5$ là

(A) $x=17$. (B) $x=24$. (C) $x=2$. (D) $x=40$.

Câu 11. Biết $\int\limits_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ và $\int\limits_2^3 g(x)\,\mathrm{d}x = 1$. Khi đó $\int\limits_2^3 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng?

(A) -3. (B) 3. (C) 4. (D) 5.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z+3}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

(A) $Q(4;-2;1)$. (B) $N(4;2;1)$. (C) $P(2;1;-3)$. (D) $M(2;1;3)$.

Câu 13. Phần thực của số phức $z = -3-4i$ bằng

(A) 4. (B) -3. (C) 3. (D) -4.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

(A) $(-1;2;-3)$. (B) $(2;-4;6)$. (C) $(1;-2;3)$. (D) $(-2;4;-6)$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

(A) $x = 3$. (B) $x = -1$. (C) $x = 2$. (D) $x = -3$.

Câu 16. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 2a^2$ và chiều cao $h = 6a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $12a^3$. (B) $4a^3$. (C) $2a^3$. (D) $6a^3$.

Câu 17. Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

(A) 48π. (B) 4π. (C) 16π. (D) 24π.

Câu 18. Nghiệm của phương trình $2^{2x-3} = 2^x$ là

(A) $x = 8$. (B) $x = -8$. (C) $x = 3$. (D) $x = -3$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x+4y-z+3 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (α)?

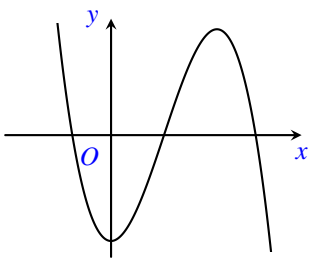
(A) $\vec{n}_1 = (2;4;-1)$. (B) $\vec{n}_2 = (2;-4;1)$. (C) $\vec{n}_4 = (-2;4;1)$. (D) $\vec{n}_3 = (2;4;1)$.

Câu 20. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+2}{x-1}$ là

(A) $x = 2$. (B) $x = -2$. (C) $x = 1$. (D) $x = -1$.

Câu 21.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



(A) $y = x^4 - 2x^2 - 2$. (B) $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.
(C) $y = x^3 - 3x^2 - 2$. (D) $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Câu 22. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm học sinh gồm 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ?

(A) 11. (B) 30. (C) 6. (D) 5.

Câu 23. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4(4a)$ bằng

(A) $1 + \log_4 a$. (B) $4 - \log_4 a$. (C) $4 + \log_4 a$. (D) $1 - \log_4 a$.

Câu 24. Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

(A) $2 - 3i$. (B) $-2 + 3i$. (C) $-2 - 3i$. (D) $2 + 3i$.

Câu 25. Cho hình nón có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

(A) 20π. (B) $\dfrac{20\pi}{3}$. (C) 10π. (D) $\dfrac{10\pi}{3}$.

Câu 26. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 6x$ với trục hoành là

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Câu 27. Biết $\displaystyle\int_0^1 [f(x) + 2x]\,\mathrm{d}x = 2$. Khi đó $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 1. (B) 4. (C) 2. (D) 0.

Câu 28. Cho số phức $z = 1 - 2i$, số phức $(2 + 3i)\bar{z}$ bằng

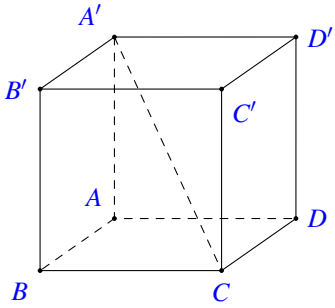
(A) $-4 - 7i$. (B) $-4 + 7i$. (C) $8 + i$. (D) $-8 + i$.

Câu 29. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = \mathrm{e}^{3x}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

(A) $\pi \displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{3x}\,\mathrm{d}x$. (B) $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{6x}\,\mathrm{d}x$. (C) $\pi \displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{6x}\,\mathrm{d}x$. (D) $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{3x}\,\mathrm{d}x$.

Câu 30.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = a$, $AA' = \sqrt{6}a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



(A) $60°$. (B) $90°$. (C) $30°$. (D) $45°$.

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 - 4$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

(A) -28. (B) -4. (C) -13. (D) -29.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

(A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 1.

Câu 33. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 a-2\log_4 b=3$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a=8b^2$. (B) $a=8b$. (C) $a=6b$. (D) $a=8b^4$.

Câu 34. Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 7. Diện tích xung quanh của (T) bằng

(A) $\dfrac{49\pi}{4}$. (B) $\dfrac{49\pi}{2}$. (C) 49π. (D) 98π.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z+1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

(A) $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=3+3t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-t\\z=-3+3t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-2t\\z=3+3t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=1-2t\\y=-2-t\\z=3-3t\end{cases}$.

Câu 36. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+z+2=0$. Khi đó $|z_1|+|z_2|$ bằng

(A) 4. (B) $2\sqrt{2}$. (C) 2. (D) $\sqrt{2}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

(A) $2x-y+4z-21=0$. (B) $2x-y+4z+21=0$.
(C) $3x-2y+z-12=0$. (D) $3x-2y+z+12=0$.

Câu 38. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(18-x^2\right)\geq 2$ là

(A) $(-\infty;3]$. (B) $(0;3]$.
(C) $[-3;3]$. (D) $(-\infty;-3]\cup[3;+\infty)$.

Câu 39. Cho hình nón (N) có đỉnh S, bán kính đáy bằng $\sqrt{2}a$ và độ dài đường sinh bằng $4a$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua đỉnh S và đường tròn đáy của (N). Bán kính của (T) bằng

(A) $\dfrac{4\sqrt{2}a}{3}$. (B) $\sqrt{14}a$. (C) $\dfrac{4\sqrt{14}a}{7}$. (D) $\dfrac{8\sqrt{14}a}{7}$.

Câu 40. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+(4-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

(A) $(-\infty;1]$. (B) $(-\infty;4]$. (C) $(-\infty;1)$. (D) $(-\infty;4)$.

Câu 41. Năm 2020, một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là 900.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2025 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn)?

(A) 810.000.000 đồng. (B) 813.529.000 đồng.
(C) 797.258.000 đồng. (D) 830.131.000 đồng.

Câu 42. Biết $F(x)=\mathrm{e}^x+x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\int f(2x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $2\mathrm{e}^x+2x^2+C$. (B) $\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}+x^2+C$. (C) $\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}+2x^2+C$. (D) $2\mathrm{e}^{2x}+4x^2+C$.

Câu 43. Xét các số thực x, y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1}\le(x^2+y^2-2x+2)4^x$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{4y}{2x+y+1}$ **gần nhất** với số nào dưới đây ?

(A) -2. (B) -3. (C) -5. (D) -4.

Câu 44. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3a$, cạnh bên bằng $\frac{3\sqrt{3}a}{2}$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCD) và (SDA). Thể tích khối chóp $O.MNPQ$ bằng

(A) $\frac{9a^3}{16}$. (B) $\frac{2a^3}{3}$. (C) $\frac{9a^3}{32}$. (D) $\frac{a^3}{3}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ (a, b, c, $d\in\mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau

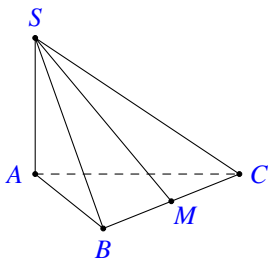
x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-5	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 4.

Câu 46.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{3}a$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng



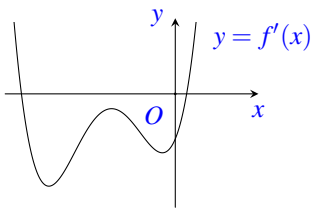
(A) $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. (B) $\frac{\sqrt{39}a}{13}$. (C) $\frac{a}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.

Câu 47. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn lẻ bằng

(A) $\frac{50}{81}$. (B) $\frac{5}{9}$. (C) $\frac{5}{18}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Câu 48.

Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$. Biết $y=f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f\left(x^3\right)-x\right|$ là



(A) 5. (B) 4. (C) 6. (D) 3.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $5f\left(x^2-4x\right)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

(A) 24. (B) 21. (C) 25. (D) 20.

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (m,n) sao cho $m+n\leq 14$ và ứng với mỗi cặp (m,n) tồn tại đúng 3 số thực $a\in(-1;1)$ thỏa mãn $2a^m=n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$?

(A) 14. (B) 12. (C) 11. (D) 13.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
Môn: TOÁN, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 102
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+9)=5$ là

(A) $x=41$. (B) $x=23$. (C) $x=1$. (D) $x=16$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y=5^x$ là

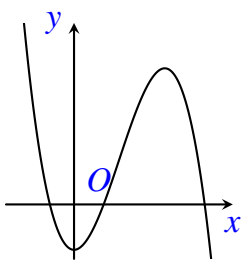
(A) $\mathbb{R}$. (B) $(0;+\infty)$. (C) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. (D) $[0;+\infty)$.

Câu 3. Với a là số thực dương tuỳ ý, $\log_5(5a)$ bằng

(A) $5+\log_5 a$. (B) $5-\log_5 a$. (C) $1+\log_5 a$. (D) $1-\log_5 a$.

Câu 4.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



(A) $y=-x^4+2x^2-1$. (B) $y=x^4-2x^2-1$.
(C) $y=x^3-3x^2-1$. (D) $y=-x^3+3x^2-1$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-2}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

(A) $N(4;2;-1)$. (B) $Q(2;5;1)$. (C) $M(4;2;1)$. (D) $P(2;-5;1)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

(A) $(-2;-4;6)$. (B) $(2;4;-6)$. (C) $(-1;-2;3)$. (D) $(1;2;-3)$.

Câu 7. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6a^2$ và chiều cao $h=2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $2a^3$. (B) $4a^3$. (C) $6a^3$. (D) $12a^3$.

Câu 8. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

(A) 5π. (B) 30π. (C) 25π. (D) 75π.

Câu 9. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z=1-2i$?

(A) $Q(1;2)$. (B) $M(2;1)$. (C) $P(-2;1)$. (D) $N(1;-2)$.

Câu 10. Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=4-i$. Số phức z_1-z_2 bằng

(A) $3+3i$. (B) $-3-3i$. (C) $-3+3i$. (D) $3-3i$.

Câu 11. Cho mặt cầu có bán kính $r=5$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

(A) 25π. (B) $\dfrac{500\pi}{3}$. (C) 100π. (D) $\dfrac{100\pi}{3}$.

Câu 12. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-3}$ là

(A) $x=-3$. (B) $x=-1$. (C) $x=1$. (D) $x=3$.

Câu 13. Cho hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $\ell=7$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

(A) 28π. (B) 14π. (C) $\dfrac{14\pi}{3}$. (D) $\dfrac{98\pi}{3}$.

Câu 14. $\displaystyle\int 6x^5\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $6x^6+C$. (B) x^6+C. (C) $\dfrac{1}{6}x^6+C$. (D) $30x^4+C$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x-3y+4z-1=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (α)?

(A) $\vec{n_3}=(2;-3;4)$. (B) $\vec{n_2}=(2;3;-4)$. (C) $\vec{n_1}=(2;3;4)$. (D) $\vec{n_4}=(-2;3;4)$.

Câu 16. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=9$ và công sai $d=2$. Giá trị của u_2 bằng

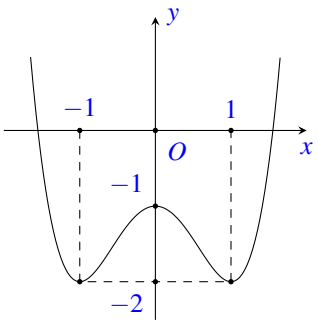
(A) 11. (B) $\dfrac{9}{2}$. (C) 18. (D) 7.

Câu 17.

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-\dfrac{3}{2}$ là

(A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.



Câu 18. Phần thực của số phức $z=3-4i$ bằng

(A) 3. (B) 4. (C) -3. (D) -4.

Câu 19. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 6.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

(A) $x=3$. (B) $x=-1$. (C) $x=1$. (D) $x=-2$.

Câu 21. Biết $\int\limits_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\int\limits_2^3 g(x)\,\mathrm{d}x = 1$. Khi đó $\int\limits_2^3 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 4. (B) 2. (C) -2. (D) 3.

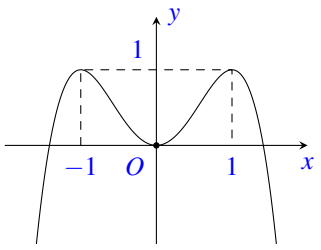
Câu 22. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ?

(A) 9. (B) 54. (C) 15. (D) 6.

Câu 23.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-1;0)$. (B) $(-\infty;-1)$. (C) $(0;1)$. (D) $(0;+\infty)$.



Câu 24. Nghiệm của phương trình $2^{2x-4} = 2^x$ là

(A) $x = 16$. (B) $x = -16$. (C) $x = -4$. (D) $x = 4$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxy)?

(A) $Q(1;0;3)$. (B) $P(1;2;0)$. (C) $M(0;0;3)$. (D) $N(0;2;3)$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

(A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 1.

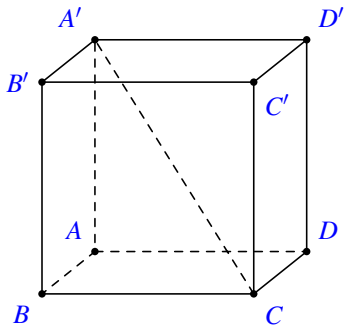
Câu 27. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_9 b = 2$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a = 9b^3$. (B) $a = 9b$. (C) $a = 6b$. (D) $a = 9b^2$.

Câu 28.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2\sqrt{2}a$, $AA' = \sqrt{3}a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa $A'C$ và mặt phẳng $ABCD$ bằng

(A) $45°$. (B) $90°$. (C) $60°$. (D) $30°$.



Câu 29. Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 1. Diện tích xung quanh của (T) bằng

(A) π. (B) $\frac{\pi}{2}$. (C) 2π. (D) $\frac{\pi}{4}$.

Câu 30. Trong không gian $0xyz$ cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y+z+1=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

(A) $2x+y-2z+9=0$. (B) $2x+y-2z-9=0$.

(C) $3x-2y+z+2=0$. (D) $3x-2y+z-2=0$.

Câu 31. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+3=0$. Khi đó $|z_1|+|z_2|$ bằng

(A) $\sqrt{3}$. (B) $2\sqrt{3}$. (C) 6. (D) 3.

Câu 32. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-12x^2-4$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

(A) -39. (B) -40. (C) -36. (D) -4.

Câu 33. Cho số phức $z=2-i$, số phức $(2-3i)\bar{z}$ bằng

(A) $-1+8i$. (B) $-7+4i$. (C) $7-4i$. (D) $1+8i$.

Câu 34. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^{4x}$, $y=0$, $x=0$ và $x=1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

(A) $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{4x}\mathrm{d}x$. (B) $\pi\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{8x}\mathrm{d}x$. (C) $\pi\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{4x}\mathrm{d}x$. (D) $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{8x}\mathrm{d}x$.

Câu 35. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^3+7x$ với trục hoành là

(A) 0. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Câu 36. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(13-x^2)\geq 2$ là

(A) $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. (B) $(-\infty;2]$.
(C) $(0;2]$. (D) $[-2;2]$.

Câu 37. Biết $\displaystyle\int_0^1 [f(x)+2x]\,\mathrm{d}x=3$. Khi đó $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 1. (B) 5. (C) 3. (D) 2.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z-1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

(A) $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1+2t \\ z=3-3t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2-t \\ z=3+3t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-3+3t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2-t \\ z=-3-3t \end{cases}$.

Câu 39. Năm 2020, một hãng xe ô-tô niêm yết giá bán loại xe X là $750.000.000$ đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2025 hãng xe ô-tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)?

(A) $677.941.000$ đồng. (B) $675.000.000$ đồng.
(C) $664.382.000$ đồng. (D) $691.776.000$ đồng.

Câu 40. Biết $F(x)=\mathrm{e}^x-2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\displaystyle\int f(2x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $2\mathrm{e}^x-4x^2+C$. (B) $\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}-4x^2+C$. (C) $\mathrm{e}^{2x}-8x^2+C$. (D) $\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}-2x^2+C$.

Câu 41. Cho hình nón (N) có đỉnh S, bán kính đáy bằng $\sqrt{3}a$ và độ dài đường sinh bằng $4a$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của (N). Bán kính của (T) bằng

(A) $\dfrac{2\sqrt{10}a}{3}$. (B) $\dfrac{16\sqrt{13}a}{13}$. (C) $\dfrac{8\sqrt{13}a}{13}$. (D) $\sqrt{13}a$.

Câu 42. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (5-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

(A) $(-\infty;2)$. (B) $(-\infty;5)$. (C) $(-\infty;5]$. (D) $(-\infty;2]$.

Câu 43. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ bằng

(A) $\dfrac{4}{9}$. (B) $\dfrac{2}{9}$. (C) $\dfrac{2}{5}$. (D) $\dfrac{1}{3}$.

Câu 44. Xét các số thực x, y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1} \le (x^2+y^2-2x+2)4^x$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{8x+4}{2x-y+1}$ **gần nhất** với số nào dưới đây ?

(A) 9. (B) 6. (C) 7. (D) 8.

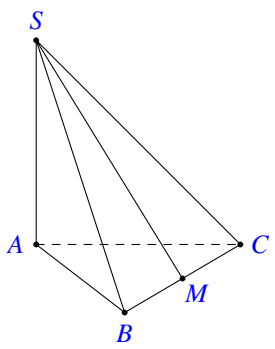
Câu 45. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $4a$, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCD) và (SDA). Thể tích khối chóp $O.MNPQ$ bằng

(A) $\dfrac{4a^3}{3}$. (B) $\dfrac{64a^3}{81}$. (C) $\dfrac{128a^3}{81}$. (D) $\dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 46.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng

(A) $\dfrac{a}{2}$. (B) $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{17}a}{17}$. (D) $\dfrac{2a}{3}$.



Câu 47. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau

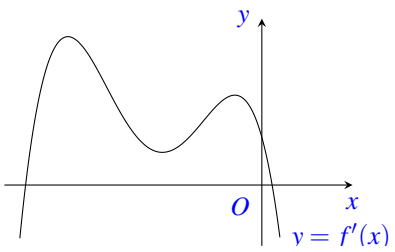
x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?

(A) 2. (B) 4. (C) 1. (D) 3.

Câu 48.

Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$. Biết $y=f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x^3)+x\right|$ là



(A) 4. (B) 5. (C) 3. (D) 6.

Câu 49. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (m,n) sao cho $m+n\le 16$ và ứng với mỗi cặp (m,n) tồn tại đúng 3 số thực $a\in(-1;1)$ thỏa mãn $2a^m=n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$?

(A) 16. (B) 14. (C) 15. (D) 13.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	2	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
			-2				-3		

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $6f\left(x^2-4x\right)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

(A) 25. (B) 30. (C) 29. (D) 24.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
Môn: TOÁN, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 103
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(2a)$ bằng

(A) $1+\log_2 a$. (B) $1-\log_2 a$. (C) $2-\log_2 a$. (D) $2+\log_2 a$.

Câu 2. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) 3. (B) 18. (C) 6. (D) 9.

Câu 3. Phần thực của số phức $z=-5-4\mathrm{i}$ bằng

(A) 5. (B) 4. (C) -4. (D) -5.

Câu 4. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=2a^2$ và chiều cao $h=9a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $3a^3$. (B) $6a^3$. (C) $18a^3$. (D) $9a^3$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là

(A) $(-1;2;3)$. (B) $(2;-4;-6)$. (C) $(-2;4;6)$. (D) $(1;-2;-3)$.

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=8$ và công sai $d=3$. Giá trị của u_2 bằng

(A) $\frac{8}{3}$. (B) 24. (C) 5. (D) 11.

Câu 7. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ?

(A) 7. (B) 12. (C) 5. (D) 35.

Câu 8. Biết $\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_1^2 g(x)\,\mathrm{d}x=2$. Khi đó $\int\limits_1^2 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 6. (B) 1. (C) 5. (D) -1.

Câu 9. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ là

(A) $x=-2$. (B) $x=1$. (C) $x=-1$. (D) $x=2$.

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y=2^x$ là

(A) $\mathbb{R}$. (B) $(0;+\infty)$. (C) $[0;+\infty)$. (D) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

(A) $x=3$. (B) $x=2$. (C) $x=-2$. (D) $x=-1$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x-y+3z+5=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (α)?

(A) $\vec{n}_3=(-2;1;3)$. (B) $\vec{n}_4=(2;1;-3)$. (C) $\vec{n}_2=(2;-1;3)$. (D) $\vec{n}_1=(2;1;3)$.

Câu 13. Cho mặt cầu có bán kính $r=4$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

(A) 16π. (B) 64π. (C) $\dfrac{64\pi}{3}$. (D) $\dfrac{256\pi}{3}$.

Câu 14. Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=3+i$. Số phức z_1-z_2 bằng

(A) $-2-4i$. (B) $2-4i$. (C) $-2+4i$. (D) $2+4i$.

Câu 15. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=2^x$ là

(A) $x=2$. (B) $x=-1$. (C) $x=1$. (D) $x=-2$.

Câu 16. Cho hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $\ell=5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

(A) $\dfrac{10\pi}{3}$. (B) $\dfrac{50\pi}{3}$. (C) 20π. (D) 10π.

Câu 17. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+6)=5$ là

(A) $x=4$. (B) $x=19$. (C) $x=38$. (D) $x=26$.

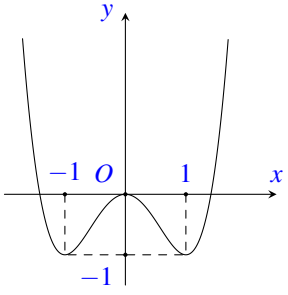
Câu 18. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $z=3-2i$?

(A) $P(3;-2)$. (B) $Q(2;-3)$. (C) $N(3;-2)$. (D) $M(2;-3)$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.

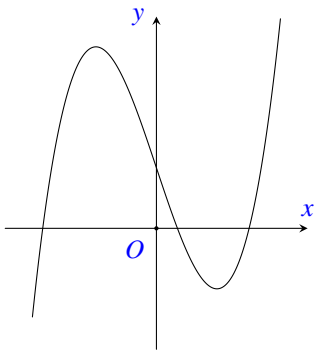
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-1;0)$. (B) $(-\infty;-1)$. (C) $(0;+\infty)$. (D) $(0;1)$.



Câu 20. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

(A) $y=x^3-3x+1$. (B) $y=x^4-2x^2+1$.
(C) $y=-x^4+2x^2+1$. (D) $y=-x^3+3x+1$.



Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z+2}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

(A) $N(3;-1;-2)$. (B) $Q(2;4;1)$. (C) $P(2;4;-1)$. (D) $M(3;1;2)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên mặt phẳng (Oxy)?

(A) $M(3;0;2)$. (B) $Q(0;0;2)$. (C) $P(0;5;2)$. (D) $N(3;5;0)$.

Câu 23. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=3$ và chiều cao $h=4$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

(A) 4π. (B) 12π. (C) 36π. (D) 24π.

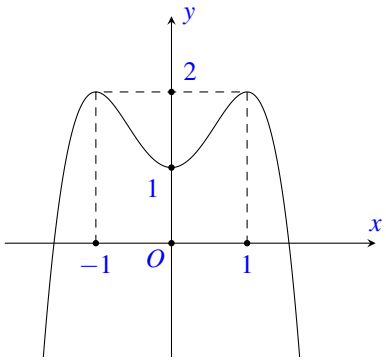
Câu 24. $\displaystyle\int 3x^2\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $3x^3+C$. (B) $6x+C$. (C) $\dfrac{1}{3}x^3+C$. (D) x^3+C.

Câu 25.

Cho hàm số bậc bốn có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\dfrac{1}{2}$ là

(A) 2. (B) 4. (C) 1. (D) 3.



Câu 26. Gọi hai số z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+2=0$. Khi đó, $|z_1|+|z_2|$ bằng

(A) 1. (B) 4. (C) $2\sqrt{2}$. (D) $\sqrt{2}$.

Câu 27. Số giao điểm của $y=-x^3+3x$ với trục hoành là

(A) 2. (B) 0. (C) 3. (D) 1.

Câu 28. Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là hình vuông cạnh bằng 3. Diện tích khung quanh của (T) bằng

(A) $\dfrac{9\pi}{4}$. (B) 18π. (C) 9π. (D) $\dfrac{9\pi}{2}$.

Câu 29. Gọi (D) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^{2x}$, $y=0$, $x=0$ và $x=1$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục Ox

(A) $\pi\int_0^1 \mathrm{e}^{4x}\mathrm{d}x$. (B) $\int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$. (C) $\pi\int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$. (D) $\int_0^1 \mathrm{e}^{4x}\mathrm{d}x$.

Câu 30. Biết $\int_0^1 (f(x)+2x)\,\mathrm{d}x=4$. Tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$

(A) 3. (B) 2. (C) 6. (D) 4.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

(A) $3x-2y+z+11=0$. (B) $2x-y+3z-14=0$.
(C) $3x-2y+z-11=0$. (D) $2x-y+3z+14=0$.

Câu 32. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2-2$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

(A) -2. (B) -11. (C) -26. (D) -27.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

(A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 1.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-3z+1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

(A) $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=2-3t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=1+t\\y=-2-2t\\z=2+t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=-3+2t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2+t\\z=-2-3t\end{cases}$.

Câu 35. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a-2\log_9 b=3$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

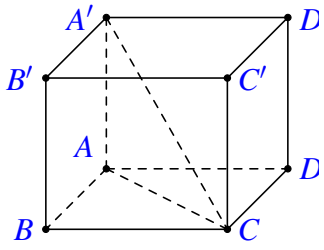
(A) $a=27b$. (B) $a=9b$. (C) $a=27b^4$. (D) $a=27b^2$.

Câu 36. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(36-x^2)\geq 3$ là

(A) $(-\infty;-3]\cup[3;+\infty)$. (B) $(-\infty;3]$.
(C) $[-3;3]$. (D) $(0;3]$.

Câu 37. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AA'=a$, $AD=\sqrt{2}a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

(A) 30°. (B) 45°. (C) 90°. (D) 60°.



Câu 38. Cho số phức $z=-2+3i$, số phức $(1+i)\cdot\bar{z}$ bằng

(A) $-5-i$. (B) $-1+5i$. (C) $1-5i$. (D) $5-i$.

Câu 39. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+(2-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

(A) $(-\infty;-1]$. (B) $(-\infty;2)$. (C) $(-\infty;-1)$. (D) $(-\infty;2]$.

Câu 40. Biết $F(x)=\mathrm{e}^x-x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\int f(2x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}-2x^2+C$. (B) $\mathrm{e}^{2x}-4x^2+C$. (C) $2\mathrm{e}^x-2x^2+C$. (D) $\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}-x^2+C$.

Câu 41. Năm 2020, một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là 800.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự tính đó, năm 2025 hãng xe ô tô niêm yếu giá bán loại xe X là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?

(A) 708.674.000 đồng. (B) 737.895.000 đồng.
(C) 723.137.000 đồng. (D) 720.000.000 đồng.

Câu 42. Cho hình nón (N) có đỉnh S, bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $4a$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua đỉnh S và đường tròn đáy của (N). Bán kính của (T) bằng

(A) $\frac{2\sqrt{6}a}{3}$. (B) $\frac{16\sqrt{15}a}{15}$. (C) $\frac{8\sqrt{15}a}{15}$. (D) $\sqrt{15}a$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ (a, b, c, $d\in\mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-1	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?

(A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 1.

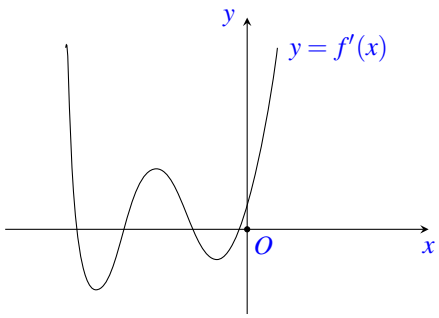
Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc tập S, xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn lẻ bằng

(A) $\frac{50}{81}$. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $\frac{5}{18}$. (D) $\frac{5}{9}$.

Câu 45.

Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$. Biết $y=f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x^4)-x^2\right|$ là

(A) 4. (B) 3. (C) 6. (D) 5.

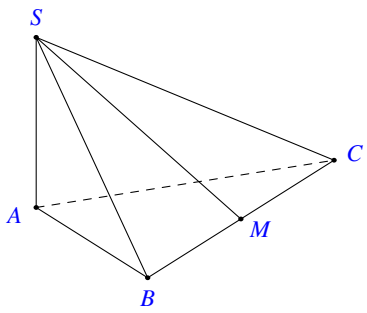


Câu 46. Xét các số thực x,y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1}\le(x^2+y^2-2x+2)4^x$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{8x+4}{2x-y+1}$ **gần nhất** với số nào dưới đây?

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 47.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng



(A) $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. (B) $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. (C) $\frac{a}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 48. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCD) và (SDA). Thể tích khối chóp $O.MNPQ$ bằng

(A) $\frac{a^3}{48}$. (B) $\frac{2a^3}{81}$. (C) $\frac{a^3}{81}$. (D) $\frac{a^3}{96}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f\left(x^2-4x\right)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

(A) 15. (B) 12. (C) 14. (D) 13.

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(m;n)$ sao cho $m+n\leq 10$ và ứng với mỗi cặp $(m;n)$ tồn tại đúng 3 số thực $a\in(-1;1)$ thỏa mãn $2a^m=n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$?

(A) 7. (B) 8. (C) 10. (D) 9.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
Môn: TOÁN, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 104
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon x-2y+4z-1=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (α)?

(A) $\vec{n}_3=(1;-2;4)$. (B) $\vec{n}_1=(1;2;-4)$. (C) $\vec{n}_2=(1;2;4)$. (D) $\vec{n}_4=(-1;2;4)$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=7$ và công sai $d=2$. Giá trị của u_2 bằng

(A) 14. (B) 9. (C) $\frac{7}{2}$. (D) 5.

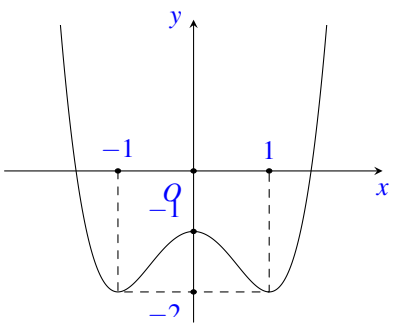
Câu 3. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+3}$ là

(A) $x=-1$. (B) $x=1$. (C) $x=-3$. (D) $x=3$.

Câu 4.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(1;+\infty)$. (B) $(0;1)$. (C) $(-1;0)$. (D) $(-\infty;0)$.



Câu 5. $\int 4x^3\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $4x^4+C$. (B) $\frac{1}{4}x^4+C$. (C) $12x^2+C$. (D) x^4+C.

Câu 6. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng

(A) $3-\log_3(a)$. (B) $1-\log_3(a)$. (C) $3+\log_3(a)$. (D) $1+\log_3(a)$.

Câu 7. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $z=-1+2i$?

(A) $N(-1;2)$. (B) $P(2;-1)$. (C) $Q(-2;1)$. (D) $M(1;-2)$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

(A) $x=-2$. (B) $x=-3$. (C) $x=1$. (D) $x=3$.

Câu 9. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=4$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) 24. (B) 4. (C) 8. (D) 12.

Câu 10. Biết $\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_1^2 g(x)\,\mathrm{d}x=2$. Khi đó $\int\limits_1^2 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 1. (B) 5. (C) -1. (D) 6.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+5}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

(A) $M(3;1;5)$. (B) $N(3;1;-5)$. (C) $P(2;2;-1)$. (D) $Q(2;2;1)$.

Câu 12. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao $h=6a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $3a^3$. (B) $6a^3$. (C) $9a^3$. (D) $18a^3$.

Câu 13. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=3$ và chiều cao $h=5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

(A) 45π. (B) 5π. (C) 15π. (D) 30π.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

(A) $(-1;-2;3)$. (B) $(-2;-4;6)$. (C) $(1;2;-3)$. (D) $(2;4;-6)$.

Câu 15. Phần thực của số phức $z=5-4i$ bằng

(A) 4. (B) -4. (C) 5. (D) -5.

Câu 16. Cho mặt cầu có bán kính $r=5$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

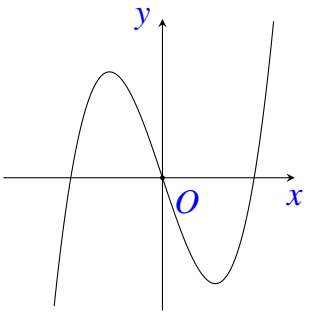
(A) $\dfrac{500\pi}{3}$. (B) 25π. (C) $\dfrac{100\pi}{3}$. (D) 100π.

Câu 17. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 7 học sinh nam và 8 học sinh nữ?

(A) 8. (B) 15. (C) 56. (D) 7.

Câu 18.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



(A) $y=x^4+2x^2$. (B) $y=-x^3-3x$.
(C) $y=x^3-3x$. (D) $y=-x^4+2x^2$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;4;1)$ trên mặt phẳng (Oxy)?

(A) $Q(0;4;1)$. (B) $P(3;0;1)$. (C) $M(0;0;1)$. (D) $N(3;4;0)$.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y=3^x$ là

(A) $[0;+\infty)$. (B) $(0;+\infty)$. (C) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. (D) $\mathbb{R}$.

Câu 21. Cho hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $\ell=7$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

(A) $\dfrac{28\pi}{3}$. (B) 14π. (C) 28π. (D) $\dfrac{14\pi}{3}$.

Câu 22. Nghiệm của phương trình $2^{2x-2}=2^x$ là

(A) $x=-2$. (B) $x=2$. (C) $x=-4$. (D) $x=4$.

Câu 23. Cho hai số phức $z_1=3-2i$ và $z_2=2+i$. Số phức z_1-z_2 bằng

(A) $-1+3i$. (B) $-1-3i$. (C) $1+3i$. (D) $1-3i$.

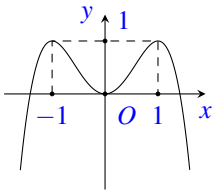
Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+7)=5$ là

(A) $x=18$. (B) $x=25$. (C) $x=39$. (D) $x=3$.

Câu 25.

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\dfrac{1}{2}$ là

(A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 1.



Câu 26. Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 5. Diện tích xung quanh của (T) bằng

(A) $\dfrac{25\pi}{2}$. (B) 25π. (C) 50π. (D) $\dfrac{25\pi}{4}$.

Câu 27. Cho số phức $z=-3+2i$, số phức $(1-i)\bar{z}$ bằng

(A) $-1-5i$. (B) $5-i$. (C) $1-5i$. (D) $-5+i$.

Câu 28. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^3+5x$ với trục hoành là

(A) 3. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

Câu 29. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 a-2\log_4 b=4$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a=16b^2$. (B) $a=8b$. (C) $a=16b$. (D) $a=16b^4$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

(A) $3x-2y+z+1=0$. (B) $3x-2y+z-1=0$.
(C) $2x+y-3z+14=0$. (D) $2x+y-3z-14=0$.

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-12x^2-1$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

(A) -28. (B) -1. (C) -36. (D) -37.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

(A) 4. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

Câu 33. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^x$, $y=0$, $x=0$ và $x=1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

(A) $\pi\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$. (B) $\pi\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$. (C) $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$. (D) $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$.

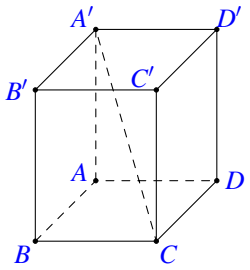
Câu 34. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+z+3=0$. Khi đó $|z_1|+|z_2|$ bằng

(A) 3. (B) $2\sqrt{3}$. (C) $\sqrt{3}$. (D) 6.

Câu 35.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=\sqrt{3}a$, $AA'=2\sqrt{3}a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

(A) 45°. (B) 30°. (C) 60°. (D) 90°.



Câu 36. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(31-x^2\right)\geq 3$ là

(A) $(-\infty;2]$. (B) $[-2;2]$.
(C) $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. (D) $(0;2]$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-3x+1=0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M vuông góc với (P) là

(A) $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2+t\\y=2-3t.\end{cases}$ (B) $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=-2-3t.\end{cases}$ (C) $\begin{cases}x=1-2t\\y=2+t\\z=-2-3t.\end{cases}$ (D) $\begin{cases}x=2+t\\y=1+2t\\z=-3-2t.\end{cases}$

Câu 38. Biết $\displaystyle\int_0^1 [f(x)+2x]\,\mathrm{d}x=5$. Khi đó $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 7. (B) 3. (C) 5. (D) 4.

Câu 39. Cho hình nón (N) có đỉnh S, bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $2\sqrt{2}a$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của (N). Bán kính của (T) bằng

(A) $\dfrac{4\sqrt{7}a}{7}$. (B) $\dfrac{4a}{3}$. (C) $\dfrac{8\sqrt{7}a}{7}$. (D) $\sqrt{7}a$.

Câu 40. Biết $F(x)=\mathrm{e}^x+2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\displaystyle\int f(2x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\mathrm{e}^{2x}+8x^2+C$. (B) $2\mathrm{e}^x+4x^2+C$. (C) $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}+2x^2+C$. (D) $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}+4x^2+C$.

Câu 41. Năm 2020, một hãng xe ô-tô niêm yết giá bán loại xe X là $850.000.000$ đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2025 hãng xe ô-tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu (kết quả làm trong đến hàng nghìn)?

(A) 768.333.000 đồng. (B) 765.000.000 đồng.
(C) 752.966.000 đồng. (D) 784.013.000 đồng.

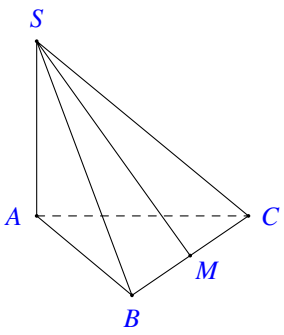
Câu 42. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (1-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

(A) $(-\infty;-2)$. (B) $(-\infty;1)$. (C) $(-\infty;-2]$. (D) $(-\infty;1]$.

Câu 43.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{10}a}{5}$. (B) $\dfrac{a}{2}$. (C) $\dfrac{\sqrt{2}a}{3}$. (D) $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$.



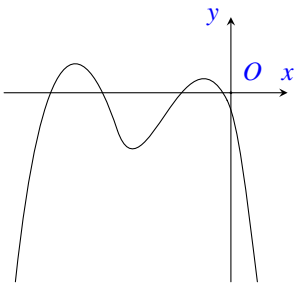
Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ bằng

(A) $\dfrac{4}{9}$. (B) $\dfrac{32}{81}$. (C) $\dfrac{2}{5}$. (D) $\dfrac{32}{45}$.

Câu 45.

Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$. Biết $y = f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = \left|f(x^4) + x^2\right|$ là

(A) 3. (B) 6. (C) 5. (D) 4.



Câu 46. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $\sqrt{3}a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCD) và (SDA). Thể tích của khối chóp $O.MNPQ$ bằng

(A) $\dfrac{8a^3}{81}$. (B) $\dfrac{a^3}{6}$. (C) $\dfrac{a^3}{12}$. (D) $\dfrac{16a^3}{81}$.

Câu 47. Xét các số thực x, y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1} \le (x^2+y^2-2x+2)4^x$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \dfrac{4y}{2x+y+1}$ **gần nhất** với số nào dưới đây?

(A) 1. (B) 0. (C) 3. (D) 2.

Câu 48. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-1	↘	-5	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?

(A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4f\left(x^2-4x\right)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

(A) 16. (B) 19. (C) 20. (D) 17.

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên (m,n) sao cho $m+n\leq 12$ và ứng với mỗi cặp (m,n) tồn tại đúng 3 số thực $a\in(-1;1)$ thỏa mãn $2a^m=n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$?

(A) 12. (B) 10. (C) 11. (D) 9.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THAM KHẢO

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021
Môn: TOÁN, ĐỀ THAM KHẢO
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh?

(A) $5!$. (B) A_5^3. (C) C_5^3. (D) 5^3.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng

(A) 6. (B) 9. (C) 4. (D) 5.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-1	↗	1	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

(A) $(-2;2)$. (B) $(0;2)$. (C) $(-2;0)$. (D) $(2;+\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

(A) $x = -3$. (B) $x = 1$. (C) $x = 2$. (D) $x = -2$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

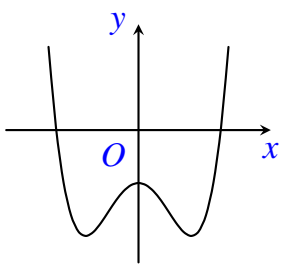
(A) 4. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng

(A) $x = 1$. (B) $x = -1$. (C) $x = 2$. (D) $x = -2$.

Câu 7.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



(A) $y=-x^4+2x^2-1$. (B) $y=x^4-2x^2-1$.
(C) $y=x^3-3x^2-1$. (D) $y=-x^3+3x^2-1$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) -2.

Câu 9. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a)$ bằng

(A) $\frac{1}{2}+\log_3 a$. (B) $2\log_3 a$. (C) $(\log_3 a)^2$. (D) $2+\log_3 a$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=2^x$ là

(A) $y'=2^x\cdot\ln 2$. (B) $y'=2^x$. (C) $y'=\frac{2^x}{\ln 2}$. (D) $y'=x\cdot 2^{x-1}$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

(A) a^6. (B) $a^{\frac{3}{2}}$. (C) $a^{\frac{2}{3}}$. (D) $a^{\frac{1}{6}}$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $5^{2x-4}=25$ là

(A) $x=3$. (B) $x=2$. (C) $x=1$. (D) $x=-1$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_2(3x)=3$ là

(A) $x=3$. (B) $x=2$. (C) $x=\frac{8}{3}$. (D) $x=\frac{1}{2}$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=3x^2-1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=3x^3-x+C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^3-x+C$.
(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{3}x^3-x+C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^3-C$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=\cos 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sin 2x+C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\sin 2x+C$.
(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=2\sin 2x+C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-2\sin 2x+C$.

Câu 16. Nếu $\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=5$ và $\int\limits_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x=-2$ thì $\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 3. (B) 7. (C) -10. (D) -7.

Câu 17. Tích phân $\int\limits_1^2 x^3\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\frac{15}{3}$. (B) $\frac{17}{4}$. (C) $\frac{7}{4}$. (D) $\frac{15}{4}$.

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z=3+2i$ là

(A) $\overline{z}=3-2i$. (B) $\overline{z}=2+3i$. (C) $\overline{z}=-3+2i$. (D) $\overline{z}=-3-2i$.

Câu 19. Cho hai số phức $z=3+i$ và $w=2+3i$. Số phức $z-w$ bằng

(A) $1+4i$. (B) $1-2i$. (C) $5+4i$. (D) $5-2i$.

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $3-2i$ có tọa độ là

(A) $(2;3)$. (B) $(-2;3)$. (C) $(3;2)$. (D) $(3;-2)$.

Câu 21. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

(A) 10. (B) 30. (C) 90. (D) 15.

Câu 22. Thể tích của khối hộp chữ nhật có kích thước 2; 3; 7 bằng

(A) 14. (B) 42. (C) 126. (D) 12.

Câu 23. Công thức thể tích V của khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h là

(A) $V=\pi rh$. (B) $V=\pi r^2h$. (C) $V=\dfrac{1}{3}\pi rh$. (D) $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 24. Một hình trụ có bán kính đáy $r=4\,\text{cm}$ và độ dài đường sinh $l=3\,\text{cm}$. Diện tích xung quanh

(A) $12\pi\,\text{cm}^2$. (B) $48\pi\,\text{cm}^2$. (C) $24\pi\,\text{cm}^2$. (D) $36\pi\,\text{cm}^2$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;1;0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có toạ độ là

(A) $(4;2;2)$. (B) $(2;1;1)$. (C) $(2;0;-2)$. (D) $(1;0;-1)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)\colon x^2+(y-1)^2+z^2=9$ có bán kính bằng

(A) 9. (B) 3. (C) 81. (D) 6.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$?

(A) $(P_1)\colon x+y+z=0$. (B) $(P_2)\colon x+y+z-1=0$.
(C) $(P_3)\colon x-2y+z=0$. (D) $(P_4)\colon x+2y+z-1=0$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$?

(A) $\vec{u_1}=(1;1;1)$. (B) $\vec{u_2}=(1;2;1)$. (C) $\vec{u_3}=(0;1;0)$. (D) $\vec{u_4}=(1;-2;1)$.

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một số trong 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số chẵn bằng

(A) $\dfrac{7}{8}$. (B) $\dfrac{8}{15}$. (C) $\dfrac{7}{15}$. (D) $\dfrac{1}{2}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

(A) $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. (B) $y=x^2+2x$. (C) $y=x^3-x^2+x$. (D) $y=x^4-3x^2+2$.

Câu 31. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $[0;2]$. Tổng $M+m$ bằng

(A) 11. (B) 14. (C) 5. (D) 13.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{4-x^2} \geq 27$ là

(A) $[-1;1]$. (B) $(-\infty;1]$. (C) $\left[-\sqrt{7};\sqrt{7}\right]$. (D) $[1;+\infty)$.

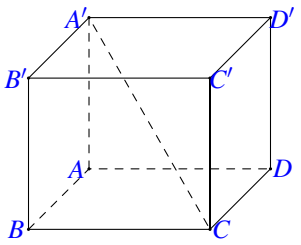
Câu 33. Nếu $\int_1^3 [2f(x)+1]\,dx = 5$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

(A) 3. (B) 2. (C) $\frac{3}{4}$. (D) $\frac{3}{2}$.

Câu 34. Cho số phức $z = 3+4i$. Mô-đun của số phức $(1+i)z$ bằng

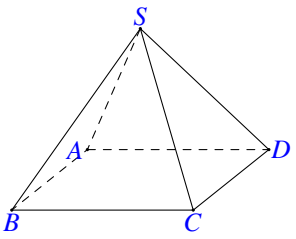
(A) 50. (B) 10. (C) $\sqrt{10}$. (D) $5\sqrt{2}$.

Câu 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2$ và $AA' = 2\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



(A) 30°. (B) 45°. (C) 60°. (D) 90°.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 2 và độ dài cạnh bên bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



(A) $\sqrt{7}$. (B) 1. (C) 7. (D) $\sqrt{11}$.

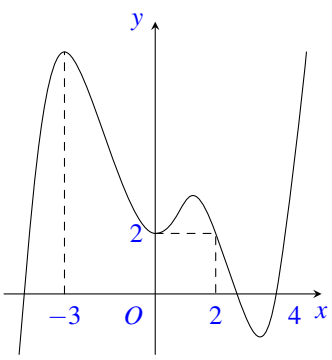
Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm là gốc tọa độ O và đi qua điểm $M(0;0;2)$ có phương trình là

(A) $x^2+y^2+z^2 = 2$. (B) $x^2+y^2+z^2 = 4$.
(C) $x^2+y^2+(z-2)^2 = 4$. (D) $x^2+y^2+(z-2)^2 = 2$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;-1;1)$ có phương trình tham số là

(A) $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-3t \\ z = -1+2t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-3t \\ z = 1+2t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -3+2t \\ z = 2-t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = -t \end{cases}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của hàm số $f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - 4x$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2};2\right]$ bằng



(A) $f(0)$. (B) $f(-3)+6$.
(C) $f(2)-4$. (D) $f(4)-8$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 10 số nguyên x thỏa mãn $\left(2^{x+1}-\sqrt{2}\right)(2^x-y)<0$?

(A) 1024. (B) 2047. (C) 1022. (D) 1023.

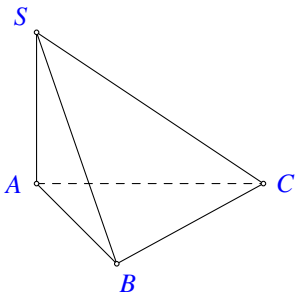
Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2-1 & \text{khi } x\geq 2\\ x^2-2x+3 & \text{khi } x<2\end{cases}$. Tích phân $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(2\sin x+1)\cos x\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\frac{23}{3}$. (B) $\frac{23}{6}$. (C) $\frac{17}{6}$. (D) $\frac{17}{3}$.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$ và $(z+2i)(\bar{z}-2)$ là số thuần ảo?

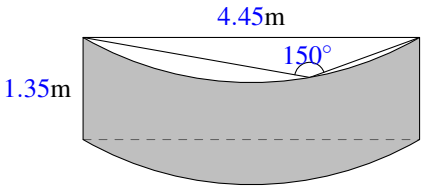
(A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 4.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên). Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng



(A) $\frac{a^3}{8}$. (B) $\frac{3a^3}{8}$. (C) $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. (D) $\frac{a^3}{4}$.

Câu 44. Ông Bình làm lan can ban công ngôi nhà của mình bằng một tấm kính cường lực. Tấm kính đó là một phần của mặt xung quanh của hình trụ như hình bên. Biết giá tiền của 1m^2 kính như trên là $1.500.000$ đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà ông Bình mua tấm kính trên là bao nhiêu?

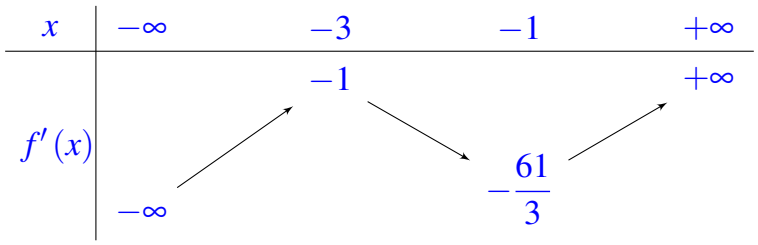


(A) $23.591.000$ đồng. (B) $36.173.000$ đồng.
(C) $9.437.000$ đồng. (D) $4.718.000$ đồng.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y-3z=0$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}$; $d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-1}$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P), đồng thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là

(A) $\frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+2}{-1}$. (B) $\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{-2}$.
(C) $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-2}=\frac{z+1}{-1}$. (D) $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$.

Câu 46. Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0)=0$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số $g(x)=\left|f\left(x^3\right)-3x\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

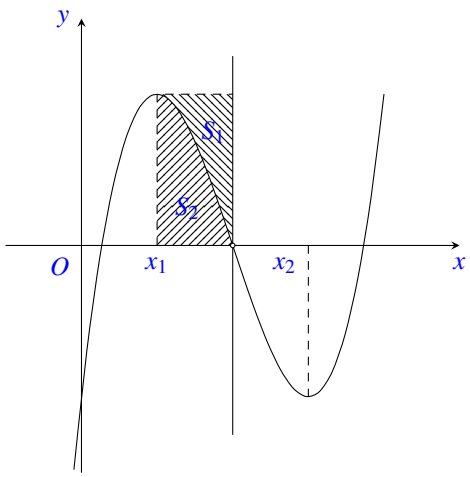
(A) 3. (B) 5. (C) 4. (D) 2.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên a $(a\geq 2)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $\left(a^{\log x}+2\right)^{\log a}=x-2$?

(A) 8. (B) 9. (C) 1. (D) Vô số.

Câu 48. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình đã cho. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1,x_2 thỏa mãn $x_2=x_1+2$ và $f(x_1)+f(x_2)=0$. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình vẽ. Tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng

(A) $\dfrac{3}{4}$. (B) $\dfrac{5}{8}$. (C) $\dfrac{3}{8}$. (D) $\dfrac{3}{5}$.



Câu 49. Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=1$, $|z_2|=2$ và $|z_1-z_2|=\sqrt{3}$. Giá trị lớn nhất của $|3z_1+z_2-5i|$ bằng

(A) $5-\sqrt{19}$. (B) $5+\sqrt{19}$. (C) $-5+2\sqrt{19}$. (D) $5+2\sqrt{19}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$ và $B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) có đỉnh A, đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $2x+by+cz+d=0$. Giá trị của $b+c+d$ bằng

(A) -21. (B) -12. (C) -18. (D) -15.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021
Môn: TOÁN, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 101
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 2$ là

(A) $(-\infty;\log_3 2)$. (B) $(\log_3 2;+\infty)$. (C) $(-\infty;\log_2 3)$. (D) $(\log_2 3;+\infty)$.

Câu 2. Nếu $\int\limits_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\int\limits_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x = -2$ thì $\int\limits_1^4 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -1. (B) -5. (C) 5. (D) 1.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-4;0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là

(A) $(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=9$. (B) $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=9$.
(C) $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=3$. (D) $(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=3$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1;4)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;4;5)$. Phương trình của d là

(A) $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=4-t \\ z=5+4t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=3-2t \\ y=1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

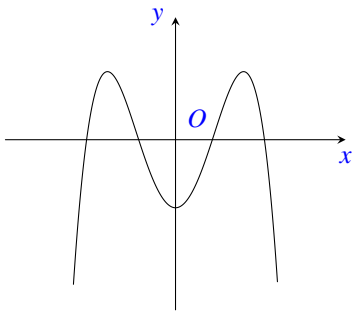
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 5. (B) 3. (C) 2. (D) 4.

Câu 6.

Đồ thị nào của hàm số dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

(A) $y=-2x^4+4x^2-1$. (B) $y=-x^3+3x-1$.
(C) $y=2x^4-4x^2-1$. (D) $y=x^3-3x-1$.



Câu 7. Đồ thị của hàm số $y=-x^4+4x^2-3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

(A) 0. (B) 3. (C) 1. (D) -3.

Câu 8. Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 4$, công thức nào dưới đây đúng?

(A) $\mathrm{A}_n^4=\dfrac{(n-4)!}{n!}$. (B) $\mathrm{A}_n^4=\dfrac{4!}{(n-4)!}$. (C) $\mathrm{A}_n^4=\dfrac{n!}{4!(n-4)!}$. (D) $\mathrm{A}_n^4=\dfrac{n!}{(n-4)!}$.

Câu 9. Phần thực của số phức $z=5-2i$ bằng

(A) 5. (B) 2. (C) -5. (D) -2.

Câu 10. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{2}}$ là

(A) $y'=\frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}$. (B) $y'=\frac{2}{5}x^{\frac{3}{2}}$. (C) $y'=\frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$. (D) $y'=\frac{5}{2}x^{-\frac{3}{2}}$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)=x^2+4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=2x+C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^2+4x+C$.

(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+4x+C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^3+4x+C$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;5)$. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{OA}$ là

(A) $(-2;3;5)$. (B) $(2;-3;5)$. (C) $(-2;-3;5)$. (D) $(2;-3;-5)$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

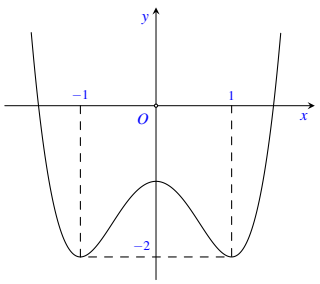
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) -1. (B) 5. (C) -3. (D) 1.

Câu 14.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0;1)$. (B) $(-\infty;0)$. (C) $(0;+\infty)$. (D) $(-1;1)$.



Câu 15. Nghiệm của phương trình $\log_3(5x)=2$ là

(A) $x=\frac{8}{5}$. (B) $x=9$. (C) $x=\frac{9}{5}$. (D) $x=8$.

Câu 16. Nếu $\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=4$ thì $\int\limits_0^3 3f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 36. (B) 12. (C) 3. (D) 4.

Câu 17. Thể tích của khối lập phương cạnh $5a$ bằng

(A) $5a^3$. (B) a^3. (C) $125a^3$. (D) $25a^3$.

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y=9^x$ là

(A) $\mathbb{R}$. (B) $[0;+\infty)$. (C) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. (D) $(0;+\infty)$.

Câu 19. Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

(A) $S=16\pi R^2$. (B) $S=4\pi R^2$. (C) $S=\pi R^2$. (D) $S=\dfrac{4}{3}\pi R^2$.

Câu 20. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

(A) $x=1$. (B) $x=-1$. (C) $x=2$. (D) $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 21. Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[4]{a}$ bằng

(A) 4. (B) $\dfrac{1}{4}$. (C) $-\dfrac{1}{4}$. (D) -4.

Câu 22. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=5a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

(A) $\dfrac{5}{6}a^3$. (B) $\dfrac{5}{2}a^3$. (C) $5a^3$. (D) $\dfrac{5}{3}a^3$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 3x-y+2z-1=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

(A) $\vec{n}_1=(-3;1;2)$. (B) $\vec{n}_2=(3;-1;2)$. (C) $\vec{n}_3=(3;1;2)$. (D) $\vec{n}_4=(3;1;-2)$.

Câu 24. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=6$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

(A) 108π. (B) 36π. (C) 18π. (D) 54π.

Câu 25. Cho hai số phức $z=4+2i$ và $w=3-4i$. Số phức $z+w$ bằng

(A) $1+6i$. (B) $7-2i$. (C) $7+2i$. (D) $-1-6i$.

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$, $u_2=9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

(A) -6. (B) $\dfrac{1}{3}$. (C) 3. (D) 6.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x+2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{x-2}+C$. (B) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+2x+C$.

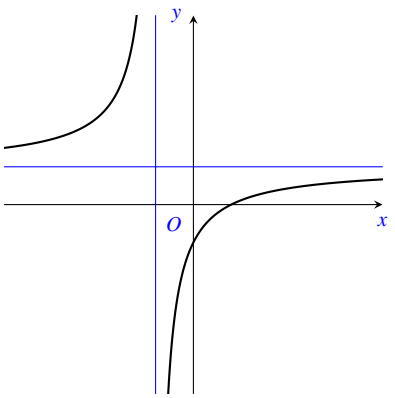
(C) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$. (D) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x-2x+C$.

Câu 28. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3;4)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

(A) $z_2=3+4i$. (B) $z_2=-3+4i$. (C) $z_4=-3-4i$. (D) $z_1=3-4i$.

Câu 29.

Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x+1}$, (a là số thực cho trước, $a\neq 1$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



(A) $y'<0,\forall x\neq -1$. (B) $y'>0,\forall x\neq -1$.
(C) $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$. (D) $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 30. Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

(A) $\dfrac{7}{44}$. (B) $\dfrac{2}{7}$. (C) $\dfrac{1}{22}$. (D) $\dfrac{5}{12}$.

Câu 31. Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y=-x^3+3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

(A) $x=0$. (B) $x=3$. (C) $x=1$. (D) $x=2$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P):x-2y+4z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$. (B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$.
(C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z+2}{4}$. (D) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{4}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

(A) $\sqrt{2}a$. (B) $2a$. (C) a. (D) $2\sqrt{2}a$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(4;1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

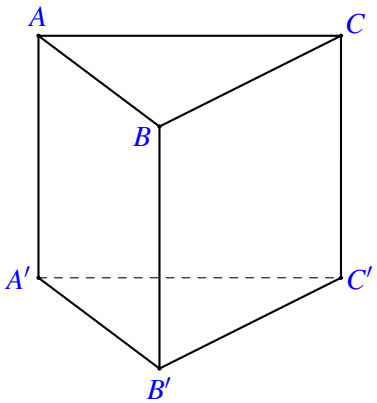
(A) $3x+y+2z-17=0$. (B) $3x+y+2z-3=0$.
(C) $5x+y+2z-5=0$. (D) $5x+y+2z-25=0$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $iz=5+4i$. Số phức liên hợp của z là

(A) $\overline{z}=4+5i$. (B) $\overline{z}=4-5i$. (C) $\overline{z}=-4+5i$. (D) $\overline{z}=-4-5i$.

Câu 36.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng AA' và BC' bằng



(A) $30°$. (B) $90°$. (C) $45°$. (D) $60°$.

Câu 37. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6$, khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) $a^3b = 64$. (B) $a^3b = 36$. (C) $a^3 + b = 64$. (D) $a^3 + b = 36$.

Câu 38. Nếu $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 5$ thì $\int_0^2 [2f(x) - 1]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 8. (B) 9. (C) 10. (D) 13.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

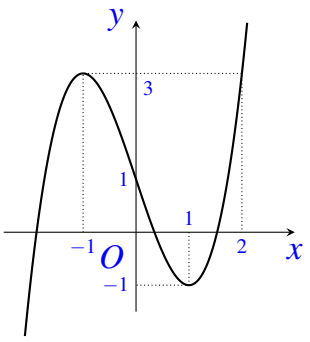
(A) 27. (B) 29. (C) 12. (D) 33.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x^2} - 9^x\right)[\log_2(x+25) - 3] \leq 0$?

(A) 24. (B) Vô số. (C) 26. (D) 25.

Câu 41. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 1$ là

(A) 9. (B) 3. (C) 6. (D) 7.



Câu 42. Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60° ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

(A) $8\sqrt{7}\pi a^2$. (B) $4\sqrt{13}\pi a^2$. (C) $8\sqrt{13}\pi a^2$. (D) $4\sqrt{7}\pi a^2$.

Câu 43. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ với (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_o thỏa mãn $|z_o| = 7$

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 4.

Câu 44. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + i\overline{w} - 6 - 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z - w|$ bằng

(A) $\frac{\sqrt{221}}{5}$. (B) $\sqrt{5}$. (C) 3. (D) $\frac{\sqrt{29}}{5}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x + 2y + z - 4 = 0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

(A) $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-4}$. (B) $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$.
(C) $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-4}$. (D) $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -3 và 6. Diện tích hình phẳng giới hạn

bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

(A) $2\ln 3$. (B) $\ln 3$. (C) $\ln 18$. (D) $2\ln 2$.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\dfrac{1}{3};3\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy)\cdot 27^{9x}$?

(A) 27. (B) 9. (C) 11. (D) 12.

Câu 48. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30^0. Thể tích khối hộp chữ nhật bằng

(A) $6\sqrt{3}a^3$. (B) $\dfrac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. (C) $2\sqrt{3}a^3$. (D) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(1;-3;-4)$ và $B(-2;1;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=2$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

(A) $3\sqrt{5}$. (B) $\sqrt{61}$. (C) $\sqrt{13}$. (D) $\sqrt{53}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-7)\left(x^2-9\right),\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

(A) 6. (B) 7. (C) 5. (D) 4.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021
Môn: TOÁN, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 102
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{4}}$ là

(A) $y'=\frac{4}{9}x^{\frac{9}{4}}$. (B) $y'=\frac{4}{5}x^{\frac{1}{4}}$. (C) $y'=\frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$. (D) $y'=\frac{5}{4}x^{-\frac{1}{4}}$.

Câu 2. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $\frac{3}{2}a^3$. (B) $3a^3$. (C) $\frac{1}{3}a^3$. (D) a^3.

Câu 3. Nếu $\int\limits_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x=6$ và $\int\limits_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x=-5$ thì $\int\limits_1^4 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -1. (B) -11. (C) 1. (D) 11.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y=7^x$ là

(A) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. (B) $[0;+\infty)$. (C) $(0;+\infty)$. (D) $\mathbb{R}$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-5	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

(A) 3. (B) -1. (C) -5. (D) 1.

Câu 6. Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

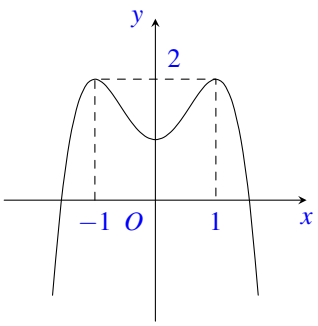
(A) $S=4\pi R^2$. (B) $S=16\pi R^2$. (C) $S=\frac{4}{3}\pi R^2$. (D) $S=\pi R^2$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình của d là

(A) $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=-1-3t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1+3t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=2+5t\\y=2+2t\\z=1-3t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=5+2t\\y=2+2t\\z=-3+t\end{cases}$.

Câu 8.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



(A) $(-1;1)$. (B) $(-\infty;0)$. (C) $(0;1)$. (D) $(0;+\infty)$.

Câu 9. Với n là số nguyên dương bất kì, $n\geq 5$, công thức nào dưới đây đúng?

(A) $\mathrm{A}_n^5=\dfrac{n!}{5!(n-5)!}$. (B) $\mathrm{A}_n^5=\dfrac{5!}{(n-5)!}$. (C) $\mathrm{A}_n^5=\dfrac{n!}{(n-5)!}$. (D) $\mathrm{A}_n^5=\dfrac{(n-5)!}{n!}$.

Câu 10. Thể tích của khối lập phương cạnh $4a$ bằng

(A) $64a^3$. (B) $32a^3$. (C) $16a^3$. (D) $8a^3$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)=x^2+3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^2+3x+C$. (B) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+3x+C$.

(C) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^3+3x+C$. (D) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=2x+C$.

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm $M(-3;2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

(A) $z_3=3-2i$. (B) $z_4=3+2i$. (C) $z_1=-3-2i$. (D) $z_2=-3+2i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon -2x+5y+z-3=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

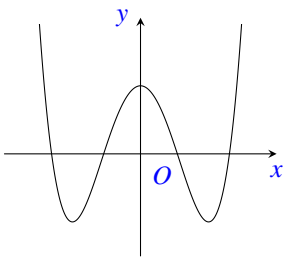
(A) $\vec{n}_2=(-2;5;1)$. (B) $\vec{n}_1=(2;5;1)$. (C) $\vec{n}_4=(2;5;-1)$. (D) $\vec{n}_3=(2;-5;1)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-1;3)$. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{OA}$ là

(A) $(-4;1;3)$. (B) $(4;-1;3)$. (C) $(-4;1;-3)$. (D) $(4;1;3)$.

Câu 15.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



(A) $y=x^3-3x+1$. (B) $y=-2x^4+4x^2+1$.
(C) $y=-x^3+3x+1$. (D) $y=2x^4-4x^2+1$.

Câu 16. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

(A) 9. (B) -9. (C) $\dfrac{1}{4}$. (D) 4.

Câu 17. Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a\sqrt[3]{a}$ bằng

(A) -3. (B) $\dfrac{1}{3}$. (C) $-\dfrac{1}{3}$. (D) 3.

Câu 18. Đồ thị của hàm số $y=-x^4-2x^2+3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

(A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

Câu 19. Cho hai số phức $z=5+2i$ và $w=1-4i$. Số phức $z+w$ bằng

(A) $6+2i$. (B) $4+6i$. (C) $6-2i$. (D) $-4-6i$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x+1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{x-1}+C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x-x+C$..

(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+x+C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 5. (B) 3. (C) 2. (D) 4.

Câu 22. Nếu $\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ thì $\int\limits_0^3 2f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 3. (B) 18. (C) 2. (D) 6.

Câu 23. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

(A) $x=-1$. (B) $x=-2$. (C) $x=2$. (D) $x=1$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

(A) $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$. (B) $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$.

(C) $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$. (D) $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$.

Câu 25. Phần thực của số phức $z=6-2i$ bằng

(A) -2. (B) 2. (C) 6. (D) -6.

Câu 26. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x<5$ là

(A) $(-\infty;\log_2 5)$. (B) $(\log_2 5;+\infty)$. (C) $(-\infty;\log_5 2)$. (D) $(\log_5 2;+\infty)$.

Câu 27. Nghiệm của phương trình $\log_5(3x)=2$ là

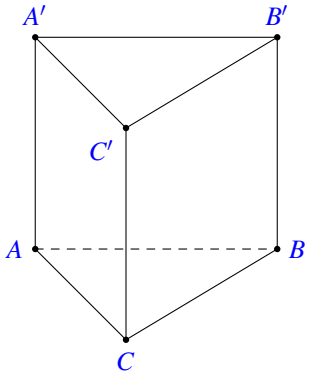
(A) 25. (B) $\dfrac{32}{3}$. (C) 32. (D) $\dfrac{25}{3}$.

Câu 28. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

(A) 16π. (B) 48π. (C) 36π. (D) 12π.

Câu 29.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng



(A) $90°$. (B) $45°$. (C) $30°$. (D) $60°$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

(A) $2x+y+2z-11=0$.. (B) $2x+y+2z-2=0$.
(C) $2x+y+4z-4=0$. (D) $2x+y+4z-17=0$..

Câu 31. Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

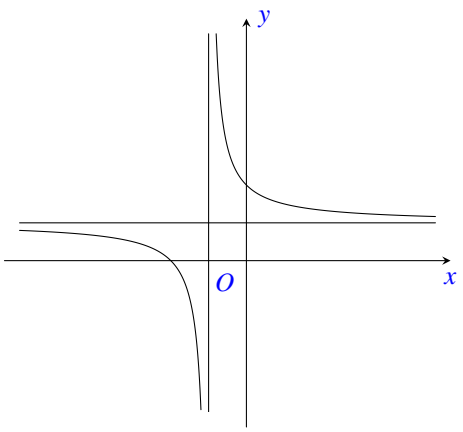
(A) $\frac{1}{6}$. (B) $\frac{1}{30}$. (C) $\frac{3}{5}$. (D) $\frac{2}{5}$.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $iz=6+5i$. Số phức liên hợp của z là

(A) $\bar{z}=5-6i$. (B) $\bar{z}=-5+6i$. (C) $\bar{z}=5+6i$. (D) $\bar{z}=-5-6i$.

Câu 33.

Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a\neq 1$) có đồ thị như bình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



(A) $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$. (B) $y'>0,\forall x\neq -1$.
(C) $y'<0,\forall x\neq -1$. (D) $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-1)$ và mặt phẳng $(P):x-3y+2z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{1}$. (B) $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{2}$.
(C) $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-1}{1}$. (D) $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-1}{2}$.

Câu 35. Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y=x^3-3x^2-1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

(A) $x=-2$. (B) $x=0$. (C) $x=-1$. (D) $x=1$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $AC=3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

(A) $\dfrac{3a}{2}$. (B) $\dfrac{3\sqrt{2}a}{2}$. (C) $3a$. (D) $3\sqrt{2}a$.

Câu 37. Nếu $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ thì $\displaystyle\int_0^2 (2f(x)-1)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 6. (B) 4. (C) 8. (D) 5.

Câu 38. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 8$, khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) $a^3+b=64$. (B) $a^3b=256$. (C) $a^3b=64$. (D) $a^3+b=256$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x^2}-9^x\right)\left[\log_2(x+30)-5\right]\le 0$?

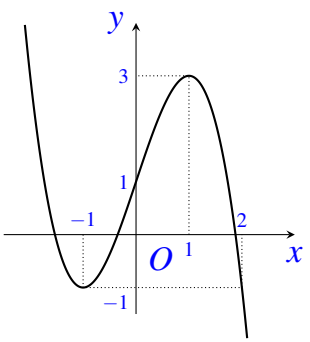
(A) 30. (B) Vô số. (C) 31. (D) 29.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x-1 & \text{khi } x\ge 1\\ 3x^2-2 & \text{khi } x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

(A) 9. (B) 15. (C) 11. (D) 6.

Câu 41. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x))=1$ là

(A) 9. (B) 7. (C) 3. (D) 6.



Câu 42. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\overline{w}+6+8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{29}}{5}$. (B) $\dfrac{\sqrt{221}}{5}$. (C) 3. (D) $\sqrt{5}$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -4 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

(A) $\ln 2$. (B) $\ln 6$. (C) $3\ln 2$. (D) $2\ln 2$.

Câu 44. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30^0. Thể tích khối hộp chữ nhật bằng

(A) $\dfrac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. (B) $48\sqrt{3}a^3$. (C) $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}a^3$. (D) $16\sqrt{3}a^3$.

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên y tồn tại sao cho $x\in\left(\dfrac{1}{3};4\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy)\,27^{12x}$?

(A) 14. (B) 27. (C) 12. (D) 5.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-z+3=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

(A) $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z-1}{13}$.
(B) $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-1}{1}$.
(C) $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$.
(D) $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{13}$.

Câu 47. Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 60° ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

(A) $\sqrt{7}\pi a^2$.
(B) $\sqrt{13}\pi a^2$.
(C) $2\sqrt{7}\pi a^2$.
(D) $2\sqrt{13}\pi a^2$.

Câu 48. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=5$?

(A) 2.
(B) 3.
(C) 1.
(D) 4.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-8)(x^2-9)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $f(|x^3+6x|+m)$ có ít nhất 3 cực trị?

(A) 5.
(B) 7.
(C) 8.
(D) 6.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2), B(-2;1;-3)$. Xét hai điểm M,N thay đổi trong mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=1$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

(A) $\sqrt{17}$.
(B) $\sqrt{41}$.
(C) $\sqrt{37}$.
(D) $\sqrt{61}$.

— HẾT —

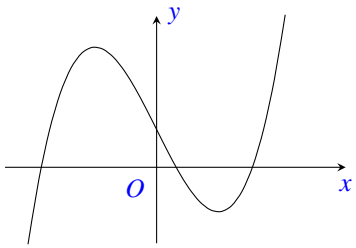
BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021
Môn: TOÁN, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 103
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1.
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



(A) $y=-x^3-2x+\frac{1}{2}$. (B) $y=x^3-2x+\frac{1}{2}$.
(C) $y=-x^4+2x^2+\frac{1}{2}$. (D) $y=x^4+2x^2+\frac{1}{2}$.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$, $u_2=15$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

(A) -12. (B) $\frac{1}{5}$. (C) 5. (D) 12.

Câu 3. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=7a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $\frac{7}{6}a^3$. (B) $\frac{7}{2}a^3$. (C) $\frac{7}{3}a^3$. (D) $7a^3$.

Câu 4. Nếu $\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x=5$ và $\int_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x=-4$ thì $\int_1^4 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -1. (B) -9. (C) 1. (D) 9.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;1;2)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;4;-1)$. Phương trình của d là

(A) $\begin{cases}x=3+2t\\y=1+4t\\z=2-t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=-3+2t\\y=1+4t\\z=2+t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=-3+2t\\y=1+4t\\z=2-t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=2-3t\\y=4+t\\z=-1+2t\end{cases}$.

Câu 6. Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

(A) $S=\pi R^2$. (B) $S=\frac{4}{3}\pi R^2$. (C) $S=4\pi R^2$. (D) $S=16\pi R^2$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-3=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

(A) $\vec{n}_3=(1;2;2)$. (B) $\vec{n}_1=(1;-2;2)$. (C) $\vec{n}_4=(1;-2;-3)$. (D) $\vec{n}_2=(1;2;-2)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là

(A) $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. (B) $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.
(C) $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=3$. (D) $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=3$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)=x^2+1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^3+x+C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+x+C$.
(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^2+x+C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=2x+C$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 5.

Câu 11. Tập xác định của hàm số $y=6^x$ là

(A) $[0;+\infty)$. (B) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. (C) $(0;+\infty)$. (D) $\mathbb{R}$.

Câu 12. Nếu $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=2$ thì $\displaystyle\int_0^3 3f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 6. (B) 2. (C) 18. (D) 3.

Câu 13. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2;3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

(A) $z_3=2+3i$. (B) $z_4=-2-3i$. (C) $z_1=-2+3i$. (D) $z_2=2-3i$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x+3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

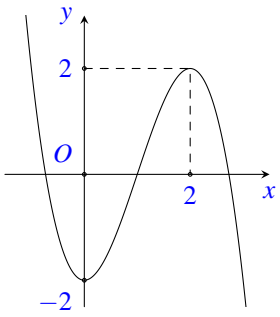
(A) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+3x+C$. (B) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$.

(C) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{x-3}+C$. (D) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x-3x+C$.

Câu 15.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty;2)$. (B) $(0;2)$. (C) $(-2;2)$. (D) $(2;+\infty)$.



Câu 16. Đồ thị hàm số $y=-x^3+2x^2-1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

(A) 3. (B) 1. (C) -1. (D) 0.

Câu 17. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{4}{3}}$ là

(A) $y'=\dfrac{4}{3}x^{-\frac{1}{3}}$. (B) $y'=\dfrac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$. (C) $y'=\dfrac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}$. (D) $y'=\dfrac{3}{4}x^{\frac{1}{3}}$.

Câu 18. Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a\sqrt{a}$ bằng

(A) 2. (B) -2. (C) $-\dfrac{1}{2}$. (D) $\dfrac{1}{2}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-4)$. Tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{OA}$ là

(A) $(3;-2;-4)$. (B) $(-3;-2;4)$. (C) $(3;2;-4)$. (D) $(3;2;4)$.

Câu 20. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3$ là

(A) $(\log_3 2; +\infty)$. (B) $(-\infty; \log_2 3)$. (C) $(-\infty; \log_3 2)$. (D) $(\log_2 3; +\infty)$.

Câu 21. Cho hai số phức $z = 1+2i$ và $w = 3-4i$. Số phức $z+w$ bằng

(A) $2-6i$. (B) $4+2i$. (C) $4-2i$. (D) $-2+6i$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	0	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
			-1				-1		

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

(A) 3. (B) 0. (C) 2. (D) 1.

Câu 23. Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ bằng

(A) $27a^3$. (B) $3a^3$. (C) $9a^3$. (D) a^3.

Câu 24. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

(A) $x = 2$. (B) $x = 1$. (C) $x = -\dfrac{1}{2}$. (D) $x = -1$.

Câu 25. Phần thực của số phức $z = 3-2i$ bằng

(A) 2. (B) -3. (C) 3. (D) -2.

Câu 26. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x) = 2$ là

(A) $x = \dfrac{9}{2}$. (B) $x = 9$. (C) $x = 4$. (D) $x = 8$.

Câu 27. Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 2$, công thức nào sau đây đúng?

(A) $\mathrm{A}_n^2 = \dfrac{(n-2)!}{n!}$. (B) $\mathrm{A}_n^2 = \dfrac{2!}{(n-2)!}$. (C) $\mathrm{A}_n^2 = \dfrac{n!}{2!(n-2)!}$. (D) $\mathrm{A}_n^2 = \dfrac{n!}{(n-2)!}$.

Câu 28. Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

(A) 12π. (B) 18π. (C) 6π. (D) 4π.

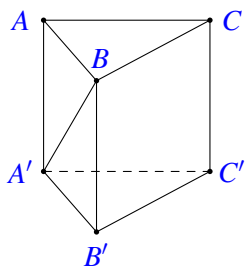
Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, Cho điểm $M(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-3z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+1}{1}$. (B) $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+1}{-3}$.

(C) $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{1}$. (D) $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{-3}$.

Câu 30.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và CC' bằng



(A) $45°$. (B) $30°$. (C) $90°$. (D) $60°$.

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $iz = 3+2i$. Số phức liên hợp của z là

(A) $\bar{z} = 2+3i$. (B) $\bar{z} = -2-3i$. (C) $\bar{z} = -2+3i$. (D) $\bar{z} = 2-3i$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $AC = a$ và SA vuông góc với mặt đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

(A) $\frac{1}{2}a$. (B) $\sqrt{2}a$. (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. (D) a.

Câu 33. Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

(A) $\frac{1}{5}$. (B) $\frac{1}{6}$. (C) $\frac{2}{5}$. (D) $\frac{1}{30}$.

Câu 34. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 7$, khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $a^3+b=49$. (B) $a^3b=128$. (C) $a^3+b=128$. (D) $a^3b=49$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(1;2;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

(A) $x+2y+2z-11=0$. (B) $x+2y+2z-2=0$.
(C) $x+2y+4z-4=0$. (D) $x+2y+4z-17=0$.

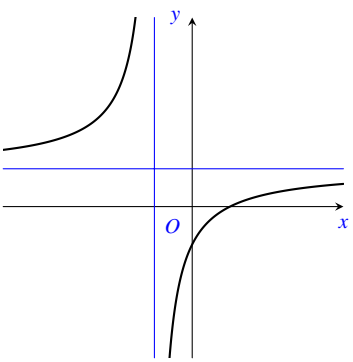
Câu 36. Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y = x^3-3x+4$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

(A) $x=1$. (B) $x=0$. (C) $x=3$. (D) $x=2$.

Câu 37. Nếu $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 6$ thì $\int_0^2 [2f(x)-1]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 12. (B) 10. (C) 11. (D) 14.

Câu 38. Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$, (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



(A) $y' > 0, \forall x \neq 1$. (B) $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
(C) $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. (D) $y' < 0, \forall x \neq 1$.

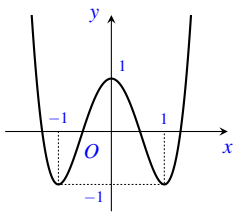
Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(2^{x^2}-4^x\right)[\log_2(x+14)-4] \leq 0$?

(A) 14. (B) 13. (C) Vô số. (D) 15.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+3 & \text{khi } x\geq 1\\ 3x^2+2 & \text{khi } x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

(A) 23. (B) 11. (C) 10. (D) 21.

Câu 41. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x))=0$ là



(A) 4. (B) 10. (C) 12. (D) 8.

Câu 42. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $\left|z+i\overline{w}-6+8i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng

(A) 3. (B) $\frac{\sqrt{29}}{5}$. (C) $\sqrt{5}$. (D) $\frac{\sqrt{221}}{5}$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-z-6=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

(A) $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-1}{1}$. (B) $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{1}$.
(C) $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{7}$. (D) $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{4}=\frac{z+1}{7}$.

Câu 44. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\frac{1}{3};5\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy)\cdot 27^{15x}$?

(A) 17. (B) 16. (C) 18. (D) 15.

Câu 45. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60°. Thể tích khối hộp chữ nhật bằng

(A) $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. (B) $6\sqrt{3}a^3$. (C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. (D) $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

(A) $2\ln 3$. (B) $\ln 2$. (C) $\ln 15$. (D) $3\ln 2$.

Câu 47. Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 30° ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

(A) $4\sqrt{7}\pi a^2$. (B) $8\sqrt{13}\pi a^2$. (C) $8\sqrt{13}\pi a^2$. (D) $4\sqrt{13}\pi a^2$.

Câu 48. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ với (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_o thỏa mãn $|z_o|=8$?

(A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(-2;1;4)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=2$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

(A) $5\sqrt{2}$. (B) $3\sqrt{13}$. (C) $\sqrt{61}$. (D) $\sqrt{85}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-10)\left(x^2-25\right), \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+8x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

(A) 9. (B) 25. (C) 5. (D) 10.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

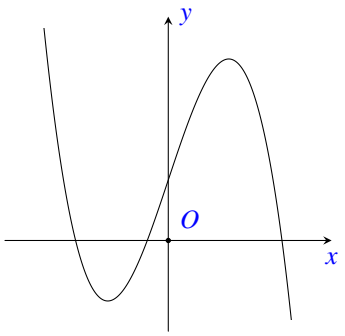
KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021
Môn: TOÁN, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 104
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Cho hai số phức $z=3+2i$ và $w=1-4i$. Số phức $z+w$ bằng

(A) $4+2i$. (B) $4-2i$. (C) $-2-6i$. (D) $2+6i$.

Câu 2.

Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



(A) $y=x^3-3x+1$. (B) $y=x^4+4x^2+1$.
(C) $y=-x^3+3x+1$. (D) $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 3. Nếu $\int_1^4 f(x)\,dx=4$ và $\int_1^4 g(x)\,dx=-3$ thì $\int_1^4 [f(x)-g(x)]\,dx$ bằng

(A) 1. (B) -7. (C) -1. (D) 7.

Câu 4. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình

(A) $x=2$. (B) $x=-1$. (C) $x=-2$. (D) $x=1$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

(A) $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=2$. (B) $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=4$.
(C) $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=4$. (D) $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=2$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x>5$ là

(A) $(-\infty;\log_2 5)$. (B) $(\log_5 2;+\infty)$. (C) $(-\infty;\log_5 2)$. (D) $(\log_2 5;+\infty)$.

Câu 7. Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

(A) a^3. (B) $2a^3$. (C) $8a^3$. (D) $4a^3$.

Câu 8. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{3}}$ là

(A) $y'=\dfrac{3}{8}x^{\frac{8}{3}}$. (B) $y'=\dfrac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$. (C) $y'=\dfrac{5}{3}x^{-\frac{2}{3}}$. (D) $y'=\dfrac{3}{5}x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\,(2;,-1;4)$. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{OA}$ là

(A) $(-2;1;4)$. (B) $(2;-1;4)$. (C) $(2;1;4)$. (D) $(-2;1;-4)$.

Câu 10. Nếu $\int_0^3 f(x)\,dx=3$ thì $\int_0^3 4f(x)\,dx$ bằng

(A) 3. (B) 12. (C) 36. (D) 4.

Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 10$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

(A) -8. (B) 8. (C) 5. (D) $\frac{1}{5}$.

Câu 12. Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 3$, công thức nào dưới đây đúng?

(A) $\mathrm{A}_n^3 = \frac{(n-3)!}{n!}$. (B) $\mathrm{A}_n^3 = \frac{3!}{(n-3)!}$. (C) $\mathrm{A}_n^3 = \frac{n!}{(n-3)!}$. (D) $\mathrm{A}_n^3 = \frac{n!}{3!\,(n-3)!}$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 2x + C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + 2x + C$.
(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^2 + 2x + C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^3 + 2x + C$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	3	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) 0. (B) 3. (C) 1. (D) -1.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x + 4y - z - 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

(A) $\vec{n}_1 = (2;-4;1)$. (B) $\vec{n}_2 = (2;4;1)$. (C) $\vec{n}_3 = (2;4;-1)$. (D) $\vec{n}_4 = (-2;4;-1)$.

Câu 16. Phần thực của số phức $z = 4 - 2i$ bằng

(A) 2. (B) -4. (C) 4. (D) -2.

Câu 17. Nghiệm của phương trình $\log_2(5x) = 3$ là

(A) $x = \frac{8}{5}$. (B) $x = \frac{9}{5}$. (C) $x = 8$. (D) $x = 9$.

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y = 8^x$ là

(A) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. (B) $\mathbb{R}$. (C) $[0;+\infty)$. (D) $(0;+\infty)$.

Câu 19. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[5]{a}$ bằng

(A) $\frac{1}{5}$. (B) $-\frac{1}{5}$. (C) 5. (D) -5.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1;5;-2)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (3;-6;1)$. Phương trình của d là

(A) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -6 + 5t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 5 - 6t \\ z = 2 + t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 5 + 6t \\ z = -2 + t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 5 - 6t \\ z = -2 + t \end{cases}$.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-4;3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

(A) $z_3 = -4-3i$. (B) $z_4 = 4+3i$. (C) $z_2 = 4-3i$. (D) $z_1 = -4+3i$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 5.

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x + 4$. Khẳng định nào sau đây đúng?

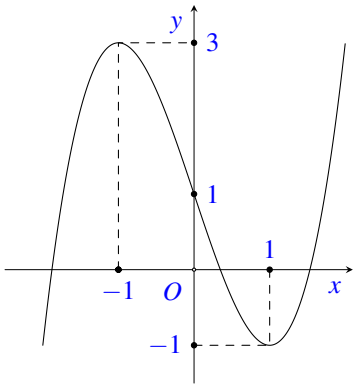
(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + 4x + C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$.

(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{x-4} + C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x - 4x + C$.

Câu 24.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-1;1)$. (B) $(1;+\infty)$. (C) $(-\infty;1)$. (D) $(0;3)$.



Câu 25. Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

(A) $S = \pi R^2$. (B) $S = 16\pi R^2$. (C) $S = 4\pi R^2$. (D) $S = \frac{4}{3}\pi R^2$.

Câu 26. Đồ thị của hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

(A) -5. (B) 0. (C) -1. (D) 2.

Câu 27. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 8a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

(A) $8a^3$. (B) $\frac{4}{3}a^3$. (C) $4a^3$. (D) $\frac{8}{3}a^3$.

Câu 28. Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

(A) 15π. (B) 75π. (C) 25π. (D) 45π.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x+2y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

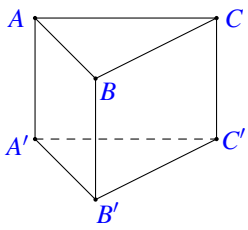
(A) $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$. (B) $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$.

(C) $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. (D) $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Câu 30.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng

(A) $30°$. (B) $90°$. (C) $60°$. (D) $45°$.



Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=4a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng

(A) $4a$. (B) $4\sqrt{2}a$. (C) $2\sqrt{2}a$. (D) $2a$.

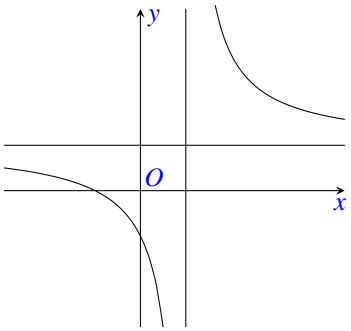
Câu 32. Nếu $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=4$ thì $\displaystyle\int_0^2 [2f(x)-1)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 8. (B) 10. (C) 7. (D) 6.

Câu 33.

Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước và $a\neq -1$) có đồ thị như trong hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$. (B) $y'<0,\forall x\neq 1$.
(C) $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$. (D) $y'>0,\forall x\neq 1$.



Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $iz=4+3i$. Số phức liên hợp của z là

(A) $\bar{z}=3+4i$. (B) $\bar{z}=-3-4i$. (C) $\bar{z}=3-4i$. (D) $\bar{z}=-3+4i$.

Câu 35. Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

(A) $\dfrac{1}{22}$. (B) $\dfrac{7}{44}$. (C) $\dfrac{5}{12}$. (D) $\dfrac{2}{7}$.

Câu 36. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3+\log_2 b=5$, khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $a^3b=32$. (B) $a^3b=25$. (C) $a^3+b=25$. (D) $a^3+b=32$.

Câu 37. Trên đoạn $[-1;2]$, hàm số $y=x^3+3x^2+1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

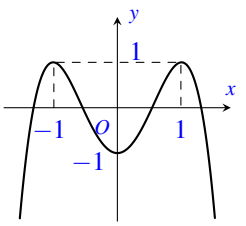
(A) $x=2$. (B) $x=0$. (C) $x=-1$. (D) $x=1$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(3;2;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

(A) $2x+2y+z-2=0$. (B) $4x+2y+z-17=0$.
(C) $4x+2y+z-4=0$. (D) $2x+2y+z-11=0$.

Câu 39.

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x))=0$ là



(A) 12. (B) 10. (C) 8. (D) 4.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_3(x+25)-3\right]\le 0$?

(A) 24. (B) vô số. (C) 25. (D) 26.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+2 \text{ khi } x\ge 1\\ 3x^2+1 \text{ khi } x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

(A) 18. (B) 20. (C) 9. (D) 24.

Câu 42. Cắt hình nón $(\mathcal{N})$ bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 30° ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của $(\mathcal{N})$ bằng

(A) $\sqrt{7}\pi a^2$. (B) $\sqrt{13}\pi a^2$. (C) $2\sqrt{13}\pi a^2$. (D) $2\sqrt{7}\pi a^2$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+2=0$. Hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (P) là đường thẳng có phương trình

(A) $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z-1}{3}$. (B) $\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{8}$. (C) $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z+1}{3}$. (D) $\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{8}$.

Câu 44. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\dfrac{1}{3};6\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{18x}$?

(A) 19. (B) 20. (C) 18. (D) 21.

Câu 45. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=6$?

(A) 4. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 46. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60°. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

(A) $48\sqrt{3}a^3$. (B) $\dfrac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. (C) $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}a^3$. (D) $16\sqrt{3}a^3$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

(A) $\ln 3$. (B) $3\ln 2$. (C) $\ln 10$. (D) $\ln 7$.

Câu 48. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\overline{w}+6+8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{29}}{5}$. (B) $\dfrac{\sqrt{221}}{5}$. (C) 3. (D) $\sqrt{5}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;-3)$ và $B(1;-3;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=3$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

(A) $\sqrt{65}$. (B) $\sqrt{29}$. (C) $\sqrt{26}$. (D) $\sqrt{91}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-9)(x^2-16)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

(A) 16. (B) 9. (C) 4. (D) 8.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021
Môn: TOÁN, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 101
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

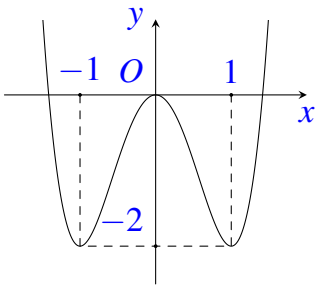
Câu 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

(A) $y=-4$. (B) $y=1$. (C) $y=4$. (D) $y=-1$.

Câu 2.

Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\,(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

(A) $x=1$. (B) $x=-1$. (C) $x=-2$. (D) $x=0$.



Câu 3. Với mọi số thực dương a, $\log_4(4a)$ bằng

(A) $1+\log_4 a$. (B) $1-\log_4 a$. (C) $\log_4 a$. (D) $4\log_4 a$.

Câu 4. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh ℓ. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

(A) $S_{\text{xq}}=\pi r\ell$. (B) $S_{\text{xq}}=2\pi r\ell$. (C) $S_{\text{xq}}=4\pi r\ell$. (D) $S_{\text{xq}}=\dfrac{4}{3}\pi r\ell$.

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là

(A) $y'=\dfrac{3^x}{\ln 3}$. (B) $y'=3^x$. (C) $y'=x3^{x-1}$. (D) $y'=3^x\ln 3$.

Câu 6. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

(A) $V=\dfrac{1}{3}Bh$. (B) $V=\dfrac{4}{3}Bh$. (C) $V=3Bh$. (D) $V=Bh$.

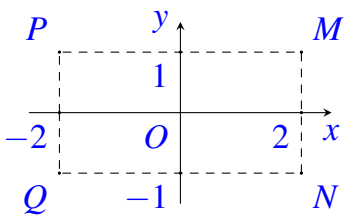
Câu 7. Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-3)$ là

(A) $(-\infty;3]$. (B) $(3;+\infty)$. (C) $[3;+\infty)$. (D) $(-\infty;3)$.

Câu 8.

Điểm nào trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức $z=-2+i$?

(A) Điểm P. (B) Điểm Q. (C) Điểm M. (D) Điểm N.



Câu 9. Thể tích của khối cầu bán kính $4a$ bằng

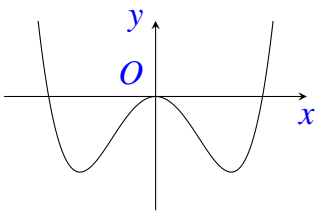
(A) $\dfrac{4}{3}\pi a^3$. (B) $\dfrac{256}{3}\pi a^3$. (C) $256\pi a^3$. (D) $\dfrac{64}{3}\pi a^3$.

Câu 10. Phần ảo của số phức $z=2-3i$ bằng

(A) -2. (B) -3. (C) 3. (D) 2.

Câu 11.

Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



(A) $y=\dfrac{3x+1}{x+2}$. (B) $y=x^2+2x$.
(C) $y=2x^3-x^2$. (D) $y=x^4-2x^2$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}=(1;-2;3)$ và $\vec{v}=(-1;2;0)$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

(A) $(0;0;-3)$. (B) $(0;0;3)$. (C) $(-2;4;-3)$. (D) $(2;-4;3)$.

Câu 13. Nếu $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=2$ và $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=5$ thì $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 10. (B) 3. (C) 7. (D) -3.

Câu 14. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\dfrac{1}{2}a^3$. (B) $3a^3$. (C) $\dfrac{3}{2}a^3$. (D) a^3.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=4x^3-3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^4-3x+C$. (B) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^4+C$.
(C) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=4x^3-3x+C$. (D) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=12x^2+C$.

Câu 16. Cho hai số phức $z=3+4i$ và $w=1-i$. Số phức $z-w$ là

(A) $7+i$. (B) $-2-5i$. (C) $4+3i$. (D) $2+5i$.

Câu 17. Với n là số nguyên dương bất kì, $n\geq 5$, công thức nào dưới đây đúng?

(A) $\mathrm{C}_n^5=\dfrac{n!}{(n-5)!}$. (B) $\mathrm{C}_n^5=\dfrac{n!}{5!(n-5)!}$. (C) $\mathrm{C}_n^5=\dfrac{5!n!}{(n-5)!}$. (D) $\mathrm{C}_n^5=\dfrac{(n-5)!}{n!}$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)=4+\cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\sin x+C$. (B) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=4x+\sin x+C$.
(C) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=4x-\sin x+C$. (D) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=4x+\cos x+C$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-5	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0;+\infty)$. (B) $(-2;2)$. (C) $(-2;0)$. (D) $(-\infty;-2)$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận véc-tơ $\vec{u}=(1;-3;5)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-5}{3}$. (B) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z+3}{5}$.
(C) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{5}$. (D) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{5}$.

Câu 22. Số nghiệm của phương trình $5^x=3$ là

(A) $x=\sqrt[3]{5}$. (B) $x=\dfrac{3}{5}$. (C) $x=\log_3 5$. (D) $x=\log_5 3$.

Câu 23. Cho f là hàm số liên tục trên $[1;2]$. Biết F là nguyên hàm của f trên $[1;2]$ thỏa $F(1)=-2$ và $F(2)=4$. Khi đó $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 6. (B) 2. (C) -6. (D) -2.

Câu 24. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$, $u_2=7$. Tìm công sai của cấp số cộng đã cho bằng

(A) 5. (B) $\dfrac{2}{7}$. (C) -5. (D) $\dfrac{7}{2}$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y-3)^2+z^2=9$. Tâm mặt cầu (S) có tọa độ là

(A) $(1;-3;0)$. (B) $(-1;3;0)$. (C) $(1;3;0)$. (D) $(-1;-3;0)$.

Câu 26. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y=x^3-x+2$?

(A) Điểm $M(1;1)$. (B) Điểm $P(1;2)$. (C) Điểm $Q(1;3)$. (D) Điểm $N(1;0)$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận véc-tơ $\vec{n}=(1;-2;5)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

(A) $x+2y-5z=0$. (B) $x+2y-5z+1=0$.
(C) $x-2y+5z=0$. (D) $x-2y+5z+1=0$.

Câu 28. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x)>5$ là

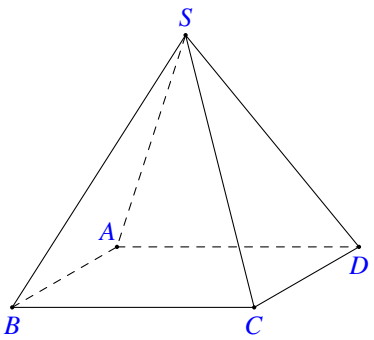
(A) $\left(0;\dfrac{32}{3}\right)$. (B) $\left(\dfrac{32}{3};+\infty\right)$. (C) $\left(0;\dfrac{25}{3}\right)$. (D) $\left(\dfrac{25}{3};+\infty\right)$.

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 19 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng

(A) $\dfrac{10}{19}$. (B) $\dfrac{5}{19}$. (C) $\dfrac{4}{19}$. (D) $\dfrac{9}{19}$.

Câu 30.

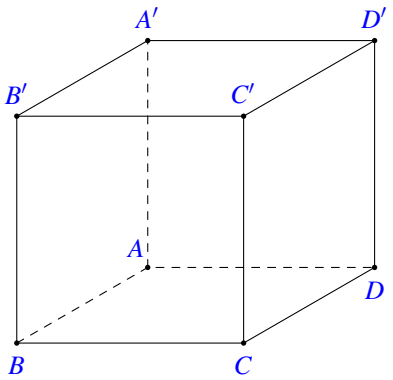
Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng SC và AB bằng



(A) $90°$. (B) $60°$. (C) $30°$. (D) $45°$.

Câu 31.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng



(A) $2\sqrt{2}a$. (B) $2\sqrt{3}a$. (C) $\sqrt{2}a$. (D) $\sqrt{3}a$.

Câu 32. Cho số phức $z = 4 - i$, mô-đun của số phức $(1+i)\bar{z}$.

(A) 34. (B) 30. (C) $\sqrt{34}$. (D) $\sqrt{30}$.

Câu 33. Nếu $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ thì $\int_0^2 [4x - f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 12. (B) 10. (C) 4. (D) 6.

Câu 34. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

(A) $y = \dfrac{3x-1}{x+1}$. (B) $y = x^3 - x$. (C) $y = x^4 - 4x^2$. (D) $y = x^3 + x$.

Câu 35. Trên đoạn $[-4;-1]$, hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 13$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

(A) $x = -2$. (B) $x = -1$. (C) $x = -4$. (D) $x = -3$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;1)$ và $N(3;1;-2)$. Đường thẳng MN có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{4} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z+1}{-1}$. (B) $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-1}{-3}$.

(C) $\dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-1}{-1}$. (D) $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z+1}{-3}$.

Câu 37. Với $a > 0$, đặt $\log_2(2a) = b$, khi đó $\log_2(8a^4)$ bằng

(A) $4b+7$. (B) $4b+3$. (C) $4b$. (D) $4b-1$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z+1=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

(A) $2x+y+3z+7=0$. (B) $2x+y+3z-7=0$.

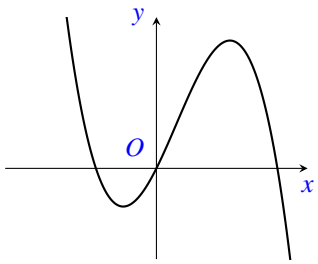
(C) $2x-y+3z+9=0$. (D) $2x-y+3z-9=0$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2\left(x^2+1\right)-\log_2(x+31)\right]\left(32-2^{x-1}\right)\geq 0$?

(A) 27. (B) Vô số. (C) 26. (D) 28.

Câu 40.

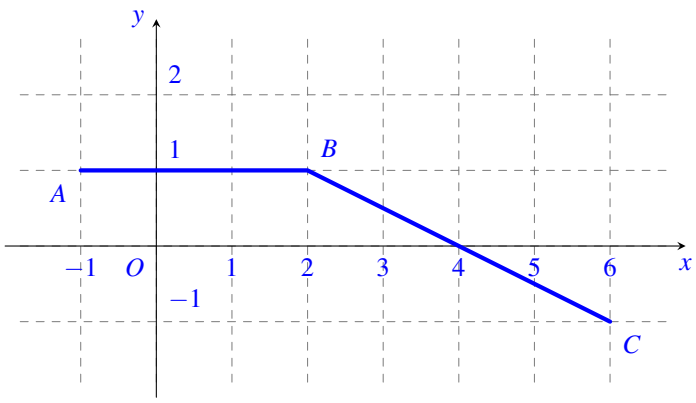
Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2$, $(a,b,c\in\mathbb{R})$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như trong hình vẽ. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x)+4=0$ là



(A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

Câu 41.

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-1;6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC như hình vẽ. Biết F là một nguyên hàm của f thỏa mãn $F(-1)=-1$. Giá trị của $F(4)+F(6)$ bằng



(A) 10. (B) 5.

(C) 6. (D) 7.

Câu 42. Xét các số phức z và w thay đổi thỏa mãn $|z|=|w|=3$ và $|z-w|=3\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $P=|z-1-i|+|w+2-5i|$ bằng

(A) $5-3\sqrt{2}$. (B) $\sqrt{29}-\sqrt{2}$. (C) $\sqrt{17}$. (D) 5.

Câu 43. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\frac{8\sqrt{3}}{9}a^3$. (B) $\frac{8\sqrt{3}}{3}a^3$. (C) $\frac{8\sqrt{3}}{27}a^3$. (D) $8\sqrt{3}a^3$.

Câu 44. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x\in(1;6)$ thỏa mãn $4(x-1)\mathrm{e}^x=y\left(\mathrm{e}^x+xy-2x^2-3\right)$?

(A) 18. (B) 15. (C) 16. (D) 17.

Câu 45. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-4az+b^2+2=0$ (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a;b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1,z_2 thỏa mãn $z_1+2iz_2=3+3i$?

(A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 4.

Câu 46. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+2x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x$; với a, b, c, m, $n\in\mathrm{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có 3 điểm cực trị là -1, 2 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

(A) $\frac{71}{6}$. (B) $\frac{32}{3}$. (C) $\frac{16}{3}$. (D) $\frac{71}{12}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oy và vuông góc với d có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=3+3t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=-3-3t \\ y=4-2t \\ z=-1+t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=3+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=-1+t \\ y=5-2t \\ z=-3+3t \end{cases}$.

Câu 48. Cắt hình trụ (T) bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $2a$, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $36a^2$. Diện tích xung quanh của (T) bằng

(A) $4\sqrt{13}\pi a^2$. (B) $12\sqrt{13}\pi a^2$. (C) $6\sqrt{13}\pi a^2$. (D) $8\sqrt{13}\pi a^2$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-3)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (S) sao cho tiếp diện của (S) tại M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ mà a, b là các số nguyên dương và $\widehat{AMB}=90^\circ$?

(A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 4.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=x^4-12x^3+30x^2+(4-m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị?

(A) 27. (B) 31. (C) 28. (D) 30.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021
Môn: TOÁN, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 102
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Cho hai số phức $z=4+3i$ và $w=1-i$. Số phức $z-w$ bằng

(A) $5+2i$. (B) $7-i$. (C) $3+4i$. (D) $-3-4i$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=5$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

(A) -2. (B) $\frac{3}{5}$. (C) $\frac{5}{3}$. (D) 2.

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

(A) $y=5$. (B) $y=1$. (C) $y=-5$. (D) $y=-1$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-4)$ là

(A) $(-\infty;4]$. (B) $[4;+\infty)$. (C) $(4;+\infty)$. (D) $(-\infty;4)$.

Câu 5. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

(A) $V=\frac{1}{3}Bh$. (B) $V=\frac{4}{3}Bh$. (C) $V=Bh$. (D) $V=3Bh$.

Câu 6. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y=x^3+x-2$?

(A) Điểm $M(1;1)$. (B) Điểm $N(1;2)$. (C) Điểm $P(1;3)$. (D) Điểm $Q(1;0)$.

Câu 7. Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n\geq 3$, công thức nào sau đây đúng?

(A) $C_n^3=\dfrac{(n-3)!}{n!}$. (B) $C_n^3=\dfrac{3!(n-3)!}{n!}$. (C) $C_n^3=\dfrac{n!}{(n-3)!}$. (D) $C_n^3=\dfrac{n!}{3!(n-3)!}$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x)>2$ là

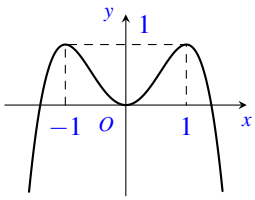
(A) $(0;4)$. (B) $\left(\frac{9}{2};+\infty\right)$. (C) $\left(0;\frac{9}{2}\right)$. (D) $(4;+\infty)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+3)^2+z^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ

(A) $(1;-3;0)$. (B) $(1;3;0)$. (C) $(-1;3;0)$. (D) $(-1;-3;0)$.

Câu 10.

Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



(A) $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$. (B) $y=x^2-2x$.
(C) $y=2x^3+x^2$. (D) $y=-x^4+2x^2$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}=(-1;2;0)$ và $\vec{v}=(1;-2;3)$. Tọa độ của vec-tơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

(A) $(-2;4;3)$. (B) $(2;-4;3)$. (C) $(0;0;3)$. (D) $(0;0;-3)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 1. (B) 3. (C) 0. (D) 2.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận $\vec{n}=(2;-1;4)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

(A) $2x+y-4z+1=0$. (B) $2x+y-4z=0$.
(C) $2x-y+4z=0$. (D) $2x-y+4z+1=0$.

Câu 14. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=5a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\dfrac{5a^3}{3}$. (B) $5a^3$. (C) $\dfrac{5a^3}{6}$. (D) $\dfrac{5a^3}{2}$.

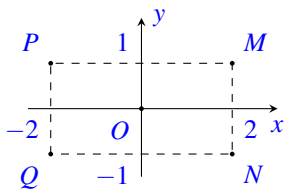
Câu 15. Phần ảo của số phức $z=3-4i$ bằng

(A) 4. (B) -3. (C) -4. (D) 3.

Câu 16.

Điểm nào trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $z=-2-i$?

(A) Điểm Q. (B) Điểm P. (C) Điểm N. (D) Điểm M.



Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y=4^x$ là

(A) $y'=x\cdot 4^{x-1}$. (B) $y'=4^x\ln 4$. (C) $y'=\dfrac{4^x}{\ln 4}$. (D) $y'=4^x$.

Câu 18. Thể tích của khối cầu bán kính $2a$ bằng

(A) $\dfrac{4}{3}\pi a^3$. (B) $\dfrac{32}{3}\pi a^2$. (C) $32\pi a^3$. (D) $\dfrac{8}{3}\pi a^3$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty;-2)$. (B) $(-2;2)$. (C) $(-2;0)$. (D) $(0;+\infty)$.

Câu 20. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh ℓ. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

(A) $S_{xq}=\dfrac{4}{3}\pi r\ell$. (B) $S_{xq}=\pi r\ell$. (C) $S_{xq}=4\pi r\ell$. (D) $S_{xq}=2\pi r\ell$.

Câu 21. Với mọi số thực a dương, $\log_3(3a)$ bằng

(A) $3\log_3 a$. (B) $1-\log_3 a$. (C) $\log_3 a$. (D) $1+\log_3 a$.

Câu 22. Nghiệm của phương trình $5^x = 2$ là

(A) $x = \log_2 5$. (B) $x = \log_5 2$. (C) $x = \dfrac{2}{5}$. (D) $x = \sqrt{5}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = 2+\cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\mathrm{d}x = 2x+\sin x+C$. (B) $\int f(x)\mathrm{d}x = 2x+\cos x+C$.

(C) $\int f(x)\mathrm{d}x = -\sin x+C$. (D) $\int f(x)\mathrm{d}x = 2x-\sin x+C$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận véc-tơ $\vec{u} = (2;-3;4)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là

(A) $\dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-1}{-3} = \dfrac{z-3}{4}$. (B) $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+1}{-3} = \dfrac{z+3}{4}$.

(C) $\dfrac{x-2}{-2} = \dfrac{y+3}{1} = \dfrac{z-4}{3}$. (D) $\dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z-3}{4}$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = 4x^3-2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

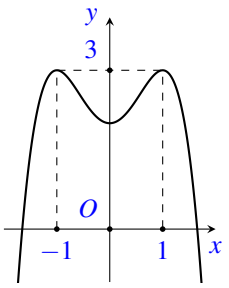
(A) $\int f(x)\mathrm{d}x = x^4-2x+C$. (B) $\int f(x)\mathrm{d}x = 4x^3-2x+C$.

(C) $\int f(x)\mathrm{d}x = 12x^2+C$. (D) $\int f(x)\mathrm{d}x = x^4+C$.

Câu 26.

Cho hàm số $y = ax^4+bx^2+c,\ (a;b;c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

(A) $x=-1$. (B) $x=2$. (C) $x=1$. (D) $x=0$.



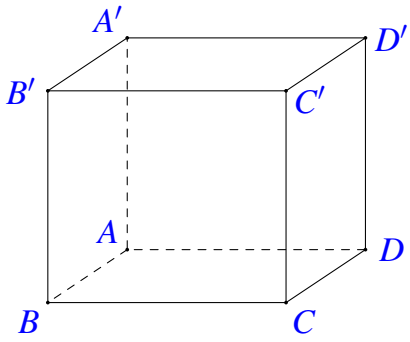
Câu 27. Nếu $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 5$ và $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ thì $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 10. (B) -3. (C) 3. (D) 7.

Câu 28. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[1;2]$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $F(1) = -2$ và $F(2) = 3$. Khi đó $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -5. (B) 1. (C) -1. (D) 5.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng



(A) $\sqrt{3}a$. (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. (D) $\sqrt{2}a$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-3z+1=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

(A) $2x+y-3z-7=0$. (B) $2x+y-3z+7=0$.
(C) $2x+y+3z-1=0$. (D) $2x+y+3z+1=0$.

Câu 31. Với $a>0$, đặt $\log_2(2a)=b$, khi đó $\log_2\left(4a^3\right)$ bằng

(A) $3b+5$. (B) $3b$. (C) $3b+2$. (D) $3b-1$.

Câu 32. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 17 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng

(A) $\frac{7}{34}$. (B) $\frac{9}{34}$. (C) $\frac{9}{17}$. (D) $\frac{8}{17}$.

Câu 33. Cho số phức $z=4-2i$, mô-đun của số phức $(1+i)z$ bằng

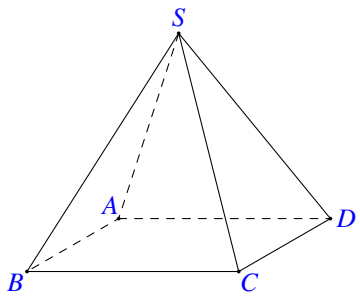
(A) $2\sqrt{10}$. (B) 24. (C) $2\sqrt{26}$. (D) 40.

Câu 34. Trên đoạn $[-4;-1]$, hàm số $y=-x^4+8x^2-19$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

(A) $x=-3$. (B) $x=-2$. (C) $x=-4$. (D) $x=-1$.

Câu 35.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng



(A) $90°$. (B) $60°$. (C) $30°$. (D) $45°$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;-1)$ và $N(3;0;2)$. Đường thẳng MN có phương trình là

(A) $\frac{x+1}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{1}$. (B) $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{3}$.
(C) $\frac{x-1}{4}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{1}$. (D) $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{3}$.

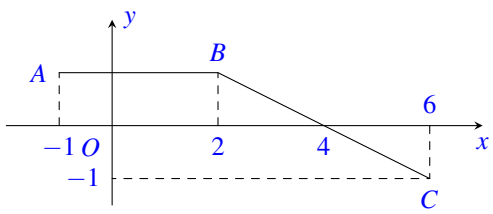
Câu 37. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

(A) $y=x^3+4x$. (B) $y=x^3-4x$. (C) $y=x^4-2x^2$. (D) $y=\frac{4x-1}{x+1}$.

Câu 38. Nếu $\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ thì $\int\limits_0^2 [2x - f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 2. (B) 8. (C) 6. (D) 0.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1;6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC như hình bên. Biết F là nguyên hàm của f thỏa mãn $F(-1) = -2$. Giá trị của $F(4) + F(6)$ bằng

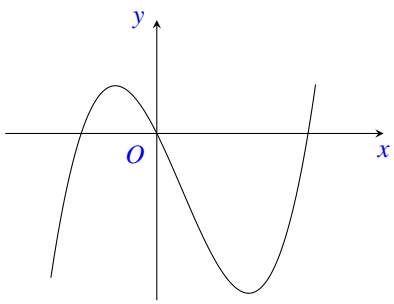


(A) 3. (B) 4. (C) 8. (D) 5.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_3\left(x^2+1\right) - \log_3(x+21)\right]\left(16 - 2^{x-1}\right) \geq 0$.

(A) 17. (B) 18. (C) 16. (D) Vô số.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$ $(a,b,c \in \mathbb{R})$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x) - 4 = 0$ là



(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 42. Cắt hình trụ (T) bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $16a^2$. Diện tích xung quanh của (T) bằng

(A) $\dfrac{16\sqrt{13}}{3}\pi a^2$. (B) $4\sqrt{12}\pi a^2$. (C) $\dfrac{18\sqrt{13}}{3}\pi a^2$. (D) $8\sqrt{13}\pi a^2$.

Câu 43. Xét các số phức z và w thay đổi thỏa mãn $|z| = |w| = 4$ và $|z - w| = 4\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z - 1 - i| + |w + 3 - 4i|$ bằng

(A) $\sqrt{41}$. (B) $5 - 2\sqrt{2}$. (C) $5 - \sqrt{2}$. (D) $\sqrt{13}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 3x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - x$ với a, b, c, m, $n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là -1, 2 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

(A) $\dfrac{32}{3}$. (B) $\dfrac{71}{9}$. (C) $\dfrac{71}{6}$. (D) $\dfrac{64}{9}$.

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x \in (1;5)$ thỏa mãn $4(x-1)e^x = y\left(e^x + xy - 2x^2 - 3\right)$?

(A) 14. (B) 12. (C) 10. (D) 11.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;1)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+1}{1}$. Đường thẳng qua A cắt trục Oy và vuông góc với d có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=3+t \\ y=1-t \\ z=1+t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=-1+t \\ y=4-2t \\ z=-3+3t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=3+3t \\ y=1-t \\ z=1+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=-3+3t \\ y=5-2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Câu 47. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $64\sqrt{3}a^3$. (B) $\dfrac{64\sqrt{3}}{3}a^3$. (C) $\dfrac{64\sqrt{3}}{27}a^3$. (D) $\dfrac{64\sqrt{3}}{9}a^3$.

Câu 48. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2+4az+b^2+2=0$ (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a;b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1+2iz_2=3+3i$?

(A) 4. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=x^4-12x^3+30x^2+(3-m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị?

(A) 25. (B) 27. (C) 26. (D) 28.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (S) sao cho tiếp diện của (S) tại điểm M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ mà a, b là các số nguyên dương và $\widehat{AMB}=90^\circ$?

(A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021
Môn: TOÁN, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 111
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 2$, công thức nào dưới đây đúng?

(A) $C_n^2 = \dfrac{n!}{2!(n-2)!}$. (B) $C_n^2 = \dfrac{(n-2)!}{n!}$. (C) $C_n^2 = \dfrac{n!}{(n-2)!}$. (D) $C_n^2 = \dfrac{2!(n-2)!}{n!}$.

Câu 2. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 2a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\dfrac{1}{3}a^3$. (B) $2a^3$. (C) $\dfrac{2}{3}a^3$. (D) a^3.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận vec-tơ $\vec{n} = (1;2;-3)$ làm vec-tơ pháp tuyến có phương trình là

(A) $x+2y-3z+1=0$. (B) $x-2y+3z+1=0$.
(C) $x-2y+3z=0$. (D) $x+2y-3z=0$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vec-tơ $\vec{u} = (-1;2;-5)$ và $\vec{v} = (0;-2;3)$. Tọa độ của vec-tơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

(A) $(1;0;2)$. (B) $(-1;4;-8)$. (C) $(-1;0;-2)$. (D) $(1;-4;8)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty;-1)$. (B) $(0;+\infty)$. (C) $(-1;1)$. (D) $(-1;0)$.

Câu 6. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - x + 1$?

(A) Điểm $M(1;1)$. (B) Điểm $Q(1;3)$. (C) Điểm $N(1;0)$. (D) Điểm $P(1;2)$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = 1 + \cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \sin x + C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x - \sin x + C$.
(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\sin x + C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \cos x + C$.

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $y = 6^x$ là

(A) $y' = \dfrac{6^x}{\ln 6}$. (B) $y' = x6^{x-1}$. (C) $y' = 6^x \ln 6$. (D) $y' = 6^x$.

Câu 9. Với mọi số thực a dương $\log_2(2a)$ bằng

(A) $1 + \log_2 a$. (B) $1 - \log_2 a$. (C) $2\log_2 a$. (D) $\log_2 a$.

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-1)$ là

(A) $[1;+\infty)$. (B) $(-\infty;1)$. (C) $(1;+\infty)$. (D) $(-\infty;1]$.

Câu 11. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[1;2]$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[1;2]$ thoả mãn $F(1)=-1$ và $F(2)=3$. Khi đó $\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -4. (B) 2. (C) -2. (D) 4.

Câu 12. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

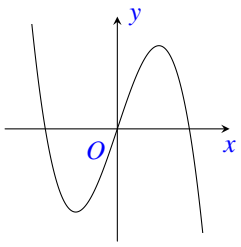
(A) $y=2$. (B) $y=-2$. (C) $y=-1$. (D) $y=1$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+y^2+(z+2)^2=4$. Tâm mặt cầu (S) có tọa độ là

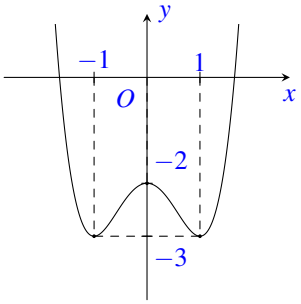
(A) $(1;0;2)$. (B) $(1;0;-2)$. (C) $(-1;0;-2)$. (D) $(-1;0;2)$.

Câu 14. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

(A) $y=x^2+x$. (B) $y=-x^3+3x$.
(C) $y=x^4-x^2$. (D) $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$.



Câu 15. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là



(A) $x=1$. (B) $x=0$. (C) $x=-2$. (D) $x=-1$.

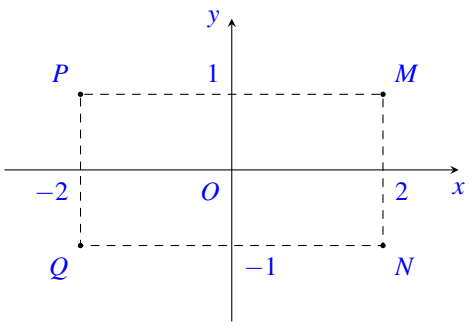
Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và có một vec-tơ $\vec{u}=(2;3;-5)$ làm vec-tơ chỉ phương có phương trình là

(A) $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{-5}$. (B) $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{5}$.
(C) $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+5}{3}$. (D) $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+3}{-5}$.

Câu 17.

Điểm nào trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức $z=2-i$?

(A) Điểm N. (B) Điểm M. (C) Điểm Q. (D) Điểm P.



Câu 18. Cho hai số phức $z=2+3i$ và $w=1-i$. Số phức $z-w$ bằng

(A) $-1-4i$. (B) $5+i$. (C) $3+2i$. (D) $1+4i$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	3	↘	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 3. (B) 4. (C) 1. (D) 2.

Câu 20. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh là l thì diện tích xung quanh của hình nón tính theo công thức nào dưới đây?

(A) $S_{xq}=\pi rl$. (B) $S_{xq}=\dfrac{4}{3}\pi rl$. (C) $S_{xq}=4\pi rl$. (D) $S_{xq}=2\pi rl$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)=4x^3-1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^4+C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=12x^2+C$.

(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^4-x+C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=4x^3-x+C$.

Câu 22. Nghiệm của phương trình $7^x=2$ là

(A) $x=\log_7 2$. (B) $x=\sqrt{7}$. (C) $x=\dfrac{2}{7}$. (D) $x=\log_2 7$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x)>3$ là

(A) $\left(\dfrac{8}{3};+\infty\right)$. (B) $(0;3)$. (C) $\left(0;\dfrac{8}{3}\right)$. (D) $(3;+\infty)$.

Câu 24. Nếu $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ và $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=4$ thì $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 1. (B) 12. (C) 7. (D) -1.

Câu 25. Thể tích của khối cầu bán kính $4a$ bằng

(A) $\dfrac{256}{3}\pi a^3$. (B) $64\pi a^3$. (C) $\dfrac{4}{3}\pi a^3$. (D) $\dfrac{64}{3}\pi a^3$.

Câu 26. Phần ảo của số phức $z=3-2i$ bằng

(A) -3. (B) 3. (C) -2. (D) 2.

Câu 27. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=5$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

(A) $\frac{2}{5}$. (B) $\frac{5}{2}$. (C) -3. (D) 3.

Câu 28. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

(A) $V=3Bh$. (B) $V=Bh$. (C) $V=\frac{1}{3}Bh$. (D) $V=\frac{4}{3}Bh$.

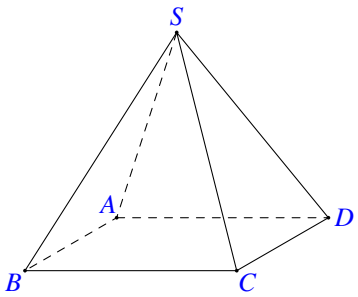
Câu 29. Trên đoạn $[1;4]$, hàm số $y=x^4-8x^2+19$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

(A) $x=4$. (B) $x=1$. (C) $x=2$. (D) $x=3$.

Câu 30.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng

(A) 90°. (B) 60°. (C) 30°. (D) 45°.



Câu 31. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 17 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số lẻ bằng

(A) $\frac{8}{17}$. (B) $\frac{7}{34}$. (C) $\frac{9}{17}$. (D) $\frac{9}{34}$.

Câu 32. Với $a>0$, đặt $\log_3(3a)=b$, khi đó $\log_3\left(9a^3\right)$ bằng

(A) $3b$. (B) $3b+2$. (C) $3b+5$. (D) $3b-1$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;2)$ và mặt phẳng $(P):x+2y-3z+1=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

(A) $(P):x+2y-3z+5=0$. (B) $(P):x+2y-3z+7=0$.
(C) $(P):x+2y-3z-5=0$. (D) $(P):x+2y-3z-7=0$.

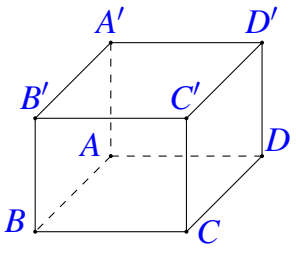
Câu 34. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

(A) $y=x^4-x^2$. (B) $y=\frac{x-1}{x+1}$. (C) $y=x^3-3x$. (D) $y=x^3+3x$.

Câu 35.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng

(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. (B) $\sqrt{3}a$. (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. (D) $\sqrt{2}a$.



Câu 36. Cho số phức $z=2-i$, mô-đun của số phức $(1+i)\overline{z}$ bằng

(A) 10. (B) $\sqrt{10}$. (C) 6. (D) $\sqrt{6}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(4;2;-2)$. Đường thẳng MN có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-3}$. (B) $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$.
(C) $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-3}$. (D) $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Câu 38. Nếu $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ thì $\displaystyle\int_0^2 [2x-f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 7. (B) 10. (C) 1. (D) -2.

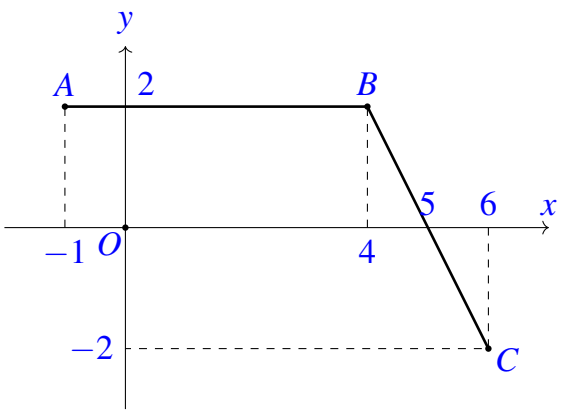
Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2(x^2+1)-\log_2(x+21)\right](16-2^{x-1})\geq 0$?

(A) 17. (B) 16. (C) 18. (D) Vô số.

Câu 40.

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC trong hình bên. Biết F là nguyên hàm của f thỏa mãn $F(-1)=-1$. Giá trị của $F(5)+F(6)$ bằng

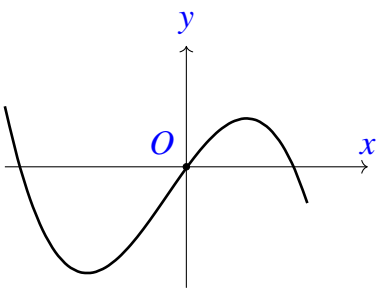
(A) 21. (B) 25. (C) 23. (D) 19.



Câu 41.

Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2$ ($a,b,c\in\mathbb{R}$). Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2f(x)+3=0$ là

(A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 1.



Câu 42. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}a^3$. (B) $\dfrac{8\sqrt{3}}{9}a^3$. (C) $8\sqrt{3}a^3$. (D) $\dfrac{8\sqrt{3}}{27}a^3$.

Câu 43. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-2x$, với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1, 2 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

(A) $\dfrac{71}{6}$. (B) $\dfrac{16}{3}$. (C) $\dfrac{32}{3}$. (D) $\dfrac{71}{12}$.

Câu 44. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x \in (1;6)$ thỏa mãn $4(x-1)\mathrm{e}^x = y(\mathrm{e}^x + xy - 2x^2 - 3)$?

(A) 15. (B) 17. (C) 18. (D) 16.

Câu 45. Xét các số phức z và w thay đổi thỏa mãn $|z| = |w| = 3$ và $|z-w| = 3\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z+1+i| + |w-2+5i|$ bằng

(A) 5. (B) $\sqrt{17}$. (C) $\sqrt{29} - \sqrt{2}$. (D) $5 - 3\sqrt{2}$.

Câu 46. Cắt hình trụ (T) bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $2a$, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $16a^2$. Diện tích xung quanh của (T) bằng

(A) $8\sqrt{2}\pi a^2$. (B) $16\sqrt{2}\pi a^2$. (C) $\dfrac{16\sqrt{2}}{3}\pi a^2$. (D) $\dfrac{32\sqrt{2}}{3}\pi a^2$.

Câu 47. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 + 2az + b^2 + 2 = 0$ (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực (a,b) sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + 2iz_2 = 3 + 3i$?

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 4.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+1}{1}$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oy và vuông góc với d có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-2t \\ z = 1+t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 2+t \\ z = 3-3t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 3-t \\ z = -1+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1-3t \\ y = 1+t \\ z = 1+t \end{cases}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 10x^3 + 24x^2 + (4-m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị?

(A) 22. (B) 26. (C) 25. (D) 21.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (S) sao cho tiếp diện của (S) tại M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ mà a, b là các số nguyên dương và $\widehat{AMB} = 90^\circ$?

(A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 4.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021
Môn: TOÁN, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 120
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

(A) $y=3$. (B) $y=-1$. (C) $y=-3$. (D) $y=1$.

Câu 2. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=4a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $2a^3$. (B) $\dfrac{4}{3}a^3$. (C) $\dfrac{2}{3}a^3$. (D) $4a^3$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=3+\cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=3x+\sin x+C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\sin x+C$.
(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=3x-\sin x+C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=3x+\cos x+C$.

Câu 4. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=4$ và $\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ thì $\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 1. (B) 12. (C) 7. (D) -1.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}=(0;-2;3)$ và $\vec{v}=(-1;2;-5)$, Tọa độ của véc-tơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

(A) $(-1;0;-2)$. (B) $(1;-4;8)$. (C) $(-1;4;-8)$. (D) $(1;0;2)$.

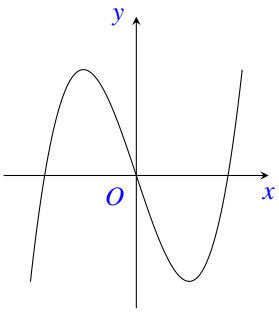
Câu 6. Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-2)$ là

(A) $(-\infty;2]$. (B) $[2;+\infty)$. (C) $(-\infty;2)$. (D) $(2;+\infty)$.

Câu 7.

Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

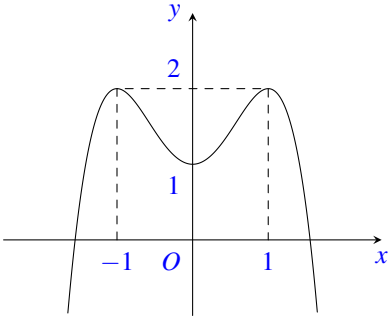
(A) $y=x^4+x^2$. (B) $y=x^3-3x$. (C) $y=x^2-x$. (D) $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$.



Câu 8.

Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$, $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

(A) $x=0$. (B) $x=2$. (C) $x=-1$. (D) $x=1$.



Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty;-1)$. (B) $(-1;0)$. (C) $(-1;1)$. (D) $(0;+\infty)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận véc-tơ $\vec{n}=(2;3;-4)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

(A) $2x+3y-4z+1=0$. (B) $2x-3y+4z=0$.
(C) $2x+3y-4z=0$. (D) $2x-3y+4z+1=0$.

Câu 11. Phần ảo của số phức $z=4-3i$ bằng

(A) -4. (B) 3. (C) -3. (D) 4.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận véc-tơ $\vec{u}=(1;3;-5)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là

(A) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{5}$. (B) $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+5}{3}$.
(C) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{-5}$. (D) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+3}{-5}$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)=4x^3-4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^4+c$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^4-4x+C$.
(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=12x^2+C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=4x^3-4x+C$.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y=5^x$ là

(A) $y'=x5^{x-1}$. (B) $y'=\dfrac{5^x}{\ln 5}$. (C) $y'=5^x\ln 5$. (D) $y'=5^x$.

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x)>4$ là

(A) $\left(\dfrac{81}{2};+\infty\right)$. (B) $(0;32)$. (C) $\left(0;\dfrac{81}{2}\right)$. (D) $(32;+\infty)$.

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 3. (B) 4. (C) 1. (D) 2.

Câu 17. Cho hai số phức $z=3+2i$ và $w=1-i$. Số phức $z-w$ bằng

(A) $-2-3i$. (B) $4+i$. (C) $5-i$. (D) $2+3i$.

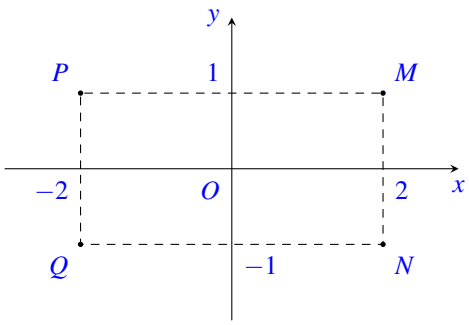
Câu 18. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

(A) $\frac{3}{7}$. (B) $\frac{7}{3}$. (C) -4. (D) 4.

Câu 19.

Điểm nào trong hình bên là điểm biểu diễn số phức $z = 2+i$?

(A) Điểm N. (B) Điểm Q. (C) Điểm M. (D) Điểm P.



Câu 20. Với mọi số thực a dương, $\log_5(5a)$ bằng

(A) $1-\log_5 a$. (B) $\log_5 a$. (C) $5\log_5 a$. (D) $1+\log_5 a$.

Câu 21. Nghiệm của phương trình $7^x = 3$ là

(A) $x = \log_7 3$. (B) $x = \sqrt[3]{7}$. (C) $x = \frac{3}{7}$. (D) $x = \log_3 7$.

Câu 22. Cho f là hàm số liên tục trên đoạn $[1;2]$. Biết F là nguyên hàm của f trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $F(1) = -1$ và $F(2) = 4$. Khi đó $\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 3. (B) 5. (C) -3. (D) -5.

Câu 23. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

(A) $V = 3Bh$. (B) $V = Bh$. (C) $V = \frac{1}{3}Bh$. (D) $V = \frac{4}{3}Bh$.

Câu 24. Thể tích của khối cầu bán kính $2a$ bằng

(A) $\frac{32}{3}\pi a^3$. (B) $8\pi a^3$. (C) $\frac{4}{3}\pi a^3$. (D) $\frac{8}{3}\pi a^3$.

Câu 25. Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 4$, công thức nào dưới đây đúng?

(A) $C_n^4 = \frac{n!}{4!(n-4)!}$. (B) $C_n^4 = \frac{n!}{(n-4)!}$. (C) $C_n^4 = \frac{(n-4)!}{n!}$. (D) $C_n^4 = \frac{4!(n-4)!}{n!}$.

Câu 26. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh ℓ. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

(A) $S_{\text{xq}} = 2\pi r\ell$. (B) $S_{\text{xq}} = 2\pi r\ell$. (C) $S_{\text{xq}} = \frac{4}{3}\pi r\ell$. (D) $S_{\text{xq}} = \pi r\ell$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+y^2+(z-2)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

(A) $(-1;0;-2)$. (B) $(1;0;2)$. (C) $(1;0;-2)$. (D) $(-1;0;2)$.

Câu 28. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3+x-1$?

(A) Điểm $Q(1;3)$. (B) Điểm $M(1;2)$. (C) Điểm $N(1;1)$. (D) Điểm $P(1;0)$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+3z+1=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

(A) $x-2y+3z+6=0$. (B) $x+2y+3z-2=0$.
(C) $x+2y+3z+2=0$. (D) $x-2y+3z-6=0$.

Câu 30. Nếu $\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ thì $\int\limits_0^2 [4x-f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -2. (B) 5. (C) 14. (D) 11.

Câu 31. Với $a>0$, đặt $\log_3(3a)=b$, khi đó $\log_3\left(27a^4\right)$ bằng

(A) $4b+3$. (B) $4b-1$. (C) $4b+7$. (D) $4b$.

Câu 32. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 19 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số lẻ bằng

(A) $\dfrac{9}{19}$. (B) $\dfrac{10}{19}$. (C) $\dfrac{4}{19}$. (D) $\dfrac{5}{19}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;0)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$. (B) $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z}{-1}$.
(C) $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z}{-1}$. (D) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-1}$.

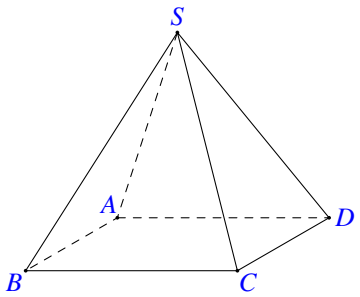
Câu 34. Cho số phức $z=3-2i$, mô-đun của số phức $(1+i)\overline{z}$ bằng

(A) $\sqrt{10}$. (B) 26. (C) 10. (D) $\sqrt{26}$.

Câu 35.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng SD và AB bằng

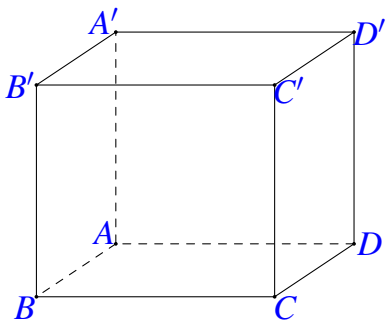
(A) 90°. (B) 60°. (C) 30°. (D) 45°.



Câu 36.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng

(A) $\sqrt{3}a$. (B) $2\sqrt{2}a$. (C) $\sqrt{2}a$. (D) $2\sqrt{3}a$.



Câu 37. Trên đoạn $[1;4]$, hàm số $y=-x^4+8x^2-13$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

(A) $x=4$. (B) $x=1$. (C) $x=2$. (D) $x=3$.

Câu 38. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên R?

(A) $y=x^3-2x$. (B) $y=x^4-3x^2$. (C) $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. (D) $y=x^3+2x$.

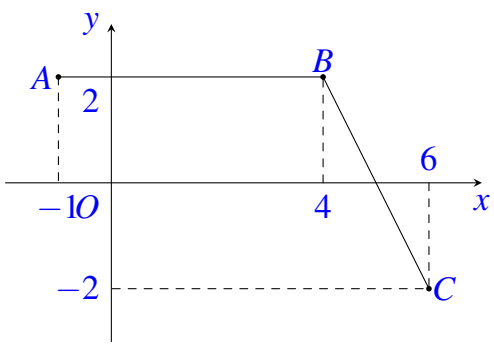
Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $[\log_3(x^2+1)-\log_3(x+31)](32-2^{x-1})\geq 0$?

(A) Vô số. (B) 27. (C) 26. (D) 28.

Câu 40.

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC trong hình bên. Biết F là nguyên hàm của f thỏa mãn $F(-1)=-2$. Giá trị của $F(5)+F(6)$ bằng

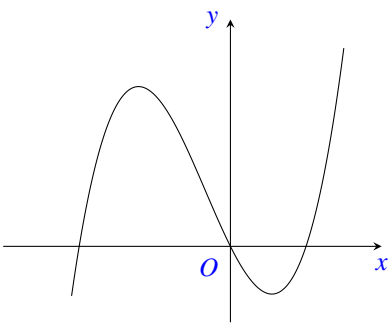
(A) 19. (B) 17. (C) 22. (D) 18.



Câu 41.

Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2$, $(a,b,c\in\mathbb{R})$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2f(x)-3=0$ là

(A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 1.



Câu 42. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x\in(1;5)$ thỏa mãn $4(x-1)\mathrm{e}^x=y\left(\mathrm{e}^x+xy-2x^2-3\right)$?

(A) 14. (B) 11. (C) 12. (D) 10.

Câu 43. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\dfrac{64\sqrt{3}}{27}a^3$. (B) $\dfrac{64\sqrt{3}}{9}a^3$. (C) $\dfrac{64\sqrt{3}}{3}a^3$. (D) $64\sqrt{3}a^3$.

Câu 44. Xét các số phức z và w thay đổi thỏa mãn $|z|=|w|=4$ và $|z-w|=4\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $P=|z+1+i|+|w-3+4i|$ bằng

(A) $5-2\sqrt{2}$. (B) $5-\sqrt{2}$. (C) $\sqrt{41}$. (D) $\sqrt{13}$.

Câu 45. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2az+b^2+2=0$ (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a;b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1,z_2 thỏa mãn $z_1+2iz_2=3+3i$?

(A) 2. (B) 1. (C) 4. (D) 3.

Câu 46. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+2x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-2x$; với a, b, c, m, $n\in$ R. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có 3 điểm cực trị là $-1,2$ và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

(A) $\dfrac{32}{3}$. (B) $\dfrac{71}{9}$. (C) $\dfrac{64}{9}$. (D) $\dfrac{71}{6}$.

Câu 47. Cắt hình trụ (T) bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $36a^2$. Diện tích xung quanh của (T) bằng

(A) $24\sqrt{2}\pi a^2$. (B) $18\sqrt{2}\pi a^2$. (C) $12\sqrt{2}\pi a^2$. (D) $36\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;1)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oy và vuông góc với d có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=1+3t \\ y=3-t \\ z=1-t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1-t \\ z=3+3t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=2-t \\ y=2+t \\ z=2-t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-3)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (S) sao cho tiếp diện của (S) tại M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ mà a, b là các số nguyên dương và $\widehat{AMB}=90^\circ$?

(A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=x^4-10x^3+24x^2+(3-m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị?

(A) 22. (B) 21. (C) 25. (D) 24.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THAM KHẢO

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022
Môn: TOÁN, ĐỀ THAM KHẢO
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Mô-đun của số phức $z=3-i$ là
(A) 3. (B) 2. (C) $\sqrt{10}$. (D) 1.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y-2)^2+z^2=9$ có bán kính bằng
(A) 3. (B) 81. (C) 9. (D) 6.

Câu 3. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y=x^4+x^2-2$?
(A) Điểm $P(-1;-1)$. (B) Điểm $N(-1;-2)$. (C) Điểm $M(-1;0)$. (D) Điểm $Q(-1;1)$.

Câu 4. Thể tích V của khối cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?
(A) $V=\dfrac{1}{3}\pi r^3$. (B) $V=2\pi r^3$. (C) $V=4\pi r^3$. (D) $V=\dfrac{4}{3}\pi r^3$.

Câu 5. Trên khoảng $(0;+\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^{\frac{3}{2}}$ là
(A) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}+C$. (B) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{5}{2}x^{\frac{2}{5}}+C$.
(C) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}+C$. (D) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}}+C$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
(A) 3. (B) 2. (C) 4. (D) 5.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x>6$ là
(A) $(\log_2 6;+\infty)$. (B) $(-\infty;3)$. (C) $(3;+\infty)$. (D) $(-\infty;\log_2 6)$.

Câu 8. Cho khối chóp có diện tích đáy là $B=7$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối chóp đã cho là
(A) 42. (B) 126. (C) 14. (D) 56.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y=x^{\sqrt{2}}$ là
(A) $\mathbb{R}$. (B) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. (C) $(0;+\infty)$. (D) $(2;+\infty)$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+4)=3$ là
(A) $x=5$. (B) $x=4$. (C) $x=2$. (D) $x=12$.

Câu 11. Nếu $\displaystyle\int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ và $\displaystyle\int_2^5 g(x)\,\mathrm{d}x=-2$ thì $\displaystyle\int_2^5 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng
(A) 5. (B) -5. (C) 1. (D) 3.

Câu 12. Cho số phức $z=3-2i$, khi đó $2z$ bằng
(A) $6-2i$. (B) $6-4i$. (C) $3-4i$. (D) $-6+4i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y+4z-1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

(A) $\vec{n}_4=(-1;2;-3)$. (B) $\vec{n}_3=(-3;4;-1)$. (C) $\vec{n}_2=(2;-3;4)$. (D) $\vec{n}_1=(2;3;4)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}=(1;3;-2)$ và $\vec{v}=(2;1;-1)$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{u}-\vec{v}$ là

(A) $(3;4;-3)$. (B) $(-1;2;-3)$. (C) $(-1;2;-1)$. (D) $(1;-2;1)$.

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(2;3)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần thực của z bằng

(A) 2. (B) 3. (C) -3. (D) -2.

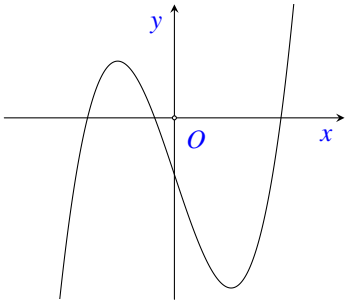
Câu 16. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

(A) $x=2$. (B) $x=-1$. (C) $x=3$. (D) $x=-2$.

Câu 17. Với mọi số thực a dương, $\log_2\dfrac{a}{2}$ bằng

(A) $\dfrac{1}{2}\log_2 a$. (B) $\log_2 a+1$. (C) $\log_2 a-1$. (D) $\log_2 a-2$.

Câu 18. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



(A) $y=x^4-2x^2-1$. (B) $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.
(C) $y=x^3-3x-1$. (D) $y=x^2+x-1$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-2t \\ z=-3-3t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

(A) Điểm $Q(2;2;3)$. (B) Điểm $N(2;-2;-3)$.
(C) Điểm $M(1;2;-3)$. (D) Điểm $P(1;2;3)$.

Câu 20. Với n là số nguyên dương, công thức nào dưới đây đúng?

(A) $\mathrm{P}_n=n!$. (B) $\mathrm{P}_n=n-1$. (C) $\mathrm{P}_n=(n-1)!$. (D) $\mathrm{P}_n=n$.

Câu 21. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

(A) $V=\dfrac{1}{3}Bh$. (B) $V=\dfrac{4}{3}Bh$. (C) $V=6Bh$. (D) $V=Bh$.

Câu 22. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_2 x$ là

(A) $y'=\dfrac{1}{x\ln 2}$. (B) $y'=\dfrac{\ln 2}{x}$. (C) $y'=\dfrac{1}{x}$. (D) $y'=\dfrac{1}{2x}$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0;+\infty)$. (B) $(-\infty;-2)$. (C) $(0;2)$. (D) $(-2;0)$.

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh ℓ. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

(A) $S_{\text{xq}} = 4\pi r\ell$. (B) $S_{\text{xq}} = 2\pi r\ell$. (C) $S_{\text{xq}} = 3\pi r\ell$. (D) $S_{\text{xq}} = \pi r\ell$.

Câu 25. Nếu $\displaystyle\int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ thì $\displaystyle\int_2^5 3f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 6. (B) 3. (C) 18. (D) 2.

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 7$ và công sai $d = 4$. Giá trị của u_2 bằng

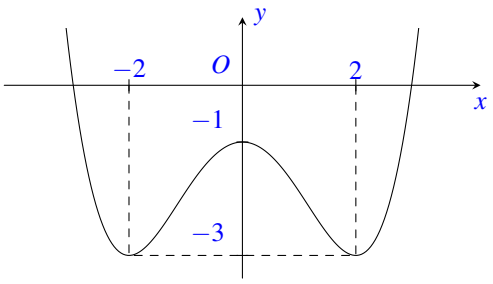
(A) 11. (B) 3. (C) $\dfrac{7}{4}$. (D) 28.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = 1 + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x - \cos x + C$. (B) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \sin x + C$.

(C) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \cos x + C$. (D) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \cos x + C$.

Câu 28. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ (a, b, $c \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



(A) 0. (B) -1. (C) -3. (D) 2.

Câu 29. Trên đoạn $[1;5]$, hàm số $y = x + \dfrac{4}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

(A) $x = 5$. (B) $x = 2$. (C) $x = 1$. (D) $x = 4$.

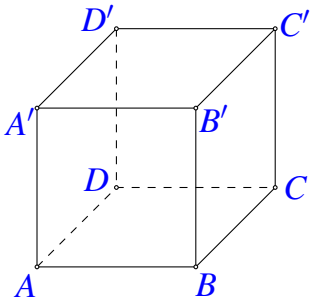
Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

(A) $y = -x^3 - x$. (B) $y = -x^4 - x^2$. (C) $y = -x^3 + x$. (D) $y = \dfrac{x+2}{x-1}$.

Câu 31. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a - 3\log_2 b = 2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $a = 4b^3$. (B) $a = 3b + 4$. (C) $a = 3b + 2$. (D) $a = \dfrac{4}{b^3}$.

Câu 32. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng



(A) $90°$. (B) $30°$. (C) $45°$. (D) $60°$.

Câu 33. Nếu $\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ thì $\int_1^3 [f(x)+2x]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 20. (B) 10. (C) 18. (D) 12.

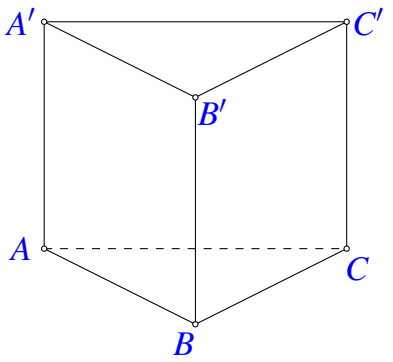
Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-5;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{2} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

(A) $2x-5y+3z-38=0$. (B) $2x+4y-z+19=0$.
(C) $2x+4y-z-19=0$. (D) $2x+4y-z+11=0$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $i\bar{z} = 5+2i$. Phần ảo của z bằng

(A) 5. (B) 2. (C) -5. (D) -2.

Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB=4$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng



(A) $2\sqrt{2}$. (B) 2. (C) $4\sqrt{2}$. (D) 4.

Câu 37. Từ một hộp chứa 16 quả cầu gồm 7 quả màu đỏ và 9 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được hai quả có màu khác nhau bằng

(A) $\dfrac{7}{40}$. (B) $\dfrac{21}{40}$. (C) $\dfrac{3}{10}$. (D) $\dfrac{2}{15}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-2;3)$, $B(1;3;4)$ và $C(3;-1;5)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

(A) $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+4}{-2} = \dfrac{z-1}{3}$. (B) $\dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-2}{-4} = \dfrac{z+3}{1}$.
(C) $\dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-3}{9}$. (D) $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+2}{-4} = \dfrac{z-3}{1}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(4^x - 5.2^{x+2} + 64\right)\sqrt{2-\log(4x)} \geq 0$?

(A) 22. (B) 25. (C) 23. (D) 24.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-5	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'\big(f(x)\big)=0$ là

(A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=12x^2+2$, $\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=2$, khi đó $F(1)$ bằng

(A) -3. (B) 1. (C) 2. (D) 7.

Câu 42. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có $AC=4a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $\dfrac{16\sqrt{2}}{3}a^3$. (B) $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}a^3$. (C) $16a^3$. (D) $\dfrac{16}{3}a^3$.

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2mz+8m-12=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|$?

(A) 5. (B) 6. (C) 3. (D) 4.

Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w=\dfrac{1}{|z|-z}$ có phần thực bằng $\dfrac{1}{8}$. Xét các số phức z_1, $z_2\in S$ thoả mãn $|z_1-z_2|=2$, giá trị lớn nhất của $P=|z_1-5i|^2-|z_2-5i|^2$ bằng

(A) 16. (B) 20. (C) 10. (D) 32.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)=3x^4+ax^3+bx^2+cx+d$ (a, b, c, $d\in\mathbb{R}$) có ba điểm cực trị là -2, -1 và 1. Gọi $y=g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

(A) $\dfrac{500}{81}$. (B) $\dfrac{36}{5}$. (C) $\dfrac{2932}{405}$. (D) $\dfrac{2948}{405}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4;-3;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z=0$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oz và song song với (P) có phương trình là

(A) $\dfrac{x-4}{4}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z-3}{-7}$. (B) $\dfrac{x+4}{4}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-3}{1}$.

(C) $\dfrac{x+4}{-4}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-3}{1}$. (D) $\dfrac{x+8}{4}=\dfrac{y+6}{3}=\dfrac{z-10}{-7}$.

Câu 47. Cho khối nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $2\sqrt{3}a$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB=4a$. Biết khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng $2a$, thể tích khối nón đã cho bằng

(A) $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}\pi a^3$. (B) $4\sqrt{6}\pi a^3$. (C) $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. (D) $8\sqrt{2}\pi a^3$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại ít nhất bốn số nguyên $b \in (-12;12)$ thỏa mãn $4^{a^2+b} \le 3^{b-a}+65$?

(A) 4. (B) 6. (C) 5. (D) 7.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-4)^2+(y+3)^2+(z+6)^2=50$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục hoành, với hoành độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d?

(A) 29. (B) 33. (C) 55. (D) 28.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x^2+10x,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(x^4-8x^2+m)$ có đúng 9 điểm cực trị?

(A) 16. (B) 9. (C) 15. (D) 10.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 101
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Nếu $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ thì $\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x)+2\right]\mathrm{d}x$ bằng

(A) 6. (B) 8. (C) 4. (D) 2.

Câu 2. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

(A) a^3. (B) $6a^3$. (C) $3a^3$. (D) $2a^3$.

Câu 3. Nếu $\int_{-1}^5 f(x)\,\mathrm{d}x = -3$ thì $\int_5^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 5. (B) 6. (C) 4. (D) 3.

Câu 4. Cho $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\cos x + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $f(x) = -\sin x$. (B) $f(x) = -\cos x$. (C) $f(x) = \sin x$. (D) $f(x) = \cos x$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(1;+\infty)$. (B) $(0;1)$. (C) $(-1;0)$. (D) $(0;+\infty)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+(y-2)^2+(z+1)^2 = 6$. Đường kính của (S) bằng

(A) $\sqrt{6}$. (B) 12. (C) $2\sqrt{6}$. (D) 3.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

(A) $(0;2;-3)$. (B) $(1;0;-3)$. (C) $(1;2;0)$. (D) $(1;0;0)$.

Câu 8. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

(A) 2. (B) 15. (C) 10. (D) 30.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

(A) $q = \frac{1}{2}$. (B) $q = 2$. (C) $q = -2$. (D) $q = -\frac{1}{2}$.

Câu 10. Cho hình trụ có chiều cao $h = 1$ và bán kính đáy $r = 2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) 4π. (B) 2π. (C) 3π. (D) 6π.

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

(A) $x=-2$. (B) $x=1$. (C) $y=1$. (D) $y=-2$.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x+1)>2$ là

(A) $(9;+\infty)$. (B) $(25;+\infty)$. (C) $(31;+\infty)$. (D) $(24;+\infty)$.

Câu 13. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

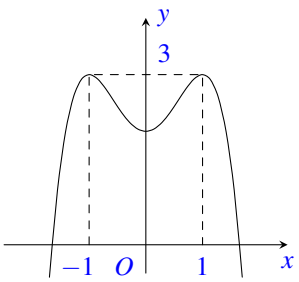
(A) $y=x^4-2x^2$. (B) $y=-x^3+3x$. (C) $y=-x^4+2x^2$. (D) $y=x^3-3x$.

Câu 14. Môđun của số phức $z=3+4i$ bằng

(A) 25. (B) $\sqrt{7}$. (C) 5. (D) 7.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)=1$ là

(A) 1. (B) 2. (C) 4. (D) 3.



Câu 16. Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-4)$ là

(A) $(5;+\infty)$. (B) $(-\infty;+\infty)$. (C) $(4;+\infty)$. (D) $(-\infty;4)$.

Câu 17. Với a là số thực dương tùy ý, $4\log\sqrt{a}$ bằng

(A) $-2\log a$. (B) $2\log a$. (C) $-4\log a$. (D) $8\log a$.

Câu 18. Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là

(A) 1320. (B) 36. (C) 220. (D) 1728.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

(A) $x=-2$. (B) $x=2$. (C) $x=-1$. (D) $x=1$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

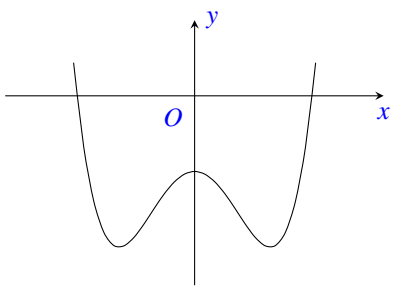
(A) $z=0$. (B) $x=0$. (C) $x+y+z=0$. (D) $y=0$.

Câu 21. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1}=3^{2-x}$ là

(A) $x=\dfrac{1}{3}$. (B) $x=0$. (C) $x=-1$. (D) $x=1$.

Câu 22. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.



Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=-1+3t\end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_1=(2;1;-1)$. (B) $\vec{u}_2=(1;2;3)$. (C) $\vec{u}_3=(1;-2;3)$. (D) $\vec{u}_4=(2;1;1)$.

Câu 24. Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI=3$ và $IM=4$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OIM tạo thành hình nón có độ dài đường sinh bằng

(A) 7. (B) 3. (C) 5. (D) 4.

Câu 25. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z=2-7i$ có tọa độ là

(A) $(2;7)$. (B) $(-2;7)$. (C) $(2;-7)$. (D) $(-7;2)$.

Câu 26. Cho hai số phức $z_1=2+3i, z_2=1-i$. Số phức z_1+z_2 bằng

(A) $5+i$. (B) $3+2i$. (C) $1+4i$. (D) $3+4i$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x+2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+x^2+C$. (B) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$.

(C) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x-x^2+C$. (D) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+2x^2+C$.

Câu 28. Đạo hàm của hàm số $y=x^{-3}$ là

(A) $y'=-x^{-4}$. (B) $y'=\dfrac{-1}{2}x^{-2}$. (C) $y'=-\dfrac{1}{3}x^{-4}$. (D) $y'=-3x^{-4}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;1)$ và $C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. (B) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

(C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. (D) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.

Câu 30. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x+10$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng

(A) -12. (B) 10. (C) 15. (D) -2.

Câu 31. Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y=\log[(6-x)(x+2)]$?

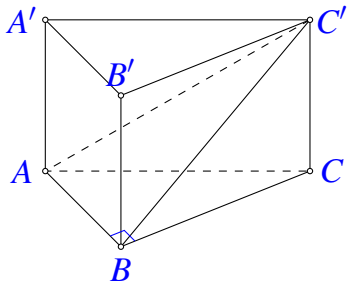
(A) 7. (B) 8. (C) 9. (D) Vô số.

Câu 32. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+z+6=0$. Khi đó $z_1+z_2+z_1z_2$ bằng

(A) 7. (B) 5. (C) -7. (D) -5.

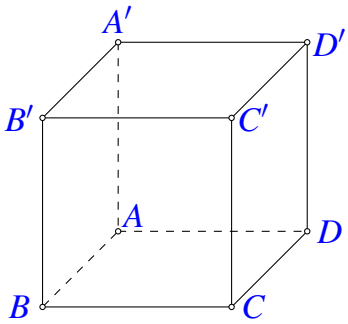
Câu 33. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC=2$, $AB=\sqrt{3}$ và $AA'=1$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng

(A) 30°. (B) 45°. (C) 90°. (D) 60°.



Câu 34. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $BC=2a$ và $AA'=3a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

(A) a. (B) $\sqrt{2}a$. (C) $2a$. (D) $3a$.



Câu 35. Cho hàm số $f(x)=1-\frac{1}{\cos^2 2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\tan 2x+C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\frac{1}{2}\cot 2x+C$.

(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x-\frac{1}{2}\tan 2x+C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\frac{1}{2}\tan 2x+C$.

Câu 36. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

(A) $y=x^4-x^2$. (B) $y=x^3-x$. (C) $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. (D) $y=x^3+x$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-3;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z+5=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

(A) $2x-y+3z+9=0$. (B) $2x+y+3z-3=0$.

(C) $2x+y+3z+3=0$. (D) $2x-y+3z-9=0$.

Câu 38. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[40;60]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

(A) $\frac{4}{7}$. (B) $\frac{2}{5}$. (C) $\frac{3}{5}$. (D) $\frac{3}{7}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng ba số nguyên b thỏa mãn $(3^b-3)(a.2^b-18)<0$?

(A) 72. (B) 73. (C) 71. (D) 74.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)=(m-1)x^4-2mx^2+1$ với m là tham số thực. Nếu $\min\limits_{[0;3]} f(x)=f(2)$ thì $\max\limits_{[0;3]} f(x)$ bằng

(A) $-\dfrac{13}{3}$. (B) 4. (C) $-\dfrac{14}{3}$. (D) 1.

Câu 41. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=F(3)-G(0)+a$ $(a>0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x)$, $y=G(x)$, $x=0$ và $x=3$. Khi $S=15$ thì a bằng?

(A) 15. (B) 12. (C) 18. (D) 5.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là

(A) $2y+z=0$. (B) $2y-z=0$. (C) $y+z=0$. (D) $y-z=0$.

Câu 43. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 4. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

(A) 64π. (B) 256π. (C) 192π. (D) 96π.

Câu 44. Xét tất cả các số thực x, y sao cho $a^{4x-\log_5 a^2}\le 25^{40-y^2}$ với mọi số thực dương a. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+x-3y$ bằng

(A) $\dfrac{125}{2}$. (B) 80. (C) 60. (D) 20.

Câu 45. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=2|z_3|=2$ và $8(z_1+z_2)z_3=3z_1z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{55}}{32}$. (B) $\dfrac{\sqrt{55}}{16}$. (C) $\dfrac{\sqrt{55}}{24}$. (D) $\dfrac{\sqrt{55}}{8}$.

Câu 46. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=2a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $3a^3$. (B) a^3. (C) $12\sqrt{2}a^3$. (D) $4\sqrt{2}a^3$.

Câu 47. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x)=\ln(f(x))$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\ln\dfrac{43}{8}$	$\nearrow$	$\ln 6$	$\searrow$	$\ln 2$	$\nearrow$	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(5;6)$. (B) $(4;5)$. (C) $(2;3)$. (D) $(3;4)$.

Câu 48. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\left|z^2\right| = 2|z-\bar{z}|$ và $|(z-4)(\bar{z}-4i)| = |z+4|^2$?

(A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 4.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1;3;9)$ bán kính bằng 3. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

(A) 39. (B) $12\sqrt{3}$. (C) 18. (D) $28\sqrt{3}$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \left|x^4 - 2mx^2 + 64x\right|$ có đúng ba điểm cực trị?

(A) 5. (B) 6. (C) 12. (D) 11.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 102
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x+2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+2x^2+C$.
(B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x-x^2+C$.
(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$.
(D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+x^2+C$.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y=x^{-3}$ là

(A) $y'=-x^{-4}$. (B) $y'=-3x^{-4}$. (C) $y'=-\frac{1}{3}x^{-4}$. (D) $y'=-\frac{1}{2}x^{-2}$.

Câu 3. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

(A) $y=-x^3+3x$. (B) $y=x^3-3x$. (C) $y=-x^4+2x^2$. (D) $y=x^4-2x^2$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

(A) $x=0$. (B) $x+y+z=0$. (C) $z=0$. (D) $y=0$.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

(A) $y=-2$. (B) $x=-2$. (C) $x=1$. (D) $y=1$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0;+\infty)$. (B) $(1;+\infty)$. (C) $(-1;0)$. (D) $(0;1)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

(A) $x=-2$. (B) $x=1$. (C) $x=-1$. (D) $x=2$.

Câu 8. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=2-7i$ có tọa độ là

(A) $(2;-7)$. (B) $(-7;2)$. (C) $(2;7)$. (D) $(-2;7)$.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=1$ và $u_2=2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

(A) $\frac{1}{2}$. (B) 2. (C) -2. (D) $-\frac{1}{2}$.

Câu 10. Cho 2 số phức $z_1=2+3i$ và $z_2=1-i$. Số phức z_1+z_2 bằng

(A) $3+4i$. (B) $1+4i$. (C) $z=5+i$. (D) $3+2i$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $4\log\sqrt{a}$ bằng

(A) $-4\log a$. (B) $8\log a$. (C) $2\log a$. (D) $-2\log a$.

Câu 12. Cho $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $f(x)=-\sin x$. (B) $f(x)=\cos x$. (C) $f(x)=\sin x$. (D) $f(x)=-\cos x$.

Câu 13. Cho hình trụ có chiều cao $h=1$ và bán kính đáy $r=2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) 3π. (B) 4π. (C) 2π. (D) 6π.

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

(A) 15. (B) 10. (C) 2. (D) 30.

Câu 15. Mô đun của số phức $z=3+4i$ bằng

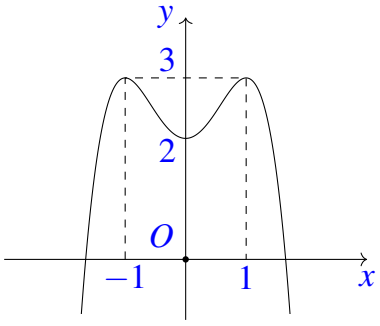
(A) $\sqrt{7}$. (B) 5. (C) 7. (D) 25.

Câu 16. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1}=3^{2-x}$ là

(A) $x=\frac{1}{3}$. (B) $x=0$. (C) $x=-1$. (D) $x=1$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=1$ là

(A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 1.



Câu 18. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x+1)>2$ là

(A) $(24;+\infty)$. (B) $(9;+\infty)$. (C) $(25;+\infty)$. (D) $(31;+\infty)$.

Câu 19. Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$ thì $\int_0^2\left[\frac{1}{2}f(x)+2\right]\mathrm{d}x$ bằng

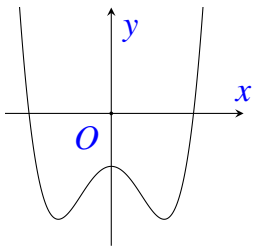
(A) 2. (B) 6. (C) 4. (D) 8.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-4)$ là

(A) $(-\infty;4)$. (B) $(4;+\infty)$. (C) $(5;+\infty)$. (D) $(-\infty;+\infty)$.

Câu 21. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.



Câu 22. Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là

(A) 1728. (B) 220. (C) 1320. (D) 36.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

(A) $(1;0;-3)$. (B) $(1;0;0)$. (C) $(1;2;0)$. (D) $(0;2;-3)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=6$. Đường kính của (S) bằng

(A) 3. (B) $\sqrt{6}$. (C) $2\sqrt{6}$. (D) 12.

Câu 25. Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI=3$ và $IM=4$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành hình nón có độ dài đường sinh bằng

(A) 4. (B) 3. (C) 5. (D) 7.

Câu 26. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $3a^3$. (B) $6a^3$. (C) $2a^3$. (D) a^3.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d)\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t \\ z=-1+3t. \end{cases}$ Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

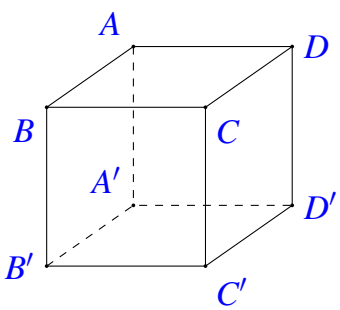
(A) $\overrightarrow{u_4}=(2;1;1)$. (B) $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-1)$. (C) $\overrightarrow{u_3}=(1;-2;3)$. (D) $\overrightarrow{u_3}=(1;2;3)$.

Câu 28. Nếu $\int_{-1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x=-3$ thì $\int_{5}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 3. (B) 4. (C) 6. (D) 5.

Câu 29. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $BC=2a$ và $AA'=3a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

(A) $2a$. (B) $\sqrt{2}a$. (C) $3a$. (D) a.



Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

(A) $y=x^4-x^2$. (B) $y=x^3+x$. (C) $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. (D) $y=x^3-x$.

Câu 31. Giá trị trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x+10$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng

(A) 15. (B) 10. (C) -1. (D) -12.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-3;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z+5=0$. Mặt phẳng đi qua A và và song song với (P) có phương trình là

(A) $2x-y+3z+9=0$. (B) $2x+y+3z-3=0$.
(C) $2x+y+3z+3=0$. (D) $2x-y+3z-9=0$.

Câu 33. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[40;60]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

(A) $\dfrac{2}{5}$. (B) $\dfrac{4}{7}$. (C) $\dfrac{3}{7}$. (D) $\dfrac{3}{5}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. (B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$.
(C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. (D) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 35. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+z+6=0$. Khi đó $z_1+z_2+z_1.z_2$ bằng

(A) -5. (B) -7. (C) 7. (D) 5.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)=1-\dfrac{1}{\cos^2 2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

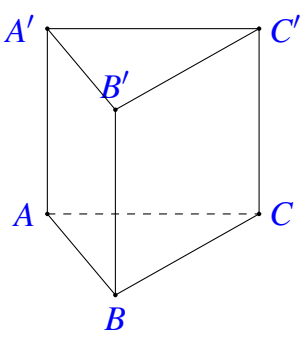
(A) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\frac{1}{2}\cos 2x+C$. (B) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\tan 2x+C$.
(C) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\frac{1}{2}\tan 2x+C$. (D) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x-\frac{1}{2}\tan 2x+C$.

Câu 37. Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y=\log[(6-x)(x+2)]$?

(A) 7. (B) 8. (C) Vô số. (D) 9.

Câu 38. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC=2$, $AB=\sqrt{3}$ và $AA'=1$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng

(A) 90°. (B) 60°. (C) 30°. (D) 45°.



Câu 39. Cho hàm số $f(x)=mx^4+2(m-1)x^2$ với m là tham số thực. Nếu $\min\limits_{[0;2]} f(x)=f(1)$ thì $\max\limits_{[0;2]} f(x)$ bằng

(A) 2. (B) -1. (C) 4. (D) 0.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $(5^b-1)(a.2^b-5)<0$?

(A) 20. (B) 21. (C) 22. (D) 19.

Câu 41. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x = F(5)-G(0)+a$ $(a>0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x)$, $y=G(x)$, $x=0$ và $x=5$. Khi $S=20$ thì a bằng

(A) 4. (B) 15. (C) 25. (D) 20.

Câu 42. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\frac{1}{8}a^3$. (B) $\frac{3}{8}a^3$. (C) $\frac{3\sqrt{2}}{2}a^3$. (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

Câu 43. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 1. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

(A) 16π. (B) 12π. (C) 4π. (D) 48π.

Câu 44. Xét các số thực x, y sao cho $49^{9-y^2} \geq a^{4x-\log_7 a^2}$ với mọi số thực dương a. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+4x-3y$ bằng

(A) $\frac{121}{4}$. (B) $\frac{39}{4}$. (C) 24. (D) 39.

Câu 45. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=2|z_3|=2$ và $3z_1z_2=4z_3(z_1+z_2)$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

(A) $\frac{\sqrt{7}}{4}$. (B) $\frac{3\sqrt{7}}{4}$. (C) $\frac{\sqrt{7}}{2}$. (D) $\frac{3\sqrt{7}}{2}$.

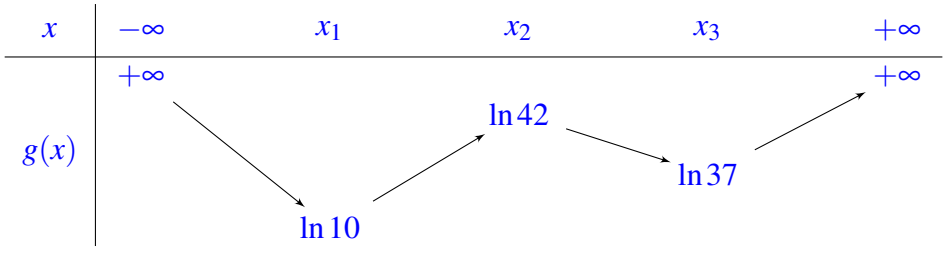
Câu 46. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\left|z^2\right| = |z-\bar{z}|$ và $|(z+2)(\bar{z}+2i)| = |z-2i|^2$?

(A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất. Phương trình của (P) là

(A) $2x-z=0$. (B) $2x+z=0$. (C) $x-z=0$. (D) $x+z=0$.

Câu 48. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x)=\ln f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(38;39)$. (B) $(25;26)$. (C) $(28;29)$. (D) $(35;36)$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(4;1;2)$ bán kính bằng 2. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{7}{2}\cdot$ Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

(A) $6\sqrt{2}$. (B) 14. (C) 8. (D) $9\sqrt{2}$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số a để hàm số $y=\left|x^4+2ax^2+8x\right|$ có đúng ba điểm cực trị?

(A) 2. (B) 6. (C) 5. (D) 3.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 103
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

(A) $y=x^3-3x$. (B) $y=-x^3+3x$. (C) $y=x^2-2x$. (D) $y=-x^2+2x$.

Câu 2. Nếu $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3}f(x)+2\right]\mathrm{d}x$ bằng

(A) 8. (B) 5. (C) 9. (D) 6.

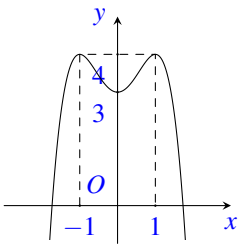
Câu 3. Phần ảo của số phức $z=(2-i)(1+i)$ bằng

(A) 3. (B) 1. (C) -1. (D) -3.

Câu 4. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=x\mathrm{e}^x+C$. (B) $\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{x+1}+C$.
(C) $\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=-\mathrm{e}^{x+1}+C$. (D) $\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$.

Câu 5. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng



(A) 1. (B) 4. (C) -1. (D) 3.

Câu 6. Cho $a=3^{\sqrt{5}}$, $b=3^2$ và $c=3^{\sqrt{6}}$ mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a<c<b$. (B) $a<b<c$. (C) $b<a<c$. (D) $c<a<b$.

Câu 7. Nếu $\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=-5$ thì $\int_{-1}^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) -7. (B) -3. (C) 4. (D) 7.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y=1$ là

(A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

Câu 9. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau?

(A) 120. (B) 5. (C) 3125. (D) 1.

Câu 10. Cho khối nón có diện tích đáy bằng $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

(A) $3a^3$. (B) $6a^3$. (C) $2a^3$. (D) $\frac{2}{3}a^3$.

Câu 11. Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1}=4$ là

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 0.

Câu 12. Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

(A) $1-\log a$. (B) $2+\log a$. (C) $2-\log a$. (D) $1+\log a$.

Câu 13. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

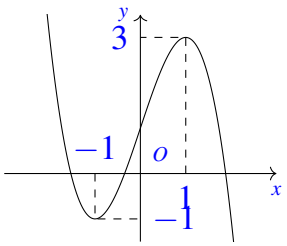
(A) 11. (B) 10. (C) 15. (D) 30.

Câu 14. Hàm số $F(x)=\cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

(A) $f_2(x)=\frac{1}{\sin^2 x}$. (B) $f_1(x)=-\frac{1}{\cos^2 x}$. (C) $f_4(x)=\frac{1}{\cos^2 x}$. (D) $f_3(x)=-\frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 15. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ

(A) $(1;-1)$. (B) $(3;1)$. (C) $(1;3)$. (D) $(-1;-1)$.



Câu 16. Số phức nào dưới đây có phần ảo bằng phần ảo của số phức $w=1-4i$?

(A) $z_2=3+4i$. (B) $z_1=5-4i$. (C) $z_3=1-5i$. (D) $z_4=1+4i$.

Câu 17. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và công bội $q=2$. Số hạng tổng quát u_n $(n\geq 2)$ bằng

(A) 3.2^{n-1}. (B) 3.2^{n+2}. (C) 3.2^n. (D) 3.2^{n+1}.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là

(A) $(-4;2;-6)$. (B) $(4;-2;6)$. (C) $(2;-1;3)$. (D) $(-2;1;-3)$.

Câu 19. Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1,V_2. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

(A) $\frac{2}{3}$. (B) 3. (C) $\frac{3}{2}$. (D) $\frac{1}{3}$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

(A) $Q(2;1;1)$. (B) $M(1;2;3)$. (C) $P(2;1;-1)$. (D) $N(1;-2;3)$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là

(A) $z=0$. (B) $x=0$. (C) $y=0$. (D) $x+y=0$.

Câu 22. Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O;R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $OM\le R$. (B) $OM>R$. (C) $OM=R$. (D) $OM<R$.

Câu 23. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=2+7i$ có tọa độ là

(A) $(2;-7)$. (B) $(2;7)$. (C) $(7;2)$. (D) $(-2;-7)$.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)=0$ là

(A) $x=\dfrac{3}{4}$. (B) $x=1$. (C) $x=\dfrac{1}{2}$. (D) $x=\dfrac{2}{3}$.

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là

(A) $(2;+\infty)$. (B) $(-\infty;+\infty)$. (C) $(1;+\infty)$. (D) $(-\infty;1)$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	-1	$\searrow$	‖	$\searrow$	-1
			$-\infty$		

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

(A) $x=-1$. (B) $y=-1$. (C) $y=-2$. (D) $x=-2$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$. Cho hai vectơ $\vec{u}=(1;-4;0)$ và $\vec{v}=(-1;-2;1)$. Vectơ $\vec{u}+3\vec{v}$ có tọa độ là

(A) $(-2;-6;3)$. (B) $(-4;-8;4)$. (C) $(-2;-10;-3)$. (D) $(-2;-10;3)$.

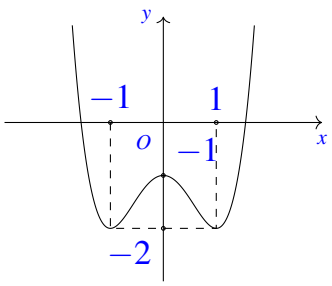
Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	3	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
			0				0		

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0;3)$. (B) $(0;+\infty)$. (C) $(-1;0)$. (D) $(-\infty;-1)$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2;5]$ của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?



(A) 1. (B) 6. (C) 7. (D) 5.

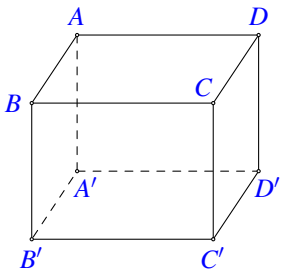
Câu 30. Cho hàm số $f(x)=1+\mathrm{e}^{2x}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

(A) $\int f(x)\mathrm{d}x=x+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{x}+C$. (B) $\int f(x)\mathrm{d}x=x+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}+C$.
(C) $\int f(x)\mathrm{d}x=x+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}+C$. (D) $\int f(x)\mathrm{d}x=x+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}+C$.

Câu 31. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+5=0$. Khi đó $z_1^2+z_2^2$ bằng

(A) 6. (B) $8i$. (C) $-8i$. (D) -6.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



(A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. (B) $\frac{\sqrt{6}}{3}$. (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

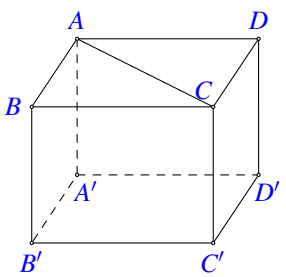
Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng $x-2y+2x+3=0$ là

(A) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=2$. (B) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2$.
(C) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$. (D) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$.

Câu 34. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}}\dfrac{1}{b^3}$ bằng

(A) $3\log_a b$. (B) $\log_a b$. (C) $-3\log_a b$. (D) $\frac{1}{3}\log_a b$.

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng



(A) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. (B) $\frac{3}{2}$. (C) $3\sqrt{2}$. (D) 3.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x+1$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-1;+\infty)$. (B) $(1;+\infty)$. (C) $(-\infty;-1)$. (D) $(-\infty;1)$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=2+2t \\ y=2-3t \\ z=1-t. \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t. \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2+3t \\ z=1+t. \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3-2t \\ z=-1+t. \end{cases}$.

Câu 38. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[30;50]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

(A) $\frac{11}{21}$. (B) $\frac{8}{21}$. (C) $\frac{13}{21}$. (D) $\frac{10}{21}$.

Câu 39. Biết $F(x)$; $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và

$$\int_0^4 f(x)dx = F(4)-G(0)+a(a>0).$$

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x)$; $y=G(x)$; $x=0$; $x=4$. Khi $S=8$ thì a bằng

(A) 8. (B) 4. (C) 12. (D) 2.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)=ax^4+2(a+4)x^2-1$ với a là tham số thực. Nếu $\max\limits_{[0;2]} f(x)=f(1)$ thì $\min\limits_{[0;2]} f(x)$ bằng

(A) -17. (B) -16. (C) -1. (D) 3.

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $\left(4^b-1\right)\left(a.3^b-10\right)<0$?

(A) 182. (B) 179. (C) 180. (D) 181.

Câu 42. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 3. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

(A) 144π. (B) 108π. (C) 48π. (D) 96π.

Câu 43. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x)=\ln f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	$\ln 30$	$\nearrow$	$\ln 35$	$\searrow$	$\ln 3$	$\nearrow$	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(33;35)$. (B) $(37;40)$. (C) $(29;32)$. (D) $(24;26)$.

Câu 44. Xét tất cả số thực x,y sao cho $27^{5-y^2} \geq a^{6x-\log_3 a^3}$ với mọi số thực dương a. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2-4x+8y$ bằng

(A) -15. (B) 25. (C) -5. (D) -20.

Câu 45. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $2|z_1| = 2|z_2| = |z_3| = 2$ và $(z_1+z_2)z_3 = 3z_1z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

(A) $\frac{5\sqrt{7}}{8}$. (B) $\frac{5\sqrt{7}}{16}$. (C) $\frac{5\sqrt{7}}{24}$. (D) $\frac{5\sqrt{7}}{32}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là:

(A) $2y-z=0$. (B) $2y+z=0$. (C) $y-z=0$. (D) $y+z=0$.

Câu 47. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2| = |z-\bar{z}|$ và $|(z-2)(\bar{z}-2i)| = |z+2i|^2$?

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 4.

Câu 48. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh bên $AA' = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $24a^3$. (B) $\frac{8}{3}a^3$. (C) $8a^3$. (D) $\frac{8}{9}a^3$.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số a để hàm số $y = |x^4+ax^2-8x|$ có đúng 3 điểm cực trị?

(A) 5. (B) 6. (C) 11. (D) 10.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) tâm $I(9;3;1)$ bán kính bằng 3. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc 2 trục Ox, Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

(A) $12\sqrt{3}$. (B) 18. (C) $28\sqrt{3}$. (D) 39.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

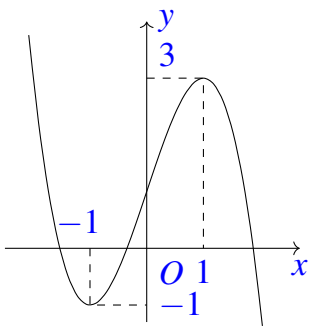
KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 104
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Số phức nào dưới đây có phần ảo bằng phần ảo của số phức $w=1-4i$?

(A) $z_1=5-4i$. (B) $z_4=1+4i$. (C) $z_3=1-5i$. (D) $z_2=3+4i$.

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

(A) $(1;3)$. (B) $(3;1)$. (C) $(-1;-1)$. (D) $(1;-1)$.



Câu 3. Phần ảo của số phức $z=(2-i)(1+i)$ bằng

(A) -3. (B) 1. (C) 3. (D) -1.

Câu 4. Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_{2}^{5} f(x)\mathrm{d}x=-5$ thì $\int_{-1}^{5} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) 7. (B) -3. (C) -7. (D) 4.

Câu 5. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

(A) 30. (B) 10. (C) 15. (D) 11.

Câu 6. Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1, V_2. Tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$ bằng

(A) $\dfrac{2}{3}$. (B) $\dfrac{3}{2}$. (C) 3. (D) $\dfrac{1}{3}$.

Câu 7. Với a là số thực dương tuỳ ý, $\log(100a)$ bằng

(A) $2-\log a$. (B) $2+\log a$. (C) $1-\log a$. (D) $1+\log a$.

Câu 8. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

(A) $y=x^3-3x$. (B) $y=x^2-2x$. (C) $y=-x^3+3x$. (D) $y=-x^2+2x$.

Câu 9. Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1}=4$ là

(A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) 3.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là

(A) $y=0$. (B) $x=0$. (C) $x+y=0$. (D) $z=0$.

Câu 11. Hàm số $F(x)=\cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$?

(A) $f_2(x)=\dfrac{1}{\sin^2 x}$. (B) $f_1(x)=-\dfrac{1}{\cos^2 x}$. (C) $f_3(x)=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$. (D) $f_4(x)=\dfrac{1}{\cos^2 x}$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty;-1)$. (B) $(0;3)$. (C) $(0;+\infty)$. (D) $(-1;0)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

(A) $P(2;1;-1)$. (B) $M(1;2;3)$. (C) $Q(2;1;1)$. (D) $N(1;-2;3)$.

Câu 14. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=2+7i$ có tọa độ là

(A) $(2;-7)$. (B) $(-2;-7)$. (C) $(7;2)$. (D) $(2;7)$.

Câu 15. Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O;R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $OM<R$. (B) $OM=R$. (C) $OM>R$. (D) $OM\le R$.

Câu 16. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $\displaystyle\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$. (B) $\displaystyle\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=x\mathrm{e}^x+C$.

(C) $\displaystyle\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=-\mathrm{e}^{x+1}+C$. (D) $\displaystyle\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{x+1}+C$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}=(1;-4;0)$ và $\vec{v}=(-1;-2;1)$. Véc-tơ $\vec{u}+3\vec{v}$ có tọa độ là

(A) $(-2;-10;3)$. (B) $(-2;-6;3)$. (C) $(-4;-8;4)$. (D) $(-2;-10;-3)$.

Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và công bội $q=2$. Số hạng tổng quát $u_n (n\ge 2)$ bằng

(A) 3.2^n. (B) 3.2^{n+2}. (C) 3.2^{n+1}. (D) 3.2^{n-1}.

Câu 19. Cho $a=3^{\sqrt{5}}$, $b=3^2$ và $c=3^{\sqrt{6}}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a<b<c$. (B) $a<c<b$. (C) $c<a<b$. (D) $b<a<c$.

Câu 20. Cho khối nón có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích của khối nón đã cho là

(A) $3a^3$. (B) $6a^3$. (C) $2a^3$. (D) $\dfrac{2}{3}a^3$.

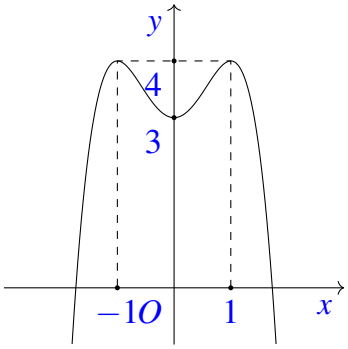
Câu 21. Nếu $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3}f(x)+2\right]\mathrm{d}x$ bằng

(A) 6. (B) 5. (C) 9. (D) 8.

Câu 22. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

(A) $(2;+\infty)$. (B) $(-\infty;+\infty)$. (C) $(-\infty;1)$. (D) $(1;+\infty)$.

Câu 23. Cho hàm số $y = ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng



(A) 3. (B) 4. (C) -1. (D) 1.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0$ là

(A) $x = 1$. (B) $x = \frac{3}{4}$. (C) $x = \frac{2}{3}$. (D) $x = \frac{1}{2}$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	-1	↘	‖	↘	
		$-\infty$	‖	$+\infty$	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị đã cho là đường thẳng có phương trình:

(A) $y = -1$. (B) $y = -2$. (C) $x = -2$. (D) $x = -1$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

(A) $(-2;1;-3)$. (B) $(-4;2;-6)$. (C) $(4;-2;6)$. (D) $(2;-1;3)$.

Câu 27. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau?

(A) 3125. (B) 1. (C) 120. (D) 5.

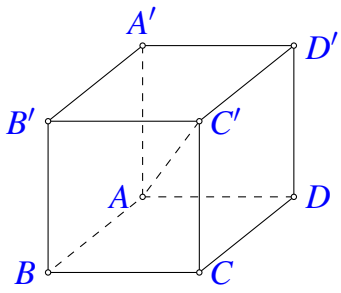
Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘		↗	3	↘	
			-1				$-\infty$

Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y=1$ là

(A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 0.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



(A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 30. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[30;50]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

(A) $\frac{11}{21}$. (B) $\frac{13}{21}$. (C) $\frac{10}{21}$. (D) $\frac{8}{21}$.

Câu 31. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}}\dfrac{1}{b^3}$ bằng

(A) $\log_a b$. (B) $-3\log_a b$. (C) $\frac{1}{3}\log_a b$. (D) $3\log_a b$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)=1+\mathrm{e}^{2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x+\frac{1}{2}\mathrm{e}^x+C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x+2\mathrm{e}^{2x}+C$.

(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x+\mathrm{e}^{2x}+C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}+C$.

Câu 33. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+5=0$. Khi đó $z_1^2+z_2^2$ bằng

(A) 6. (B) $-8i$. (C) $8i$. (D) -6.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x+1$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

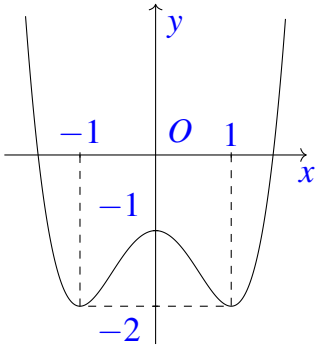
(A) $(-\infty;-1)$. (B) $(-\infty;1)$. (C) $(-1;+\infty)$. (D) $(1;+\infty)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng $x-2y+2z+3=0$ là

(A) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2$. (B) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=2$.

(C) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$. (D) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2;5]$ của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

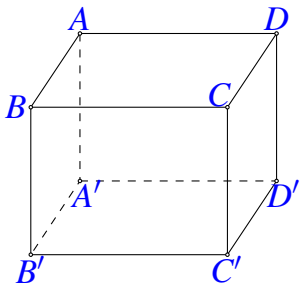


(A) 7. (B) 6. (C) 5. (D) 1.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2+3t \\ z=1+t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=2+2t \\ y=2-3t \\ z=1-t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3-2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Câu 38. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng



(A) 3. (B) $3\sqrt{2}$. (C) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. (D) $\dfrac{3}{2}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $\left(3^b-3\right)\left(a.2^b-16\right)<0$?

(A) 34. (B) 32. (C) 31. (D) 33.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)=(a+3)x^4-2ax^2+1$ với a là tham số thực. Nếu $\max\limits_{[0;3]} f(x)=f(2)$ thì $\min\limits_{[0;3]} f(x)$ bằng

(A) -9. (B) 4. (C) 1. (D) -8.

Câu 41. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\displaystyle\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=F(2)-G(0)+a$ $(a>0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x), y=G(x), x=0$ và $x=2$. Khi $S=6$ thì a bằng

(A) 4. (B) 6. (C) 3. (D) 8.

Câu 42. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $2|z_1|=2|z_2|=|z_3|=2$ và $\left(z_1+z_2\right)z_3=2z_1z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

(A) $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$. (B) $\dfrac{3}{8}$. (C) $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$. (D) $\dfrac{3}{4}$.

Câu 43. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh bên $AA'=2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\dfrac{8}{9}a^3$. (B) $8a^3$. (C) $\dfrac{8}{3}a^3$. (D) $24a^3$.

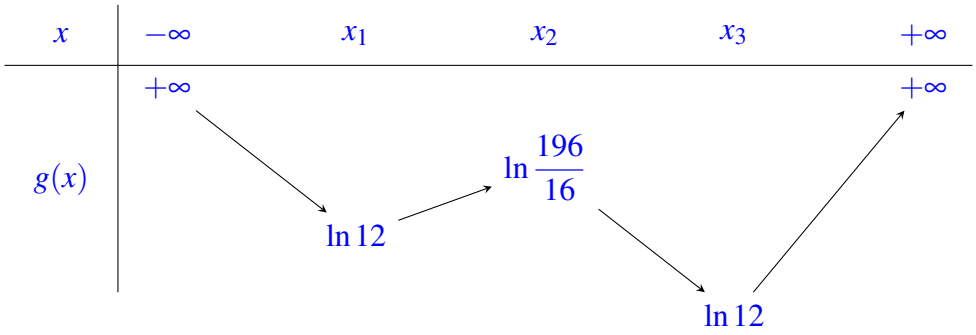
Câu 44. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 2. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

(A) $\dfrac{16\pi}{3}$. (B) $\dfrac{64\pi}{3}$. (C) 64π. (D) 48π.

Câu 45. Xét tất cả các số thực x, y sao cho $8^{9-y^2}\geq a^{6x-\log_2 a^3}$ với mọi số thực dương a. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2-6x-8y$ bằng

(A) -21. (B) -6. (C) -25. (D) 39.

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x)=\ln f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(7;8)$. (B) $(6;7)$. (C) $(8;9)$. (D) $(10;11)$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là

(A) $x+z=0$. (B) $x-z=0$. (C) $2x+z=0$. (D) $2x-z=0$.

Câu 48. Có bao nhiêu số phức z thỏa $\left|z^2\right|=2\left|z-\bar{z}\right|$ và $\left|(z+4)(\bar{z}+4i)\right|=\left|z-4i\right|^2$?

(A) 4. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|x^4-mx^2-64x\right|$ có đúng 3 điểm cực trị?

(A) 23. (B) 12. (C) 24. (D) 11.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1;4;2)$, bán kính bằng 2. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{7}{2}\cdot$ Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

(A) $9\sqrt{2}$. (B) 14. (C) $6\sqrt{2}$. (D) 8.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THAM KHẢO

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023
Môn: TOÁN, ĐỀ THAM KHẢO
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=7-6i$ có tọa độ là

(A) $(-6;7)$. (B) $(6;7)$. (C) $(7;6)$. (D) $(7;-6)$.

Câu 2. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_3 x$ là

(A) $y'=\dfrac{1}{x}$. (B) $y'=\dfrac{1}{x\ln 3}$. (C) $y'=\dfrac{\ln 2}{x}$. (D) $y'=-\dfrac{1}{x\ln 3}$.

Câu 3. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\pi}$ là

(A) $y'=\pi x^{\pi-1}$. (B) $y'=x^{\pi-1}$. (C) $y'=\dfrac{1}{\pi}x^{\pi-1}$. (D) $y'=\pi x^{\pi}$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1}<4$ là

(A) $(-\infty;1]$. (B) $(1;+\infty)$. (C) $[1;+\infty)$. (D) $(-\infty;1)$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và công bội $q=\dfrac{1}{2}$. Giá trị của u_3 bằng

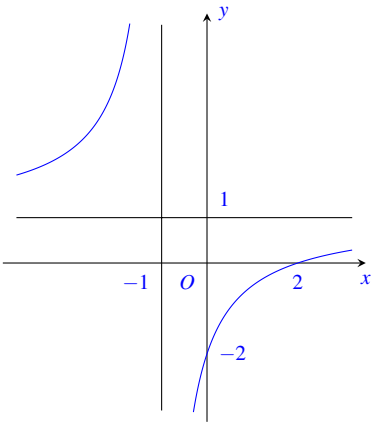
(A) 3. (B) $\dfrac{1}{2}$. (C) $\dfrac{1}{4}$. (D) $\dfrac{7}{2}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon x+y+z+1=0$ có một véctơ pháp tuyến là

(A) $\vec{n_1}=(-1;1;1)$. (B) $\vec{n_4}=(1;1;-1)$. (C) $\vec{n_3}=(1;1;1)$. (D) $\vec{n_2}=(1;-1;1)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là

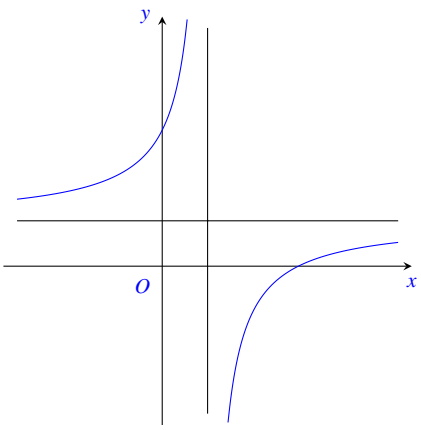
(A) $(0;-2)$. (B) $(2;0)$.
(C) $(-2;0)$. (D) $(0;2)$.



Câu 8. Nếu $\displaystyle\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\displaystyle\int_{-1}^{4} g(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\displaystyle\int_{-1}^{4}[f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 5. (B) 6. (C) 1. (D) -1.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên



(A) $y=x^4-3x^2+2$. (B) $y=\dfrac{x-3}{x-1}$.
(C) $y=x^2-4x+1$. (D) $y=x^3-3x-5$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+1=0$. Tâm của (S) có tọa độ là

(A) $(-1;-2;-3)$. (B) $(2;4;6)$. (C) $(-2;-4;-6)$. (D) $(1;2;3)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oyz) bằng

(A) 30°. (B) 45°. (C) 60°. (D) 90°.

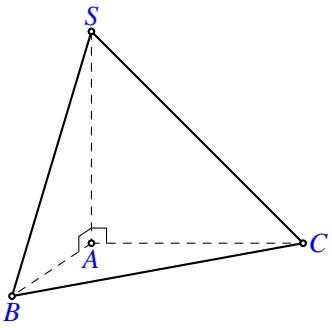
Câu 12. Cho số phức $z=2+9i$, phần thực của số phức z^2 bằng

(A) -77. (B) 4. (C) 36. (D) 85.

Câu 13. Cho khối lập phương có cạnh bằng 2. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

(A) 6. (B) 8. (C) $\dfrac{8}{3}$. (D) 4.

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB=2$, SA vuông góc với đáy và $SA=3$ (tham khảo hình bên). Thể tích khối chóp đã cho bằng



(A) 12. (B) 2. (C) 6. (D) 4.

Câu 15. Cho mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $S(O;R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P). Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

(A) $d<R$. (B) $d>R$. (C) $d=R$. (D) $d=0$.

Câu 16. Phần ảo của số phức $z=2-3i$ là

(A) -3. (B) -2. (C) 2. (D) 3.

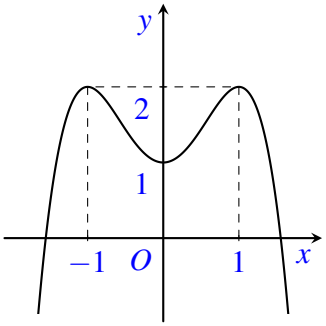
Câu 17. Cho hình nón có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

(A) $2\pi rl$. (B) $\dfrac{2}{3}\pi rl^2$. (C) πrl. (D) $\dfrac{1}{3}\pi r^2 l$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

Ⓐ $P(1;2;3)$. Ⓑ $Q(1;2;-3)$. Ⓒ $N(2;1;2)$. Ⓓ $M(2;-1;-2)$.

Câu 19. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



Ⓐ $(-1;2)$. Ⓑ $(0;1)$. Ⓒ $(1;2)$. Ⓓ $(1;0)$.

Câu 20. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $y=\dfrac{1}{3}$. Ⓑ $y=-\dfrac{2}{3}$. Ⓒ $y=-\dfrac{1}{3}$. Ⓓ $y=\dfrac{2}{3}$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-2)>0$ là

Ⓐ $(2;3)$. Ⓑ $(-\infty;3)$. Ⓒ $(3;+\infty)$. Ⓓ $(12;+\infty)$.

Câu 22. Cho tập hợp A có 15 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của A bằng

Ⓐ 225. Ⓑ 30. Ⓒ 210. Ⓓ 105.

Câu 23. Cho $\displaystyle\int \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

Ⓐ $F'(x)=\dfrac{2}{x^2}$. Ⓑ $F'(x)=\ln x$. Ⓒ $F'(x)=\dfrac{1}{x}$. Ⓓ $F'(x)=-\dfrac{1}{x^2}$.

Câu 24. Nếu $\displaystyle\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$ thì $\displaystyle\int_0^2\left[\frac{1}{2}f(x)-2\right]\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ 0. Ⓑ 6. Ⓒ 8. Ⓓ -2.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)=\cos x+x$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

Ⓐ $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x+x^2+C$. Ⓑ $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x+x^2+C$.

Ⓒ $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x+\frac{x^2}{2}+C$. Ⓓ $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x+\frac{x^2}{2}+C$.

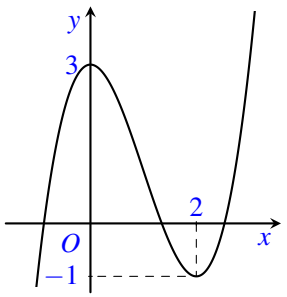
Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(0;2)$. Ⓑ $(3;+\infty)$. Ⓒ $(-\infty;1)$. Ⓓ $(1;3)$.

Câu 27. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là



(A) -1. (B) 3. (C) 2. (D) 0.

Câu 28. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(3a)-\ln(2a)$ bằng

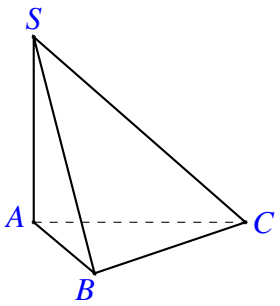
(A) $\ln a$. (B) $\ln\dfrac{2}{3}$. (C) $\ln\left(6a^2\right)$. (D) $\ln\dfrac{3}{2}$.

Câu 29. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=-x^2+2x$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

(A) $\dfrac{16}{15}$. (B) $\dfrac{16\pi}{9}$. (C) $\dfrac{16}{9}$. (D) $\dfrac{16\pi}{15}$.

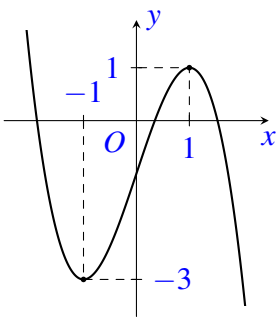
Câu 30.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với đáy và $SA=AB$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng



(A) $60°$. (B) $30°$. (C) $90°$. (D) $45°$.

Câu 31. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



(A) 2. (B) 5. (C) 3. (D) 4.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^2(1-x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(1;2)$. (B) $(1;+\infty)$. (C) $(2;+\infty)$. (D) $(-\infty;1)$.

Câu 33. Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 6 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6 và 9 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên hai quả từ hộp đó, xác suất để lấy được hai quả khác màu đồng thời tổng hai số ghi trên chúng là số chẵn bằng

(A) $\dfrac{9}{35}$. (B) $\dfrac{18}{35}$. (C) $\dfrac{4}{35}$. (D) $\dfrac{1}{7}$.

Câu 34. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\ln^2 x+2\ln x-3=0$ bằng

(A) $\dfrac{1}{e^3}$. (B) -2. (C) -3. (D) $\dfrac{1}{e^2}$.

Câu 35. Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z+2i|=1$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

(A) $(0;2)$. (B) $(-2;0)$. (C) $(0;-2)$. (D) $(2;0)$.

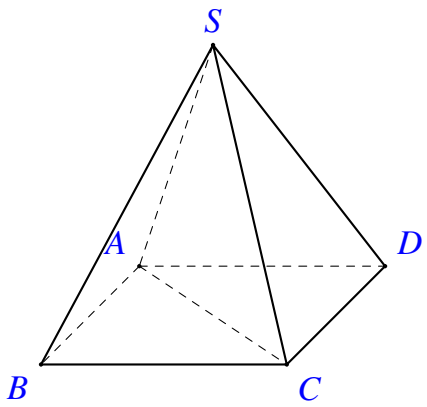
Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-1;-1)$ và $N(5;5;1)$. Đường thẳng MN có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=5+2t \\ y=5+3t \\ z=-1+t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=5+t \\ y=5+2t \\ z=1+3t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=-1+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t \\ z=1+3t \end{cases}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

(A) $(1;-2;3)$. (B) $(1;2;-3)$. (C) $(-1;-2;-3)$. (D) $(-1;2;3)$.

Câu 38. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao a, $AC=2a$, (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng



(A) $\frac{\sqrt{3}}{3}a$. (B) $\sqrt{2}a$. (C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$. (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_3 \frac{x^2-16}{343} < \log_7 \frac{x^2-16}{27}$?

(A) 193. (B) 92. (C) 186. (D) 184.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(4)+G(4)=4$ và $F(0)+G(0)=1$. Khi đó $\int\limits_0^2 f(2x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 3. (B) $\frac{3}{4}$. (C) 6. (D) $\frac{3}{2}$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-x^4+6x^2+mx$ có ba điểm cực trị?

(A) 17. (B) 15. (C) 3. (D) 7.

Câu 42. Xét các số phức z thỏa mãn $\left|z^2-3-4i\right|=2|z|$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị của M^2+m^2 bằng

(A) 28. (B) $18+4\sqrt{6}$. (C) 14. (D) $11+4\sqrt{6}$.

Câu 43. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{\sqrt{6}}{3}a$, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. (C) $\sqrt{2}a^3$. (D) $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+xf'(x)=4x^3+4x+2, \forall x\in\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ bằng

(A) $\frac{5}{2}$. (B) $\frac{4}{3}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{1}{4}$.

Câu 45. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|+|z_2|=2$.

(A) 1. (B) 4. (C) 2. (D) 3.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$ và đường thẳng $d\colon \frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{-3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A chứa d. Khoảng cách từ điểm $M(5;-1;3)$ đến (P) bằng

(A) 5. (B) $\frac{1}{3}$. (C) 1. (D) $\frac{11}{3}$.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

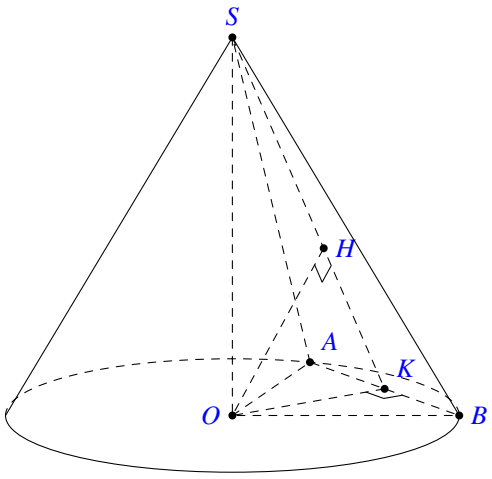
$$\log_3\left(x^2+y^2+x\right)+\log_2\left(x^2+y^2\right)\le\log_3 x+\log_2\left(x^2+y^2+24x\right)?$$

(A) 89. (B) 48. (C) 90. (D) 49.

Câu 48.

Cho khối nón có đỉnh S, chiều cao bằng 8 và thể tích bằng $\frac{800\pi}{3}$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB=12$, khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng

(A) $8\sqrt{2}$. (B) $\frac{24}{5}$. (C) $4\sqrt{2}$. (D) $\frac{5}{24}$.



Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;10)$ và $B(3;4;6)$. Xét các điểm M thay đổi sao cho tam giác OAM không có góc tù và có diện tích bằng 15. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MB thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(4;5)$. (B) $(3;4)$. (C) $(2;3)$. (D) $(6;7)$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in(-10;+\infty)$ để hàm số $y=\left|x^3+(a+2)x+9-a^2\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

(A) 12. (B) 11. (C) 6. (D) 5.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 101
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x}<8$ là
(A) $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$. (B) $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. (C) $(-\infty;2)$. (D) $\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 2. Khẳng định nào dưới đây đúng?
(A) $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x=x^{\frac{4}{3}}+C$. (B) $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x=\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}+C$.
(C) $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x=x^{\frac{2}{3}}+C$. (D) $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x=\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}+C$.

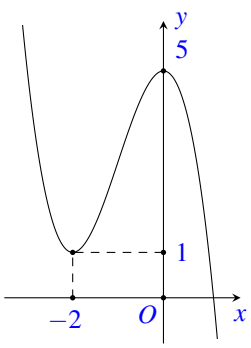
Câu 3. Có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được lấy từ các đỉnh của một lục giác đều?
(A) 729. (B) 20. (C) 120. (D) 216.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)=\cos x-x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\sin x+x^2+C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\sin x-\frac{x^2}{2}+C$.
(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\sin x-x^2+C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\sin x-\frac{x^2}{2}+C$.

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là
(A) $y'=\frac{x-1}{\ln 2}$. (B) $y'=\frac{1}{\ln 2}$. (C) $y'=\frac{1}{(x-1)\ln 2}$. (D) $y'=\frac{1}{x-1}$.

Câu 6. Với b, c là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_5 b\geq\log_5 c$, khẳng định nào dưới đây là đúng?
(A) $b\geq c$. (B) $b\leq c$. (C) $b>c$. (D) $b<c$.

Câu 7.
Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là
(A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.



Câu 8. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là
(A) $x=2$. (B) $x=-2$. (C) $x=3$. (D) $x=\frac{1}{2}$.

Câu 9. Nếu khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V thì khối chóp $A'.ABC$ có thể tích bằng
(A) $\frac{V}{3}$. (B) V. (C) $\frac{2V}{3}$. (D) $3V$.

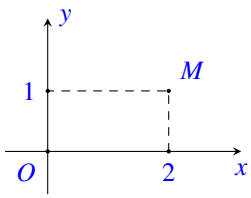
Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(2)=6$, $F(4)=12$. Tích phân $\int_2^4 f(x)\,dx$ bằng

(A) 2. (B) 6. (C) 18. (D) -6.

Câu 11.

Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

(A) $2-i$. (B) $1+2i$. (C) $1-2i$. (D) $2+i$.



Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty;0)$. (B) $(2;+\infty)$. (C) $(0;+\infty)$. (D) $(-1;2)$.

Câu 13. Cho hình trụ có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=4$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) 48π. (B) 16π. (C) 24π. (D) 56π.

Câu 14. Cho khối nón có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối nón đã cho bằng

(A) $\frac{4\pi}{3}$. (B) $\frac{4}{3}$. (C) 4π. (D) 4.

Câu 15. Cho hai số phức $z_1=2-i$ và $z_2=1+3i$. Phần thực của số phức z_1-z_2 bằng

(A) 3. (B) -4. (C) 1. (D) -1.

Câu 16. Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 4 và đáy $ABCD$ có diện tích bằng 3. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) 7. (B) 5. (C) 4. (D) 12.

Câu 17. Cho hàm số $y=\left(2x^2-1\right)^{\frac{1}{2}}$. Giá trị của hàm số đã cho tại điểm $x=2$ bằng

(A) 3. (B) $\sqrt{7}$. (C) $\sqrt{3}$. (D) 7.

Câu 18. Cho dãy số $(u_n)=\dfrac{1}{n+1}$, $\forall n\in\mathbb{N}$. Giá trị của u_3 bằng

(A) 4. (B) $\frac{1}{4}$. (C) $\frac{1}{3}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R=2$. Phương trình của (S) là

(A) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$. (B) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$.

(C) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$. (D) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}=(1;2;-2)$ và $\vec{v}=(2;-2;3)$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

(A) $(-1;4;-5)$. (B) $(1;-4;5)$. (C) $(3;0;1)$. (D) $(3;0;-1)$.

Câu 21. Cho số phức $z=1-2i$. Phần ảo của số phức $\overline{z}$ bằng

(A) -1. (B) 2. (C) 1. (D) -2.

Câu 22. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=5$ thì $\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 10. (B) 3. (C) 7. (D) -3.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x)\geq\log_3 2$ là

(A) $(0;+\infty)$. (B) $[1;+\infty)$. (C) $(1;+\infty)$. (D) $(0;1]$.

Câu 24. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

(A) $y=\dfrac{x+2}{x}$. (B) $y=-x^3+3x+1$. (C) $y=x^4-3x^2$. (D) $y=-2x^2+1$.

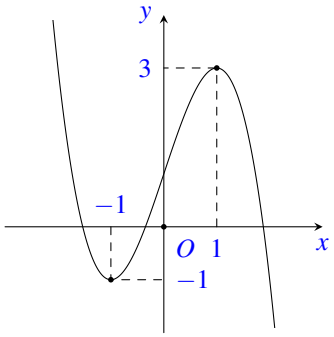
Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

(A) $x=0$. (B) $z=0$. (C) $x+y+z=0$. (D) $y=0$.

Câu 26.

Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

(A) 0. (B) 1. (C) 3. (D) -1.



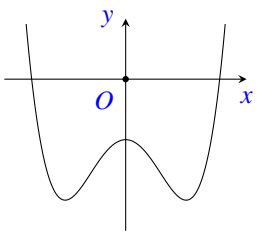
Câu 27. Trong không gia $Oxyz$ phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;3)$ là

(A) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$. (B) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$.

(C) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{-1}$. (D) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$.

Câu 28.

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



(A) 1. (B) 3. (C) 0. (D) 2.

Câu 29. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a\neq 1$ và $\log_a b=2$, giá trị của $\log_{a^2}\left(ab^2\right)$ bằng

(A) 2. (B) $\frac{3}{2}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{5}{2}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;2;1)$ và $B(1;0;1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

(A) $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=5$. (B) $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=20$.
(C) $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$. (D) $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=20$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y+z=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=-1+t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=1-t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=1+t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=-1+t\end{cases}$.

Câu 32. Biết đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x+5}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1,x_2. Giá trị x_1+x_2 bằng

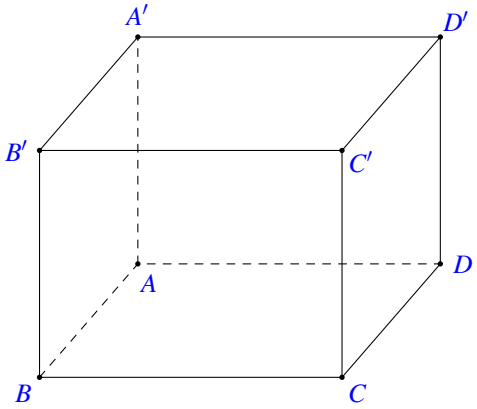
(A) -1. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-4),\forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $f(4)>f(0)$. (B) $f(0)>f(2)$. (C) $f(5)>f(6)$. (D) $f(4)>f(2)$.

Câu 34.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1$, $BC=2$, $AA'=2$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' bằng



(A) $\sqrt{2}$. (B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$. (C) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. (D) $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 35. Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 8 nữ, chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ bằng

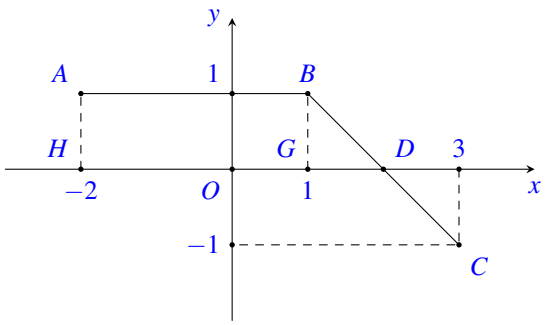
(A) $\frac{72}{143}$. (B) $\frac{15}{143}$. (C) $\frac{128}{143}$. (D) $\frac{71}{143}$.

Câu 36. Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-6z+14=0$ và M,N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1,z_2 trên mặt phẳng toạ độ.Trung điểm của đoạn MN có toạ độ là

(A) $(3;7)$. (B) $(-3;0)$. (C) $(3;0)$. (D) $(-3;7)$.

Câu 37.

Đường gấp khúc ABC trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$. Tích phân $\int\limits_{-2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng



(A) 4. (B) $\dfrac{9}{2}$. (C) $\dfrac{7}{2}$. (D) 3.

Câu 38. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy bằng a chiều cao bằng $\dfrac{\sqrt{3}a}{6}$. Góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng đáy bằng

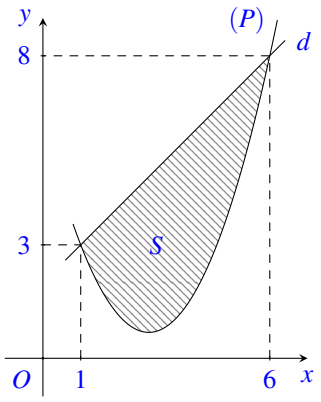
(A) $45°$. (B) $90°$. (C) $60°$. (D) $30°$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(7^x-49)\left(\log_3^2 x-7\log_3 x+6\right)<0$?

(A) 728. (B) 726. (C) 725. (D) 729.

Câu 40.

Cho hàm số bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S=\dfrac{125}{9}$. Tích phân $\int\limits_{1}^{6}(2x-5)f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng



(A) $\dfrac{830}{9}$. (B) $\dfrac{178}{9}$. (C) $\dfrac{340}{9}$. (D) $\dfrac{925}{18}$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=-x^3+3x^2-3mx+\dfrac{5}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-2;5)$?

(A) 16. (B) 6. (C) 17. (D) 7.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$, có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn $f(x)\ln f(x)=x\left(f(x)-f'(x)\right),\forall x\in(0;+\infty)$. Biết $f(1)=f(3)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(12;14)$. (B) $(4;6)$. (C) $(1;3)$. (D) $(6;8)$.

Câu 43. Gọi S là tập hợp các số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z+\bar{z}|+|z-\bar{z}|=6$ và $ab\le 0$. Xét z_1 và z_2 thuộc S sao cho $\dfrac{z_1-z_2}{-1+i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1+3i|+|z_2|$ bằng

(A) $3\sqrt{2}$. (B) 3. (C) $3\sqrt{5}$. (D) $3+3\sqrt{2}$.

Câu 44. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $SA=SB=SC=AC=a$, SB tạo với mặt phẳng (SAC) một góc $30°$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $\frac{a^3}{4}$. (B) $\frac{a^3}{8}$. (C) $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. (D) $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$ và đường thẳng d đi qua $A(1;0;-2)$, nhận véc-tơ $\vec{u}=(1;a;1-a)$ (với $a\in\mathbb{R}$) làm véc-tơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. (B) $\left(\frac{3}{2};2\right)$. (C) $\left(7;\frac{15}{2}\right)$. (D) $\left(0;\frac{1}{4}\right)$.

Câu 46. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2+az+b=0$ ($a,b\in\mathbb{R}$). Có bao nhiêu cặp số $(a;b)$ để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-2|=2$ và $|z_2+1-4i|=4$?

(A) 2. (B) 3. (C) 6. (D) 4.

Câu 47. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x\in\left[\frac{3}{2};\frac{9}{2}\right]$ thỏa mãn $\log_3\left(x^3-6x^2+9x+y\right)=\log_2\left(-x^2+6x-5\right)$. Số phần tử của S là

(A) 7. (B) 1. (C) 8. (D) 3.

Câu 48. Xét khối nón $(\mathcal{N})$ có đỉnh và đường tròn đáy cùng nằm trên một mặt cầu bán kính bằng 2. Khi $(\mathcal{N})$ có độ dài đường sinh bằng $2\sqrt{3}$, thể tích của nó bằng

(A) $2\sqrt{3}\pi$. (B) 3π. (C) $6\sqrt{3}\pi$. (D) π.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(4;8;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn 60°?

(A) 6. (B) 2. (C) 10. (D) 5.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=x^4-32x^2+4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, tổng các giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3;2)$ của phương trình $f\left(x^2+2x+3\right)=m$ bằng -4?

(A) 145. (B) 142. (C) 144. (D) 143.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 102
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2;2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

(A) $-2+2i$. (B) $2-2i$. (C) $2i$. (D) $2+2i$.

Câu 2. Khẳng định nào sau dưới đây đúng?

(A) $\int x^5\,\mathrm{d}x = 5x^4+C$. (B) $\int x^5\,\mathrm{d}x = x^6+C$.

(C) $\int x^5\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{6}x^6+C$. (D) $\int x^5\,\mathrm{d}x = \dfrac{x^5}{\ln 5}+C$.

Câu 3. Nếu $\displaystyle\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 6$ thì $\displaystyle\int_1^4 2f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 3. (B) 4. (C) 12. (D) 8.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x) > \log_2 5$ là

(A) $\left(\dfrac{5}{3};+\infty\right)$. (B) $\left(0;\dfrac{5}{3}\right)$. (C) $\left(\dfrac{3}{5};+\infty\right)$. (D) $\left(0;\dfrac{3}{5}\right)$.

Câu 5. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_7(7a)$ bằng

(A) $1-\log_7 a$. (B) $1+\log_7 a$. (C) $1+a$. (D) a.

Câu 6. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 9a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $3a^2$. (B) $6a^3$. (C) $18a^3$. (D) $24a^3$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(1)=3$, $F(3)=6$. Tích phân $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 9. (B) -3. (C) 3. (D) 2.

Câu 8. Diện tích đáy của khối lăng trụ có thể tích V và chiều cao h bằng

(A) $\dfrac{V}{h}$. (B) $\dfrac{3V}{h}$. (C) $\dfrac{V}{3h}$. (D) Vh.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty;\infty)$. (B) $(-\infty;1)$. (C) $(0;+\infty)$. (D) $(-\infty;0)$.

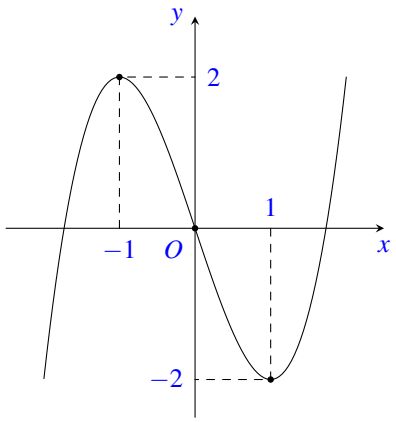
Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=\log_3(x+1)$ là

(A) $y'=\dfrac{1}{\ln 3}$. (B) $y'=\dfrac{1}{(x+1)\ln 3}$. (C) $y'=\dfrac{1}{x+1}$. (D) $y'=\dfrac{x+1}{\ln 3}$.

Câu 11. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp $\{1;2;3;4;5;6\}$?

(A) 18. (B) 216. (C) 20. (D) 120.

Câu 12. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

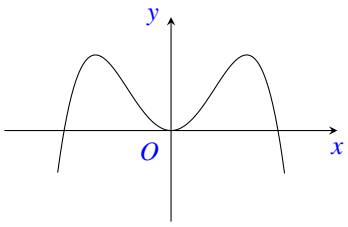


(A) $x = 1$. (B) $x = -2$. (C) $x = -1$. (D) $x = 2$.

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \geq 8$ là

(A) $[-3;+\infty)$. (B) $[3;+\infty)$. (C) $(3;+\infty)$. (D) $(-3;+\infty)$.

Câu 14. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



(A) $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. (B) $y = x^4 - 2x^2 + 1$.
(C) $y = x^3 - 3x^2$. (D) $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	3	↗	$+\infty$	↗	3
			$-\infty$		

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

(A) $x = -1$. (B) $x = -3$. (C) $x = 3$. (D) $x = 1$.

Câu 16. Với a là số thực dương tuỳ ý biểu thức $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}}$ bằng

(A) a^5. (B) $a^{\frac{5}{9}}$. (C) $a^{\frac{4}{3}}$. (D) a^2.

Câu 17. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $\sqrt{3}a$. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

(A) $\sqrt{2}a$. (B) $2a$. (C) $\sqrt{10}a$. (D) $4a$.

Câu 18. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $3a$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) $8\pi a^2$. (B) $7\pi a^2$. (C) $6\pi a^2$. (D) $14\pi a^2$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;1)$ trên trục Ox có toạ độ là

(A) $(0;0;1)$. (B) $(-2;0;0)$. (C) $(0;3;1)$. (D) $(0;3;0)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{2}=1$ cắt trục Oy tại điểm có toạ độ là

(A) $(0;5;0)$. (B) $(0;3;0)$. (C) $(0;-1;0)$. (D) $(0;2;0)$.

Câu 21. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

(A) $-i$. (B) 2. (C) $1-i$. (D) $1+i$.

Câu 22. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ và trục hoành là

(A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{2}$. Phương trình của (S) là

(A) $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=\sqrt{2}$. (B) $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=2$.
(C) $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=2$. (D) $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=\sqrt{2}$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)(x-1),\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 2. (B) 0. (C) 3. (D) 1.

Câu 25. Cho các số phức $z_1=2+3i$ và $z_2=i$. Số phức $z_1\cdot z_2$ bằng

(A) $-3+2i$. (B) $2+4i$. (C) $2-3i$. (D) $3-2i$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)=1+2\cos 2x$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

(A) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\sin 2x+C$. (B) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+2\sin 2x+C$.
(C) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x-\sin 2x+C$. (D) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x-2\sin 2x+C$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;-1;2)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(4;3;-2)$ là

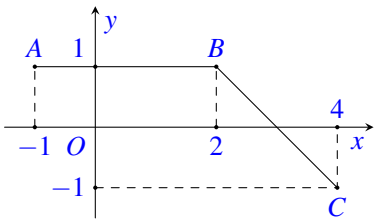
(A) $\dfrac{x-4}{-3}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$. (B) $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$.
(C) $\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$. (D) $\dfrac{x+4}{-3}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$.

Câu 28. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=8$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

(A) 4. (B) -6. (C) $\dfrac{1}{4}$. (D) 6.

Câu 29.

Đường gấp khúc ABC trong hình bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;4]$. Tích phân $\int\limits_{-1}^{4} f(x)\,dx$ bằng



(A) $\frac{7}{2}$. (B) $\frac{9}{2}$. (C) 3. (D) 4.

Câu 30. Hàm số $y=x^4-2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(1;+\infty)$. (B) $(-\infty;-1)$. (C) $(-1;0)$. (D) $(-\infty;1)$.

Câu 31. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

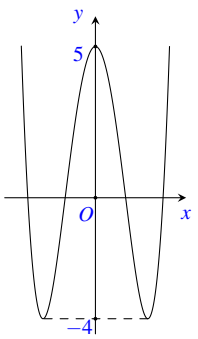
(A) $30°$. (B) $45°$. (C) $60°$. (D) $90°$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+3y+z-5=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=2+t \\ y=3-t \\ z=1+t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=1+t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=-1+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-3t \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 33.

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, phương trình $2f(x)=m$ có 4 nghiệm thực phân biệt?



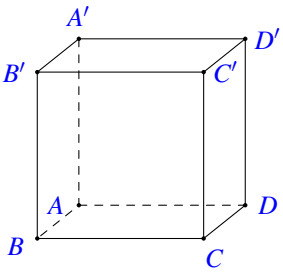
(A) 4. (B) 16. (C) 17. (D) 8.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-1;0;5)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

(A) $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2=3$. (B) $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2=12$.
(C) $x^2+(y+1)^2+(z+4)^2=3$. (D) $x^2+(y+1)^2+(z+4)^2=12$.

Câu 35.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1$, $BC=2$, $AA'=3$ (*tham khảo hình bên*). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng



(A) $\frac{6}{7}$. (B) $\frac{6\sqrt{13}}{13}$. (C) $\frac{7}{6}$. (D) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

Câu 36. Tập xác định của hàm số $f(x)=\log_5(30-x^2)$ chứa bao nhiêu số nguyên?

(A) 11. (B) 5. (C) 6. (D) 10.

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $z-2\overline{z}=1+6i$. Mô-đun của z bằng

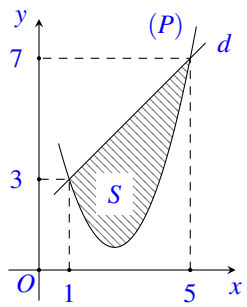
(A) 5. (B) $\sqrt{3}$. (C) $\sqrt{5}$. (D) 3.

Câu 38. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, xác suất để chọn được số có tổng hai chữ số bằng 8 là

(A) $\dfrac{4}{81}$. (B) $\dfrac{1}{9}$. (C) $\dfrac{7}{81}$. (D) $\dfrac{8}{81}$.

Câu 39.

Cho hàm số bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S=\dfrac{32}{3}$. Tích phân $\displaystyle\int_1^5 (2x-5)\,f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng



(A) $\dfrac{104}{3}$. (B) $\dfrac{76}{3}$. (C) $\dfrac{22}{3}$. (D) $\dfrac{188}{3}$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2-mx+\dfrac{2}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(0;6)$?

(A) 24. (B) 25. (C) 26. (D) 23.

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn $(3^x-27)\left(\log_3^2 x-7\log_3 x+10\right)<0$?

(A) 242. (B) 235. (C) 233. (D) 238.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):\,(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$, nhận $\vec{u}=(1;a;4-a)$ (với $a\in\mathbb{R}$) làm véc-tơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(8;\dfrac{17}{2}\right)$. (B) $\left(25;\dfrac{51}{2}\right)$. (C) $\left(\dfrac{23}{2};12\right)$. (D) $\left(\dfrac{3}{2};2\right)$.

Câu 43. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Hình nón $(\mathscr{N})$ có đáy nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt xung quanh đi qua bốn điểm A', B', C', D'. Khi bán kính đáy của $(\mathscr{N})$ bằng $2\sqrt{2}$, diện tích xung quanh của $(\mathscr{N})$ bằng

(A) $8\sqrt{2}\pi$. (B) $8\sqrt{3}\pi$. (C) $8\sqrt{6}\pi$. (D) $4\sqrt{2}\pi$.

Câu 44. Gọi S là tập hợp các số phức $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z+\bar{z}|+|z-\bar{z}|=4$ và $ab\geq 0$. Xét z_1 và z_2 thuộc S sao cho $\dfrac{z_1-z_2}{1+i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1|+|z_2-2i|$ bằng

(A) $2\sqrt{2}$. (B) 2. (C) $2\sqrt{5}$. (D) $2+2\sqrt{2}$.

Câu 45. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2+az+b=0\,(a,b\in\mathbb{R})$. Có bao nhiêu cặp số (a,b) để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+1|=2$ và $|z_2-3+2i|=4$?

(A) 2. (B) 4. (C) 6. (D) 5.

Câu 46. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AC'=8$, diện tích của tam giác $A'BC$ bằng 9 và đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc 30°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) 6. (B) 18. (C) $6\sqrt{6}$. (D) $18\sqrt{3}$.

Câu 47. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x \in \left[\frac{5}{2};\frac{11}{2}\right]$ thỏa mãn $\log_2\left(x^3-9x^2+24x+y\right)=\log_3\left(-x^2+8x-7\right)$. Số phần tử của S là

(A) 8. (B) 7. (C) 3. (D) 1.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$, có đạo hàm trên khoàng đó và thỏa mãn $f(x)\ln f(x)=x\left(f(x)-f'(x)\right),\forall x\in(0;+\infty)$. Biết $f(1)=f(4)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(1;3)$. (B) $(8;10)$. (C) $(6;8)$. (D) $(13;15)$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(3;7;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn 60°?

(A) 11. (B) 7. (C) 5. (D) 3.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=x^4-18x^2+4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-4;1)$ của phương trình $f\left(x^2+4x+5\right)=m$ bằng -8?

(A) 63. (B) 65. (C) 62. (D) 64.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 103
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

(A) $4a$. (B) $2a$. (C) $\sqrt{10}a$. (D) $\sqrt{2}a$.

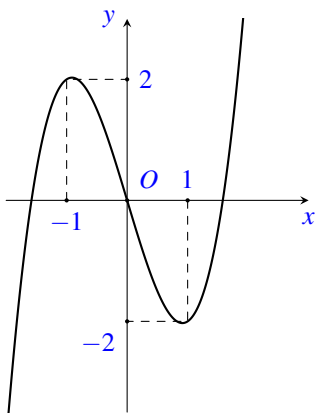
Câu 2. Diện tích đáy của khối lăng trụ có thể tích V và chiều cao h bằng

(A) $\dfrac{V}{3h}$. (B) $\dfrac{V}{h}$. (C) Vh. (D) $\dfrac{3V}{h}$.

Câu 3.

Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

(A) $x=1$. (B) $x=-2$. (C) $x=-1$. (D) $x=2$.



Câu 4. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\displaystyle\int x^5\,\mathrm{d}x=\frac{1}{6}x^6+C$. (B) $\displaystyle\int x^5\,\mathrm{d}x=\frac{x^5}{\ln 5}+C$.
(C) $\displaystyle\int x^5\,\mathrm{d}x=5x^4+C$. (D) $\displaystyle\int x^5\,\mathrm{d}x=x^6+C$.

Câu 5. Nếu $\displaystyle\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x=6$ thì $\displaystyle\int_1^4 2f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 3. (B) 12. (C) 4. (D) 8.

Câu 6. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=9a^2$ và chiều cao $h=2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $3a^3$. (B) $24a^3$. (C) $18a^3$. (D) $6a^3$.

Câu 7. Với a là số thực dương tùy ý, biểu thức $a^{\frac{5}{3}}\cdot a^{\frac{1}{3}}$ bằng

(A) $a^{\frac{4}{3}}$. (B) a^5. (C) a^2. (D) $a^{\frac{5}{9}}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{2}=1$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

(A) $(0;-1;0)$. (B) $(0;3;0)$. (C) $(0;2;0)$. (D) $(0;5;0)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;-1;2)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(4;3;-2)$ là

(A) $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$. (B) $\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$.

(C) $\dfrac{x-4}{-3}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$. (D) $\dfrac{x+4}{-3}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0;+\infty)$. (B) $(-\infty;1)$. (C) $(-\infty;0)$. (D) $(-\infty;+\infty)$.

Câu 11. Cho các số phức $z_1=2+3i$ và $z_2=i$. Số phức z_1z_2 bằng

(A) $3-2i$. (B) $2-3i$. (C) $-3+2i$. (D) $2+4i$.

Câu 12. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

(A) 2. (B) $1-i$. (C) $1+i$. (D) $-i$.

Câu 13. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_7(7a)$ bằng

(A) $1+a$. (B) a. (C) $1-\log_7 a$. (D) $1+\log_7 a$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(1)=3$, $F(3)=6$. Tích phân $\displaystyle\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) -3. (B) 9. (C) 3. (D) 2.

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x\geq 8$ là

(A) $(-3;+\infty)$. (B) $[-3;+\infty)$. (C) $(3;+\infty)$. (D) $[3;+\infty)$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)=1+2\cos 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=x+\sin 2x+C$. (B) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=x+2\sin 2x+C$.

(C) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=x-2\sin 2x+C$. (D) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=x-\sin 2x+C$.

Câu 17. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $3a$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) $7\pi a^2$. (B) $14\pi a^2$. (C) $6\pi a^2$. (D) $8\pi a^2$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{2}$. Phương trình của (S) là

(A) $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=2$. (B) $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=2$.

(C) $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=\sqrt{2}$. (D) $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=\sqrt{2}$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

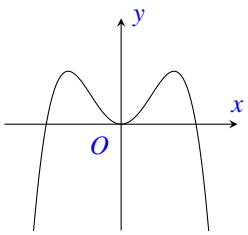
x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	3	↗	$+\infty$	↗	3
			$-\infty$		

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

(A) $x=-1$. (B) $x=-3$. (C) $x=1$. (D) $x=3$.

Câu 20.

Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



(A) $y=-x^4+2x^2$. (B) $y=x^3-3x^2$.
(C) $y=-x^3+3x^2+1$. (D) $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)(x-1),\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 22. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2;2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

(A) $2-2i$. (B) $2i$. (C) $-2+2i$. (D) $2+2i$.

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y=\log_3(x+1)$ là

(A) $y'=\dfrac{1}{(x+1)\ln 3}$. (B) $y'=\dfrac{1}{x+1}$. (C) $y'=\dfrac{1}{\ln 3}$. (D) $y'=\dfrac{x+1}{\ln 3}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;1)$ trên trục Ox có tọa độ là

(A) $(0;3;0)$. (B) $(-2;0;0)$. (C) $(0;3;1)$. (D) $(0;0;1)$.

Câu 25. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ và trục hoành là

(A) 2. (B) 1. (C) 0. (D) 3.

Câu 26. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x)>\log_2 5$ là

(A) $\left(\dfrac{3}{5};+\infty\right)$. (B) $\left(0;\dfrac{5}{3}\right)$. (C) $\left(\dfrac{5}{3};+\infty\right)$. (D) $\left(0;\dfrac{3}{5}\right)$.

Câu 27. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=8$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

(A) $\dfrac{1}{4}$. (B) -6. (C) 6. (D) 4.

Câu 28. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp $\{1,2,3,4,5,6\}$?

(A) 120. (B) 20. (C) 216. (D) 18.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-1;0;5)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

(A) $x^2+(y+1)^2+(z+4)^2=3$. (B) $x^2+(y+1)^2+(z+4)^2=12$.
(C) $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2=3$. (D) $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2=12$.

Câu 30. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

(A) 60°. (B) 90°. (C) 30°. (D) 45°.

Câu 31. Tập xác định của hàm số $f(x)=\log_5(30-x^2)$ chứa bao nhiêu số nguyên?

(A) 10. (B) 11. (C) 5. (D) 6.

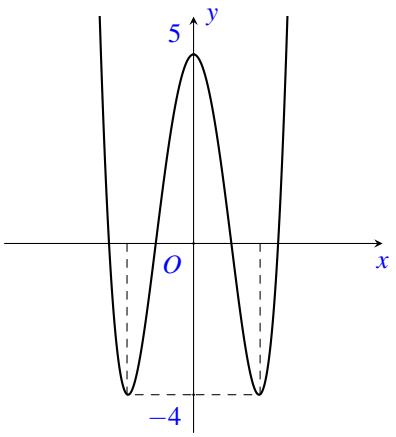
Câu 32. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, xác suất để chọn được số có tổng hai chữ số bằng 8 là

(A) $\frac{1}{9}$. (B) $\frac{4}{81}$. (C) $\frac{8}{81}$. (D) $\frac{7}{81}$.

Câu 33.

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, phương trình $2f(x)=m$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

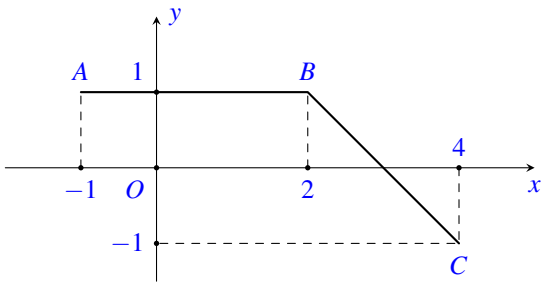
(A) 4. (B) 17. (C) 16. (D) 8.



Câu 34.

Đường gấp khúc ABC trong hình bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;4]$. Tích phân $\int_{-1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 4. (B) 3. (C) $\frac{9}{2}$. (D) $\frac{7}{2}$.



Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+3y+z-5=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=-1+t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-3t \\ z=1+t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=2+t \\ y=3-t \\ z=1+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 36. Hàm số $y=x^4-2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty;1)$. (B) $(-1;0)$. (C) $(-\infty;-1)$. (D) $(3;+\infty)$.

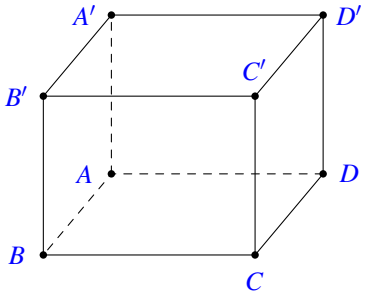
Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $z-2\overline{z}=1+6i$. Môđun của z bằng

(A) $\sqrt{3}$. (B) 3. (C) 5. (D) $\sqrt{5}$.

Câu 38.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1, BC=2, AA'=3$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

(A) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. (B) $\frac{6}{7}$. (C) $\frac{7}{6}$. (D) $\frac{6\sqrt{13}}{13}$.

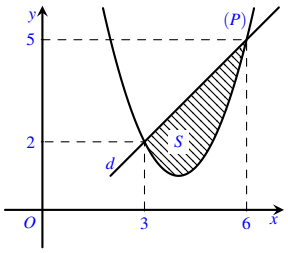


Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+2x^2+mx-\frac{4}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;8)$?

(A) 26. (B) 36. (C) 35. (D) 27.

Câu 40.

Cho hàm số bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S=\frac{9}{2}$. Tích phân $\int\limits_3^6 (2x-3)f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng



(A) 33. (B) 51. (C) 39. (D) 27.

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^x-16)\left(\log_3^2 x-9\log_3 x+18\right)<0$?

(A) 704. (B) 701. (C) 707. (D) 728.

Câu 42. Gọi S là tập hợp các số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z+\bar{z}|+|z-\bar{z}|=2$ và $ab\le 0$. Xét z_1 và z_2 thuộc S sao cho $\frac{z_1-z_2}{-1+i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1|+|z_2-i|$ bằng

(A) $\sqrt{5}$. (B) $1+\sqrt{2}$. (C) 1. (D) $\sqrt{2}$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$, nhận $\vec{u}=(1;a;2-a)$ (với $a\in\mathbb{R}$) làm véc-tơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(\frac{2}{5};\frac{2}{3}\right)$. (B) $\left(\frac{19}{2};10\right)$. (C) $\left(2;\frac{5}{2}\right)$. (D) $\left(\frac{7}{2};4\right)$.

Câu 44. Xét khối nón $(\mathcal{N})$ có đỉnh và đường tròn đáy cùng nằm trên một mặt cầu bán kính bằng $2\sqrt{3}$. Khi $(\mathcal{N})$ có độ dài đường sinh bằng 6, thể tích của nó bằng

(A) 18π. (B) $9\sqrt{3}\pi$. (C) $27\sqrt{3}\pi$. (D) 54π.

Câu 45. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2+az+b=0\,(a,b\in\mathbb{R})$. Có bao nhiêu cặp số (a,b) để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-1|=2$ và $|z_2-3-2i|=3$?

(A) 4. (B) 5. (C) 2. (D) 6.

Câu 46. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x\in\left[\frac{5}{2};\frac{11}{2}\right]$ thỏa mãn $\log_3\left(x^3-9x^2+24x+y\right)=\log_2\left(-x^2+8x-12\right)$. Số phần tử của S là

(A) 3. (B) 8. (C) 1. (D) 7.

Câu 47. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $SA=SB=SC=AC=a$, SB tạo với mặt phẳng (SAC) một góc 60°. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. (B) $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. (C) $\frac{a^3}{8}$. (D) $\frac{a^3}{4}$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$, có đạo hàm trên khoảng

đó và thoả mãn $f(x)\ln f(x) = x(2f(x) - f'(x))$, $\forall x \in (0;+\infty)$. Biết $f(1) = f(3)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(40;42)$. (B) $(3;5)$. (C) $(32;34)$. (D) $(1;3)$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 32x^2 + 4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-4;1)$ của phương trình $f(x^2+4x+5) = m$ bằng -8.

(A) 81. (B) 82. (C) 80. (D) 79.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(5;6;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn $60°$.

(A) 9. (B) 4. (C) 2. (D) 6.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 104
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Cho số phức $z=1-2i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

(A) -2. (B) -1. (C) 1. (D) 2.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}=(1;2;-2)$ và $\vec{v}=(2;-2;3)$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

(A) $(1;-4;5)$. (B) $(3;0;-1)$. (C) $(3;0;1)$. (D) $(-1;4;-5)$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x)\geq\log_3 2$ là

(A) $[1;+\infty)$. (B) $(1;+\infty)$. (C) $(0;+\infty)$. (D) $(0;1]$.

Câu 4. Cho hai số phức $z_1=2-i$ và $z_2=1+3i$. Phần thực của số phức z_1-z_2 bằng

(A) -1. (B) 3. (C) -4. (D) 1.

Câu 5. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=5$ thì $\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 3. (B) 10. (C) 7. (D) -3.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)=\cos x-x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\sin x+x^2+C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\sin x-\dfrac{x^2}{2}+C$.

(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\sin x-x^2+C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\sin x-\dfrac{x^2}{2}+C$.

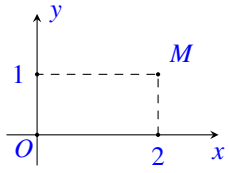
Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(2)=6$, $F(4)=12$. Tích phân $\int\limits_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -6. (B) 2. (C) 18. (D) 6.

Câu 8.

Điểm M trong hình bên biểu diễn số phức nào dưới đây?

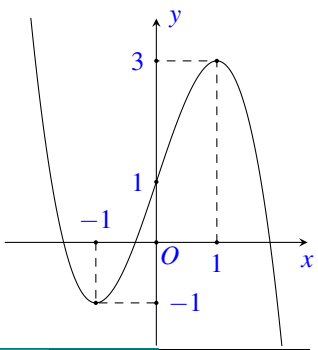
(A) $1-2i$. (B) $1+2i$. (C) $2-i$. (D) $2+i$.



Câu 9.

Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

(A) 3. (B) 0. (C) -1. (D) 1.



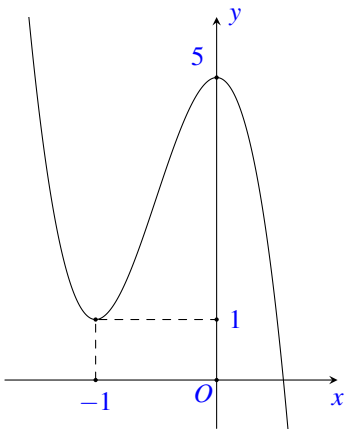
Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

(A) $z=0$. (B) $y=0$. (C) $x+y+z=0$. (D) $y=0$.

Câu 11.

Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.



Câu 12. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

(A) $y=-2x^2+1$. (B) $y=\dfrac{x+2}{x}$. (C) $y=x^4-3x^2$. (D) $y=-x^3+3x+1$.

Câu 13. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x=x^{\frac{4}{3}}+C$. (B) $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x=x^{\frac{2}{3}}+C$.

(C) $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x=\dfrac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}+C$. (D) $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x=\dfrac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}+C$.

Câu 14. Với b, c là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_5 b\geq\log_5 c$, khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $b\geq c$. (B) $b>c$. (C) $b<c$. (D) $b\leq c$.

Câu 15. Có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được lấy từ các đỉnh của một lục giác đều?

(A) 729. (B) 216. (C) 120. (D) 20.

Câu 16. Cho hàm số $y=(2x^2-1)^{\frac{1}{2}}$. Giá trị của hàm số đã cho tại điểm $x=2$ bằng

(A) 3. (B) $\sqrt{3}$. (C) $\sqrt{7}$. (D) 7.

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x}<8$ là

(A) $\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$. (B) $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$. (C) $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. (D) $(-\infty;2)$.

Câu 18. Đạo hàm của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là

(A) $y' = \dfrac{1}{(x-1)\ln 2}$. (B) $y' = \dfrac{x-1}{\ln 2}$. (C) $y' = \dfrac{1}{x-1}$. (D) $y' = \dfrac{1}{\ln 2}$.

Câu 19. Cho hình trụ có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) 16π. (B) 56π. (C) 24π. (D) 48π.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;-2;3)$ là

(A) $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+3}{-1}$. (B) $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z+1}{3}$.
(C) $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-3}{-1}$. (D) $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z-1}{3}$.

Câu 21. Nếu khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V thì khối chóp $A'.ABC$ có thể tích bằng

(A) $\dfrac{2V}{3}$. (B) $3V$. (C) $\dfrac{V}{3}$. (D) V.

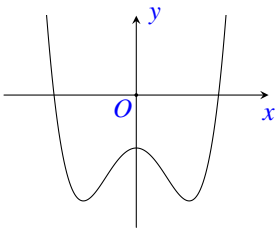
Câu 22. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{1}{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của u_3 bằng

(A) $\dfrac{1}{3}$. (B) 4. (C) $\dfrac{1}{2}$. (D) $\dfrac{1}{4}$.

Câu 23.

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

(A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 0.



Câu 24. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

(A) $x = \dfrac{1}{2}$. (B) $x = -2$. (C) $x = 3$. (D) $x = 2$.

Câu 25. Cho khối nón có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối nón đã cho bằng

(A) 4π. (B) $\dfrac{4\pi}{3}$. (C) $\dfrac{4}{3}$. (D) 4.

Câu 26. Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 4 và đáy $ABCD$ có diện tích bằng 3. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) 7. (B) 12. (C) 4. (D) 5.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R = 2$. Phương trình của (S) là

(A) $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$. (B) $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2$.
(C) $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4$. (D) $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(2;+\infty)$. (B) $(0;+\infty)$. (C) $(-\infty;0)$. (D) $(-1;2)$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;2;1)$ và $B(1;0;1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

(A) $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=5$. (B) $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.
(C) $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=20$. (D) $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=20$.

Câu 30. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $\dfrac{\sqrt{3}a}{6}$. Góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng đáy bằng

(A) 60°. (B) 45°. (C) 30°. (D) 90°.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y+z=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=-1+t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=-1+t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1-t \end{cases}$.

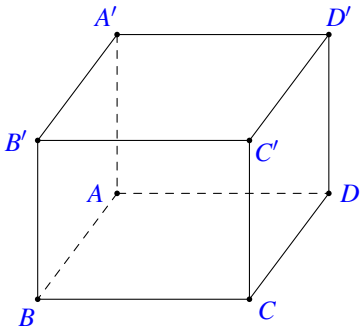
Câu 32. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a\neq 1$ và $\log_a b=2$, giá trị của $\log_{a^2}\left(ab^2\right)$ bằng

(A) $\dfrac{1}{2}$. (B) 2. (C) $\dfrac{5}{2}$. (D) $\dfrac{3}{2}$.

Câu 33.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1$, $BC=2$, $AA'=2$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. (B) $\sqrt{2}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. (D) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.



Câu 34. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-6z+14=0$ và M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Trung điểm của đoạn thẳng MN có tọa độ là

(A) $(-3;0)$. (B) $(3;0)$. (C) $(3;7)$. (D) $(-3;7)$.

Câu 35. Biết đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x+5}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2. Giá trị x_1+x_2 bằng

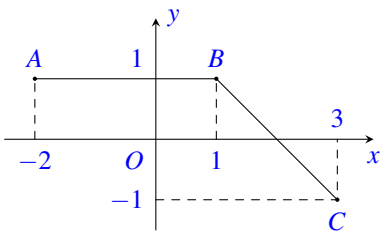
(A) 2. (B) 3. (C) -1. (D) 1.

Câu 36. Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 8 nữ, chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ bằng

(A) $\frac{71}{143}$. (B) $\frac{72}{143}$. (C) $\frac{128}{143}$. (D) $\frac{15}{143}$.

Câu 37.

Đường gấp khúc ABC trong hình bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$. Tích phân $\int\limits_{-2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng



(A) $\frac{9}{2}$. (B) 3. (C) 4. (D) $\frac{7}{2}$.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-4)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

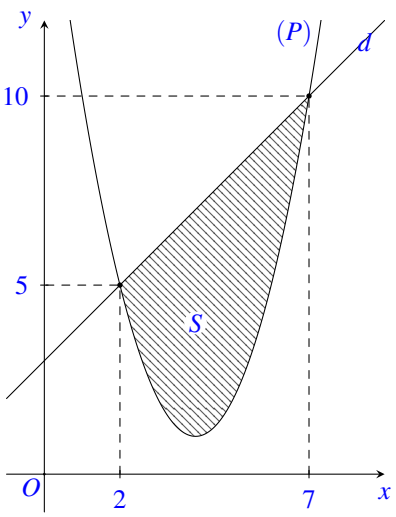
(A) $f(5)>f(6)$. (B) $f(0)>f(2)$. (C) $f(4)>f(0)$. (D) $f(4)>f(2)$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(5^x-125)\left(\log_3^2 x-8\log_3 x+15\right)<0$?

(A) 242. (B) 217. (C) 220. (D) 215.

Câu 40.

Cho hàm số bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S=\frac{125}{6}$. Tích phân $\int\limits_{2}^{7}(2x-3)f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng



(A) $\frac{215}{3}$. (B) $\frac{265}{3}$. (C) $\frac{245}{3}$. (D) $\frac{415}{3}$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=x^3-3x^2+3mx+\frac{1}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;5)$?

(A) 17. (B) 12. (C) 16. (D) 11.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$, có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn $f(x)\ln f(x)=x\left(2f(x)-f'(x)\right)$, $\forall x\in(0;+\infty)$. Biết $f(1)=f(4)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(54;56)$. (B) $(74;76)$. (C) $(10;12)$. (D) $(3;5)$.

Câu 43. Gọi S là tập hợp các số phức $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z+\bar{z}|+|z-\bar{z}|=8$ và $ab\geq 0$. Xét z_1 và z_2 thuộc S sao cho $\frac{z_1-z_2}{1+i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1+4i|+|z_2|$ bằng

(A) 4. (B) $4\sqrt{2}$. (C) $4\sqrt{5}$. (D) $4+4\sqrt{2}$.

Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x\in\left[\frac{3}{2};\frac{9}{2}\right]$ thỏa mãn $\log_2\left(x^3-6x^2+9x+y\right)=\log_3\left(-x^2+6x\right)$. Số phần tử của

S là

(A) 3. (B) 8. (C) 7. (D) 1.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$, nhận $\vec{u}=(1;a;3-a)$ (với $a\in\mathbb{R}$) làm véc-tơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(\frac{13}{2};\frac{15}{2}\right)$. (B) $\left(24;\frac{49}{2}\right)$. (C) $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. (D) $\left(\frac{31}{2};\frac{33}{2}\right)$.

Câu 46. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2+az+b=0$ (với $a,b\in\mathbb{R}$). Có bao nhiêu cặp số $(a;b)$ để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-1|=2$ và $|z_2-2+3i|=3$?

(A) 4. (B) 3. (C) 6. (D) 2.

Câu 47. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AC'=8$, diện tích của tam giác $A'BC$ bằng 9 và đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc 60°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) 12. (B) 18. (C) $18\sqrt{3}$. (D) $12\sqrt{3}$.

Câu 48. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 4. Xét hình nón $(\mathcal{N})$ có đáy nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt xung quanh đi qua bốn điểm A', B', C', D'. Khi bán kính đáy của $(\mathcal{N})$ bằng $3\sqrt{2}$, diện tích xung quanh của $(\mathcal{N})$ bằng

(A) 72π. (B) 54π. (C) $36\sqrt{2}\pi$. (D) 108π.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(3;5;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn 60°?

(A) 4. (B) 2. (C) 10. (D) 6.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=x^4-18x^2+4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3;2)$ của phương trình $f\left(x^2+2x+3\right)=m$ bằng -4?

(A) 24. (B) 23. (C) 26. (D) 25.

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THAM KHẢO

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2024
Môn: TOÁN, ĐỀ THAM KHẢO
Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) 3. (B) -2. (C) 2. (D) -1.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=5-6x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 5-2x^3+C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 5x-2x^3+C$.

(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 5x-6x^3+C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 5-3x^3+C$.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\log_3\left(x^2-7\right)=2$ là

(A) $\{-4;4\}$. (B) $\{4\}$. (C) $\{2\}$. (D) $\{16\}$.

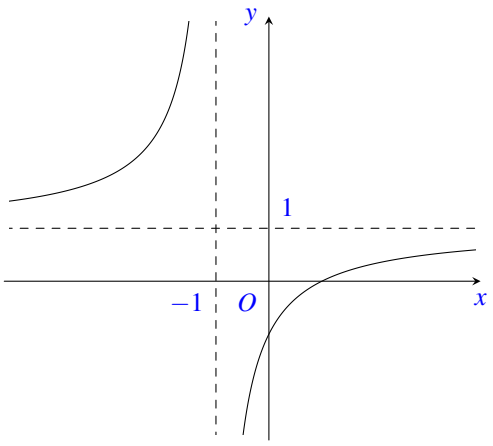
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(3;-1;2)$. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là

(A) $(2;-2;4)$. (B) $(2;0;0)$. (C) $(1;-1;2)$. (D) $(-2;2;-4)$.

Câu 5.

Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

(A) $y=0$. (B) $y=2$. (C) $y=-1$. (D) $y=1$.



Câu 6. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

(A) $y=-2x^4+4x^2+1$. (B) $y=x^3-4x^2-2$.
(C) $y=x^4-2x^2+3$. (D) $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y=(x+1)^{\sqrt{2}}$ là

(A) $\mathbb{R}$. (B) $(0;+\infty)$. (C) $(-1;+\infty)$. (D) $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

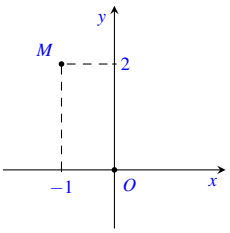
Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-3}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_2=(1;0;-2)$. (B) $\vec{u}_1=(2;1;-3)$. (C) $\vec{u}_3=(2;1;3)$. (D) $\vec{u}_4=(1;0;2)$.

Câu 9.

Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

(A) $2+i$. (B) $-1+2i$. (C) $2-i$. (D) $-1-2i$.



Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;1)$ và bán kính $R=5$. Phương trình của (S) là

(A) $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$. (B) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$.
(C) $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=5$. (D) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=5$.

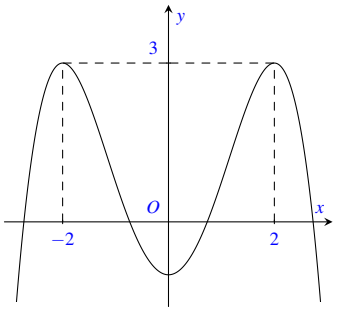
Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^{\frac{1}{3}}$ bằng

(A) $\dfrac{3}{2}\log_2 a$. (B) $3\log_2 a$. (C) $\dfrac{1}{3}\log_2 a$. (D) $\dfrac{2}{3}\log_2 a$.

Câu 12.

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-2;2)$. (B) $(-\infty;2)$. (C) $(-2;0)$. (D) $(0;2)$.



Câu 13. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $5a^2$ và chiều cao bằng $6a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $15a^3$. (B) $5a^3$. (C) $10a^3$. (D) $30a^3$.

Câu 14. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x < 5$ là

(A) $(-\infty;\log_2 5]$. (B) $(-\infty;\log_2 5)$. (C) $(-\infty;\log_2 a]$. (D) $(-\infty;\log_5 2)$.

Câu 15. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

(A) $y=\ln x$. (B) $y=\log_3 x$. (C) $y=\log x$. (D) $y=\log_{\frac{1}{3}} x$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, vec-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy)?

(A) $\vec{n}=(1;1;0)$. (B) $\vec{j}=(0;1;0)$. (C) $\vec{i}=(1;0;0)$. (D) $\vec{k}=(0;0;1)$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-1)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 1. (B) 4. (C) 3. (D) 2.

Câu 18. Nếu $\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_1^2 g(x)\,\mathrm{d}x=5$ thì $\int\limits_1^2 (f(x)-g(x))\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 2. (B) -2. (C) 8. (D) $\frac{3}{5}$.

Câu 19. Nếu $\int\limits_{-1}^2 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ thì $\int\limits_2^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 3. (B) -3. (C) 1. (D) -1.

Câu 20. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $7a^2$ và chiều cao bằng $9a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $9a^3$. (B) $21a^3$. (C) $84a^3$. (D) $63a^3$.

Câu 21. Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=-4+i$. Số phức z_1+z_2 bằng

(A) $-3-3i$. (B) $3-4i$. (C) $3-2i$. (D) $-3-2i$.

Câu 22. Cho hình nón có bán kính đáy r, chiều cao h và độ dài đường sinh ℓ. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\ell=\sqrt{h+r}$. (B) $\ell=\sqrt{h^2+r^2}$. (C) $\ell=hr$. (D) $\ell=h^2+r^2$.

Câu 23. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh ngồi vào một dãy gồm 5 chiếc ghế sao cho mỗi chiếc ghế có đúng một học sinh ngồi?

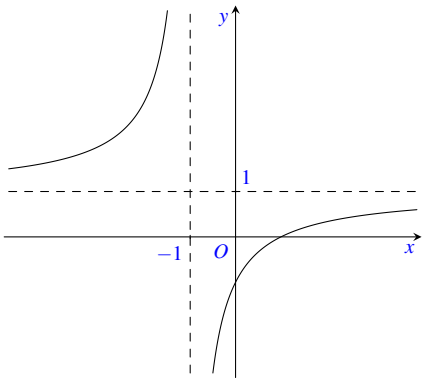
(A) 600. (B) 120. (C) 3125. (D) 25.

Câu 24. Hàm số $F(x)=\mathrm{e}^{2x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

(A) $f_4(x)=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}$. (B) $f_1(x)=\mathrm{e}^{2x}$. (C) $f_2(x)=\mathrm{e}^{x^2}$. (D) $f_3(x)=2\mathrm{e}^{2x}$.

Câu 25.

Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



(A) 2. (B) 0. (C) 1. (D) 3.

Câu 26. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng r và diện tích xung quanh bằng S. Chiều cao của hình trụ đã cho bằng

(A) $\dfrac{S}{2\pi r}$. (B) $\dfrac{S}{\pi r}$. (C) $\dfrac{2S}{\pi r}$. (D) $\dfrac{S}{2r}$.

Câu 27. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

(A) $\dfrac{7}{3}$. (B) $\dfrac{3}{7}$. (C) -4. (D) 4.

Câu 28. Số phức $z=4-5i$ có phần ảo bằng

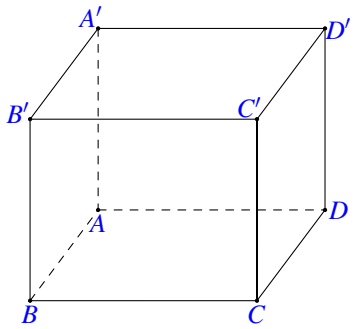
(A) -5. (B) -4. (C) $-5i$. (D) 4.

Câu 29. Cho số phức $z=3-i$, phần thực của số phức $(1-i)\bar{z}$ bằng

(A) 4. (B) 2. (C) -4. (D) -2.

Câu 30.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng CD và AB' bằng



(A) $90°$. (B) $60°$. (C) $30°$. (D) $45°$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng

(A) $\dfrac{a}{2}$. (B) a. (C) $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. (D) $\dfrac{\sqrt{14}a}{7}$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-3),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0;3)$. (B) $(3;+\infty)$. (C) $(-\infty;2)$. (D) $(1;3)$.

Câu 33. Từ một hộp chứa 12 viên bi gồm 3 viên bi đỏ, 4 viên bi xanh và 5 viên bi vàng, lấy ngẫu nhiên đồng thời 4 viên bi. Xác suất để trong bốn viên bi được lấy có ít nhất một viên bi đỏ bằng

(A) $\dfrac{13}{55}$. (B) $\dfrac{41}{55}$. (C) $\dfrac{14}{55}$. (D) $\dfrac{42}{55}$.

Câu 34. Nếu $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ thì $\int\limits_{-1}^{2} (3 - f(x))\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 7. (B) 13. (C) 5. (D) -1.

Câu 35. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 6x^2 - 4$ bằng

(A) $-\sqrt{3}$. (B) -4. (C) 5. (D) $\sqrt{3}$.

Câu 36. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(32a^4\right)$ bằng

(A) $5 - 4\log_2 a$. (B) $5 + 4a$. (C) $5 - 4a$. (D) $5 + 4\log_2 a$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(4;0;0)$ và đi qua điểm $M(0;-3;0)$ có phương trình là

(A) $(x-4)^2 + y^2 + z^2 = 5$. (B) $(x+4)^2 + y^2 + z^2 = 5$.
(C) $(x+4)^2 + y^2 + z^2 = 25$. (D) $(x-4)^2 + y^2 + z^2 = 25$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;1)$, $B(1;0;2)$, $C(3;2;3)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 2 \\ z = 1 + t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 2t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 5 + t \end{cases}$.

Câu 39. Cho a và b là hai số thực dương phân biệt, khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2\left(a^2 b\right) \cdot \log_a \dfrac{b}{a} + 4 = 0$. Giá trị của $\log_b a$ bằng

(A) -3. (B) 3. (C) $\dfrac{1}{3}$. (D) $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[1;20]$ để ứng với mỗi m, hàm số $y = \dfrac{-x^2 + 3x - m - 1}{3x - m}$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$?

(A) 17. (B) 14. (C) 15. (D) 13.

Câu 41. Xét $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ $(a, b, c \in \mathbb{R}, a > 0)$ sao cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị là A, B và $C\left(1; -\dfrac{3}{5}\right)$. Gọi $y = g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm A, B và C. Khi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ có diện tích bằng $\dfrac{2}{5}$, tích phân $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 1. (B) -1. (C) $-\dfrac{17}{15}$. (D) $\dfrac{17}{15}$.

Câu 42. Xét các số phức z, w $(w \neq 2)$ thỏa mãn $|z| = 1$ và $\dfrac{w+2}{w-2}$ là số thuần ảo. Khi $|z - w| = \sqrt{3}$, giá trị của $|2z + w|$ bằng

(A) $\dfrac{9\sqrt{7}}{2}$. (B) $\dfrac{3\sqrt{7}}{2}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. (D) $2\sqrt{3}$.

Câu 43. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $A'A = A'B = A'C = a$. Biết góc giữa mặt phẳng $(BCC'B')$ và (ABC) bằng 30°, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

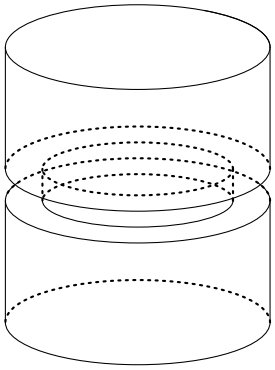
(A) $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$. (C) $\dfrac{3a^3}{8}$. (D) $\dfrac{a^3}{8}$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;2)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=1$. Biết B, C, D là ba điểm phân biệt trên (S) sao cho các tiếp diện của (S) tại mỗi điểm đó đều đi qua A. Hỏi mặt phẳng (BCD) đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $M(1;1;1)$. (B) $P(-3;1;1)$. (C) $N(-1;1;1)$. (D) $Q(1;1;-1)$.

Câu 45.

Để chế tạo một chi tiết máy, từ một khối thép hình trụ có bán kính 10 cm và chiều cao 30 cm, người ta khoét bỏ một rãnh xung quanh rộng 1 cm và sâu 1 cm (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích của chi tiết máy đó, làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn.



(A) 9110,619 cm^3. (B) 9170,309 cm^3.
(C) 9365,088 cm^3. (D) 8997,521 cm^3.

Câu 46. Xét các số thực không âm x, y thỏa mãn $y\log_3(3x+y+9) = \left(x^2+3x+y\right)\log_3(x+3)$. Khi biểu thức $y-5x$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của biểu thức $x-2y$ bằng

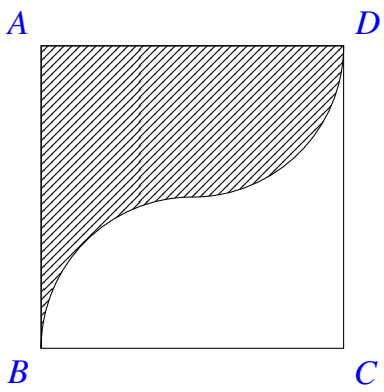
(A) -1. (B) 2. (C) -7. (D) -31.

Câu 47. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z-w| = 2|z| = 2$ và số phức $\bar{z}w$ có phần thực bằng 1. Giá trị lớn nhất của $P = |z+w-1+2i|$ thuộc khoảng nào sau đây?

(A) $(4;5)$. (B) $(3;4)$. (C) $(5;6)$. (D) $(6;7)$.

Câu 48. Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi xoay miền (R) (phần gạch chéo trong hình vẽ bên) quanh trục AB. Miền (R) được giới hạn bởi các cạnh AB, AD của hình vuông $ABCD$ và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 1 cm với tâm lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AD. Tính thể tích của vật trang trí đó, làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

(A) 20,3 cm^3. (B) 10,5 cm^3. (C) 12,6 cm^3. (D) 8,4 cm^3.



Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2-3x-4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $g(x) = f\left(-x^3+3x^2+m\right)$ có đúng hai điểm cực trị thuộc khoảng $(1;4)$?

(A) 9. (B) 7. (C) 8. (D) 10.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hình nón $(\mathcal{N})$ có đỉnh $A(2;3;0)$, độ dài đường sinh bằng 5 và đường tròn đáy nằm trên mặt phẳng $(P)\colon 2x+y+2z-1=0$. Gọi (C) là giao tuyến của mặt xung quanh của $(\mathcal{N})$ với mặt phẳng $(Q)\colon x-4y+z+4=0$ và M là một điểm di động trên (C). Hỏi giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng AM thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(\frac{3}{2};2\right)$. (B) $(0;1)$. (C) $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. (D) $(2;3)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2024
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 102
Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Dãy số nào dưới đây là một cấp số cộng?

(A) $1, 3, 5, 10$. (B) $1, 0, 2, 4$. (C) $1, 2, 3, -4$. (D) $1, 3, 5, 7$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(1)=3$, $f(2)=1$. Giá trị của $\int_1^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 2. (B) -4. (C) 4. (D) -2.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(3;4;-2)$ và vuông góc với trục Oz có phương trình là

(A) $y-4=0$. (B) $x-3=0$. (C) $x+y+z-5=0$. (D) $z+2=0$.

Câu 4. Khẳng định nào dưới đây đúng?

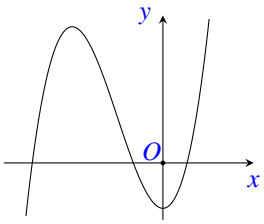
(A) $\int (2x+3)\,\mathrm{d}x = x^2+3x+C$. (B) $\int (2x+3)\,\mathrm{d}x = 2x^2+3x+C$.
(C) $\int (2x+3)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}x^2+3x+C$. (D) $\int (2x+3)\,\mathrm{d}x = x^2+C$.

Câu 5. Trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, hàm số $F(x)=\frac{1}{2}\sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

(A) $f_3(x)=-\frac{1}{2}\cos 2x$. (B) $f_4(x)=-\frac{1}{4}\cos 2x$.
(C) $f_1(x)=-\cos 2x$. (D) $f_2(x)=\cos 2x$.

Câu 6.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



(A) $y=x^4-2x^2-4$. (B) $y=x^3+3x^2-1$.
(C) $y=-x^3+3x^2+3$. (D) $y=\frac{x-2}{2x+1}$.

Câu 7. Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 người thành một hàng ngang?

(A) 1. (B) 36. (C) 6. (D) 720.

Câu 8. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^2} b^2$ bằng

(A) $\log_a b$. (B) $\log_a b^4$. (C) $\log_{a^4} b$. (D) $(\log_a b)^2$.

Câu 9. Hàm số nào dưới đây là hàm số mũ?

(A) $y=x^{2024}$. (B) $y=2024^x$. (C) $y=\log_3 x$. (D) $y=x^{-4}$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+2)>-1$ là

(A) $(0;+\infty)$. (B) $(-\infty;0)$. (C) $(-2;0)$. (D) $(-2;1)$.

Câu 11. Nghiệm của phương trình $2^{2x}=2^{x+6}$ là

(A) $x=2$. (B) $x=6$. (C) $x=-2$. (D) $x=-6$.

Câu 12. Trên mặt phẳng tọa độ, $M(2;-5)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần thực của z bằng

(A) 5. (B) -2. (C) 2. (D) -5.

Câu 13. Cho hình nón có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $\ell=5$. Chiều cao hình nón đã cho bằng

(A) 2. (B) 4. (C) $\sqrt{34}$. (D) 5.

Câu 14. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{1}{7}}$ là

(A) $y'=\frac{1}{7}x^{\frac{6}{7}}$. (B) $y'=\frac{1}{7}x^{-\frac{6}{7}}$. (C) $y'=x^{-\frac{6}{7}}$. (D) $y'=\frac{7}{8}x^{\frac{8}{7}}$.

Câu 15. Cho hình trụ có diện tích xung quanh $S_{\text{xq}}=36\pi$ và chiều cao $h=6$. Bán kính của hình trụ đã cho bằng

(A) 12. (B) 9. (C) 3. (D) 6.

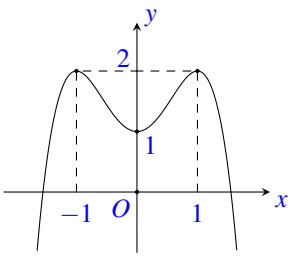
Câu 16. Số phức $z=i+i^2+i^3$ bằng

(A) -1. (B) i. (C) 1. (D) $-1+2i$.

Câu 17.

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\frac{3}{2}$ là

(A) 4. (B) 0. (C) 3. (D) 2.



Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=2x+4, \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(2;4)$. (B) $(-\infty;-2)$. (C) $(2;+\infty)$. (D) $(-2;+\infty)$.

Câu 19. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-1}{3x+2}$ có phương trình là

(A) $y=\frac{4}{3}$. (B) $x=\frac{4}{3}$. (C) $x=-\frac{2}{3}$. (D) $y=-\frac{2}{3}$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{-3}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_2=(-1;2;0)$. (B) $\vec{u}_3=(1;-1;-3)$. (C) $\vec{u}_4=(1;1;3)$. (D) $\vec{u}_1=(1;2;0)$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(2;3;-1)$ và $\vec{b}=(-3;2;-4)$. Véc-tơ $\vec{a}+\vec{b}$ có tọa độ là

(A) $(-5;-1;-3)$. (B) $(-1;5;-5)$. (C) $(-1;-5;5)$. (D) $(1;-5;5)$.

Câu 22. Cho số phức z có $\bar{z}=-5+6i$. Phần ảo của z bằng

(A) 5. (B) -5. (C) -6. (D) 6.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 4.

Câu 24. Nếu $\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = -1$ và $\int_{1}^{7} f(x)\,\mathrm{d}x = -5$ thì $\int_{-2}^{7} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -6. (B) 4. (C) -4. (D) 5.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$ và $B(3;0;1)$. Gọi (S) là mặt cầu nhận AB làm đường kính, tâm của (S) có tọa độ là

(A) $(2;-1;2)$. (B) $(4;-2;4)$. (C) $(-1;-1;1)$. (D) $(1;1;-1)$.

Câu 26. Cho khối chóp tứ giác có thể tích $V = 3a^3$ và diện tích đáy $B = a^2$. Chiều cao khối chóp đã cho bằng

(A) $3a$. (B) $9a$. (C) $6a$. (D) a.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

(A) $x = 1$. (B) $x = 2$. (C) $x = -1$. (D) $x = -2$.

Câu 28. Cho khối lăng trụ tam giác có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

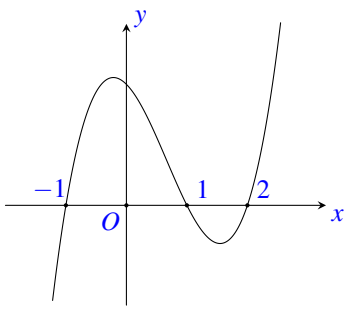
(A) 12. (B) 24. (C) 18. (D) 6.

Câu 29. Một ô tô đang chuyển động với vận tốc 20 m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động thẳng, chậm dần đều với vận tốc biến thiên theo thời gian được xác định bởi quy luật $v(t) = -4t + 20$ (m/s) trong đó t là khoảng thời gian được tính bằng giây kể từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô đi được từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh đến khi xe dừng hẳn bằng

(A) 30 m. (B) 50 m. (C) 32 m. (D) 48 m.

Câu 30.

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



(A) $(-1;1)$. (B) $(1;2)$. (C) $(-1;2)$. (D) $(-\infty;-1)$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng

(A) $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. (B) $\dfrac{a\sqrt{10}}{10}$. (C) $\dfrac{a\sqrt{10}}{5}$. (D) $\dfrac{2a\sqrt{10}}{5}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $BC=2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

(A) 90°. (B) 30°. (C) 60°. (D) 45°.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;2;5)$. Gọi M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MB}=3\overrightarrow{MA}$, độ dài của véc-tơ $\overrightarrow{OM}$ bằng

(A) 8. (B) $2\sqrt{14}$. (C) $2\sqrt{2}$. (D) $\dfrac{\sqrt{74}}{2}$.

Câu 34. Cho số phức $z=3+4i$. Mô-đun của số phức iz bằng

(A) 5. (B) 7. (C) 25. (D) 49.

Câu 35. Với a, b là hai số thực lớn hơn 1, $\log_{ab} b$ bằng

(A) $1-\log_b a$. (B) $\dfrac{1}{1+\log_b a}$. (C) $\dfrac{1}{\log_b a}$. (D) $1+\log_b a$.

Câu 36. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-6x^3+27x^2-16x+1$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

(A) $\dfrac{329}{9}$. (B) 6. (C) $-\dfrac{14}{9}$. (D) -154.

Câu 37. Trên hai tia Ox, Oy của góc nhọn xOy lần lượt cho 5 điểm và 6 điểm khác O. Chọn ngẫu nhiên 3 điểm từ 12 điểm (gồm điểm O và 11 điểm đã cho), xác suất để ba điểm được chọn là ba đỉnh của một tam giác bằng

(A) $\dfrac{3}{4}$. (B) $\dfrac{39}{44}$. (C) $\dfrac{19}{22}$. (D) $\dfrac{27}{44}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-z+1=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2 \\ z=1-t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=-2+t \\ y=2t \\ z=-1-t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2 \\ z=-1-t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên a lớn hơn 1 sao cho ứng với mỗi a tồn tại **không** quá 4 số nguyên b thỏa mãn $5^{b^2}<25^{-b}\cdot a^{b+2}$?

(A) 99. (B) 125. (C) 124. (D) 100.

Câu 40. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có ba điểm cực trị là $-\frac{3}{2}$; 2; $\frac{11}{2}$ và đạt giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$. Bất phương trình $f(x)\le m$ có nghiệm thuộc đoạn $[0;3]$ khi và chỉ khi

(A) $m\ge f(2)$. (B) $m\ge f(0)$. (C) $m\ge f(3)$. (D) $f(2)\ge m\ge f(3)$.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có $f(e)=\frac{1}{5}$ và $f'(x)=\frac{1}{3}\ln x$, $\forall x\in(0;+\infty)$. Biết $\int\limits_e^{e^3}\frac{f(x)}{x^2}\,\mathrm{d}x=a\cdot e^{-3}+b\cdot e^{-1}+c$, với a, b, c là các số hữu tỉ, giá trị của $a-b+c$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(0;\frac{1}{4}\right)$. (B) $\left(\frac{3}{4};1\right)$. (C) $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$. (D) $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{4}\right)$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m tồn tại đúng hai số phức z thỏa mãn $|z-1-5i|+|z-1+5i|=10$ và $|z-2-i|=m$?

(A) 3. (B) 5. (C) 4. (D) 2.

Câu 43. Xét phương trình bậc hai $az^2+bz+c=0$ (a, b, $c\in\mathbb{R}$, $a\ne 0$) có hai nghiệm phức z_1, z_2 có phần ảo khác 0 và $\left|2z_1-\frac{1}{9}\right|=|z_1-z_2|$. Giả sử $|z_1|=\frac{1}{\sqrt{k}}$ và w là số phức thỏa mãn $cw^2+bw+a=0$, có bao nhiêu số nguyên dương k sao cho ứng với mỗi k tồn tại đúng 9 số phức z_3 có phần ảo nguyên, z_3-w là số thuần ảo và $|z_3|\le|w|$?

(A) 11. (B) 12. (C) 22. (D) 23.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1\colon\frac{x-2}{1}=\frac{y-4}{3}=\frac{z+3}{-5}$ và $d_2\colon\frac{x+2}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+1}{-1}$. Trong các mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2, gọi (S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất, phương trình của (S) là

(A) $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=6$. (B) $x^2+(y+1)^2+z^2=6$.
(C) $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=6$. (D) $x^2+(y-3)^2+(z+4)^2=6$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB=2a$, mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

(A) $\frac{25\pi}{9}a^2$. (B) $\frac{25\pi}{3}a^2$. (C) $\frac{28\pi}{3}a^2$. (D) $\frac{28\pi}{9}a^2$.

Câu 46. Xét hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ ($a,b,c,d\in\mathbb{R}$, $a>0$) có hai điểm cực trị x_1, x_2 (với $x_1<x_2$) thỏa mãn $x_1+x_2=0$. Hình phẳng giới hạn bởi đường $y=f'(x)f''(x)$ và trục hoành có diện tích bằng $\frac{9}{4}$. Biết $\int\limits_{x_1}^{x_2}\frac{f'(x)}{3^x+1}\,\mathrm{d}x=-\frac{7}{2}$. Giá trị $\int\limits_0^{x_2}(x+2)f''(x)\,\mathrm{d}x$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(-1;0)$. (B) $(0;1)$. (C) $(6;7)$. (D) $(-7;-6)$.

Câu 47. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$. Biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30°, thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\frac{\sqrt{6}a^3}{26}$. (B) $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. (C) $\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. (D) $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2}{x^3}+\ln\dfrac{x+3}{x-3}$. Có bao nhiêu số nguyên $a\in(-\infty;2100)$ thỏa mãn $f(a-2024)+f(6a-27)\geq 0$?

(A) 2096. (B) 360. (C) 1807. (D) 288.

Câu 49. Xét hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có $f(-1)=-5$. Hàm số $y=f'(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, $f'(4)=0$ và $f'(-1)=a$. Có bao nhiêu số nguyên $a\in(-100;0)$ sao cho ứng với mỗi a, hàm số $y=\left|f(x)+\dfrac{5}{x^2}\right|$ có đúng 3 điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;+\infty)$?

(A) 10. (B) 9. (C) 90. (D) 89.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;6;-1)$, $B(2;-4;-1)$ và mặt cầu (S) tâm $I(1;2;-1)$ đi qua A. Điểm $M(a;b;c)$ (với $c>0$) thuộc (S) sao cho IAM là tam giác tù, có diện tích bằng $2\sqrt{7}$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và IA lớn nhất. Giá trị của $a+b+c$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(2;\dfrac{5}{2}\right)$. (B) $\left(\dfrac{5}{2};3\right)$. (C) $\left(\dfrac{3}{2};2\right)$. (D) $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2024
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 117
Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z}{-3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

(A) $\vec{u_1} = (1;2;0)$. (B) $\vec{u_3} = (1;-1;-3)$. (C) $\vec{u_4} = (1;1;3)$. (D) $\vec{u_2} = (-1;2;0)$.

Câu 2. Cho khối chóp tứ giác có thể tích $V = 3a^3$ và diện tích đáy $B = a^2$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

(A) $9a$. (B) a. (C) $6a$. (D) $3a$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2x+4, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(2;4)$. (B) $(2;+\infty)$. (C) $(-\infty;-2)$. (D) $(-2;+\infty)$.

Câu 4. Trên mặt phẳng tọa độ, $M(2;-5)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần thực của z bằng

(A) 5. (B) -5. (C) 2. (D) -2.

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) > -1$ là

(A) $(-2;1)$. (B) $(-\infty;0)$. (C) $(0;+\infty)$. (D) $(-2;0)$.

Câu 6. Hàm số nào dưới đây là hàm số mũ?

(A) $y = x^{-4}$. (B) $y = 2024^x$. (C) $y = x^{2024}$. (D) $y = \log_3 x$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(3;4;-2)$ và vuông góc với trục Oz có phương trình là

(A) $x+y+z-5=0$. (B) $z+2=0$. (C) $y-4=0$. (D) $x-3=0$.

Câu 8. Cho số phức z có $\bar{z} = -5+6i$. Phần ảo của z bằng

(A) 6. (B) 5. (C) -5. (D) -6.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

Câu 10. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

(A) $\int (2x+3)\,dx = x^2+3x+C$. (B) $\int (2x+3)\,dx = 2x^2+3x+C$.

(C) $\int (2x+3)\,dx = x^2+C$. (D) $\int (2x+3)\,dx = \dfrac{1}{2}x^2+3x+C$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;3;-1)$ và $\vec{b}=(-3;2;-4)$. Vectơ $\vec{a}+\vec{b}$ có tọa độ là

(A) $(1;-5;5)$. (B) $(-1;-5;5)$. (C) $(-1;5;-5)$. (D) $(-5;-1;-3)$.

Câu 12. Cho khối lăng trụ tam giác có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) 12. (B) 6. (C) 24. (D) 18.

Câu 13. Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 người thành một hàng ngang?

(A) 1. (B) 6. (C) 36. (D) 720.

Câu 14. Số phức $z=i+i^2+i^3$ bằng

(A) i. (B) -1. (C) 1. (D) $-1+2i$.

Câu 15. Dãy số nào dưới đây là một cấp số cộng?

(A) $1,3,5,7$. (B) $1,2,3,-4$. (C) $1,0,2,4$. (D) $1,3,5,10$.

Câu 16. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-1}{3x+2}$ có phương trình là

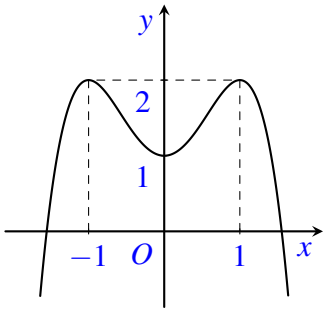
(A) $y=-\dfrac{2}{3}$. (B) $x=\dfrac{4}{3}$. (C) $x=-\dfrac{2}{3}$. (D) $y=\dfrac{4}{3}$.

Câu 17.

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\dfrac{3}{2}$ là

(A) 4. (B) 2. (C) 0. (D) 3.



Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(1)=3, f(2)=1$. Giá trị của $\displaystyle\int_1^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -4. (B) -2. (C) 4. (D) 2.

Câu 19. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{1}{7}}$ là

(A) $y'=x^{-\frac{6}{7}}$. (B) $y'=\dfrac{7}{8}x^{\frac{8}{7}}$. (C) $y'=\dfrac{1}{7}x^{\frac{6}{7}}$. (D) $y'=\dfrac{1}{7}x^{-\frac{6}{7}}$.

Câu 20. Trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, hàm số $F(x)=\dfrac{1}{2}\sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

(A) $f_3(x)=-\dfrac{1}{2}\cos 2x$. (B) $f_1(x)=-\cos 2x$.

(C) $f_2(x)=\cos 2x$. (D) $f_4(x)=-\dfrac{1}{4}\cos 2x$.

Câu 21. Nghiệm của phương trình $2^{2x}=2^{x+6}$ là

(A) $x=-6$. (B) $x=6$. (C) $x=2$. (D) $x=-2$.

Câu 22. Cho hình nón có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $l=5$. Chiều cao của hình nón đã cho bằng

(A) 4. (B) $\sqrt{34}$. (C) 5. (D) 2.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

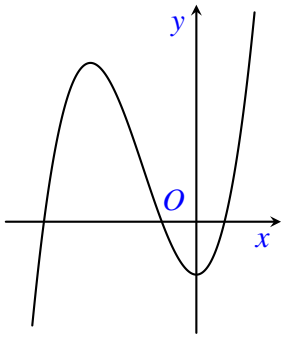
x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

(A) $x=2$. (B) $x=-2$. (C) $x=1$. (D) $x=-1$.

Câu 24.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



(A) $y=\dfrac{x-2}{2x+1}$. (B) $y=-x^3+3x^2+3$.
(C) $y=x^3+3x^2-1$. (D) $y=x^4-2x^2-4$.

Câu 25. Nếu $\displaystyle\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x=-1$ và $\displaystyle\int_{1}^{7} f(x)\,\mathrm{d}x=-5$ thì $\displaystyle\int_{-2}^{7} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 4. (B) -6. (C) -4. (D) 5.

Câu 26. Cho hình trụ có diện tích xung quanh $S_{xq}=36\pi$ và chiều cao $h=6$. Bán kính của hình trụ đã cho bằng

(A) 12. (B) 9. (C) 6. (D) 3.

Câu 27. Với a,b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1, \log_{a^2} b^2$ bằng

(A) $\log_a b^4$. (B) $\log_a b$. (C) $\log_{a^4} b$. (D) $(\log_a b)^2$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$ và $B(3;0;1)$. Gọi (S) là mặt cầu nhận AB làm đường kính. Tâm của (S) có tọa độ là

(A) $(1;1;-1)$. (B) $(4;-2;4)$. (C) $(2;-1;2)$. (D) $(-1;-1;1)$.

Câu 29. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-6x^3+27x^2-16x+1$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

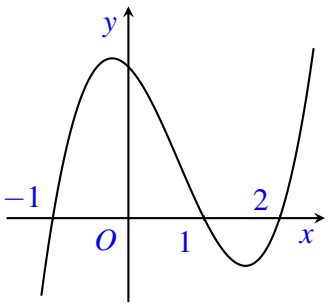
(A) $-\dfrac{14}{9}$. (B) $\dfrac{329}{9}$. (C) -154. (D) 6.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;2;5)$. Gọi M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MB}=3\overrightarrow{MA}$. Độ dài của vectơ $\overrightarrow{OM}$ bằng

(A) $2\sqrt{14}$. (B) $\dfrac{\sqrt{74}}{2}$. (C) 8. (D) $2\sqrt{2}$.

Câu 31.

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



(A) $(-\infty;-1)$. (B) $(-1;2)$. (C) $(-1;1)$. (D) $(1;2)$.

Câu 32. Cho số phức $z=3+4i$. Môđun của số phức iz bằng

(A) 25. (B) 5. (C) 7. (D) 49.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x-z+1=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-1+t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2 \\ z=-1-t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2 \\ z=1-t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=2+t \\ y=2t \\ z=-1-t \end{cases}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $A, BC=2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

(A) 30°. (B) 90°. (C) 45°. (D) 60°.

Câu 35. Trên hai tia Ox, Oy của góc nhọn xOy lần lượt cho 5 điểm và 6 điểm phân biệt khác O . Chọn ngẫu nhiên 3 điểm từ 12 điểm (gồm điểm O và 11 điểm đã cho), xác suất để 3 điểm chọn được là ba đỉnh của một tam giác bằng

(A) $\frac{39}{44}$. (B) $\frac{19}{22}$. (C) $\frac{27}{44}$. (D) $\frac{3}{4}$.

Câu 36. Với a, b là hai số thực lớn hơn 1, $\log_{ab} b$ bằng

(A) $\frac{1}{\log_b a}$. (B) $1-\log_b a$. (C) $\frac{1}{1+\log_b a}$. (D) $1+\log_b a$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng

(A) $\frac{\sqrt{6}}{3}a$. (B) $\frac{2\sqrt{10}}{5}a$. (C) $\frac{\sqrt{10}}{5}a$. (D) $\frac{\sqrt{10}}{10}a$.

Câu 38. Một ô tô đang chuyển động với vận tốc $20\,\text{m/s}$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động thẳng, chậm dần đều với vận tốc biến thiên theo thời gian được xác định bởi quy luật $v(t)=-4t+20(\text{m/s})$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô đi được từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh đến khi xe dừng hẳn bằng

(A) 30 m. (B) 32 m. (C) 48 m. (D) 50 m.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên a lớn hơn 1 sao cho ứng với mỗi a tồn tại không quá 4 số nguyên b thỏa mãn $5^{b^2}<25^{-b}\cdot a^{b+2}$?

(A) 100. (B) 124. (C) 99. (D) 125.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có $f(e)=\dfrac{1}{5}$ và $f'(x)=\dfrac{1}{3}\ln x, \forall x\in(0;+\infty)$. Biết $\displaystyle\int_e^{e^3}\dfrac{f(x)}{x^2}\,\mathrm{d}x = ae^{-3}+be^{-1}+c$, với a,b,c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a-b+c$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(0;\dfrac{1}{4}\right)$. (B) $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{4}\right)$. (C) $\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2}\right)$. (D) $\left(\dfrac{3}{4};1\right)$.

Câu 41. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có ba điểm cực trị là $-\dfrac{3}{2};2;\dfrac{11}{2}$ và đạt giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$. Bất phương trình $f(x)\le m$ có nghiệm thuộc đoạn $[0;3]$ khi và chỉ khi

(A) $f(2)\ge m\ge f(3)$. (B) $m\ge f(2)$. (C) $m\ge f(3)$. (D) $m\ge f(0)$.

Câu 42. Xét phương trình bậc hai $az^2+bz+c=0(a,b,c\in\mathbb{R},a\ne 0)$ có hai nghiệm phức z_1,z_2 có phần ảo khác 0 và $\left|2z_1-\dfrac{1}{9}\right|=|z_1-z_2|$. Giả sử $|z_1|=\dfrac{1}{\sqrt{k}}$ và w là số phức thỏa mãn $cw^2+bw+a=0$. Có bao nhiêu số nguyên dương k sao cho ứng với mỗi k tồn tại đúng 9 số phức z_3 có phần ảo nguyên, z_3-w là số thuần ảo và $|z_3|\le|w|$?

(A) 23. (B) 12. (C) 22. (D) 11.

Câu 43. Xét hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d(a,b,c,d\in\mathbb{R},a>0)$ có hai điểm cực trị x_1,x_2 (với $x_1<x_2$) thỏa mãn $x_1+x_2=0$. Hình phẳng giới hạn bởi đường $y=f'(x)f''(x)$ và trục hoành có diện tích bằng $\dfrac{9}{4}$. Biết $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2}\dfrac{f'(x)}{3^x+1}\,\mathrm{d}x=-\dfrac{7}{2}$, giá trị của $\displaystyle\int_0^{x_2}(x+2)f''(x)\,\mathrm{d}x$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(0;1)$. (B) $(-7;-6)$. (C) $(-1;0)$. (D) $(6;7)$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2}{x^3}+\ln\dfrac{x+3}{x-3}$. Có bao nhiêu số nguyên $a\in(-\infty;2100)$ thoả mãn $f(a-2024)+f(6a-27)\ge 0$?

(A) 2096. (B) 1807. (C) 360. (D) 288.

Câu 45. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m tồn tại đúng hai số phức z thỏa mãn $|z-1-5i|+|z-1+5i|=10$ và $|z-2-i|=m$?

(A) 5. (B) 3. (C) 2. (D) 4.

Câu 46. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$. Biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{6}}{36}a^3$. (B) $\dfrac{3\sqrt{6}}{4}a^3$. (C) $\dfrac{\sqrt{6}}{12}a^3$. (D) $\dfrac{\sqrt{6}}{4}a^3$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB=2a$, mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

(A) $\dfrac{28\pi}{9}a^2$. (B) $\dfrac{25\pi}{3}a^2$. (C) $\dfrac{25\pi}{9}a^2$. (D) $\dfrac{28\pi}{3}a^2$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-4}{3}=\dfrac{z+3}{-5}$ và $d_2:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+1}{-1}$. Trong các mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2, gọi (S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất. Phương trình của (S) là

(A) $x^2+(y+1)^2+z^2=6$. (B) $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=6$.
(C) $x^2+(y-3)^2+(z+4)^2=6$. (D) $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=6$.

Câu 49. Xét hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có $f(-1)=-5$. Hàm số $y=f'(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, $f'(4)=0$ và $f'(-1)=a$. Có bao nhiêu số nguyên $a\in(-100;0)$ sao cho ứng với mỗi a, hàm số $y=\left|f(x)+\dfrac{5}{x^2}\right|$ có đúng 3 điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;+\infty)$?

(A) 90. (B) 10. (C) 89. (D) 9.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;6;-1), B(2;-4;-1)$ và mặt cầu (S) tâm $I(1;2;-1)$ đi qua A. Điểm $M(a;b;c)$ (với $c>0$) thuộc (S) sao cho tam giác IAM là tam giác tù, có diện tích bằng $2\sqrt{7}$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và IA lớn nhất. Giá trị của $a+b+c$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(\frac{5}{2};3\right)$. (B) $\left(\frac{3}{2};2\right)$. (C) $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. (D) $\left(2;\frac{5}{2}\right)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	29.	30.
31.	32.	33.	34.	35.	36.	37.	38.	39.	40.
41.	42.	43.	44.	45.	46.	47.	48.	49.	50.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THAM KHẢO

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2025
Môn: TOÁN, ĐỀ THAM KHẢO
Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x$ là

(A) $\dfrac{e^{x+1}}{x+1}+C$. (B) e^x+C. (C) $\dfrac{\mathrm{e}^x}{x}+C$. (D) $x\cdot e^{x-1}+C$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên đoạn $[a;b]$. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a,x=b$. Khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox có thể tích là

(A) $V=\pi\displaystyle\int_a^b |f(x)|\,\mathrm{d}x$. (B) $V=\pi^2\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

(C) $V=\pi^2\displaystyle\int_a^b [f(x)]^2\,\mathrm{d}x$. (D) $V=\pi\displaystyle\int_a^b [f(x)]^2\,\mathrm{d}x$.

Câu 3. Hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1,M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau

M_1	Nhóm	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
	Tần số	3	4	8	6	4
M_2	Nhóm	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
	Tần số	6	8	16	12	8

Gọi s_1,s_2 lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm M_1,M_2. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

(A) $s_1=s_2$. (B) $s_1=2s_2$. (C) $2s_1=s_2$. (D) $4s_1=s_2$.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1;-3;5)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(2;-1;1)$ là

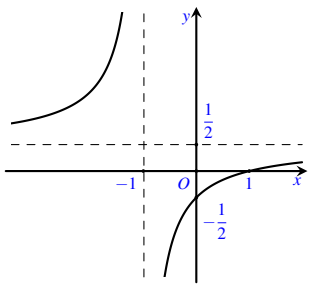
(A) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-5}{1}$. (B) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+5}{1}$.

(C) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-5}{1}$. (D) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-5}{1}$.

Câu 5.

Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}(c\neq 0,ad-bc\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

(A) $x=-1$. (B) $y=\dfrac{1}{2}$. (C) $y=-1$. (D) $x=\dfrac{1}{2}$.



Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<3$ là

(A) $(1;9)$. (B) $(-\infty;9)$. (C) $(9;+\infty)$. (D) $(1;7)$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-3y-z+8=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

(A) $\vec{n_1}(1;-3;1)$. (B) $\vec{n_2}(1;-3;-1)$. (C) $\vec{n_3}(1;-3;8)$. (D) $\vec{n}_4(1;3;8)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S\cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA\perp(ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$?

(A) (SAB). (B) (SBC). (C) (SCD). (D) (SBD).

Câu 9. Nghiệm của phương trình $2^x=6$ là

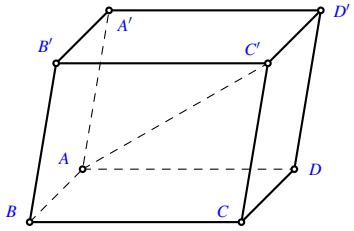
(A) $x=\log_6 2$. (B) $x=3$. (C) $x=4$. (D) $x=\log_2 6$.

Câu 10. Cấp số cộng (u_n) có $u_1=1$ và $u_2=3$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là

(A) 5. (B) 7. (C) 9. (D) 11.

Câu 11.

Cho hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên). Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

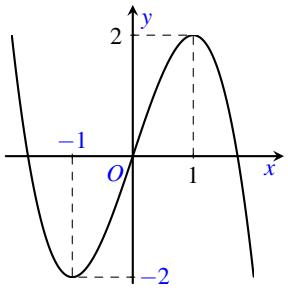


(A) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{B'A'}=\overrightarrow{AC'}$. (B) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC'}+\overrightarrow{C'D'}=\overrightarrow{AC'}$.

(C) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$. (D) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC'}$.

Câu 12.

Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



(A) $(-\infty;-1)$. (B) $(-\infty;1)$. (C) $(-1;1)$. (D) $(1;+\infty)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=2\cos x+x$.

a) $f(0)=2; f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=2\sin x+1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $\dfrac{\pi}{6}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $\sqrt{3}+\dfrac{\pi}{6}$.

Câu 2. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m , tốc độ của ô tô là 36 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t)=at+b(a,b\in\mathbb{R},a>0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt

đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180 m .

b) Giá trị của b là 10 .

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây $(0 \le t \le 24)$ kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^{24} v(t), \mathrm{d}t$.

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Câu 3. Trước khi đưa một loại sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó. Kết quả thống kê như sau: có 105 người trả lời "sẽ mua"; có 95 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời "sẽ mua" và "không mua" lần lượt là 70% và 30%. Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm". Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm".

a) Xác suất $P(B) = \dfrac{21}{40}$ và $P(\bar{B}) = \dfrac{19}{40}$.

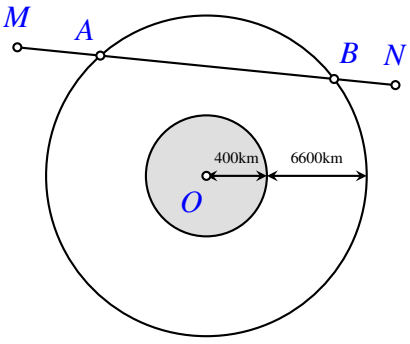
b) Xác suất có điều kiện $P(A \mid B) = 0,3$.

c) Xác suất $P(A) = 0,51$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm có 70% người đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4. Các thiên thạch có đường kính lớn hơn $140m$ và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6400 km.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km . Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm $M(6;20;0)$ đến điểm $N(-6;-12;16)$



a) Đường thẳng MN có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 6+3t \\ y = 20+8t \\ z = -4t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

b) Vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm $A(-3;-4;12)$.

c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 18900 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị ki-lô-mét).

d) Nếu thời gian di chuyển của thiên thạch trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 3 phút thì thời gian nó di chuyển từ M đến N là 6 phút.

BẢNG ĐÁP ÁN

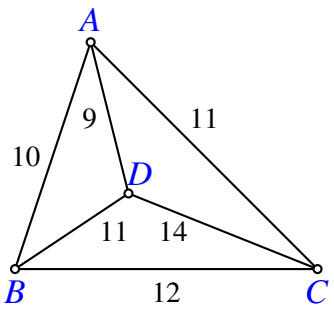
1. a ... b ... c ... d ...	2. a ... b ... c ... d ...
3. a ... b ... c ... d ...	4. a ... b ... c ... d ...

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=5, BC=6, CA=7$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười). KQ: | | | | |

Câu 2.

Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 4 trụ A, B, C, D với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

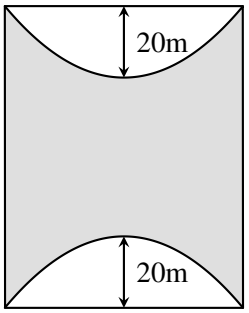


KQ: | | | | |

Câu 3. Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(3;1;0), B(3;6;6)$, $C(4;6;2), D(6;2;14)$; vị trí $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=3, MB=6, MC=5, MD=13$. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 4.

Kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình chữ nhật với chiều rộng và chiều dài lần lượt là 60 m và 80 m . Trong đó, phần được tô màu đậm là sân chơi, phần còn lại để trồng hoa. Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình chữ nhật và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật bằng $20m$ (xem hình minh họa). Diện tích của phần sân chơi là bao nhiêu mét vuông?



KQ: | | | | |

Câu 5. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 500 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $(1 \le x \le 500)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x)=x^3-1999x^2+1001000x+250000$ (đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một

sản phẩm là $G(x) = x + 1000 + \dfrac{250000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? KQ: | | | | |

Câu 6. Có hai chiếc hộp, hộp *I* có 6 quả bóng màu đỏ và 4 quả bóng màu vàng, hộp *II* có 7 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu vàng, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp *I* bỏ vào hộp *II*. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp *II*. Tính xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp *II* là quả bóng được chuyển từ hộp *I* sang, biết rằng quả bóng đó có màu đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). KQ: | | | | |

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6. 0,08

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

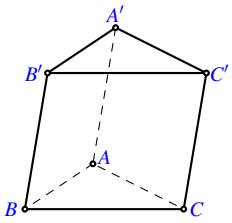
KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2025
Môn: TOÁN, Mã đề 0124
Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho khối chóp $O.ABC$ có OA vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác ABC vuông tại A và $OA=2$, $AB=3$, $AC=6$. Thể tích của khối chóp $O.ABC$ bằng.

(A) 36. (B) 6. (C) 12. (D) 18.

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (xem hình dưới). Đường thẳng $B'C'$ song song với mặt phẳng nào sau đây?



(A) $(A'B'C')$. (B) (ABC). (C) $(AB'C')$. (D) $(BB'C')$.

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x+\cos x$ là

(A) $\cos x-\sin x+C$. (B) $-\cos x-\sin x+C$.
(C) $\cos x+\sin x+C$. (D) $-\cos x+\sin x+C$.

Câu 4. Nghệm của phương trình $2^{2x+1}=8$ là

(A) $x=\dfrac{3}{2}$. (B) $x=1$. (C) $x=3$. (D) $x=\dfrac{5}{2}$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và nhận $\vec{n}=(-1;0;3)$ làm một véctơ pháp tuyến có phương trình tổng quát là.

(A) $-y+3z=0$. (B) $-x+3z=0$. (C) $-x+3y=0$. (D) $-x-3z=0$.

Câu 6. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(ac\neq 0,\ ad-bc\neq 0)$ có bảng biến thiên như dưới đây.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	1	↘	‖	↘	1
			$-\infty$		

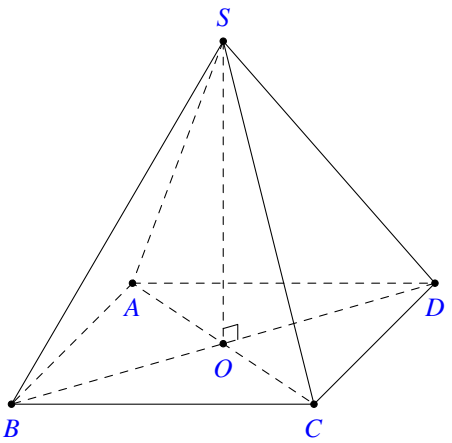
Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là.

(A) $x=-2$. (B) $y=-2$. (C) $y=1$. (D) $x=1$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-4y+3z-9=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

(A) $\vec{n_2}=(2;4;-3)$. (B) $\vec{n_3}=(-2;4;3)$. (C) $\vec{n_1}=(2;4;3)$. (D) $\vec{n_4}=(2;-4;3)$.

Câu 8. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ (xem hình bên). Gọi O là giao điểm của AC và BD. Phát biểu nào sau đây là đúng?



(A) $\vec{SA}+\vec{SB}+\vec{SC}+\vec{SD}=2\vec{SO}$.
(B) $\vec{SA}+\vec{SB}+\vec{SC}+\vec{SD}=4\vec{SO}$.
(C) $\vec{SA}+\vec{SB}+\vec{SC}+\vec{SD}=\vec{SO}$.
(D) $\vec{SA}+\vec{SB}+\vec{SC}+\vec{SD}=\vec{0}$.

Câu 9. Một người chia thời lượng (đơn vị: giây) thực hiện các cuộc gọi điện thoại của mình trong một tuần thành sáu nhóm và lập bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[0;30)$	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$	$[150;180)$
Tần số	10	11	8	6	4	1

Tứ phân vị thứ ba Q_3 (đơn vị: giây) của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

(A) 100. (B) 105. (C) 90. (D) 95.

Câu 10. Tập nghiệm của phương trình $\sin x=1$ là

(A) $S=\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$.
(B) $S=\{k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$.
(C) $S=\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$.
(D) $S=\{k2\pi|k\in\mathbb{Z}\}$.

Câu 11. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1,x=2$ được xác định bằng công thức

(A) $S=\int_1^2(2x+1)^2\,dx$.
(B) $S=\pi\int_1^2(2x+1)dx$.
(C) $S=\pi\int_1^2(2x+1)^2\,dx$.
(D) $S=\int_1^2(2x+1)dx$.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và công sai $d=3$. Giá trị của u_5 bằng

(A) 12. (B) 15. (C) 14. (D) 17.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một phầm mềm nhận dạng tin nhắn quãng cáo trên điện thoại bằng cách dựa theo từ khóa để đánh dấu một số tin nhắn được gửi đến. Qua một thời gian dài sử dụng, người ta thấy

rằng trong số tất cả tin nhắn gửi đến, có 20% số tin nhắn bị đánh dấu. Trong số các tin nhắn bị đánh dấu, có 10% số tin nhắn không phải quảng cáo. Trong các tin nhắn không bị đánh dấu, có 10% số tin nhắn là quảng cáo. Chọn ngẫu nhiên một tin nhắn được gửi đến điện thoại.

a) Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu là $0,8$.

b) Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo, biết rằng nó không bị đánh dấu, bằng $0,95$.

c) Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo bằng $0,76$.

d) Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu, biết rằng nó không phải là quảng cáo, nhỏ hơn $0,95$.

Câu 2. Đối với ngành nuôi trồng thủy sản, việc kiểm soát lượng thuốc tồn dư trong nước là một nhiệm vụ quan trọng nhằm đáp ứng các tiêu chuẩn an toàn về môi trường. Khi nghiên cứu một loại thuốc trị bệnh trong nuôi trồng thủy sản, người ta sử dụng thuốc đó một lần và theo dõi nồng độ thuốc tồn dư trong nước kể từ lúc sử dụng thuốc. Kết quả cho thấy nồng độ thuốc $y(t)$ (đơn vị: mg/lít) tồn dư trong nước tại thời điểm t ngày ($t \geqslant 0$) kể từ lúc sử dụng thuốc, thỏa mãn $y(t) > 0$ và $y'(t) = k.y(t)$ ($t \geqslant 0$), trong đó k là hằng số khác không. Đo nồng độ thuốc tồn dư trong nước tại các thời điểm $t = 6$ (ngày); $t = 12$ (ngày) nhận được kết quả lần lượt là 2 mg/lít; 1 mg/lít. Cho biết $y(t) = e^{g(t)}$ ($t \geqslant 0$).

a) $g(t) = kt + C$ ($t \geqslant 0$) với C là một hằng số xác định.

b) $k = -\dfrac{\ln 2}{6}$.

c) $C = 4\ln 2$.

d) Nồng độ thuốc tồn dư trong nước tại thời điểm $t = 21$ (ngày) kể từ lúc sử dụng thuốc lớn hơn $0,4$ mg/lít.

Câu 3. Mô hình toán học sau đây được sử dụng trong quan sát chuyển động của một vật. Trong không gian cho hệ toạ độ $Oxyz$có $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz và độ dài của mỗi vectơ đơn vị đó bằng 1 mét. Cho hai điểm A và B, trong đó điểm A có tọa độ là $(7;7;0)$. Một vật (coi như là một hạt) chuyển động thẳng với tốc độ phụ thuộc thời gian t (giây) theo công thức$v(t) = \beta t + 300$(m/giây), trong đó β là hằng số dương và $0 \leqslant t \leqslant 6$. Ở thời điểm ban đầu $(t = 0)$ vật đi qua điểm A với tốc độ 300 m/giây và hướng tới B. Sau 2 giây kể từ thời điểm ban đầu, vật đi được quãng đường 606 mét. Gọi $\vec{u} = (a;b;c)$là vectơ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AB}$. Biết rằng $|\vec{u}| = 1$ và góc giữa vectơ $\vec{u}$ lần lượt với các vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$có số đo tương ứng bằng $60^\circ, 60^\circ, 45^\circ$.

a) $a = \cos 60^\circ$.

b) Phương trình đường thẳng AB là $\dfrac{x-7}{1} = \dfrac{y-7}{1} = \dfrac{z}{2}$.

c) $\beta = 3$.

d) Giả sử sau 5 giây kể từ thời điểm ban đầu, vật đến điểm $B(x_B;y_B;z_B)$. Khi đó $x_B > 776$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 91$.

a) Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = 3x^2 - 3$.

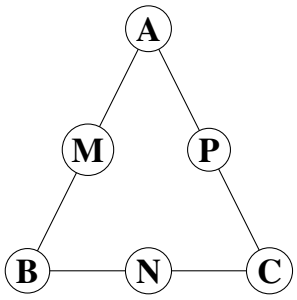
b) Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{1\}$.

c) $f(1) = 89$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng 89.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Bạn Nam tham gia một cuộc thi giải một mật thư. Theo quy tắc của cuộc thi, người chơi cần chọn ra sáu số từ tập $S = \{41; 42; 43; 44; 45; 46; 47; 48; 49\}$ và xếp mỗi số vào đúng một vị trí trong sáu vị trí A, B, C, M, N, P như hình vẽ bên sao cho mỗi vị trí chỉ được xếp một số. Mật thư sẽ được giải nếu các bộ ba số xuất hiện ở những bộ ba vị trí (A, M, B), (B, N, C), (C, P, A) tạo thành các cấp số cộng theo thứ tự đó. Bạn Nam chọn ngẫu nhiên sáu số trong tập S và xếp ngẫu nhiên vào các vị trí được yêu cầu. Gọi xác suất để bạn Nam giải được mật mã ở lần chọn và xếp đó là a. Giá trị của $\dfrac{4}{a}$ bằng bao nhiêu?



KQ: | | | | |

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với $AB = 6$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trọng tâm H của tam giác ABC và $SH = 3\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD bằng bao nhiêu? (Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm) KQ: | | | | |

Câu 3. Để gây quỹ từ thiện, câu lạc bộ thiện nguyện của một trường THPT tổ chức hoạt động bán hàng với hai mặt hàng là nước chanh và khoai chiên. Câu lạc bộ thiết kế hai thực đơn. Thực đơn 1 có giá 35 nghìn đồng, bao gồm hai cốc nước chanh và một túi khoai chiên. Thực đơn 2 có giá 60 nghìn đồng, bao gồm ba cốc nước chanh và hai túi khoai chiên. Biết rằng câu lạc bộ chỉ làm được không quá 165 cốc nước chanh và 100 túi khoai chiên. Số tiền lớn nhất mà câu lạc bộ có thể nhận được sau khi bán hết hàng bằng bao nhiêu nghìn đồng? KQ: | | | | |

Câu 4. Có bốn ngăn (trong một giá sách) được đánh số thứ tự 1, 2, 3, 4 và 8 quyển sách khác nhau. Bạn An xếp hết tám quyển sách nói trên vào bốn ngăn đó sao mỗi ngăn có ít nhất một quyển sách và các quyển sách được xếp thẳng đứng thành một hàng với gáy sách quay ra ngoài mỗi ngăn. Khi đã xếp xong tám quyển sách, hai cách xếp của bạn An được gọi là giống nhau nếu chúng thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau đây:

+ Với từng ngăn, số lượng quyển sách ở ngăn đó là như nhau trong cả hai cách xếp;
+ Với từng ngăn, thứ tự từ trái sang phải của các quyển sách được xếp là như nhau trong cả hai cách xếp.

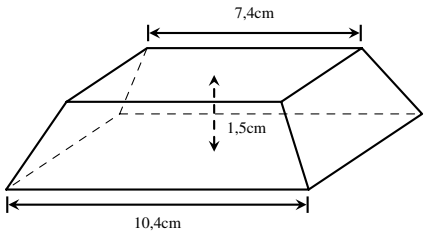
Gọi T là số cách xếp đôi một khác nhau của bạn An. Giá trị của $\dfrac{T}{400}$ bằng bao nhiêu?

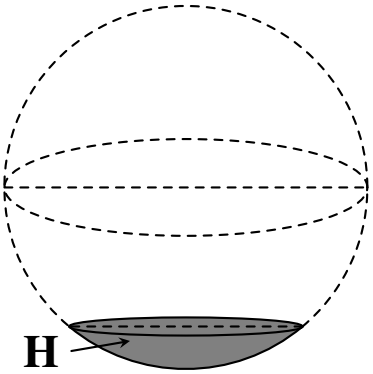
KQ: | | | | |

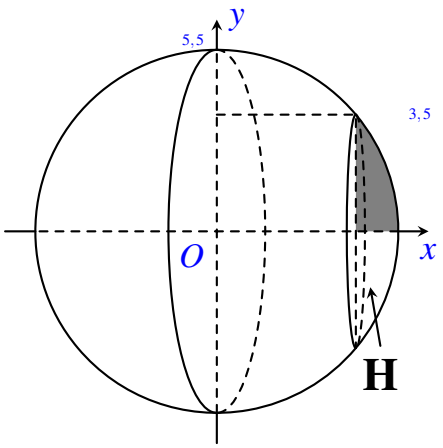
Câu 5. Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng $(x \in \mathbb{N}^*;\ 1 \leqslant x \leqslant 4500)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -0{,}01x^2 + 450x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \dfrac{30000}{x} + 340$ (nghìn đồng). Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng?

KQ: | | | | |

Câu 6. Để đặt một vật trang trí trên mặt bàn, người ta thiết kế một chân đế như sau. Lấy một khối gỗ có dạng khối chóp cụt tứ giác đều với độ dài hai cạnh đáy lần lượt bằng 7,4 cm và 10,4 cm, bề dày của khối gỗ bằng 1,5 cm. Sau đó khoét bỏ một phần của khối gỗ sao cho phần đó có dạng vật thể H, ở đó H nhận được bằng cách cắt khối cầu bán kính 5,5 cm bởi một mặt phẳng cắt mà mặt cắt là hình tròn có bán kính 3,5 cm (xem hình dưới).







Thể tích của khối chân đế bằng bao nhiêu centimét khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)?

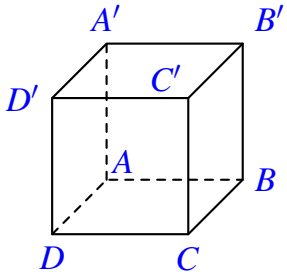
KQ: | | | | |

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2026

Môn: TOÁN, Mã đề 0101
Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới). Vectơ nào sau đây bằng vectơ $\overrightarrow{AD}$?



(A) $\overrightarrow{AB}$. (B) $\overrightarrow{AA'}$. (C) $\overrightarrow{CD}$. (D) $\overrightarrow{B'C'}$.

Câu 2. Cho các hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có đạo hàm trên tập số thực $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x)=2x$ và $g'(x)=x^2$. Đạo hàm của hàm số $y=f(x)+g(x)$ là

(A) $4x$. (B) $2x+x^2$. (C) $2+2x$. (D) $2+x^2$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;1)$ và $B(4;1;1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

(A) $(3;2;1)$. (B) $(-2;2;0)$. (C) $(6;4;2)$. (D) $(2;-2;0)$.

Câu 4. Cho $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x+C$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

(A) $\int[2+f(x)]\mathrm{d}x=2x-\sin x+C$. (B) $\int[2+f(x)]\mathrm{d}x=2x+\sin x+C$.
(C) $\int[2+f(x)]\mathrm{d}x=2x+\cos x+C$. (D) $\int[2+f(x)]\mathrm{d}x=2x-\cos x+C$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q với $u_1\neq 0, q>1$. Số hạng u_3 là

(A) $u_3=u_1q^3$. (B) $u_3=u_1+2q$. (C) $u_3=u_1q^2$. (D) $u_3=u_1+3q$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\log_3(3x)=2$ là

(A) $x=2$. (B) $x=3$. (C) $x=\dfrac{8}{3}$. (D) $x=\dfrac{2}{3}$.

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-2$ và công sai $d=3$. Giá trị của u_2 bằng

(A) 1. (B) -1. (C) -6. (D) -5.

Câu 8. Hàm số $F(x)=5x^3$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

(A) $f_2(x)=5x^2$. (B) $f_4(x)=5x^4$. (C) $f_3(x)=15x^2$. (D) $f_1(x)=\dfrac{5x^4}{4}$.

Câu 9. Cho hai biến cố độc lập A và B có xác suất thỏa mãn $P(A)=0,3$ và $P(B)=0,6$. Giá trị của $P(AB)$ bằng

(A) $0,9$. (B) $0,3$. (C) $0,18$. (D) $0,5$.

Câu 10. Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y-2<0 \\ x-y+2>0 \end{cases}$?

(A) $(1;0)$. (B) $(0;3)$. (C) $(-3;0)$. (D) $(1;2)$.

Câu 11. Khảo sát thời gian (đơn vị: phút) học trực tuyến trong một ngày của 42 học sinh, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian học trực tuyến	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$
Số học sinh	5	7	15	6	5	4

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc nhóm nào sau đây?

(A) $[40;50)$. (B) $[20;30)$. (C) $[30;40)$. (D) $[50;60)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	-2	$\nearrow$	$+\infty$ / $-\infty$	$\nearrow$	-2

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

(A) $x=-2$. (B) $y=1$. (C) $y=-2$. (D) $x=1$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một hệ thống pin năng lượng mặt trời gồm các tấm pin được kết nối với một bộ lưu trữ điện. Trong thời gian mặt trời chiếu sáng của một ngày, năng lượng điện thu được từ các tấm pin được lưu trong bộ lưu trữ điện. Gọi $F(t)$ là năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động đến thời điểm t, trong đó t là thời gian tính theo giờ $(0\leq t\leq 12)$ và thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động ứng với $t=0$. Biết rằng $F(0)=0$. Tốc độ lưu trữ năng lượng điện (kW) của hệ thống này là hàm số $f(t)=F'(t)$ với $0\leq t\leq 12$. Số liệu ghi nhận được ở một ngày cụ thể trong năm cho thấy $f(t)=-0{,}15t^2+1{,}8t$ với $0\leq t\leq 12$.

a) $F(t)=-0{,}05t^3+0{,}9t^2$ với $0\leq t\leq 12$.

b) Năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm $t=a$ đến thời điểm $t=b$ $(0\leq a<b\leq 12)$ là $\displaystyle\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$.

c) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t=1$ đến thời điểm $t=5$ nhỏ hơn 15,3 kWh.

d) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t=1$ đến thời điểm $t=9$ gấp hai lần năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t=1$ đến thời điểm $t=5$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x+8$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=x^2-4x+3$.
b) Phương trình $f'(x)=0$ có tập nghiệm là $S=\{1;3\}$.
c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.
d) Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng $\dfrac{28}{3}$.

Câu 3. Nhằm đưa ra cảnh báo sớm về tình trạng sức khỏe của cư dân, người ta sử dụng một ứng dụng trí tuệ nhân tạo để sàng lọc nguy cơ mắc bệnh dựa trên hồ sơ y tế được lưu trữ. Khi phát hiện nguy cơ mắc bệnh, ứng dụng này sẽ gửi cảnh báo để giúp người dân đi khám bệnh kịp thời. Người ta dùng ứng dụng này để tầm soát nguy cơ mắc một loại bệnh. Kết quả thu được khi quét thử nghiệm hồ sơ y tế của 10000 người như sau: Có 1000 người nhận được cảnh báo và 9000 người còn lại không nhận được cảnh báo từ ứng dụng. Trong số 1000 người nhận được cảnh báo thì có 600 người có bệnh và 400 người không có bệnh. Trong số 9000 người không nhận được cảnh báo thì có 200 người có bệnh và 8800 người không có bệnh. Chọn ngẫu nhiên một người trong số 10000 người nói trên.

a) Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng bằng 0,9.
b) Xác suất để người đó không có bệnh, biết rằng người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng, lớn hơn 0,97.
c) Xác suất để người đó không có bệnh bằng 0,9.
d) Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng, biết rằng người đó không có bệnh, lớn hơn 0,95.

Câu 4. Trong không gian xét hệ tọa độ $Oxyz$ có một đơn vị dài trên các trục tương ứng với 10 mét trên thực tế. Một mục tiêu cần được bảo vệ có vị trí ở gốc tọa độ O. Người ta thiết lập một vành đai bảo vệ quanh mục tiêu theo một đường tròn tâm O có bán kính bằng 6 đơn vị (tương ứng 60 mét trên thực tế) nằm trong mặt phẳng (Oxy). Một máy bay không người lái (được coi như một hạt) bay theo một đường thẳng từ vị trí $M(2;11;3)$ đến vị trí $N(14;2;3)$. Tại mỗi vị trí của máy bay, khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là độ dài ngắn nhất của các đoạn thẳng nối từ vị trí đó đến một điểm bất kì trên vành đai.

a) $\overrightarrow{MN}=(12;-9;0)$.
b) Phương trình tham số của đường thẳng MN là $\begin{cases}x=2+4t\\y=11-3t\\z=3\end{cases}$ với $t\in\mathbb{R}$.
c) Trong quá trình bay từ M đến N, khoảng cách ngắn nhất từ máy bay đến vành đai bảo vệ là 100 mét.
d) Trong quá trình bay từ M đến N, khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là ngắn nhất khi máy bay ở vị trí có tọa độ là $(6;8;3)$.

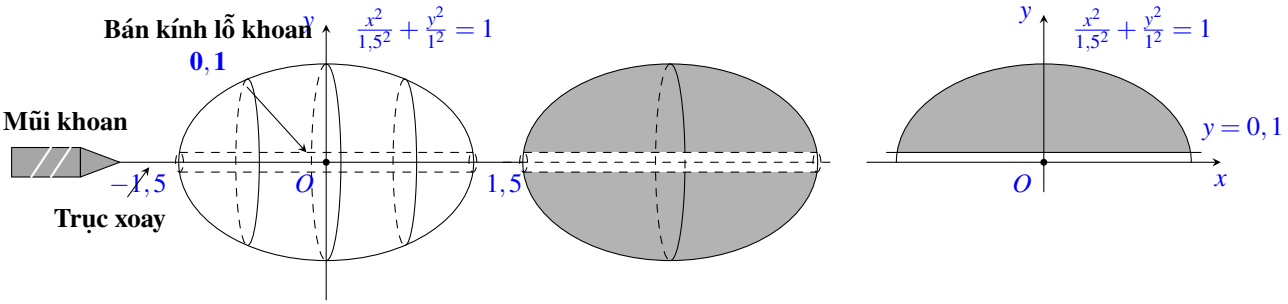
BẢNG ĐÁP ÁN

1. a ... b ... c ... d ...	2. a ... b ... c ... d ...
3. a ... b ... c ... d ...	4. a ... b ... c ... d ...

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Để chế tác một hạt cườm, người ta lấy một khối vật thể có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và nửa trên của elip $\frac{x^2}{1{,}5^2}+\frac{y^2}{1^2}=1$ (một đơn vị dài trên mỗi trục tọa độ tương ứng với một xăng-ti-mét trong thực tế) quanh trục Ox; sau đó khoan dọc theo trục xoay (xem hình dưới). Lỗ khoan có dạng hình trụ với bán kính $0{,}1$ cm và có trục nằm trên trục xoay. Phần còn lại sau khi khoan là hạt cườm, có dạng một khối tròn xoay.

Thể tích của hạt cườm đó bằng bao nhiêu xăng-ti-mét khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?



Lưu ý: Các kích thước trong hình minh họa có thể không đúng tỉ lệ thực tế.

KQ: | | | | |

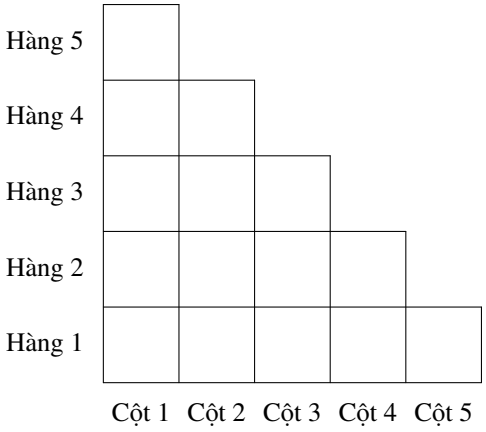
Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.MNPQ$ có cạnh bằng 14. Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng AB. Khoảng cách từ điểm P đến mặt phẳng (MED) bằng bao nhiêu (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)?

KQ: | | | | |

Câu 3. Trong một trò chơi bạn Bình cần vượt qua một thử thách. Theo yêu cầu của thử thách, Bình cần điền tất cả 15 số thuộc tập hợp $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;11;12;13;16;17;21\}$ vào 15 ô vuông trong hình dưới thỏa mãn đồng thời ba điều kiện sau:

- Mỗi ô điền đúng một số và mỗi số chỉ được sử dụng một lần;
- Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một hàng không chia hết cho 5;
- Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một cột không chia hết cho 5.

Hai cách điền gọi là giống nhau nếu số điền ở mỗi ô tương ứng trong 15 ô là giống nhau (không tính đến thứ tự điền các số vào 15 ô vuông). Gọi H là số cách điền khác nhau để bạn Bình vượt qua được thử thách. Giá trị của $\frac{H}{10}$ bằng bao nhiêu?



KQ: | | | | |

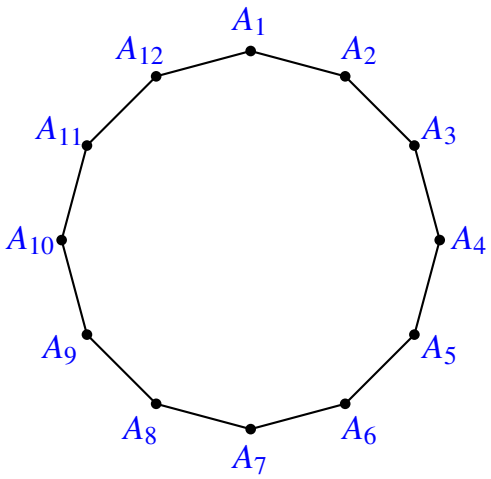
Câu 4. Một công ty nông sản có công suất chế biến không quá 180 tấn nguyên liệu một tháng. Nếu công ty chế biến x tấn nguyên liệu trong một tháng ($1 \le x \le 180$) thì chi phí sản xuất và doanh thu lần lượt là $C(x) = 0,002x^3 + 30x + 20$ (triệu đồng) và $R(x) = 90x$ (triệu đồng). Lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được trong một tháng là bao nhiêu triệu đồng? KQ: | | | | |

Câu 5. Một nông trại cung cấp rau quả cho siêu thị A với số liệu bán hàng của bốn ngày trong tuần được ghi lại trong bảng sau:

Ngày	Số ki-lô-gam			Tổng số tiền (nghìn đồng)
	Rau muống	Bí xanh	Cà chua	
Thứ Tư	19	15	10	615
Thứ Năm	20	12	8	540
Thứ Sáu	25	12	7	570
Thứ Bảy	50	30	20	?

Biết rằng đơn giá theo ki-lô-gam của mỗi loại rau quả trong bảng trên là không đổi. Tổng số tiền nông trại thu được ở ngày thứ Bảy từ ba loại rau quả trên khi cung cấp cho siêu thị A là bao nhiêu nghìn đồng? KQ: | | | | |

Câu 6. Một khung hình trang trí có dạng một đa giác đều 12 cạnh $A_1A_2\ldots A_{12}$ (xem hình dưới) được gắn cố định trên một trần nhà. Bạn Dũng có 12 bóng đèn gồm bốn bóng màu đỏ và tám bóng màu xanh, có công suất đôi một khác nhau. Bạn Dũng lắp ngẫu nhiên 12 bóng đèn trên vào 12 đỉnh $A_1, A_2, \ldots, A_{12}$ sao cho mỗi đỉnh có đúng một bóng đèn. Gọi P là xác suất để mỗi hình vuông (có bốn đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho) đều có ít nhất một bóng đèn màu đỏ. Giá trị của $4565P$ bằng bao nhiêu?



KQ: | | | | |

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.

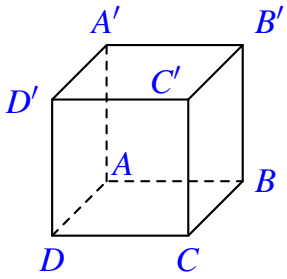
HẾT

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2026
Môn: TOÁN, Mã đề 0102
Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới). Vectơ nào sau đây bằng vectơ $\overrightarrow{AD}$?



(A) $\overrightarrow{AB}$. (B) $\overrightarrow{AA'}$. (C) $\overrightarrow{CD}$. (D) $\overrightarrow{B'C'}$.

Câu 2. Cho các hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có đạo hàm trên tập số thực $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x)=2x$ và $g'(x)=x^2$. Đạo hàm của hàm số $y=f(x)+g(x)$ là

(A) $4x$. (B) $2x+x^2$. (C) $2+2x$. (D) $2+x^2$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;1)$ và $B(4;1;1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

(A) $(3;2;1)$. (B) $(-2;2;0)$. (C) $(6;4;2)$. (D) $(2;-2;0)$.

Câu 4. Cho $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x+C$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

(A) $\int[2+f(x)]\mathrm{d}x=2x-\sin x+C$. (B) $\int[2+f(x)]\mathrm{d}x=2x+\sin x+C$.
(C) $\int[2+f(x)]\mathrm{d}x=2x+\cos x+C$. (D) $\int[2+f(x)]\mathrm{d}x=2x-\cos x+C$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q với $u_1\neq 0, q>1$. Số hạng u_3 là

(A) $u_3=u_1q^3$. (B) $u_3=u_1+2q$. (C) $u_3=u_1q^2$. (D) $u_3=u_1+3q$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\log_3(3x)=2$ là

(A) $x=2$. (B) $x=3$. (C) $x=\dfrac{8}{3}$. (D) $x=\dfrac{2}{3}$.

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-2$ và công sai $d=3$. Giá trị của u_2 bằng

(A) 1. (B) -1. (C) -6. (D) -5.

Câu 8. Hàm số $F(x)=5x^3$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

(A) $f_2(x)=5x^2$. (B) $f_4(x)=5x^4$. (C) $f_3(x)=15x^2$. (D) $f_1(x)=\dfrac{5x^4}{4}$.

Câu 9. Cho hai biến cố độc lập A và B có xác suất thỏa mãn $P(A)=0,3$ và $P(B)=0,6$. Giá trị của $P(AB)$ bằng

(A) $0,9$. (B) $0,3$. (C) $0,18$. (D) $0,5$.

Câu 10. Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y-2<0 \\ x-y+2>0 \end{cases}$?

(A) $(1;0)$. (B) $(0;3)$. (C) $(-3;0)$. (D) $(1;2)$.

Câu 11. Khảo sát thời gian (đơn vị: phút) học trực tuyến trong một ngày của 42 học sinh, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian học trực tuyến	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$
Số học sinh	5	7	15	6	5	4

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc nhóm nào sau đây?

(A) $[40;50)$. (B) $[20;30)$. (C) $[30;40)$. (D) $[50;60)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	-2	$\nearrow$	$+\infty$	$-\infty$	$\nearrow$ -2

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

(A) $x=-2$. (B) $y=1$. (C) $y=-2$. (D) $x=1$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một hệ thống pin năng lượng mặt trời gồm các tấm pin được kết nối với một bộ lưu trữ điện. Trong thời gian mặt trời chiếu sáng của một ngày, năng lượng điện thu được từ các tấm pin được lưu trong bộ lưu trữ điện. Gọi $F(t)$ là năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động đến thời điểm t, trong đó t là thời gian tính theo giờ $(0\le t\le 12)$ và thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động ứng với $t=0$. Biết rằng $F(0)=0$. Tốc độ lưu trữ năng lượng điện (kW) của hệ thống này là hàm số $f(t)=F'(t)$ với $0\le t\le 12$. Số liệu ghi nhận được ở một ngày cụ thể trong năm cho thấy $f(t)=-0{,}15t^2+1{,}8t$ với $0\le t\le 12$.

Mệnh đề	Đ	S
a) $F(t)=-0{,}05t^3+0{,}9t^2$ với $0\le t\le 12$.		
b) Năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm $t=a$ đến thời điểm $t=b$ $(0\le a<b\le 12)$ là $\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$.		

Mệnh đề	Đ	S
c) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t=1$ đến thời điểm $t=5$ nhỏ hơn $15{,}3$ kWh.		
d) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t=1$ đến thời điểm $t=9$ gấp hai lần năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t=1$ đến thời điểm $t=5$.		

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x+8$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=x^2-4x+3$.		
b) Phương trình $f'(x)=0$ có tập nghiệm là $S=\{1;3\}$.		
c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.		
d) Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng $\dfrac{28}{3}$.		

Câu 3. Nhằm đưa ra cảnh báo sớm về tình trạng sức khỏe của cư dân, người ta sử dụng một ứng dụng trí tuệ nhân tạo để sàng lọc nguy cơ mắc bệnh dựa trên hồ sơ y tế được lưu trữ. Khi phát hiện nguy cơ mắc bệnh, ứng dụng này sẽ gửi cảnh báo để giúp người dân đi khám bệnh kịp thời. Người ta dùng ứng dụng này để tầm soát nguy cơ mắc một loại bệnh. Kết quả thu được khi quét thử nghiệm hồ sơ y tế của 10000 người như sau: Có 1000 người nhận được cảnh báo và 9000 người còn lại không nhận được cảnh báo từ ứng dụng. Trong số 1000 người nhận được cảnh báo thì có 600 người có bệnh và 400 người không có bệnh. Trong số 9000 người không nhận được cảnh báo thì có 200 người có bệnh và 8800 người không có bệnh. Chọn ngẫu nhiên một người trong số 10000 người nói trên.

Mệnh đề	Đ	S
a) Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng bằng $0{,}9$.		
b) Xác suất để người đó không có bệnh, biết rằng người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng, lớn hơn $0{,}97$.		
c) Xác suất để người đó không có bệnh bằng $0{,}9$.		
d) Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng, biết rằng người đó không có bệnh, lớn hơn $0{,}95$.		

Câu 4. Trong không gian xét hệ tọa độ $Oxyz$ có một đơn vị dài trên các trục tương ứng với 10 mét trên thực tế. Một mục tiêu cần được bảo vệ có vị trí ở gốc tọa độ O. Người ta thiết lập một vành đai bảo vệ quanh mục tiêu theo một đường tròn tâm O có bán kính bằng 6 đơn vị (tương ứng 60 mét trên thực tế) nằm trong mặt phẳng (Oxy). Một máy bay không người lái (được coi như một hạt) bay theo một đường thẳng từ vị trí $M(2;11;3)$ đến vị trí $N(14;2;3)$. Tại mỗi vị trí của máy bay, khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là độ dài ngắn nhất của các đoạn thẳng nối từ vị trí đó đến một điểm bất kì trên vành đai.

Mệnh đề	Đ	S
a) $\overrightarrow{MN}=(12;-9;0)$.		
b) Phương trình tham số của đường thẳng MN là $\begin{cases}x=2+4t\\y=11-3t\\z=3\end{cases}$ với $t\in\mathbb{R}$.		

Mệnh đề	Đ	S
c) Trong quá trình bay từ M đến N, khoảng cách ngắn nhất từ máy bay đến vành đai bảo vệ là 100 mét.		
d) Trong quá trình bay từ M đến N, khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là ngắn nhất khi máy bay ở vị trí có tọa độ là $(6;8;3)$.		

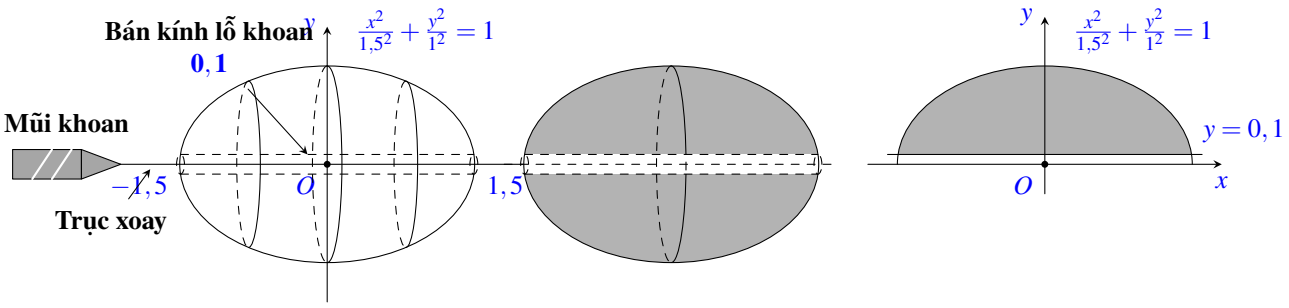
BẢNG ĐÁP ÁN

1. a b c d	2. a b c d	3. a b c d	4. a b c d

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Để chế tác một hạt cườm, người ta lấy một khối vật thể có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và nửa trên của elip $\dfrac{x^2}{1{,}5^2}+\dfrac{y^2}{1^2}=1$ (một đơn vị dài trên mỗi trục tọa độ tương ứng với một xăng-ti-mét trong thực tế) quanh trục Ox; sau đó khoan dọc theo trục xoay (xem hình dưới). Lỗ khoan có dạng hình trụ với bán kính $0{,}1$ cm và có trục nằm trên trục xoay. Phần còn lại sau khi khoan là hạt cườm, có dạng một khối tròn xoay.

Thể tích của hạt cườm đó bằng bao nhiêu xăng-ti-mét khối *(không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)*?



Lưu ý: Các kích thước trong hình minh họa có thể không đúng tỉ lệ thực tế.

KQ: | | | | |

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.MNPQ$ có cạnh bằng 14. Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng AB. Khoảng cách từ điểm P đến mặt phẳng (MED) bằng bao nhiêu (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)?

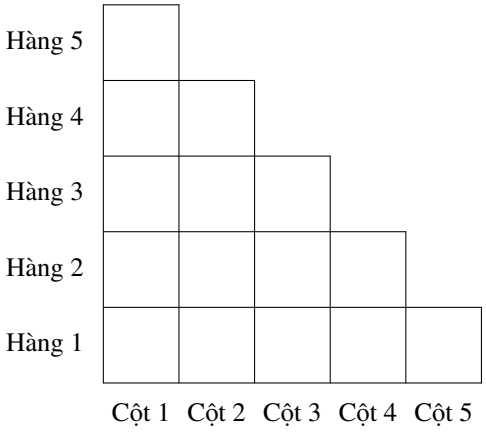
KQ: | | | | |

Câu 3. Trong một trò chơi bạn Bình cần vượt qua một thử thách. Theo yêu cầu của thử thách, Bình cần điền tất cả 15 số thuộc tập hợp $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;11;12;13;16;17;21\}$ vào 15 ô vuông trong hình dưới thỏa mãn đồng thời ba điều kiện sau:

- Mỗi ô điền đúng một số và mỗi số chỉ được sử dụng một lần;
- Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một hàng không chia hết cho 5;

- Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một cột không chia hết cho 5.

Hai cách điền gọi là giống nhau nếu số điền ở mỗi ô tương ứng trong 15 ô là giống nhau (không tính đến thứ tự điền các số vào 15 ô vuông). Gọi H là số cách điền khác nhau để bạn Bình vượt qua được thử thách. Giá trị của $\dfrac{H}{10}$ bằng bao nhiêu?



KQ: | | | | |

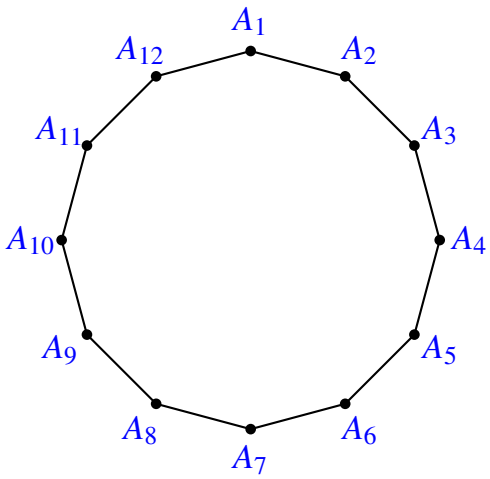
Câu 4. Một công ty nông sản có công suất chế biến không quá 180 tấn nguyên liệu một tháng. Nếu công ty chế biến x tấn nguyên liệu trong một tháng ($1 \le x \le 180$) thì chi phí sản xuất và doanh thu lần lượt là $C(x) = 0,002x^3 + 30x + 20$ (triệu đồng) và $R(x) = 90x$ (triệu đồng). Lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được trong một tháng là bao nhiêu triệu đồng? KQ: | | | | |

Câu 5. Một nông trại cung cấp rau quả cho siêu thị A với số liệu bán hàng của bốn ngày trong tuần được ghi lại trong bảng sau:

Ngày	**Số ki-lô-gam**			**Tổng số tiền (nghìn đồng)**
	Rau muống	**Bí xanh**	**Cà chua**	
Thứ Tư	19	15	10	615
Thứ Năm	20	12	8	540
Thứ Sáu	25	12	7	570
Thứ Bảy	50	30	20	?

Biết rằng đơn giá theo ki-lô-gam của mỗi loại rau quả trong bảng trên là không đổi. Tổng số tiền nông trại thu được ở ngày thứ Bảy từ ba loại rau quả trên khi cung cấp cho siêu thị A là bao nhiêu nghìn đồng? KQ: | | | | |

Câu 6. Một khung hình trang trí có dạng một đa giác đều 12 cạnh $A_1A_2\ldots A_{12}$ (xem hình dưới) được gắn cố định trên một trần nhà. Bạn Dũng có 12 bóng đèn gồm bốn bóng màu đỏ và tám bóng màu xanh, có công suất đôi một khác nhau. Bạn Dũng lắp ngẫu nhiên 12 bóng đèn trên vào 12 đỉnh $A_1, A_2, \ldots, A_{12}$ sao cho mỗi đỉnh có đúng một bóng đèn. Gọi P là xác suất để mỗi hình vuông (có bốn đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho) đều có ít nhất một bóng đèn màu đỏ. Giá trị của $4565P$ bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |



BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2. 17,1	3.	4.	5.	6.

HẾT

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026 - LẦN 2(CHO CHUYÊN TUYÊN QUANG)

Môn: TOÁN, Mã đề 0110
Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Phương trình $\sin x = 0$ có tập nghiệm là

(A) $S = \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(B) $S = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
(C) $S = \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
(D) $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 2. Sau khi khảo sát về mức lương khởi điểm (đơn vị: triệu đồng) của 20 công nhân, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau.

Mức lương	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$	$[10;11)$
Tần số	4	5	5	3	2	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

(A) 6.
(B) 1.
(C) 7,35.
(D) 1,42.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(1;3;-5)$ và có một vectơ chỉ phương $\mathbf{u} = (2;-1;3)$ là

(A) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{3}$.
(B) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+5}{3}$.
(C) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+5}{3}$.
(D) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-5}{3}$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa mãn $F(1) = 3$, $F(2) = 9$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

(A) $\int_1^2 f(x)\,dx = 12$.
(B) $\int_1^2 f(x)\,dx = 3$.
(C) $\int_1^2 f(x)\,dx = 6$.
(D) $\int_1^2 f(x)\,dx = 27$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+4}{3x+1}$ (với $a > 12$). Đạo hàm của hàm số đã cho là

(A) $y' = \frac{-a-12}{(3x+1)^2}$.
(B) $y' = \frac{a-12}{(3x+1)^2}$.
(C) $y' = \frac{a+12}{(3x+1)^2}$.
(D) $y' = \frac{12-a}{(3x+1)^2}$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = ax+b$ ($a,b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$). Phát biểu nào sau đây là đúng?

(A) $\int 7f(x)\,dx = 7 + \int f(x)\,dx$.
(B) $\int 7f(x)\,dx = 7\int f(x)\,dx$.
(C) $\int 7f(x)\,dx = 7 - \int f(x)\,dx$.
(D) $\int 7f(x)\,dx = -7\int f(x)\,dx$.

Câu 7. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;2]$ như sau:

x	-1		0		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-4	↗	1	↘	0	↗	5

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;2]$ bằng

(A) 1. (B) 5. (C) 0. (D) -4.

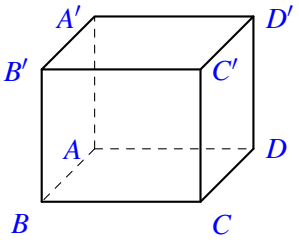
Câu 8. Sau khi khảo sát tổng số giờ xem truyền hình (đơn vị: giờ) của 100 gia đình trong hai ngày nghỉ cuối tuần, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau.

Số giờ xem truyền hình	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Tần số	20	35	30	10	5

Giá trị trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

(A) $3,9$. (B) $4,6$. (C) $2,1$. (D) 10.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình minh họa). Vectơ nào sau đây cùng phương với vectơ $\overrightarrow{A'D'}$?

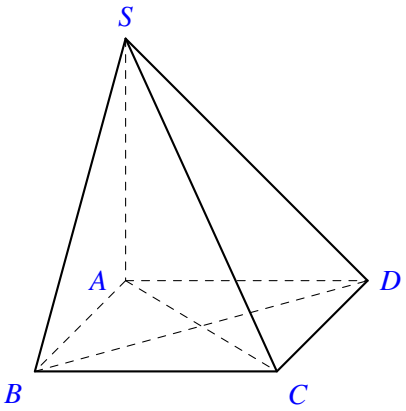


(A) $\overrightarrow{BD}$. (B) $\overrightarrow{AB}$. (C) $\overrightarrow{AC}$. (D) $\overrightarrow{AD}$.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q với $u_1 = m$ và $u_2 = n$, trong đó $m > 2$, $n > 2m$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

(A) $n = m \cdot q$. (B) $m = n + q$. (C) $m = n \cdot q$. (D) $n = m + q$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?



(A) (SCD). (B) (SAB). (C) (SBC). (D) (SBD).

Câu 12. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - \cos x$ là

(A) $x^3+\sin x+C$. (B) $6x+\sin x+C$. (C) $6x-\sin x+C$. (D) $x^3-\sin x+C$.

BẢNG ĐÁP ÁN

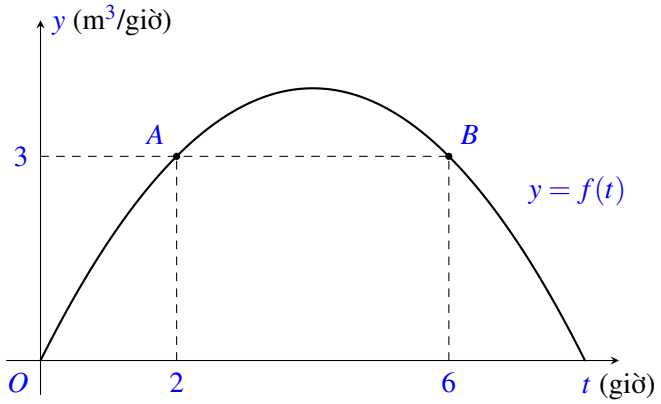
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=x^3-6x^2+9x+2$.

Mệnh đề	Đ	S
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=3x^2-12x+9$.		
b) Phương trình $f'(x)=0$ có tập nghiệm là $S=\{1;3\}$.		
c) Hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[2;4]$ tại $x=2$.		
d) Gọi x_1,x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$. Khi đó, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $M_1(x_1;f(x_1))$ và $M_2(x_2;f(x_2))$ là $y=-2x+1$.		

Câu 2. Người ta dùng một thiết bị bơm nước vào một bể không có nước. Tính từ lúc thiết bị bắt đầu hoạt động, tại thời điểm t giờ với $0\le t\le 8$, thiết bị đó có tốc độ bơm nước vào bể là $f(t)$ (m^3/giờ). Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(t)$ là một phần đường parabol đi qua gốc tọa độ O và hai điểm $A(2;3)$, $B(6;3)$ (xem hình minh họa bên dưới).



Mệnh đề	Đ	S
a) Với $0\le t\le 8$ thì $f(t)=3t-\dfrac{t^2}{6}$ (m^3/giờ).		
b) Tại thời điểm t giờ ($0\le t\le 8$) tính từ lúc thiết bị bắt đầu hoạt động, lượng nước trong bể là $V(t)=t^2-\dfrac{t^3}{12}$ (m^3).		
c) Tại thời điểm thiết bị có tốc độ bơm nước vào bể là lớn nhất, lượng nước trong bể lớn hơn $10{,}7$ mét khối.		
d) Sau $\dfrac{a}{b}$ giờ tính từ lúc thiết bị bắt đầu hoạt động (trong đó $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản và $b>0$), lượng nước trong bể là $13{,}824$ mét khối. Khi đó, giá trị của $a+b$ là 29.		

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I(2;1;12)$, trong đó một đơn vị độ dài trên mỗi trục tương ứng với 10 mét trên thực tế. Trạm thu phát sóng đó có bán kính phủ sóng là 130 mét. Vùng phủ sóng của trạm thu phát được quy ước là tập hợp tất cả các điểm P trên mặt đất và trong không gian sao cho khoảng cách IP không vượt quá 130 mét. Mặt đất được coi là mặt phẳng của mặt phẳng (Oxy) và mỗi người trên mặt đất được coi như một chất điểm.

Mệnh đề	Đ	S
a) Vùng phủ sóng của trạm thu phát là một phần của hình cầu giới hạn bởi mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-12)^2=169$.		
b) Giả sử một người cầm điện thoại đang ở vị trí điểm $M(3;1;0)$ và chuyển động thẳng đều trên mặt đất với tốc độ $3,6$ km/h. Khi đó, tại giây thứ 40 tính từ lúc xuất phát ở vị trí điểm $M(3;1;0)$, người đó đã đi được ra ngoài vùng phủ sóng của trạm thu phát.		
c) Khoảng cách ngắn nhất để một người cầm điện thoại đang ở vị trí có tọa độ $N(8;9;0)$ di chuyển trên mặt đất tới được vùng phủ sóng (theo đơn vị mét) là 100 m.		
d) Giả sử một người cầm điện thoại chuyển động thẳng đều trên mặt đất từ vị trí $A(6;9;0)$ đến vị trí $B(-4;b;0)$ với tốc độ $3,6$ km/h sao cho khoảng thời gian người đó thuộc vùng phủ sóng đúng bằng 60 giây. Khi đó $b=\dfrac{3}{2}$.		

Câu 4. Một trường đại học trao hai loại học bổng A và B cho sinh viên trong trường, một sinh viên có thể được nhận cả hai loại học bổng A và B. Trong số các sinh viên được trao học bổng loại A có 12% số bạn được trao học bổng loại B và trong số các sinh viên không được trao học bổng loại A có 10% số bạn được trao học bổng loại B. Có $10,2\%$ số sinh viên toàn trường được trao học bổng loại B. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên trong trường.

Mệnh đề	Đ	S
a) Xác suất để sinh viên đó không được trao học bổng loại B là $0,898$.		
b) Xác suất để sinh viên đó không được trao học bổng loại B, biết sinh viên đó không được trao học bổng loại A, là $0,88$.		
c) Xác suất để sinh viên đó không được trao học bổng loại A là $0,89$.		
d) Xác suất để sinh viên đó không được trao học bổng loại A, biết sinh viên đó không được trao học bổng loại B, lớn hơn $0,9$.		

BẢNG ĐÁP ÁN

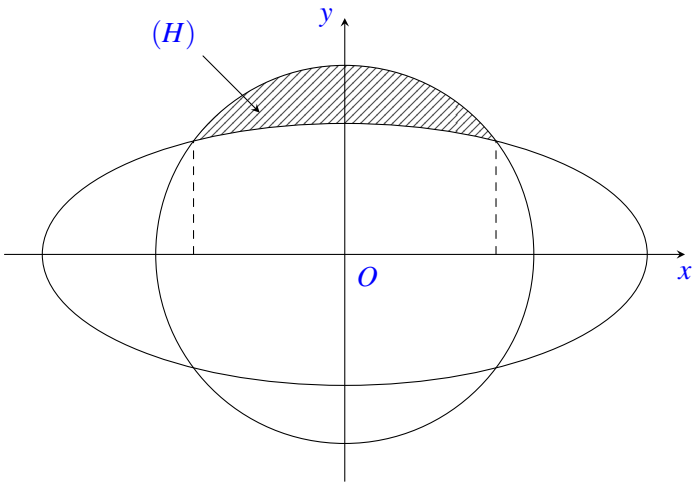
1. a ... b ... c ... d ...	2. a ... b ... c ... d ...
3. a ... b ... c ... d ...	4. a ... b ... c ... d ...

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho bảng 6×6 gồm 36 ô vuông đơn vị và cho 8 quân cờ đôi một khác nhau. Người ta xếp ngẫu nhiên 8 quân cờ đó vào 36 ô trong bảng sao cho mỗi ô xếp nhiều nhất một quân cờ. Hai cách xếp được gọi là như nhau nếu vị trí của 8 quân cờ tương ứng trên bảng là giống nhau sau khi xếp xong (không tính đến thứ tự xếp các quân cờ vào bảng). Chọn ngẫu nhiên một cách xếp như trên. Gọi P là xác suất của biến cố: "Cách xếp được chọn thỏa mãn đồng thời ba điều kiện sau:
– Trên mỗi hàng có ít nhất một quân cờ;
–Trên mỗi cột có ít nhất một quân cờ;
– Mỗi quân cờ phải cùng hàng với đúng một quân cờ khác hoặc cùng cột với đúng một quân cờ khác."
Giá trị của 9^4P bằng bao nhiêu (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả phép tính cuối cùng đến hàng phần trăm)? KQ: | | | | |

Câu 2. Công ty vận tải nhận một đơn hàng vận chuyển ít nhất 23 tấn hàng loại A, ít nhất 59 tấn hàng loại B và không quá 139 tấn hàng loại C. Công ty vận tải sử dụng hai loại xe X và Y để chở số hàng đó. Mỗi xe loại X đều chở 12 tấn hàng loại A, 6 tấn hàng loại B và 18 tấn hàng loại C. Mỗi xe loại Y đều chở 2 tấn hàng loại A, 20 tấn hàng loại B và 22 tấn hàng loại C. Chi phí cho 1 xe loại X là 37 triệu đồng và cho 1 xe loại Y là 45 triệu đồng. Gọi T (triệu đồng) là chi phí nhỏ nhất để công ty hoàn thành đơn hàng. Giá trị của $10T$ bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 3. Người ta cần tính thể tích của một vật thể được chế tác như sau. Trên mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy (một đơn vị độ dài trên mỗi trục tương ứng với một xăng-ti-mét trong thực tế), gọi (H) là hình phẳng được tô đậm, giới hạn bởi đường elip $\dfrac{x^2}{256}+\dfrac{y^2}{48}=1$ và đường tròn tâm O có bán kính 10 (xem hình minh họa bên dưới). Vật thể có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục hoành. Thể tích của vật thể nói trên bằng bao nhiêu xăng-ti-mét khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả phép tính cuối cùng đến hàng đơn vị)?



KQ: | | | | |

Câu 4. Cho bảng 5×5 gồm 25 ô vuông đơn vị và cho bốn màu. Người ta tô mỗi ô trong bảng bởi một trong bốn màu đã cho sao cho hai ô bất kì có chung đỉnh hoặc chung cạnh thì khác màu. Hai cách tô màu bảng được gọi là giống nhau nếu mỗi ô của bảng có cùng màu ở cả hai cách tô (không tính đến thứ tự tô màu các ô). Gọi S là số cách tô màu bảng phân biệt thỏa mãn điều kiện trên. Giá trị của $9S$ bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 5. Một doanh nghiệp dự kiến sản xuất không quá 2000 sản phẩm cùng loại. Giả sử rằng doanh thu của doanh nghiệp khi sản xuất x sản phẩm ($x \in \mathbb{N};\ 0 \le x \le 2000$) là $R(x) = 16x - 0,005x^2$ (triệu đồng) và doanh nghiệp phải nộp một khoản thuế là 5% của doanh thu $R(x)$. Chi phí để sản xuất mỗi sản phẩm là bốn triệu đồng. Lợi nhuận của doanh nghiệp (khi sản xuất x sản phẩm) được tính theo công thức: Lợi nhuận bằng doanh thu trừ đi thuế và chi phí. Doanh nghiệp phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm để thu được lợi nhuận lớn nhất? KQ: | | | | |

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 20\sqrt{5}$, $AC = BD = 50$, $AD = BC = 10\sqrt{13}$. Thể tích của khối tứ diện đã cho bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

BẢNG ĐÁP ÁN

1.	2. 2090	3.	4.	5.	6. 8000

HẾT

Thầy, cô cần full code LaTeX đề và lời giải thì liên hệ Zalo: **0378.828.498***!*

Mục lục

Chương 2. GIẢI CHI TIẾT, ĐÁP ÁN 406

- Đề số 1. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2002, KHỐI A 406
- Đề số 2. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2002, KHỐI B 415
- Đề số 3. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2002, KHỐI D 421
- Đề số 4. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2003, KHỐI A 427
- Đề số 5. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2003, KHỐI B 434
- Đề số 6. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2003, KHỐI D 439
- Đề số 7. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2004, KHỐI A 445
- Đề số 8. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2004, KHỐI B 451
- Đề số 9. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2004, KHỐI D 456
- Đề số 10. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2005, KHỐI A 462
- Đề số 11. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2005, KHỐI B 468
- Đề số 12. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2005, KHỐI D 473
- Đề số 13. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2006, KHỐI A 478
- Đề số 14. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2006, KHỐI B 485
- Đề số 15. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2006, KHỐI D 492
- Đề số 16. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2007, KHỐI A 499
- Đề số 17. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2007, KHỐI B 506
- Đề số 18. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2007, KHỐI D 512
- Đề số 19. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2008, KHỐI A 518
- Đề số 20. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2008, KHỐI B 525
- Đề số 21. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2008, KHỐI D 531
- Đề số 22. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2009, KHỐI A 537
- Đề số 23. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2009, KHỐI B 543
- Đề số 24. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2009, KHỐI D 551
- Đề số 25. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2010, KHỐI A 558
- Đề số 26. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2010, KHỐI B 566
- Đề số 27. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2010, KHỐI D 573

Đề số 28. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2011, KHỐI A 580

Đề số 29. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2011, KHỐI B 589

Đề số 30. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2011, KHỐI D 596

Đề số 31. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2012, KHỐI A 604

Đề số 32. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2012, KHỐI B 611

Đề số 33. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2012, KHỐI D 619

Đề số 34. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2013, KHỐI A 626

Đề số 35. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2013, KHỐI B 634

Đề số 36. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2013, KHỐI D 642

Đề số 37. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2014, KHỐI A 648

Đề số 38. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2014, KHỐI B 654

Đề số 39. KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2014, KHỐI D 659

Đề số 40. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2015, KHỐI A, A_1, B, D . 666

Đề số 41. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2016, KHỐI A, A_1, B, D . 672

Đề số 42. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017, ĐỀ MINH HỌA LẦN 1 678

Đề số 43. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017, ĐỀ MINH HỌA LẦN 2 697

Đề số 44. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017, ĐỀ MINH HỌA LẦN 3 717

Đề số 45. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017, MÃ ĐỀ 101 740

Đề số 46. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017, MÃ ĐỀ 102 758

Đề số 47. KỲTHI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017, MÃ ĐỀ 103 776

Đề số 48. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017, MÃ ĐỀ 104 793

Đề số 49. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017, ĐỀ THAM KHẢO 809

Đề số 50. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2018, MÃ ĐỀ 101 832

Đề số 51. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2018, MÃ ĐỀ 102 853

Đề số 52. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2018, MÃ ĐỀ 103 877

Đề số 53. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2018, MÃ ĐỀ 104 899

Đề số 54. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019, ĐỀ THAM KHẢO . 922

Đề số 55. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019, MÃ ĐỀ 101 945

Đề số 56. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019, MÃ ĐỀ 102 966

Đề số 57. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019, MÃ ĐỀ 103 989

Đề số 58. KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019, MÃ ĐỀ 104 1014
Đề số 59. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020, ĐỀ THAM KHẢO LẦN 1 1038
Đề số 60. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020, ĐỀ THAM KHẢO LẦN 2 1060
Đề số 61. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 101 1081
Đề số 62. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 102 1102
Đề số 63. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 103 1122
Đề số 64. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 104 1141
Đề số 65. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 101 1162
Đề số 66. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 102 1183
Đề số 67. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 103 1205
Đề số 68. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 104 1227
Đề số 69. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021, ĐỀ THAM KHẢO 1248
Đề số 70. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 101 1268
Đề số 71. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 102 1288
Đề số 72. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 103 1306
Đề số 73. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 104 1325
Đề số 74. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 101 1346
Đề số 75. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 102 1366
Đề số 76. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 111 1386
Đề số 77. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 120 1406
Đề số 78. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022, ĐỀ THAM KHẢO 1426
Đề số 79. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022, MÃ ĐỀ 101 1446
Đề số 80. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022, MÃ ĐỀ 102 1465
Đề số 81. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022, MÃ ĐỀ 103 1485
Đề số 82. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022, MÃ ĐỀ 104 1505
Đề số 83. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023, ĐỀ THAM KHẢO 1526
Đề số 84. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023, MÃ ĐỀ 101 1546
Đề số 85. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023, MÃ ĐỀ 102 1568
Đề số 86. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023, MÃ ĐỀ 103 1590
Đề số 87. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023, MÃ ĐỀ 104 1611
Đề số 88. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2024, ĐỀ THAM KHẢO 1634
Đề số 89. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2024, MÃ ĐỀ 102 1655

Đề số 90. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2024, MÃ ĐỀ 117 1678
Đề số 91. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2025, ĐỀ THAM KHẢO 1695
Đề số 92. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2025, Mã đề 0124 1706
Đề số 93. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2026, Mã đề 0101 1719
Đề số 94. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2026, Mã đề 0102 1734
Đề số 95. KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026 - LẦN 2(cho Chuyên Tuyên Quang), Mã đề 0110 1750

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2002
Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=-x^3+3mx^2+3\left(1-m^2\right)x+m^3-m^2$ (m là tham số). (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m=1$.

2) Tìm k để phương trình $-x^3+3x^2+k^3-3k^2=0$ có ba nghiệm phân biệt.

3) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (1).

Lời giải.

1) Khi $m=1$, hàm số (1) trở thành $y=-x^3+3x^2$.

- Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.
- Sự biến thiên
  - Giới hạn của hàm số tại vô cực

$$\lim_{x\to-\infty}y=+\infty;\ \lim_{x\to+\infty}y=-\infty.$$

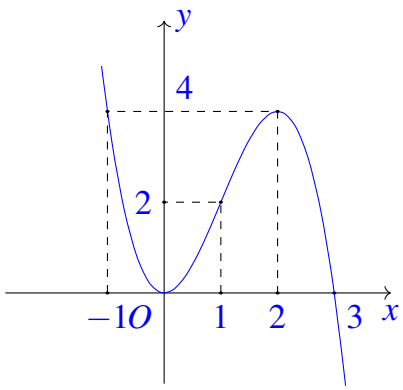
  - Đạo hàm

$$y'=-3x^2+6x;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right..$$

  - Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

  Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$; khoảng nghịch biến $(0;2)$.
  - Cực trị: hàm số đạt cực đại tại $x=2$, $y_{CĐ}=4$; đạt cực tiểu tại $x=0$, $y_{CT}=0$.
- Đồ thị (Hình 1)



Nhận xét về đồ thị: Đồ thị hàm số nhận điểm uốn $I(1;2)$ làm tâm đối xứng.

2) Tìm k để phương trình $-x^3+3x^2+k^3-3k^2=0$ có ba nghiệm phân biệt.

CÁCH 1:

Ta có $-x^3+3x^2+k^3-3k^2=0 \Leftrightarrow -x^3+3x=-k^3+3k^2$.

Đặt $a=-k^3+3k^2$. Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $-x^3+3x^2=a$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} 0<a<4 &\Leftrightarrow 0<-k^3+3k^2<4 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 0\neq k<3 \\ (k+1)(k^2-4k+4)>0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 0\neq k<3 \\ (k+1)(k-2)^2>0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -1<k<3 \\ k\neq 0 \\ k\neq 2. \end{cases} \end{aligned}$$

CÁCH 2:

Ta có

$$-x^3+3x^2+k^3-3k^2=0 \Leftrightarrow (x-k)\left[x^2+(k-3)x+k^2-3k\right]=0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x-k=0 \\ x^2+(k-3)x+k^2-3k=0. \end{bmatrix}$$

Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình

$$x^2+(k-3)x+k^2-3k=0$$

có 2 nghiệm phân biệt khác k. Tức là

$$\begin{cases} \Delta=-3k^2+6k+9>0 \\ k^2+k^2-3k+k^2-3k\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<k<3 \\ k\neq 0 \\ k\neq 2. \end{cases}$$

3) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (1).

$$y'=-3x^2+6mx+3\left(1-m^2\right)=-3(x-m)^2+3$$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m-1\\x=m+1\end{array}\right.\text{ : hai nghiệm phân biệt với mọi } m.$$

Hàm số đạt cực trị tại $x_1=m-1$ và $x_2=m+1$. Các giá trị cực trị là

$$y_1=y(x_1)=-m^2+3m-2,\quad y_2=y(x_2)=-m^2+3m+2$$

Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị $M_1\left(m-1;-m^2+3m-2\right)$ và $M_2\left(m+1;-m^2+3m+2\right)$ là:

$$\frac{x-m+1}{2}=\frac{y+m^2-3m+2}{4}\Leftrightarrow y=2x-m^2+m$$

CÁCH KHÁC:

$$y'=-3x^2+6mx+3\left(1-m^2\right)=-3(x-m)^2+3,\Delta'=9m^2+9\left(1-m^2\right)=9>0,\forall m$$

Suy ra phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm $x_1\neq x_2$ và y' đổi dấu khi qua x_1 và x_2 với mọi m.
Do đó, hàm số đạt cực trị tại x_1 và x_2 với mọi m.
Ta có

$$\begin{aligned}y&=-x^3+3mx^2+3\left(1-m^2\right)x+m^3-m^2\\&=\left(\frac{1}{3}x-\frac{m}{3}\right)\left(-3x^2+6mx+3-3m^2\right)+2x-m^2+m.\\&=\left(\frac{1}{3}x-\frac{m}{3}\right)y'+2x-m^2+m.\\y_1&=\left(\frac{1}{3}x_1-\frac{m}{3}\right)y'(x_1)+2x_1-m^2+m.\\&=2x_1-m^2+m.\end{aligned}$$

Từ đây ta có $y_1=2x_1-m^2+m$ và tương tự $y_2=2x_2-m^2+m$.
Vậy phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là $y=2x-m^2+m$.

Bài 2 (2.0). Cho phương trình $\log_3^2x+\sqrt{\log_3^2x+1}-2m-1=0$ (2) (m là tham số).

1) Giải phương trình (2) khi $m=2$.

2) Tìm m để phương trình (2) có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]$.

Lời giải.

1) Với $m=2$, ta có phương trình $\log_3^2x+\sqrt{\log_3^2x+1}-5=0$.
Điều kiện $x>0$. Đặt $t=\sqrt{\log_3^2x+1}$. Điều kiện $t\geq 1$, phương trình đã cho trở thành

$$t^2-1+t-5=0\Leftrightarrow t^2+t-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-3\text{ (loại)}\\t=2.\end{array}\right.$$

Với $t=2$, ta có

$$\log_3^2x=3\Leftrightarrow\log_3x=\pm\sqrt{3}\Leftrightarrow x=3^{\pm\sqrt{3}}.$$

2) Tìm m để phương trình $\log_3^2 x+\sqrt{\log_3^2 x+1}-2m-1=0$ (2) có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]$.

Điều kiện $x>0$. Đặt $t=\sqrt{\log_3^2 x+1}\geq 1$, phương trình (2) trở thành

$$t^2-1+t-2m-1=0\Leftrightarrow t^2+t-2m-2=0.$$

$x\in\left[1,3^{\sqrt{3}}\right]\Leftrightarrow 0\leq\log_3 x\leq\sqrt{3}\Leftrightarrow 1\leq t=\sqrt{\log_3^2 x+1}\leq 2.$

Vậy (2) có nghiệm thuộc $\left[1;3^{\sqrt{3}}\right]$ khi và chỉ khi (3) có nghiệm $\in[1,2]$. Đặt $f(t)=t^2+t$.

CÁCH 1.

Hàm số $f(t)$ là hàm đồng biến trên đoạn $[1;2]$ và $f(1)=2$ và $f(2)=6$ nên

$$\min_{[1;2]} f(t)=f(1)=2,\text{ và }\max_{[1;2]} f(t)=f(2)=6.$$

Phương trình $t^2+t=2m+2\Leftrightarrow f(t)=2m+2$ có nghiệm $\in[1;2]$ khi và chỉ khi

$$\min_{[1;2]} f(t)\leq 2m+2\leq\max_{[1;2]} f(t)\Leftrightarrow\begin{cases}f(1)\leq 2m+2\\ f(2)\geq 2m+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2\leq 2m+2\\ 2m+2\leq 6\end{cases}\Leftrightarrow 0\leq m\leq 2.$$

CÁCH 2.

Trường hợp 1. Phương trình (3) có 2 nghiệm t_1,t_2 thỏa mãn $1<t_1\leq t_2<2$.

Do $\dfrac{t_1+t_2}{2}=-\dfrac{1}{2}<1$ nên không tồn tại m.

Trường hợp 2. Phương trình (3) có 2 nghiệm t_1,t_2 thỏa mãn

$$t_1\leq 1\leq t_2\leq 2\text{ hoặc }1\leq t_1\leq 2\leq t_2.$$

Tức là

$$-2m(4-2m)\leq 0\Leftrightarrow 0\leq m\leq 2.$$

Bài 3 (2.0). 1) Tìm nghiệm thuộc khoảng $(0;2\pi)$ của phương trình

$$5\left(\sin x+\frac{\cos 3x+\sin 3x}{1+2\sin 2x}\right)=\cos 2x+3.$$

2) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\left|x^2-4x+3\right|, y=x+3$.

Lời giải.

1) $5\left(\sin x+\dfrac{\cos 3x+\sin 3x}{1+2\sin 2x}\right)=\cos 2x+3.$

Điều kiện: $\sin 2x\neq-\dfrac{1}{2}$.

Biến đổi vế trái của phương trình ta được

$$\begin{aligned}5\left(\sin x+\frac{\cos 3x+\sin 3x}{1+2\sin 2x}\right)&=5\left(\frac{\sin x+2\sin x\sin 2x+\cos 3x+\sin 3x}{1+2\sin 2x}\right)\\&=5\left(\frac{\sin x+\cos x-\cos 3x+\cos 3x+\sin 3x}{1+2\sin 2x}\right)\end{aligned}$$

$$= 5\left(\frac{(2\sin 2x+1)\cos x}{1+2\sin 2x}\right)$$
$$= 5\cos x.$$

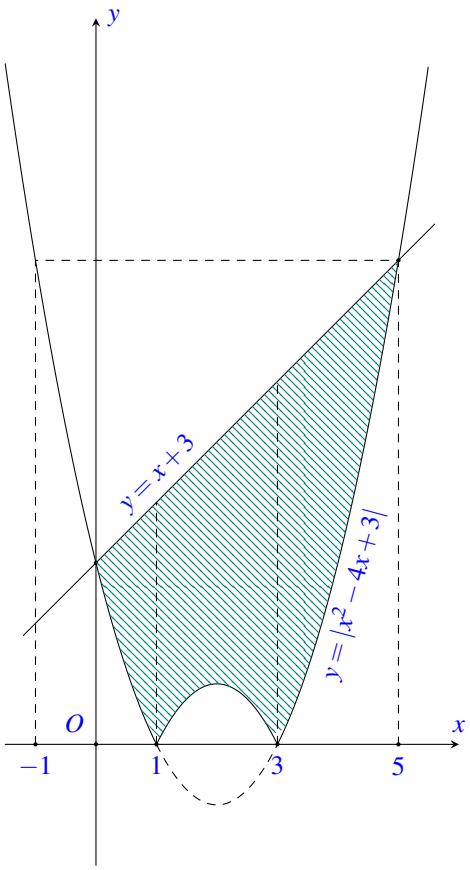
Do đó, phương trình đã cho tương đương với

$$5\cos x = \cos 2x + 3 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi,\ (k \in \mathbb{Z}.$$

Vì $x \in (0;2\pi)$ nên lấy $x_1 = \dfrac{\pi}{3}$ và $x_2 = \dfrac{5\pi}{3}$. Ta thấy x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $\sin 2x \neq -\dfrac{1}{2}$.

Vậy các nghiệm cần tìm là: $x_1 = \dfrac{\pi}{3}$ và $x_2 = \dfrac{5\pi}{3}$.

2) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = |x^2 - 4x + 3|$, $y = x + 3$.



Ta thấy phương trình $|x^2 - 4x + 3| = x + 3$ có 2 nghiệm $x_1 = 0$ và $x_2 = 5$.
Mặt khác $|x^2 - 4x + 3| \leq x + 3 \quad \forall x \in [0;5]$.
Vậy

$$S = \int_0^5 \left(x + 3 - |x^2 - 4x + 3|\right) dx$$
$$= \int_0^1 \left(x + 3 - x^2 + 4x - 3\right) dx + \int_1^3 \left(x + 3 + x^2 - 4x + 3\right) dx + \int_3^5 \left(x + 3 - x^2 + 4x - 3\right) dx$$
$$= \int_0^1 \left(-x^2 + 5x\right) dx + \int_1^3 \left(x^2 - 3x + 6\right) dx + \int_3^5 \left(-x^2 + 5x\right) dx$$

$$= \left(-\frac{1}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2\right)\Big|_0^1+\left(\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+6x\right)\Big|_1^3+\left(-\frac{1}{3}x^3+\frac{5}{2}x^2\right)\Big|_3^5$$
$$= \frac{13}{6}+\frac{26}{3}+\frac{22}{3}=\frac{109}{6}(\text{đvdt})$$

Bài 4 (2.0). 1) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ đỉnh S, có độ dài cạnh đáy bằng a. Gọi M và N lần lượt là các trung điểm của các cạnh SB và SC. Tính theo a diện tích tam giác AMN, biết rằng mặt phẳng (AMN) vuông góc với mặt phẳng (SBC).

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đêcac vuông góc $Oxyz$, cho hai đường thẳng:

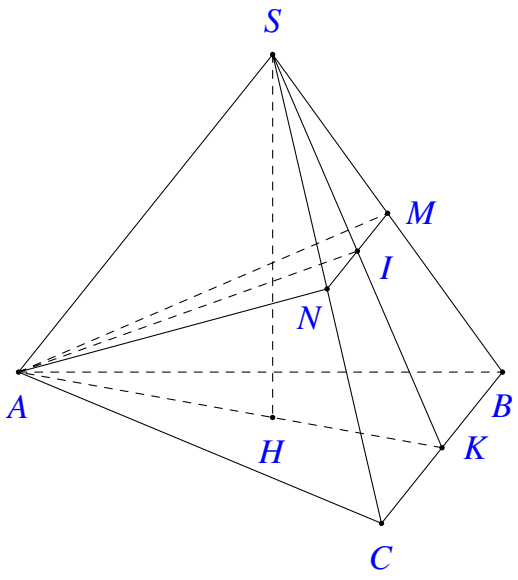
$$\Delta_1:\begin{cases}x-2y+z-4=0\\x+2y-2z+4=0\end{cases} \text{ và } \Delta_2:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=1+2t.\end{cases}$$

a) Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ_1 và song song với đường thẳng Δ_2.

b) Cho điểm $M(2;1;4)$. Tìm toạ độ điểm H thuộc đường thẳng Δ_2 sao cho đoạn thẳng MH có độ dài nhỏ nhất.

Lời giải.

1) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ đỉnh S



Gọi K là trung điểm của BC và $I=SK\cap MN$. Từ giả thiết ta có $MN=\frac{1}{2}BC=\frac{a}{2}, MN//\text{BC}$.
Suy ra I là trung điểm của SK và MN.
Ta có $\triangle SAB=\triangle SAC\Rightarrow AM=AN$.
Suy ra ΔSAK cân tại $A\Rightarrow SA=AK=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
Khi đó

$$SK^2=SB^2-BK^2=\frac{3a^2}{4}-\frac{a^2}{4}=\frac{a^2}{2}$$

$$\Rightarrow \quad AI=\sqrt{SA^2-SI^2}=\sqrt{SA^2-\left(\frac{SK}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{3a^2}{4}-\frac{a^2}{8}}=\frac{a\sqrt{10}}{4}.$$

Ta có $S_{\triangle AMN}=\frac{1}{2}MN.AI=\frac{a^2\sqrt{10}}{16}$.

CHÚ Ý !

- Có thể chứng minh $AI\perp MN$ như sau

$$BC\perp(SAK)\Rightarrow MN\perp(SAK)\Rightarrow MN\perp AI.$$

- Có thể làm theo phương pháp tọa độ: Chẳng hạn chọn hệ tọa độ Đêcac vuông góc $Oxyz$ sao cho $K(0;0;0)$, $B\left(\frac{a}{2};0;0\right)$, $C\left(-\frac{a}{2};0;0\right)$, $A\left(0;\frac{-a\sqrt{3}}{2};0\right)$, $S\left(0;\frac{-a\sqrt{3}}{6};h\right)$ trong đó h là độ dài đường cao SH của hình chóp $S.ABC$.

2) Trong không gian với hệ toạ độ Đêcac vuông góc $Oxyz$ .....

a) **CÁCH 1**. Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ_1 có dạng:

$$\alpha(x-2y+z-4)+\beta(x+2y-2z+4)=0,\left(\alpha^2+\beta^2\neq 0\right)\Leftrightarrow(\alpha+\beta)x-(2\alpha-2\beta)y+(\alpha-2\beta)z-4\alpha$$

Suy ra mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(\alpha+\beta;-2\alpha+2\beta;\alpha-2\beta)$.
Δ_2 qua $M_2(1;2;1)$ và nhận véc-tơ $\vec{u}_2=(1;1;2)$ làm véc-tơ chỉ phương.

$$(P)\ /\!/\ \Delta_2\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{n}_p\cdot\vec{u}_2=0\\ M_2(1;2;1)\notin(P)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\alpha-\beta=0\\ M_2\notin(P).\end{cases}$$

Vậy $(P):\ 2x-z=0$.
CÁCH 2. Ta có thể chuyển phương trình Δ_1 sang dạng tham số như sau:
Từ phương trình Δ_1 suy ra $2x-z=0$. Đặt $x=2t'$ ta được $\Delta_1:\ \begin{cases}x=2t'\\ y=3t'-2\\ z=4t'\end{cases}$.
Suy ra Δ_1 qua $M_1(0;-2;0)$ và nhận véc-tơ $\vec{u}_1=(2;3;4)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Đường thẳng Δ_2 nhận véc-tơ $\vec{u}_2=(1;1;2)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Mặt phẳng (P) nhận véc-tơ $\vec{n}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(2;0;-1)$ làm véc-tơ pháp tuyến và đi qua $M_1(0;-2;0)$ có phương trình là $2x-z=0$.
Ta thấy $M_2(1;2;1)\notin(P)$ nên phương trình mặt phẳng cần tìm là $2x-z=0$.

b) **CÁCH 1.**
$H\in\Delta_2\Rightarrow H(1+t,2+t,1+2t)\Rightarrow\overrightarrow{MH}=(t-1;t+1;2t-3)$
$\Rightarrow MH=\sqrt{(t-1)^2+(t+1)^2+(2t-3)^2}=\sqrt{6t^2-12t+11}=\sqrt{6(t-1)^2+5}$.
Suy ra MH đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $t=1\Rightarrow H(2;3;3)$.
CÁCH 2.
$H\in\Delta_2\Rightarrow H(1+t;2+t;1+2t)$.
MH nhỏ nhất $\Leftrightarrow MH\perp\Delta_2\Leftrightarrow\overrightarrow{MH}\cdot\vec{u}_2=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow H(2;3;4)$.

Bài 5 (2.0). 1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Đêcac vuông góc Oxy, xét tam giác ABC vuông tại A, phương trình đường thẳng BC là $\sqrt{3}x-y-\sqrt{3}=0$, các đỉnh A và B thuộc trục hoành và bán kính đường tròn nội tiếp bằng 2 . Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

2) Cho khai triển nhị thức

$$\left(2^{\frac{x-1}{2}}+2^{\frac{-x}{3}}\right)^n = \mathrm{C}_n^0\left(2^{\frac{x-1}{2}}\right)^n+\mathrm{C}_n^1\left(2^{\frac{x-1}{2}}\right)^{n-1}\left(2^{\frac{-x}{3}}\right)+\cdots+\mathrm{C}_n^{n-1}\left(2^{\frac{x-1}{2}}\right)\left(2^{\frac{-x}{3}}\right)^{n-1} + \mathrm{C}_n^n\left(2^{\frac{-x}{3}}\right)^n.$$

(n là số nguyên dương). Biết rằng trong khai triển đó $\mathrm{C}_n^3=5\mathrm{C}_n^1$ và số hạng thứ tư bằng $20n$, tìm n và x.

Lời giải.

1) Ta có $BC\cap Ox=B(1;0)$. Đặt $x_A=a$ ta có $A(a;o)$ và $x_C=a\Rightarrow y_C=\sqrt{3}a-\sqrt{3}$.

Vậy $C(a;\sqrt{3}a-\sqrt{3})$. Từ công thức $\begin{cases} x_G=\dfrac{1}{3}(x_A+x_B+x_C) \\ y_G=\dfrac{1}{3}(y_A+y_B+y_C)\end{cases}$ ta có $G\left(\dfrac{2a+1}{3};\dfrac{\sqrt{3}(a-1)}{3}\right)$.

CÁCH I.

$AB=|a-1|$, $AC=\sqrt{3}|a-1|$, $BC=2|a-1|$. Do đó

$$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot AC=\frac{\sqrt{3}}{2}(a-1)^2$$

Ta có $r=\dfrac{2S}{AB+AC+BC}=\dfrac{\sqrt{3}(a-1)^2}{3|a-1|+\sqrt{3}|a-1|}=\dfrac{|a-1|}{\sqrt{3}+1}=2$.

Vậy $|a-1|=2\sqrt{3}+2$.

Trường hợp 1. $a_1=2\sqrt{3}+3\Rightarrow G_1\left(\dfrac{7+4\sqrt{3}}{3};\dfrac{6+2\sqrt{3}}{3}\right)$.

Trường hợp 2. $a_2=-2\sqrt{3}-1\Rightarrow G_2\left(\dfrac{-4\sqrt{3}-1}{3};\dfrac{-6-2\sqrt{3}}{3}\right)$.

CÁCH 2. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$. Vì $r=2$ nên $y_I=\pm 2$.

Phương trình BI: $y=\tan 30^\circ\cdot(x-1)=\dfrac{x-1}{\sqrt{3}}\Rightarrow x_I=1\pm 2\sqrt{3}$.

Trường hợp 1. Nếu A và O khác phía đối với B thì $x_I=1+2\sqrt{3}$.

Từ $\mathrm{d}(I,AC)=2$ suy ra $a=x_1+2=3+2\sqrt{3}$. Khi đó $G_1\left(\dfrac{7+4\sqrt{3}}{3};\dfrac{6+2\sqrt{3}}{3}\right)$.

Trường hợp 2. Nếu A và O cùng phía đối với B thì $x_I=1-2\sqrt{3}$.

Tương tự ta có $a=x_I-2=-1-2\sqrt{3}$. Khi đó $G_2\left(\dfrac{-4\sqrt{3}-1}{3};\dfrac{-6-2\sqrt{3}}{3}\right)$.

2) Điều kiện $\begin{cases} n\in\mathbb{N}^* \\ n\geq 3.\end{cases}$

Ta có

$$C_n^3 = 5 \Leftrightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} = 5\frac{n!}{(n-1)!} \Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 5n \Leftrightarrow n^2 - 3n - 28 = 0 \Leftrightarrow n = 7.$$

Với $n = 7$ ta có

$$C_7^3 \left(2^{\frac{x-1}{2}}\right)^4 \left(2^{\frac{-x}{3}}\right)^3 = 140 \Leftrightarrow 35 \cdot 2^{2x-2} \cdot 2^{-x} = 140 \Leftrightarrow 2^{x-2} = 4 \Leftrightarrow x = 4.$$

HẾT

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2002

Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = mx^4 + (m^2-9)x^2 + 10$ (1) (m là tham số).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.

2) Tìm m để hàm số (1) có ba điểm cực trị.

Lời giải.

1) Khi $m = 1$, hàm số đã cho trở thành $y = x^4 - 8x^2 + 10$.

- Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
- Sự biến thiên:
  - Chiều biến thiên: $y' = 4x^3 - 16x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 2. \end{array}\right.$
  - Giới hạn tại vô cực: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = -\infty$.
  - Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-6	$\nearrow$	10	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy

  - Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$; nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.
  - Cực trị: hàm số đạt cực đại tại $x = \pm 1, y_{CĐ} = 1$; đạt cực tiểu tại $x = 0, y_{CT} = 0$.
- Đồ thị (Hình 2.91)

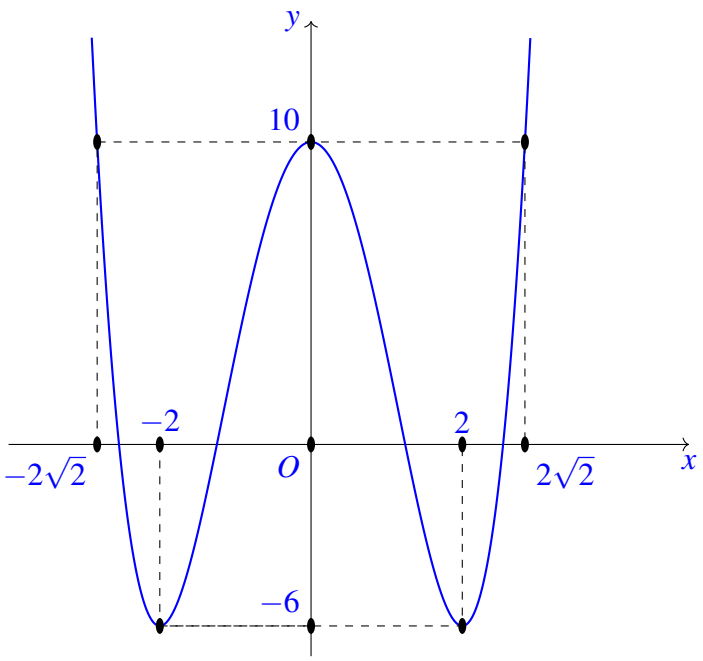
2) Tìm m để hàm số (1) có ba điểm cực trị.

$y' = 4mx^3 + 2(m^2-9)x = 2x(2mx^2 + m^2 - 9)$,

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2mx^2 + m^2 - 9 = 0. \end{array}\right.$

Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $2mx^2 + m^2 - 9 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0.

Vì $2mx^2 + m^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m \neq 0 \\ x^2 = \dfrac{9-m^2}{2m} \end{array}\right.$.



Hình 2.1:

nên phương trình $2mx^2+m^2-9=0$ có 2 nghiệm khác $0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-3 \\ 0<m<3. \end{array}\right.$

Vậy hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-3 \\ 0<m<3. \end{array}\right.$

Bài 2 (3,0 điểm). 1) Giải phương trình $\sin^2 3x-\cos^2 4x=\sin^2 5x-\cos^2 6x$.

2) Giải bất phương trình $\log_x\left(\log_3\left(9^x-72\right)\right)\le 1$.

3) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt[3]{x-y}=\sqrt{x-y} \\ x+y=\sqrt{x+y+2}. \end{cases}$

Lời giải.

1) Giải phương trình $\sin^2 3x-\cos^2 4x=\sin^2 5x-\cos^2 6x$.

$$\begin{aligned} \sin^2 3x-\cos^2 4x=\sin^2 5x-\cos^2 6x &\Leftrightarrow \frac{1-\cos 6x}{2}-\frac{1+\cos 8x}{2}=\frac{1-\cos 10x}{2}-\frac{1+\cos 12x}{2} \\ &\Leftrightarrow (\cos 12x+\cos 10x)-(\cos 8x+\cos 6x)=0 \\ &\Leftrightarrow \cos x(\cos 11x-\cos 7x)=0 \\ &\Leftrightarrow \cos x\sin 9x\sin 2x=0 \\ &\Leftrightarrow \sin 9x\sin 2x=0 \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{k\pi}{9} \\ x=\dfrac{k\pi}{2} \end{array}\right., k\in\mathbb{Z} \end{aligned}$$

2) Giải bất phương trình $\log_x(\log_3(9^x-72)) \le 1$.

Điều kiện $\begin{cases} x>0, x\neq 1 \\ 9^x-72>0 \\ \log_3(9^x-72)>0 \end{cases} \Leftrightarrow 9^x-72>1 \Leftrightarrow x>\log_9 73.$

Do $x>\log_9 73>1$ nên

$$(1) \Leftrightarrow \log_3(9^x-72) \le x \Leftrightarrow 9^x-72 \le 3^x \Leftrightarrow (3^x)^2-3^x-72 \le 0.$$

Đặt $t=3^x (t>0)$, ta được phương trình

$$t^2-t-72 \le 0 \Leftrightarrow -8 \le t \le 9 \Leftrightarrow -8 \le 3^x \le 9 \Leftrightarrow x \le 2.$$

Kết hợp với điều kiện (2) ta được nghiệm của bất phương trình là $\log_9 73 < x \le 2$.

3) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt[3]{x-y}=\sqrt{x-y} & (1) \\ x+y=\sqrt{x+y+2}. & (2) \end{cases}$

Điều kiện $\begin{cases} x-y\ge 0 \\ x+y\ge 0. \end{cases}$

Với điều kiện trên, ta có

$$\sqrt[3]{x-y}=\sqrt{x-y} \Leftrightarrow \sqrt[3]{x-y}(1-\sqrt[6]{x-y})=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=y \\ x=y+1. \end{array}\right.$$

Thay $x=y$ vào (2),ta được $x=y=1$.

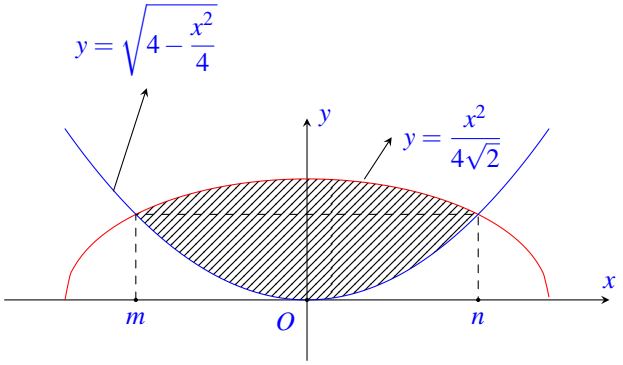
Thay $x=y+1$ vào (2), ta được $x=\dfrac{3}{2}, y=\dfrac{1}{2}$.

Kết hợp với điều kiện ta thấy hệ đã cho có 2 nghiệm $(x;y)$ là $(1;1)$, $\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

Bài 3 (1,0 điểm). Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường

$$y=\sqrt{4-\frac{x^2}{4}} \text{ và } y=\frac{x^2}{4\sqrt{2}}.$$

Lời giải.



Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường cong $y=\sqrt{4-\dfrac{x^2}{4}}$ và $y=\dfrac{x^2}{4\sqrt{2}}$ là

$$\sqrt{4-\frac{x^2}{4}}=\frac{x^2}{4\sqrt{2}}\Leftrightarrow\frac{x^4}{32}+\frac{x^2}{4}-4=0\Leftrightarrow x^2=8\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{8}.$$

Trên $[-\sqrt{8};\sqrt{8}]$ ta có $\dfrac{x^2}{4\sqrt{2}}\le\sqrt{4-\dfrac{x^2}{4}}$ và do hình đối xứng qua trục tung nên

$$S=2\int\limits_0^{\sqrt{8}}\left(\sqrt{4-\frac{x^2}{4}}-\frac{x^2}{4\sqrt{2}}\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\sqrt{8}}\sqrt{16-x^2}\,\mathrm{d}x-\frac{1}{2\sqrt{2}}\int\limits_0^{\sqrt{8}}x^2\,\mathrm{d}x=S_1-S_2.$$

Để tính S_1 ta dùng phép đổi biến $x=4\sin t$, khi $0\le t\le\dfrac{\pi}{4}$ thì $0\le x\le\sqrt{8}$.

$\mathrm{d}x=4\cos t\,\mathrm{d}t$ và $\cos t>0\forall t\in\left[0;\dfrac{\pi}{4}\right]$. Do đó

$$S_1=\int\limits_0^{\sqrt{8}}\sqrt{16-x^2}\,\mathrm{d}x16\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^2t\,dt=8\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}(1+\cos 2t)dt=2\pi+4.$$

$$S_2=\frac{1}{2\sqrt{2}}\int\limits_0^{\sqrt{8}}x^2\,\mathrm{d}x\,\frac{1}{6\sqrt{2}}x^3\Big|_0^{\sqrt{8}}=\frac{8}{3}.$$

Vậy $S=S_1-S_2=2\pi+\dfrac{4}{3}$.

CHÚ Ý! Có thể tính S theo công thức $S=\displaystyle\int\limits_{-\sqrt{8}}^{\sqrt{8}}\left(\sqrt{4-\frac{x^2}{4}}-\frac{x^2}{4\sqrt{2}}\right)\mathrm{d}x$.

Bài 4 (3,0 điểm). 1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đề-các vuông góc Oxy cho hình chữ nhật $ABCD$ có tâm $I\left(\dfrac{1}{2};0\right)$, phương trình đường thẳng AB là $x-2y+2=0$ và $AB=2AD$. Tìm tọa độ các đỉnh A,B,C,D biết rằng đỉnh A có hoành độ âm.

2) Cho hình lập phương $ABCDA_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng a.

a) Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng A_1B và B_1D.

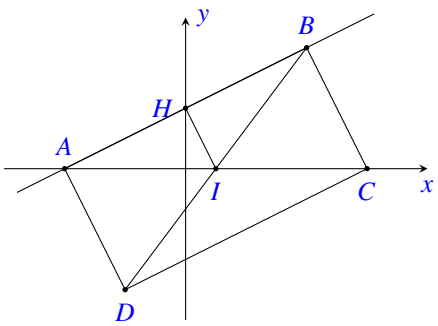
b) Gọi M,N,P lần lượt là các trung điểm của các cạnh BB_1,CD,A_1D_1. Tính góc giữa hai đường thẳng MP và C_1N.

Lời giải.

1) Trong mặt phẳng (Oxy) .....

Khoảng cách từ I đến đường thẳng AB là

$$\mathrm{d}(I,AB)=\frac{\left|\frac{1}{2}-2\cdot 0+2\right|}{\sqrt{5}}.$$



Suy ra $AD=\sqrt{5}$ và $IA=IB=\dfrac{5}{2}$.

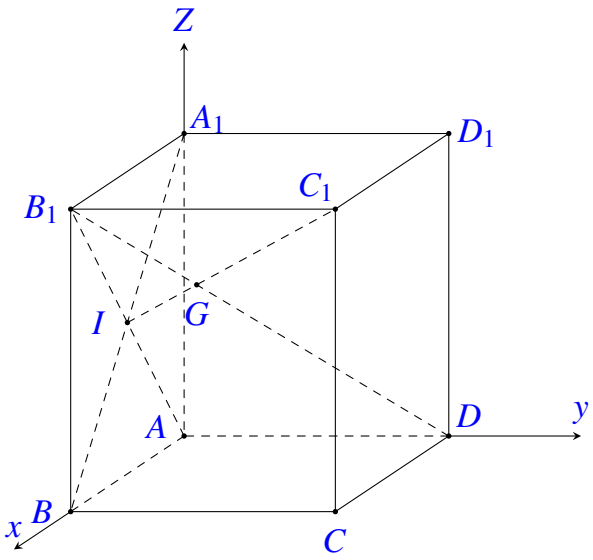
Do đó A,B là các giao điểm của đường thẳng AB với đường tròn tâm I và bán kính $R=\dfrac{5}{2}$.

Tọa độ A,B là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x-2y+2=0 \\ \left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+y^2=\left(\dfrac{5}{2}\right)^2. \end{cases}$$

Giải hệ ta được $A(-2;0),B(2;2)$ (vì $x_A<0$) $\Rightarrow C(3;0),D(-1;-2)$.

2) Tính góc giữa hai đường thẳng MP và C_1N.



CÁCH 1. Chọn hệ tọa độ Đề-các vuông góc $Oxyz$ sao cho

$$A(0;0;0),B(a;0;0),D(0;a;0),A_1(0;0;a)\Rightarrow C(a;a;0);B_1(a;0;a);C_1(a;a;a),D_1(0;a;a)$$
$$\Rightarrow \overrightarrow{A_1B}=(a;0;-a),\overrightarrow{B_1D}=(-a;a;-a),\overrightarrow{A_1B_1}=(a;0;0) \text{ và } \left[\overrightarrow{A_1B},\overrightarrow{B_1D}\right]=\left(a^2;2a^2;a^2\right).$$

Vậy $d\left(A_1B,B_1D\right)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{A_1B},\overrightarrow{B_1D}\right]\cdot\overrightarrow{A_1B_1}\right|}{\left[\overrightarrow{A_1B},\overrightarrow{B_1D}\right]}=\dfrac{a^3}{a^2\sqrt{6}}=\dfrac{a}{\sqrt{6}}$.

CÁCH 2.

$$\left.\begin{matrix} A_1B\perp AB_1 \\ A_1B\perp AD \end{matrix}\right\}\Rightarrow A_1B\perp(AB_1C_1D)\Rightarrow A_1B\perp B_1D.$$

Tương tự $A_1C_1\perp B_1D\Rightarrow B_1D\perp(A_1BC_1)$. Gọi $G=B_1D\cap(A_1BC_1)$.

Do $B_1A_1=B_1B=B_1C_1=a$ nên $GA_1=GB=GC_1\Rightarrow G$ là tâm tam giác đều A_1BC_1 có

cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm của A_1B thì IG là đường vuông góc chung của A_1B và B_1D, nên $d(A_1B,B_1D)=IG=\dfrac{1}{3}C_1I=\dfrac{1}{3}A_1B\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a}{\sqrt{6}}$.

CHÚ Ý! Thí sinh có thể viết phương trình mặt phẳng (P) chứa A_1B và song song với B_1D là: $x+2y+z-a=0$ và tính khoảng cách từ B_1 (hoặc từ D) tới (P), hoặc viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa B_1D và song song với A_1B là $x+2y+z-2a=0$ và tính khoảng cách từ A_1 (hoặc từ B) tới (Q).

CÁCH 2.1. Từ CÁCH 1 của $2a)$ ta có

$$M\left(a;0;\frac{a}{2}\right),N\left(\frac{a}{2};a;0\right),P\left(0;\frac{a}{2};a\right)\Rightarrow\overrightarrow{MP}=\left(-a;\frac{a}{2};\frac{a}{2}\right),\overrightarrow{NC_1}=\left(\frac{a}{2};0;a\right).$$

Từ đây ta có $\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{NC_1}=0$.

Vậy $MP\perp C_1N$.

CÁCH 2.2

Gọi E là trung điểm của CC_1 thì $ME\perp(CDD_1C_1)\Rightarrow$ hình chiếu vuông góc của MP trên (CDD_1C_1) là ED_1. Ta có $\Delta C_1CN=\Delta D_1C_1E\Rightarrow C_1D_1E=CC_1N=90^\circ-D_1C_1N\Rightarrow D_1E\perp C_1N$. Từ đây theo định lý ba đường vuông góc ta có $MP\perp C_1N$.

Bài 5 (1,0 điểm). Cho đa giác đều $A_1A_2\ldots A_{2n}$ ($n\geq 2,n$ nguyên) nội tiếp đường tròn (O). Biết rằng số tam giác có các đỉnh là 3 trong $2n$ điểm $A_1,A_2,\ldots,A_{2n}$ nhiều gấp 20 lần số hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong $2n$ điểm $A_1,A_2,\ldots,A_{2n}$, tìm n.

Lời giải.

Số tam giác có các đỉnh là 3 trong $2n$ điểm $A_1,A_2,\cdots,A_{2n}$ là C_{2n}^3. Gọi đường chéo của đa giác đều $A_1A_2\cdots A_{2n}$ đi qua tâm đường tròn (O) là đường chéo lớn thì đa giác đã cho có n đường chéo lớn. Mỗi hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong $2n$ điểm $A_1,A_2,\cdots,A_{2n}$ có các đường chéo là hai đường chéo lớn. Ngược lại, với mỗi cặp đường chéo lớn ta có các đầu mút của chúng là 4 đỉnh của một hình chữ nhật. Vậy số hình chữ nhật nói trên bằng số cặp đường chéo lớn của đa giác $A_1A_2\cdots A_{2n}$ tức C_n^2. Theo giả thiết thì

$$\begin{aligned}
&\mathrm{C}_{2n}^3=20\mathrm{C}_n^2\\
\Leftrightarrow\ &\frac{(2n)!}{3!(2n-3)!}=20\frac{n!}{2!(n-2)!}\\
\Leftrightarrow\ &\frac{2n\cdot(2n-1)(2n-2)}{6}=20\frac{n(n-1)}{2}\\
\Leftrightarrow\ &2n-1=15\\
\Leftrightarrow\ &n=8.
\end{aligned}$$

CHÚ Ý!

Thí sinh có thể tìm số hình chữ nhật bằng các cách khác. Nếu lý luận đúng để đi đến kết quả số hình chữ nhật là $\dfrac{n(n-1)}{2}$ thì cho điểm tối đa phần này.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2002
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1. Cho hàm số $y=\dfrac{(2m-1)x-m^2}{x-1}$ (1) (m là tham số).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1) ứng với $m=-1$.

2) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C) và hai trục tọa độ.

3) Tìm m để đồ thị của hàm số (1) tiếp xúc với đường thẳng $y=x$.

Lời giải.

1) Khi $m=-1$, hàm số trở thành $y=\dfrac{-3x-1}{x-1}$

- Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.
- Sự biến thiên
  - Chiều biến thiên: $y'=\dfrac{4}{(x-1)^2}; y'>0, \forall x\in\mathscr{D}$.
    Hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.
  - Giới hạn và tiệm cận: $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}y=-3$; tiệm cận ngang là $y=-3$.

    $$\lim_{x\to1^-}y=-\infty;\ \lim_{x\to1^+}y=+\infty;\text{tiệm cận đứng là}x=1.$$

  - Bảng biến thiên:

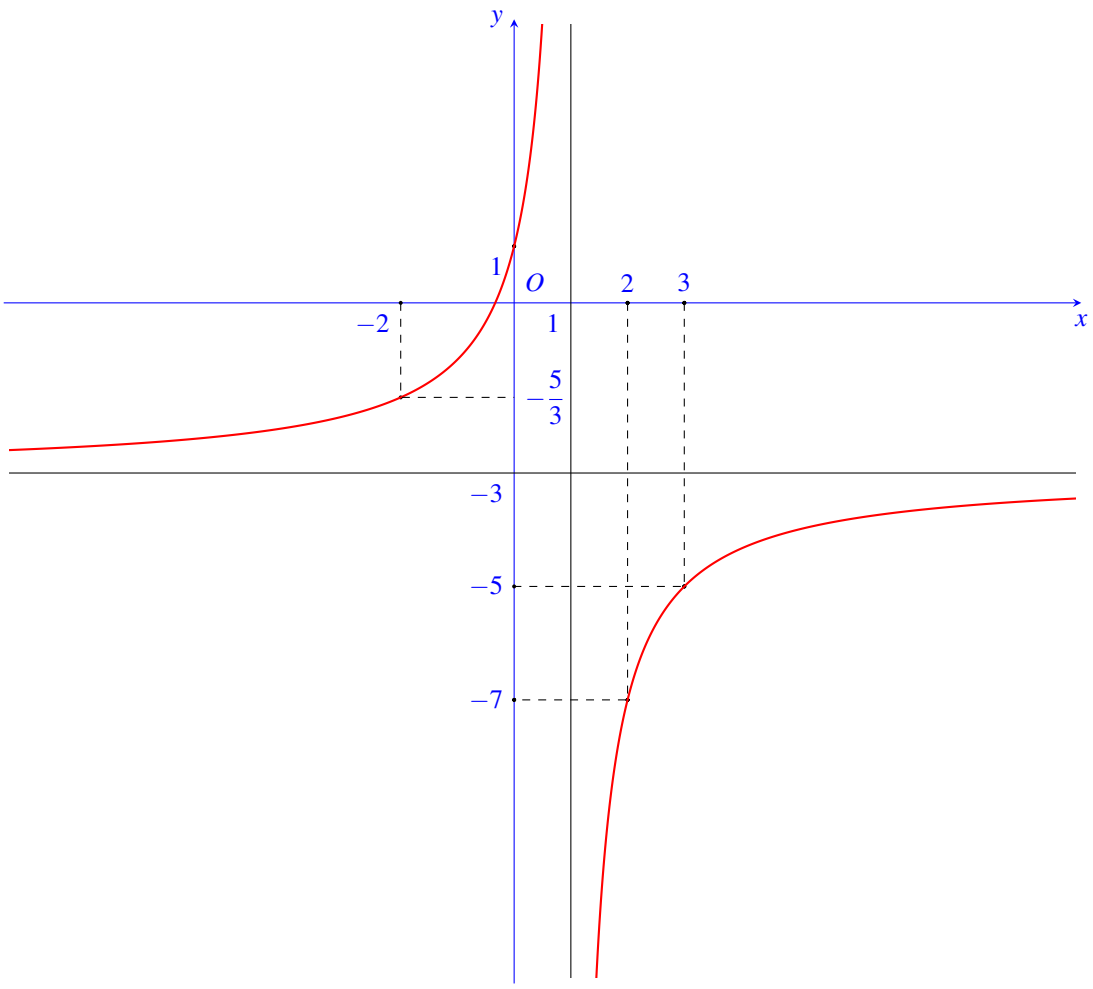
x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	-3	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-3

- Đồ thị (Hình 2.2)

2) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C) và hai trục tọa độ .....
Diện tích cần tính là

$$S=\int_{-1/3}^{0}\left(\frac{-3x-1}{x-1}\right)dx=-3\int_{-1/3}^{0}dx-4\int_{-1/3}^{0}\frac{dx}{x-1}=-3\cdot\frac{1}{3}-4\ln|x-1||_{-1/3}^{0}=-1+4\ln\frac{4}{3}(\text{đvdt}$$

3) Tìm m để đồ thị của hàm số (1) tiếp xúc với đường thẳng $y=x$ .....
Ký hiệu $f(x)=\dfrac{(2\,\mathrm{m}-1)x-m^2}{x-1}$.



Hình 2.2:

Yêu cầu bài toán tương đương với tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} f(x)=x \\ f'(x)=(x)' \end{cases}$ có nghiệm.

Ta có

$$\begin{cases} f(x)=x \\ f'(x)=(x)' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{-(x-m)^2}{x-1}=0 \\ \left(\dfrac{-(x-m)^2}{x-1}\right)'=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{-(x-m)^2}{x-1}=0 \\ \dfrac{-2(x-m)(x-1)+(x-m)^2}{(x-1)^2}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=m \\ m\neq 1. \end{cases}$$

Vậy đồ thị hàm số (1) luôn tiếp xúc với đường thẳng $y=x$ (tại điểm $(m;m)$) khi và chỉ khi $m\neq 1$.

Bài 2.

1) Giải bất phương trình $\left(x^2-3x\right)\cdot\sqrt{2x^2-3x-2}\geq 0$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2^{3x}=5y^2-4y \\ \dfrac{4^x+2^{x+1}}{2^x+2}=y \end{cases}$

Lời giải.

1) Giải bất phương trình

Ta có

$$\left(x^2-3x\right)\cdot\sqrt{2x^2-3x-2}\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}\sqrt{2x^2-3x-2}=0 & (I)\\ \begin{cases}\sqrt{2x^2-3x-2}>0\\ x^2-3x\geq 0.\end{cases} & (II)\end{array}\right.$$

$$(I)\Leftrightarrow\sqrt{2x^2-3x-2}=0\Leftrightarrow 2x^2-3x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=-\dfrac{1}{2}.\end{array}\right.$$

$$(II)\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{2x^2-3x-2}>0\\ x^2-3x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x^2-3x-2>0\\ x^2-3x\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x<-\dfrac{1}{2}\\ x>2\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l}x\leq 0\\ x\geq 3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-\dfrac{1}{2}\\ x\geq 3.\end{array}\right.$$

Kết hợp hai trường hợp, ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là

$$S=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup\{2\}\cup[3;+\infty].$$

2) Giải hệ phương trình

Ta có

$$\begin{cases}2^{3x}=5y^2-4y\\ \dfrac{4^x+2^{x+1}}{2^x+2}=y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2^{3x}=5y^2-4y\\ 2^x=y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2^x=y>0\\ y^3-5y^2+4y=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2^x=y>0\\ \left[\begin{array}{l}y=0\text{ (loại)}\\ y=1\\ y=4\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=0\\ y=1\end{cases}\\ \begin{cases}x=2\\ y=4.\end{cases}\end{array}\right.$$

Bài 3. Tìm x thuộc đoạn $[0;14]$ nghiệm đúng phương trình $\cos 3x-4\cos 2x+3\cos x-4=0$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\cos 3x-4\cos 2x+3\cos x-4=0&\Leftrightarrow(\cos 3x+3\cos x)-4(\cos 2x+1)=0\\ &\Leftrightarrow 4\cos^3 x-8\cos^2 x=0\\ &\Leftrightarrow 4\cos^2 x(\cos x-2)=0\\ &\Leftrightarrow\cos x=0\\ &\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}.\end{aligned}$$

Theo đề $x\in[0;14]\Leftrightarrow 0\leq\dfrac{\pi}{2}+k\pi\leq 14,k\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow k\in\{0;1;2;3\}$.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm thuộc $[0;14]$ đó là

$$x=\frac{\pi}{2};\quad x=\frac{3\pi}{2};x=\frac{5\pi}{2};x=\frac{7\pi}{2}.$$

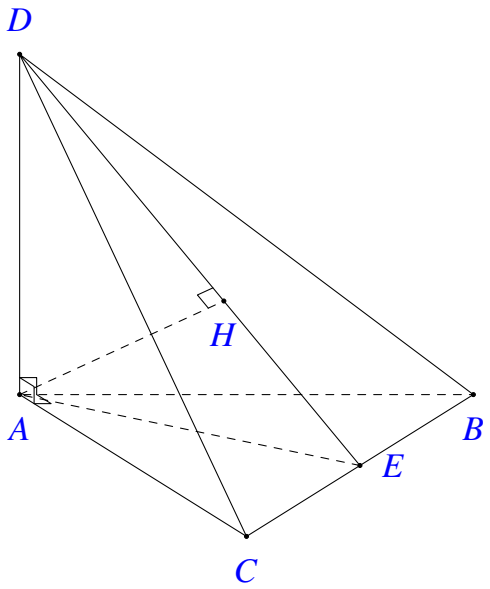
Bài 4.

1) Cho hình tứ diện $ABCD$ có cạnh AD vuông góc với mặt phẳng (ABC);$AC = AD = 4$ cm; $AB = 3$ cm ; $BC = 5$ cm. Tính khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (BCD).

2) Trong không gian với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxy , cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2=0$ và đường thẳng d_m : $\begin{cases}(2m+1)x+(1-m)y+m-1=0\\ mx+(2m+1)z+4m+2=0\end{cases}$ (m là tham số). Xác định m để đường thẳng d_m song song với mặt phẳng (P).

Lời giải.

1) Tính khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (BCD). .....



CÁCH 1.
Từ giả thiết suy ra tam giác ABC vuông tai A, do đó $AB \perp AC$.
Lại có $AD \perp (ABC) \Rightarrow AD \perp AB$ và $AD \perp AC$ nên AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau.
Vì $ABCD$ là tứ diện vuông tại A nên gọi H là hình chiếu của A trên mặt phẳng (ABC) thì ta có

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AD^2}+\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}.$$

Thay $AC = AD = 4$ cm ;$AB = 3$ cm vào hệ thức trên ta tính được $AH = \dfrac{6\sqrt{34}}{17}$ cm.

CÁCH 2.
Từ giả thiết suy ra tam giác ABC vuông tai A, do đó $AB \perp AC$. Lại có $AD \perp mp(ABC) \Rightarrow AD \perp AB$ và $AD \perp AC$, nên AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau.
Do đó có thể chọn hệ toạ độ Đêcac vuông góc, gốc A sao cho $B(3;0;0), C(0;4;0), D(0;0;4)$.
Mặt phẳng (BCD) có phương trình

$$\frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{4}-1=0.$$

Khoảng cách cần tính là

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}}}=\frac{6\sqrt{34}}{17}(\text{ cm}).$$

CÁCH 3.
Gọi V là thể tích tứ diện $ABCD$, ta có

$$V=\frac{1}{6}\cdot AB\cdot AC\cdot AD=8.$$

Áp dụng công thức $AH=\dfrac{3V}{\text{dt}(\Delta BCD)}$ với $V=8$ và $\text{dt}(\Delta BCD)=2\sqrt{34}$ ta tính được $AH=\dfrac{6\sqrt{34}}{17}$ cm.

2) Xác định m để đường thẳng d_m song song với mặt phẳng (P).
Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(2;-1;0)$.
Đường thẳng d_m có vec tơ chỉ phương $\vec{u}\left((1-m)(2m+1);-(2m+1)^2;-m(1-m)\right)$.
Suy ra $\vec{u}\cdot\vec{n}=3(2\,\text{m}+1)$.
Ta có

$$\begin{aligned} d_m\ /\!/\ (P) &\Rightarrow \vec{u}\perp\vec{n}\\ &\Leftrightarrow \vec{u}\cdot\vec{n}=0\\ &\Leftrightarrow m=-\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Thử lại: Với $m=-\dfrac{1}{2}$, đường thẳng d_m có phương trình là $\begin{cases}x=0\\ y-1=0\end{cases}$. Đường thẳng đi qua mọi điểm có tọa độ dạng $(0;1;a)$. Ta thấy điểm $A(0;1;a)$ không thuộc mặt phẳng (P) nên d_m song song với (P).
Vậy $m=-\dfrac{1}{2}$ thỏa mãn đề bài.

Bài 5.

1) Tìm số nguyên dương n sao cho $\text{C}_n^0+2\text{C}_n^1+4\text{C}_n^2+\ldots+2^n\text{C}_n^n=243$.

2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxy, cho elip (E) có phương trình $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Xét điểm m chuyển động trên tia Ox và điểm n chuyển động trên tia Oy sao cho đường thẳng MN luôn tiếp xúc với (E). Xác định tọa độ của m, n để đoạn MN có độ đài nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó.

Lời giải.

1) Tìm số nguyên dương n
Ta có

$$(x+1)^n=\sum_{k=0}^{n}\text{C}_n^k x^k$$

Cho $x=2$ ta được

$$\begin{aligned} & 3^n=\sum_{k=0}^{n} \mathrm{C}_n^k 2^k \\ \Leftrightarrow\ & 3^n=\mathrm{C}_n^0+2\mathrm{C}_n^1+4\mathrm{C}_n^2+\ldots+2^n\mathrm{C}_n^n \\ \Leftrightarrow\ & 3^n=243 \\ \Leftrightarrow\ & n=5. \end{aligned}$$

2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxy, cho elip (E) .....
Giả sử $M(m;0)$ và $N(0;n)$ với $m>0$, $n>0$ là hai điểm chuyển động trên hai tia Ox và Oy. Đường thẳng MN có phương trình $\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}-1=0$ Đương thăng này tiếp xúc với (E) khi và chỉ khi

$$16\left(\frac{1}{m}\right)^2+9\left(\frac{1}{n}\right)^2=1.$$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có

$$MN^2=m^2+n^2=\left(m^2+n^2\right)\left(\frac{16}{m^2}+\frac{9}{n^2}\right)=25+16\frac{n^2}{m^2}+9\frac{m^2}{n^2}.$$

Vậy với $M(2\sqrt{7};0)$, $N\left(0;\sqrt{21}\right)$ thì MN đạt GTNN và bằng 7.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2003
Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2). Cho hàm số $y=\dfrac{mx^2+x+m}{x-1}$ (1) (m là tham số).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m=-1$.

2) Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt và hai điểm đó có hoành độ dương.

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**)

Khi $m=1$ hàm số trở thành $y=\dfrac{-x^2+x-1}{x-1}=-x-\dfrac{1}{x-1}$.

1) Tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

2) Sự biến thiên:

a) Các giới hạn tại vô cực, giới hạn vô cực và các đường tiệm cận

- Vì $\lim\limits_{x\to1^+}y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to1^-}y=+\infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng là $x=-3$.
- Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}y=+\infty$ nên đồ không có tiệm cận ngang.
- Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}(y-(-x))=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{-1}{x-1}\right)=0$, $\lim\limits_{x\to-\infty}(y-(-x))=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{-1}{x-1}\right)=0$ nên đồ thị có tiệm cận xiên là $y=-x$.

b) Bảng biến thiên:

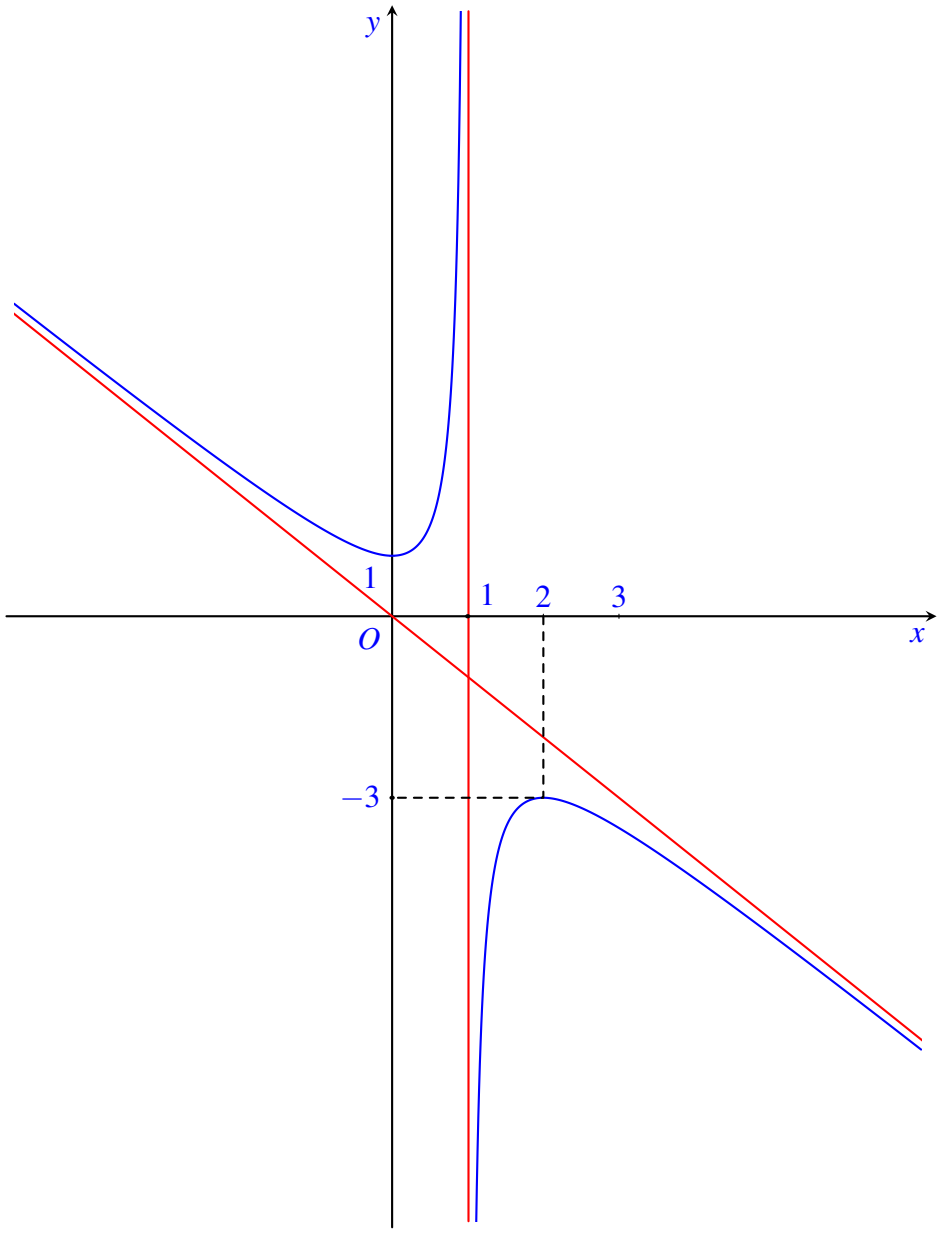
- $y'=-1+\dfrac{1}{(x-3)^2}=\dfrac{-x^2+2x}{(x-1)^2}$.
- $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2.\end{array}\right.$
- Lập bảng

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-3	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-0)$ và $(2;+\infty)$; đồng biến trên mỗi khoảng $(0;1)$ và $(1;2)$.

- Cực trị: $y_{CĐ}=y(2)=-3$, $y_{CT}=y(0)=1$.

c) Đồ thị (Hình 2.27)



Hình 2.3:

2) **(1,0 điểm)**

Đồthị hàm số $y=\dfrac{mx^2+x+m}{x-1}$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ dương khi và chỉ khi phương trình $f(x)=mx^2+x+m=0$ có 2 nghiệm dương phàn biệt khác 1. Điều này xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta=1-4m^2>0 \\ f(1)=2m+1\neq 0 \\ S=-\dfrac{1}{m}>0 \\ P=\dfrac{m}{m}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ |m|<\dfrac{1}{2} \\ m\neq -\dfrac{1}{2} \\ m<0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}<m<0.$$

Vậy giá trị m cần tìm là $-\dfrac{1}{2}<m<0$.

Bài 2 (2). 1) Giải phương trình $\cot x - 1 = \dfrac{\cos 2x}{1+\tan x} + \sin^2 x - \dfrac{1}{2}\sin 2x$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - \dfrac{1}{x} = y - \dfrac{1}{y} \\ 2y = x^3 + 1. \end{cases}$

Lời giải.

1) Giải phương trình $\cot x - 1 = \dfrac{\cos 2x}{1+\tan x} + \sin^2 x - \dfrac{1}{2}\sin 2x$ (1).

Điều kiện $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \\ \tan x \neq -1. \end{cases}$

Khi đó

$$\begin{aligned} (1) &\Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x} - 1 = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{1 + \dfrac{\sin x}{\cos x}} + \sin x(\sin x - \cos x) \\ &\Leftrightarrow \frac{\cos x - \sin x}{\sin x} = \cos x(\cos x - \sin x) + \sin x(\sin x - \cos x) \\ &\Leftrightarrow (\cos x - \sin x)\left(1 - \sin x \cos x + \sin^2 x\right) = 0 \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \cos x - \sin x = 0 & (2) \\ 1 - \sin x \cos x + \sin^2 x = 0. & (3) \end{array}\right. \end{aligned}$$

$(2) \Leftrightarrow \sin x = \cos x \Leftrightarrow \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$ (thỏa mãn điều kiện.)

$(3) \Leftrightarrow 1 - \sin x \cos x + \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow 1 - \dfrac{1}{2}\sin 2x + \sin^2 x = 0$: vô nghiệm.

Vậy nghiệm của phương trình là $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

2) Giải hệ $\begin{cases} x - \dfrac{1}{x} = y - \dfrac{1}{y} & (1) \\ 2y = x^3 + 1. & (2) \end{cases}$

+ Điều kiện $xy \neq 0$.

Ta có $(1) \Leftrightarrow (x-y)\left(1 + \dfrac{1}{xy}\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y \\ xy = -1. \end{array}\right.$

TH1. $\begin{cases} x = y \\ 2y = x^3 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ 2x = x^3 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ (x-1)(x^2 + x - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y = 1 \\ x = y = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ x = y = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}. \end{array}\right.$

TH2. $\begin{cases} xy = -1 \\ 2y = x^3 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{1}{x} \\ -\dfrac{2}{x} = x^3 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\dfrac{1}{x} \\ x^4 + x + 2 = 0. \end{cases} \quad (3)$

Ta chứng minh phương trình (3) vô nghiệm.

- **Cách 1.** $x^4+x+2=\left(x^2-\frac{1}{2}\right)^2+\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{2}>0, \forall x\in\mathbb{R}$.
- **Cách 2.** Đặt $f(x)=x^4+x+2 \Rightarrow f(x)\geq \min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=f\left(\frac{-1}{\sqrt[3]{4}}\right)>0$. Trường hợp này hệ vô nghiệm.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là:

$$(x;y)=(1;1),\quad \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2};\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right),\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2};\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right).$$

Bài 3 (2). 1) Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Tính số đo của góc phẳng nhị diện $[B,A'C,D]$.

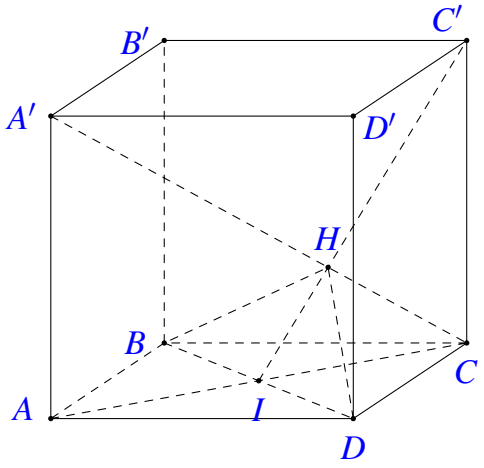
2) Trong không gian với hệ tọa độ Đề-các vuông góc $Oxyz$ cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có A trùng với gốc của hệ tọa độ, $B(a;0;0),D(0;a;0),A'(0;0;b)$ $(a>0,b>0)$. Gọi M là trung điểm cạnh CC'.

a) Tính thể tích của khối tứ diện $BDA'M$ theo a và b.

b) Xác định tỷ số $\frac{a}{b}$ để hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (MBD) vuông góc với nhau.

Lời giải.

1) Tính số đo của góc phẳng nhị diện $[B,A'C,D]$.



CÁCH 1. Đặt $AB=a$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên $A'C$, suy ra $BH\perp A'C$.
$BD\perp(A'AC)\Rightarrow BD\perp A'C$.
do đó $A'C\perp(BHD)\Rightarrow A'C\perp DH$.
Vậy góc phẳng nhị diện $[B,A'C,D]$ là góc $\widehat{BHD}$.
Xét $\Delta A'DC$ vuông tại D có DH là đường cao, ta có

$$DH\cdot A'C=CD\cdot A'D\Rightarrow DH=\frac{CD\cdot A'D}{A'C}=\frac{a\cdot a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}}=\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

Tương tự, $\Delta A'BC$ vuông tại B có BH là đường cao và $BH=\dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Mặt khác

$$2a^2=BD^2=BH^2+DH^2-2BH.DH\cos\widehat{BHD}=\frac{2a^2}{3}+\frac{2a^2}{3}-2.\frac{2a^2}{3}\cos\widehat{BHD}.$$

Do đó $\cos\widehat{BHD}=-\dfrac{1}{2}$.

Vậy $\widehat{BHD}=120^\circ$.

CÁCH 2.

Ta có $BD\perp AC\Rightarrow BD\perp A'C$ (Định lý ba đường vuông góc).

Tương tự, $BC'\perp A'C\Rightarrow (BC'D)\perp A'C$.

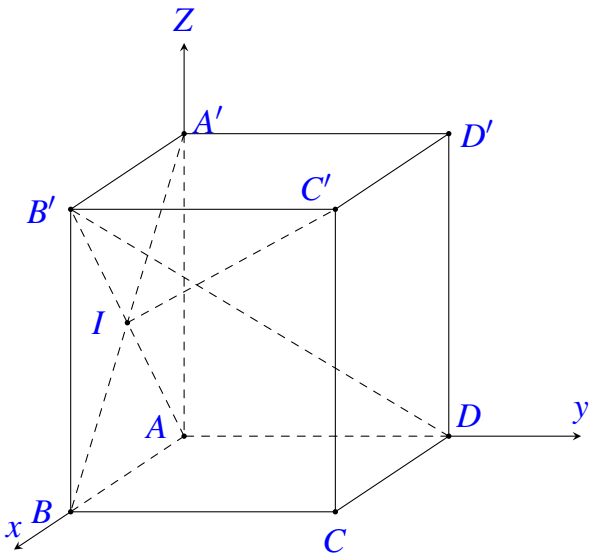
Gọi H là giao điểm của $A'C$ và $(BC'D)$, ta có $\widehat{BHD}$ là góc phẳng của $[B;A'C;D]$.

Các tam giác vuông $HA'B,HA'D,HA'C'$ bằng nhau nên $HB=HC'=HD$.

Suy ra H là tâm tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle BC'D$ đều.

Vậy $\widehat{BHD}=120^\circ$.

2) Tính thể tích của khối tứ diện $BDA'M$ theo a và b.



a) Từ giả thiết ta có

$C(a;a;0);C'(a;a;b);M\left(a;a;\dfrac{b}{2}\right)\Rightarrow\overrightarrow{BD}=(-a;a;0),\overrightarrow{BM}=\left(0;a;\dfrac{b}{2}\right)$

$\Rightarrow[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BM}]=\left(\dfrac{ab}{2};\dfrac{ab}{2};-a^2\right)$.

$\overrightarrow{BA'}=(-a;0;b)\Rightarrow[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BM}]\cdot\overrightarrow{BA'}=\dfrac{-3a^2b}{2}$.

Do đó $V_{BDA'M}=\dfrac{1}{6}\left|[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BM}]\cdot\overrightarrow{BA'}\right|=\dfrac{a^2b}{4}$.

b) Mặt phẳng (BDM) có véctơ pháp tuyến là $\vec{n_1}=[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BM}]=\left(\dfrac{ab}{2};\dfrac{ab}{2};-a^2\right)$.

Mặt phẳng $(A'BD)$ có véctơ pháp tuyến là $\vec{n_2}=\left[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BA'}\right]=(ab;ab;a^2)$.

Do đó $(BDM)\perp(A'BD)\Leftrightarrow\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}=0\Leftrightarrow\dfrac{a^2b^2}{2}+\dfrac{a^2b^2}{2}-a^4=0\Leftrightarrow a=b\Leftrightarrow\dfrac{a}{b}=1$.

Bài 4 (2). 1) Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niutơn của $\left(\frac{1}{x^3}+\sqrt{x^5}\right)^n$, biết rằng $\mathrm{C}_{n+4}^{n+1}-\mathrm{C}_{n+3}^{n}=7(n+3)$(n là số nguyên dương, $x>0, \mathrm{C}_n^k$ là số tổ hợp chập k của n phân tử).

2) Tính tích phân $I=\displaystyle\int_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{3}}\frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x^2+4}}$.

Lời giải.

1) Tìm hệ số của số hạng chứa x^8

Ta có

$$\begin{aligned}&\mathrm{C}_{n+4}^{n+1}-\mathrm{C}_{n+3}^{n}=7(n+3)\\ \Leftrightarrow\ &\left(\mathrm{C}_{n+3}^{n+1}+\mathrm{C}_{n+3}^{n}\right)-\mathrm{C}_{n+3}^{n}=7(n+3)\\ \Leftrightarrow\ &\frac{(n+2)(n+3)}{2!}=7(n+3)\\ \Leftrightarrow\ &n+2=7.2!=14\\ \Leftrightarrow\ &n=12.\end{aligned}$$

Số hạng tổng quát của khai triển là

$$\mathrm{C}_{12}^{k}\left(x^{-3}\right)^k\cdot\left(x^{\frac{5}{2}}\right)^{12-k}=\mathrm{C}_{12}^{k}x^{\frac{60-11k}{2}}.$$

Ta có $x^{\frac{60-11k}{2}}=x^8\Leftrightarrow\frac{60-11k}{2}=8\Leftrightarrow k=4$.

Do đó hệ số của số hạng chứa x^8 là $\mathrm{C}_{12}^{4}=\dfrac{12!}{4!(12-4)!}=495$.

2) Tính tích phân $I=\displaystyle\int_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{3}}\frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x^2+4}}$.

Đặt $t=\sqrt{x^2+4}\Rightarrow \mathrm{d}t=\dfrac{x\,\mathrm{d}}{x}\sqrt{x^2+4}$ và $x^2=t^2-4$.

Với $x=\sqrt{5}$ thì $t=3$, với $x=2\sqrt{3}$ thì $t=4$. Khi đó

$$I=\int_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{3}}\frac{x\,\mathrm{d}x}{x^2\sqrt{x^2+4}}=\int_3^4\frac{\mathrm{d}t}{t^2-4}=\frac{1}{4}\int_3^4\left(\frac{1}{t-2}-\frac{1}{t+2}\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{4}\left(\ln\left|\frac{t-2}{t+2}\right|\right)\Big|_3^4=\frac{1}{4}\ln\frac{5}{3}.$$

Bài 5 (1). Cho x,y,z là ba số dương và $x+y+z\le 1$. Chứng minh rằng

$$\sqrt{x^2+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{y^2+\frac{1}{y^2}}+\sqrt{z^2+\frac{1}{z^2}}\ge\sqrt{82}.$$

Lời giải.

Với mọi $\vec{u}, \vec{v}$ ta có

$$|\vec{u}+\vec{v}|^2 = \vec{u}^2+\vec{v}^2+2\vec{u}\cdot\vec{v} \le |\vec{u}|^2+|\vec{v}|^2+2|\vec{u}|\cdot|\vec{v}| = (|\vec{u}|+|\vec{v}|)^2.$$

Suy ra

$$|\vec{u}+\vec{v}| \le |\vec{u}|+|\vec{v}|,\ \forall \vec{u},\vec{v};\ \text{đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi } \vec{u},\vec{v} \text{ cùng hướng.} \qquad (*)$$

Đặt $\vec{a} = \left(x;\dfrac{1}{x}\right), \vec{b} = \left(y;\dfrac{1}{y}\right), \vec{c} = \left(z;\dfrac{1}{z}\right)$. Áp dụng bất đẳng thức $(*)$ ta có

$$|\vec{a}|+|\vec{b}|+|\vec{c}| \ge |\vec{a}+\vec{b}|+|\vec{c}| \ge |\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|.$$

Do đó

$$P = \sqrt{x^2+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{y^2+\frac{1}{y^2}}+\sqrt{z^2+\frac{1}{z^2}} \ge \sqrt{(x+y+z)^2+\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)^2}.$$

CÁCH 1. Ta có

$$P \ge \sqrt{(x+y+z)^2+\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)^2} \ge \sqrt{(3\sqrt[3]{xyz})^2+\left(3\sqrt[3]{\frac{1}{xyz}}\right)^2} = \sqrt{9t+\frac{9}{t}}.$$

Với $t = (\sqrt[3]{xyz})^2$, ta có $0 < t \le \left(\dfrac{x+y+z}{3}\right)^2 \le \dfrac{1}{9}$.

Xét hàm số $Q(t) = 9t+\dfrac{9}{t}$, có $Q'(t) = 9-\dfrac{9}{t^2} < 0, \forall t \in \left(0;\dfrac{1}{9}\right]$ nên $Q(t)$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{1}{9}\right]$.

Suy ra $Q(t) \ge Q\left(\dfrac{1}{9}\right) = 82$. Đẳng thức xảy ra khi $x=y=z=\dfrac{1}{3}$).

Vậy $P \ge \sqrt{Q(t)} \ge \sqrt{82}$.

CÁCH 2.

Ta có

$$\begin{aligned}(x+y+z)^2+\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)^2 &= 81(x+y+z)^2+\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)^2-80(x+y+z)^2\\ &\ge 18(x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)-80(x+y+z)^2 \ge 162-80 = 82.\end{aligned}$$

Vậy $P \ge \sqrt{82}$. Đẳng thức xảy ra khi $x=y=z=\dfrac{1}{3}$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2003
Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2). Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m (\mathrm{m}ltham s)$. (1)

1) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm phân biệt đối xứng với nhau qua gốc tọa độ.

2) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m = 2$.

Lời giải.

1) Tìm m để đồ thị hàm số (1)
Đồ thị hàm số (1) có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ khi và chỉ khi tồn tại $x_0 \neq 0$ sao cho $y(x_0) = -y(-x_0)$. Tức là tồn tại $x_0 \neq 0$ sao cho

$$x_0^3 - 3x_0^2 + m = -\left[(-x_0)^3 - 3(-x_0)^2 + m\right] \Leftrightarrow 3x_0^2 = m.$$

Vậy đồ thị hàm số (1) có hai điểm phân biệt đối xứng qua gốc tọa độ khi và chỉ khi $m > 0$.

2) Với $m = 2$, hàm số trở thành: $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

- Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
- Sự biến thiên:
  - Giới hạn của hàm số tại vô cực

$$\lim_{x\to-\infty} y = -\infty; \lim_{x\to+\infty} y = +\infty.$$

  - Đạo hàm

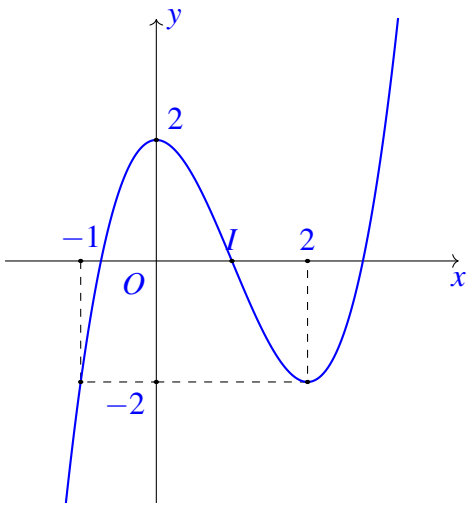
$$y' = 3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right..$$

  - Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$; khoảng nghịch biến $(0;2)$.
  - Cực trị: hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CĐ} = 2$; đạt cực tiểu tại $x = 2$, $y_{CT} = -2$.
- Đồ thị (Hình 2.80)

Nhận xét về đồ thị: Đồ thị hàm số nhận điểm uốn $I(1;0)$ làm tâm đối xứng.



Hình 2.4:

Bài 2 (2). 1) Giải phương trình $\cot x - \tan x + 4\sin 2x = \dfrac{2}{\sin 2x}$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3y = \dfrac{y^2+2}{x^2} \\ 3x = \dfrac{x^2+2}{y^2}. \end{cases}$

Lời giải.

1) Giải phương trình $\cot x - \tan x + 4\sin 2x = \dfrac{2}{\sin 2x}$. (1)

Điều kiện $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$

Khi đó

$$\begin{aligned}
(1) &\Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x} + 4\sin 2x = \frac{2}{\sin 2x} \\
&\Leftrightarrow \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x \cos x} + 4\sin 2x = \frac{2}{\sin 2x} \\
&\Leftrightarrow 2\cos 2x + 4\sin^2 2x = 2 \\
&\Leftrightarrow 2\cos^2 2x - \cos 2x - 1 = 0 \\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = 1 \\ \cos 2x = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.
\end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện $(*)$ ta được nghiệm của (1) là $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3y=\dfrac{y^2+2}{x^2} & (1) \\ 3x=\dfrac{x^2+2}{y^2}. & (2) \end{cases}$

Điều kiện $\begin{cases} x\neq 0 \\ y\neq 0. \end{cases}$

Với điều kiện $x\neq 0$, $y\neq 0$ ta thấy các phương trình (1) và (2) đều có vế phải dương nên chỉ cần xét $x>0$, $y>0$. Ta có

$$\begin{cases} 3y=\dfrac{y^2+2}{x^2} \\ 3x=\dfrac{x^2+2}{y^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2y=y^2+2 \\ 3xy^2=x^2+2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-y)(3xy+x+y)=0 \\ 3xy^2=x^2+2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=y \\ 3xy^2=x^2+2 \end{cases} \\ \begin{cases} 3xy+x+y=0 \\ 3xy^2=x^2+2 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \\ \begin{cases} 3xy+x+y=0 \\ 3xy^2=x^2+2 \end{cases} \end{array}\right. : \text{ hệ này vô nghiệm vì } x,y>0.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(1;1)$.

Bài 3 (3). 1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxy cho tam giác ABC có $AB=AC, \widehat{BAC}=90^0$. Biết $M(1;-1)$ là trung điểm cạnh BC và $G\left(\dfrac{2}{3};0\right)$ là trọng tâm tam giác ABC. Tìm tọa độ các đỉnh A,B,C.

2) Cho hình lăng trụ đứng $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là một hình thoi cạnh a, góc $\widehat{BAD}=60^\circ$. Gọi M là trung điểm cạnh AA' và N là trung điểm cạnh CC'. Chứng minh rằng bốn điểm B',M,D,N cùng thuộc một mặt phẳng. Hãy tính độ dài cạnh AA' theo a để tứ giác $B'MDN$ là hình vuông.

3) Trong không gian với hệ tọa độ Đêcac vuông góc $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;0;0), B(0;0;8)$ và điểm C sao cho $\overrightarrow{AC}=(0;6;0)$. Tính khoảng cách từ trung điểm I của BC đến đường thẳng OA.

Lời giải.

1) Tìm tọa độ các đỉnh A,B,C.

1) Vì G là trọng tâm $\triangle ABC$ và M là trung điểm BC nên $\overrightarrow{MA}=3\overrightarrow{MG}=(-1;3)\Rightarrow A(0;2)$.

Phương trình BC đi qua $M(1;-1)$ và vuông góc với $\overrightarrow{MA}=(-1,3)$ là: $-1(x-1)+3(y+1)=0\Leftrightarrow -x+3y+4=0$ (1). Ta thấy $MB=MC=MA=\sqrt{10}\Rightarrow$ tọa độ B,C thỏa mãn phương trình: $(x-1)^2+(y+1)^2=10$ (2). Giải hệ $(1),(2)$ ta được tọa độ của B,C là $(4;0),(-2;-2)$.

2) Chứng minh rằng bốn điểm B',M,D,N cùng thuộc một mặt phẳng.

Ta có $A'M$ //$= NC\Rightarrow A'MCN$ là hình bình hành, do đó $A'C$ và MN cắt nhau tại trung điểm I của mỗi đường. Mặt khác $A'DCB'$ là hình bình hành nên trung điểm I của $A'C$ cũng chính là trung điểm của $B'D$.

Vậy MN và $B'D$ cắt nhau tại trung điểm I của mỗi đường nên $B'MDN$ là hình bình hành.

Do đó B', M, D, N cùng thuộc một mặt phẳng.

Mặt khác $DM^2=DA^2+AM^2=DC^2+CN^2=DN^2$, hay $DM=DN$.

Vậy hình bình hành $B'MDN$ là hình thoi.

Do đó $B'MDN$ là hình vuông khi và chỉ khi $MN=B'D\Leftrightarrow AC=B'D\Leftrightarrow AC^2=B'D^2=B'B^2+BD^2\Leftrightarrow 3a^2=B'B^2+a^2\Leftrightarrow BB'=a\sqrt{2}\Leftrightarrow AA'=a\sqrt{2}$.

3) Tính khoảng cách từ trung điểm I của BC đến đường thẳng OA.

3) Từ $\overrightarrow{AC}=(0;6;0)$ và $A(2;0;0)$ suy ra $C(2;6;0)$, do đó $I(1;3;4)$. Phương trình mạat phẳng (α) qua I và vuông góc với OA là : $x-1=0$. $\Rightarrow$ tọa độ giao điểm của (α) với OA là $K(1;0;0)$. $\Rightarrow$ khoảng cách từ I đến OA là $IK=\sqrt{(1-1)^2+(0-3)^2+(0-4)^2}=5$.

Bài 4 (3). 1) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=x+\sqrt{4-x^2}$.

2) Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1-2\sin^2 x}{1+\sin 2x}\mathrm{d}x$.

Lời giải.

1) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=x+\sqrt{4-x^2}$.

Tập xác định $[-2;2]$.

$$y'=1-\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}.$$

$$y'=0\Leftrightarrow\sqrt{4-x^2}=x\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 0\\4-x^2=x^2\end{cases}\Leftrightarrow x=\sqrt{2}.$$

Ta có $y(-2)=-2, y(\sqrt{2})=2\sqrt{2}, y(2)=2$.

Vậy $\max_{[-2;2]}y=y(\sqrt{2})=2\sqrt{2}$ và $\min_{[-2;2]}y=y(-2)=-2$.

2) Tính tích phân

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1-2\sin^2 x}{1+\sin 2x}\mathrm{d}x$$

2) Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1-2\sin^2 x}{1+\sin 2x}\mathrm{d}x$.

Ta có $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{1-2\sin^2 x}{1+\sin 2x}\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\cos 2x}{1+\sin 2x}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=1+\sin 2x\Rightarrow dt=2\cos 2x\mathrm{d}x$. Với $x=0$ thì $t=1$, với $x=\dfrac{\pi}{4}$ thì $t=2$. Khi đó $I=\dfrac{1}{2}\int_1^2\dfrac{dt}{t}=\dfrac{1}{2}\ln|t|\Big|_1^2=\dfrac{1}{2}\ln 2$.

Bài 5 (1). Cho n là số nguyên dương. Tính tổng

$$\mathrm{C}_n^0+\frac{2^2-1}{2}\mathrm{C}_n^1+\frac{2^3-1}{3}\mathrm{C}_n^2+\cdots+\frac{2^{n+1}-1}{n+1}\mathrm{C}_n^n$$

(C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

Lời giải.

Ta có $(1+x)^n=\mathrm{C}_n n^0+\mathrm{C}_n n^1x+\mathrm{C}_n n^2x^2+\ldots+\mathrm{C}_n n^nx^n$.

Suy ra $\int_1^2(1+x)^n\mathrm{d}x=\int_1^2\left(\mathrm{C}_n n^0+\mathrm{C}_n n^1x+\mathrm{C}_n n^2x^2+\ldots+\mathrm{C}_n n^nx^n\right)\mathrm{d}x$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{n+1}(1+x)^{n+1}\Big|_1^2=\left(\mathrm{C}_n n^0x+\mathrm{C}_n n^1\frac{x^2}{2}+\mathrm{C}_n n^2\frac{x^3}{3}+\ldots+\mathrm{C}_n n^n\frac{x^{n+1}}{n+1}\right)\Big|_1^2$$

$$\Leftrightarrow\mathrm{C}_n n^0+\frac{2^2-1}{2}\mathrm{C}_n n^1+\frac{2^3-1}{3}\mathrm{C}_n n^2+\cdots+\frac{2^{n+1}-1}{n+1}\mathrm{C}_n n^n=\frac{3^{n+1}-2^{n+1}}{n+1}$$

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2003
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+4}{x-2}$.

2) Tìm m để đường thẳng $d_m: y=mx+2-2m$ cắt đồ thị của hàm số (1) tại hai điểm phân biệt.

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**) Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+4}{x-2}=x+\dfrac{4}{x-2}$

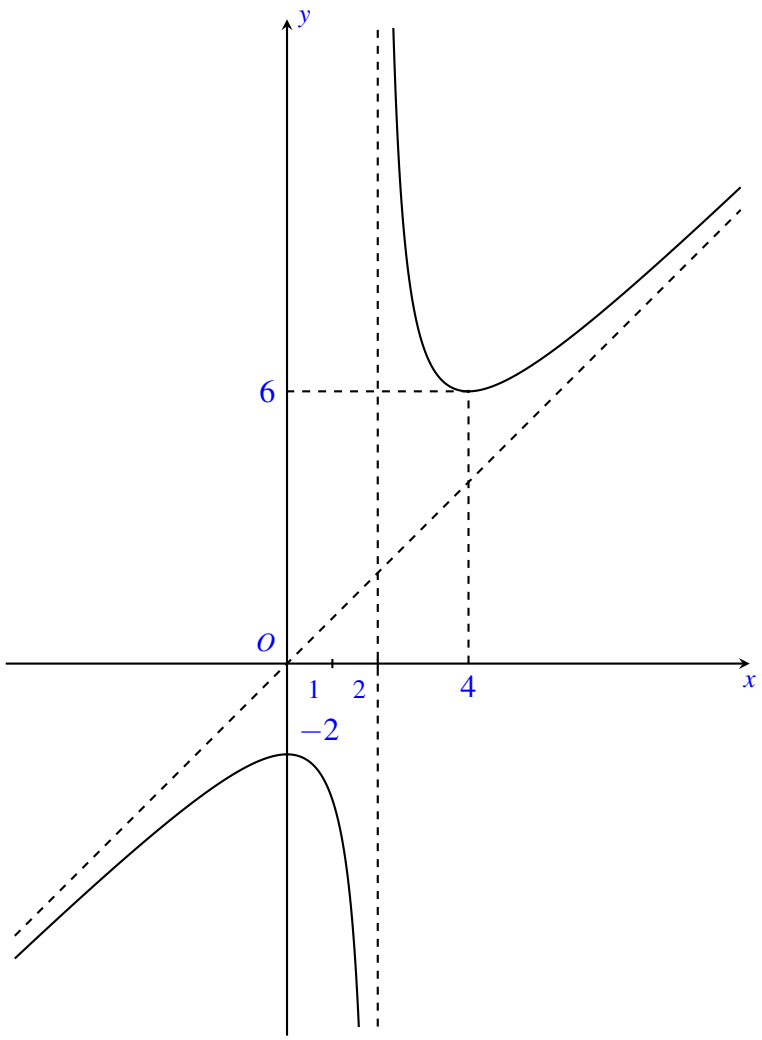
- Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.
- Đạo hàm $y'=1-\dfrac{4}{(x-2)^2}=\dfrac{x^2-4x}{(x-2)^2}$.
  $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=-2\\ x=4\Rightarrow y=6.\end{array}\right.$
- Tiệm cận
  - Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+}y=+\infty\Rightarrow$ đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng.
  - Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}(y-x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4}{x-2}=0\Rightarrow$ đường thẳng $y=x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.
- Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	$+\infty$	↘	6	↗	$+\infty$

- Cực trị $y_{CĐ}=y(2)=-\dfrac{1}{2}$ và $y_{CT}=y(0)=\dfrac{3}{2}$.
- Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$; nghịch biến trên $(0;1)$ và $(1;2)$.
- Đồ thị

2) (**1,0 điểm**)

Đường thẳng d_m cắt đồ thị hàm số (1) tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $x+\dfrac{4}{x-2}=mx+2-2m$ có hai nghiệm phân biệt khác $2\Leftrightarrow(m-1)(x-2)^2=4$ có hai nghiệm phân biệt khác $2\Leftrightarrow m-1>0\Leftrightarrow m>1$. Vậy giá trị m cần tìm là $m>1$.



Hình 2.5:

Bài 2. Giải phương trình $\sin^2\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{4}\right)\tan^2 x-\cos^2\dfrac{x}{2}=0$.

Lời giải.

Điều kiện: $\cos x\neq 0 \quad (*)$. Khi đó

$$\begin{aligned}
(1) &\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left[1-\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\right]\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}=\frac{1}{2}(1+\cos x)\\
&\Leftrightarrow (1-\sin x)\sin^2 x=(1+\cos x)\cos^2 x\\
&\Leftrightarrow (1-\sin x)(1-\cos x)(1+\cos x)=(1+\cos x)(1-\sin x)(1+\sin x)\\
&\Leftrightarrow (1-\sin x)(1+\cos x)(\sin x+\cos x)=0\\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ \cos x=-1\\ \tan x=-1\end{array}\right.
\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=\pi+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi \end{array}\right. ,k\in\mathbf{Z}$$

Kết hợp điều kiện (*) ta được nghiệm của phương trình là

$$x=\pi+k2\pi,\ x=-\frac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbf{Z}.$$

Bài 3. Giải phương trình $2^{x^2-x}-2^{2+x-x^2}=3$.

Lời giải.

Phương trình $2^{x^2-x}-2^{2+x-x^2}=3$.
Đặt $t=2^{x^2-x}\Rightarrow t>0$. Khi đó (1) trở thành

$$t-\frac{4}{t}=3\Leftrightarrow t^2-3t-4=0\Leftrightarrow (t+1)(t-4)=0\Leftrightarrow t=4(\text{ vì } t>0).$$

Vậy

$$2^{x^2-x}=4\Leftrightarrow x^2-x=2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2. \end{array}\right.$$

Do đó tập nghiệm của phương trình là $S=\{-1;2\}$.

Bài 4. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxy, cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=4$ và đường thẳng $d:x-y-1=0$. Viết phương trình đường tròn (C) đối xứng với đường tròn (C) qua đường thẳng d. Tìm tọa độ các giao điểm của (C) và (C').

Lời giải.

Từ $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=4$ suy ra (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=2$.
Đường thẳng d có véctơ pháp tuyến là $\bar{n}=(1;-1)$.
Do đó đường thẳng Δ đi qua $I(1;2)$ và vuông góc với d có phương trình

$$\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-1}\Leftrightarrow x+y-3=0.$$

Tọa độ giao điểm H của d và Δ là nghiệm của hệ phương trình

$$\left\{\begin{array}{l} x-y-1=0 \\ x+y-3=0 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=2 \\ y=1 \end{array}\right.\Rightarrow H(2;1).$$

Gọi J là điểm đối xứng với $I(1;2)$ qua d. Khi đó

$$\left\{\begin{array}{l} x_J=2x_H-x_I=3 \\ y_J=2x_H-x_I=0 \end{array}\right.\Rightarrow J(3;0).$$

Vì (C') đối xứng với (C) qua d nên (C') có tâm là $J(3;0)$ và bán kính $R=2$. Do đó (C') có phương trình là: $(x-3)^2+y^2=4$. Tọa độ các giao điểm của (C) và (C') là nghiệm của hệ phương trình:

$$\left\{\begin{array}{l} (x-1)^2+(y-2)^2=4 \\ (x-3)^2+y^2=4 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x-y-1=0 \\ (x-3)^2+y^2=4 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} y=x-1 \\ 2x^2-8x+6=0 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1,y=0 \\ x=3,y=2. \end{array}\right.$$

Vậy tọa độ giao điểm của (C) và (C') là $A(1;0)$ và $B(3;2)$.

Bài 5. Trong không gian với hệ tọa độ Đêcac vuông góc $Oxyz$ cho đường thẳng

$$d_k: \begin{cases} x+3ky-z+2=0 \\ kx-y+z+1=0. \end{cases}$$

Tìm k để đường thẳng d_k vuông góc với mặt phẳng $(P): x-y-2z+5=0$.

Lời giải.

Ta có cặp vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng xác định d_k là $\vec{n}_1=(1;3k;-1)$ và $\vec{n}_2=(k;-1;1)$. Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;-1;-2)$. Đường thẳng d_k có vectơ chỉ phương là:

$$\vec{u}=[\vec{n}_1,\vec{n}_2]=\left(3k-1;-k-1;-1-3k^2\right)\neq\vec{0},\forall k\in\mathbb{R}.$$

Vậy

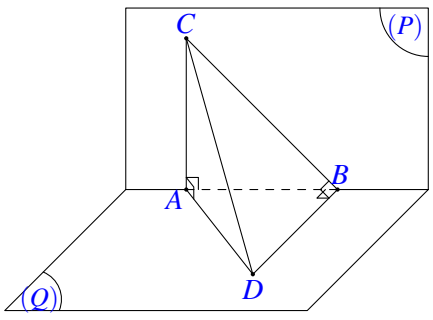
$$d_k\perp(P)\Leftrightarrow\vec{u}\parallel\vec{n}\Leftrightarrow\frac{3k-1}{1}=\frac{-k-1}{-1}=\frac{-1-3k^2}{-2}\Leftrightarrow k=1.$$

Vậy giá trị k cần tìm là $k=1$.

Bài 6. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau, có giao tuyến là đường thẳng Δ. Trên Δ láy hai điểm A,B với $AB=a$. Trong mặt phẳng (P) láy điểm C, trong mặt phẳng (Q) láy điểm D sao cho AC, BD cùng vuông góc với Δ và $AC=BD=AB$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ và tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) theo a.

Lời giải.

Ta có $(P)\perp(Q)$ và $\Delta=(P)\cap(Q)$, mà $AC\perp\Delta\Rightarrow AC\perp(Q)\Rightarrow AC\perp AD$, hay $\widehat{CAD}=90^\circ$. Tương tự, ta có $BD\perp\Delta$ nên $BD\perp(P)$, do đó $\widehat{CBD}=90^\circ$. Vậy A và B nằm trên mặt cầu đường kính CD.



Và bán kính của mặt cầu là

$$R=\frac{CD}{2}=\frac{1}{2}\sqrt{BC^2+BD^2}=\frac{1}{2}\sqrt{AB^2+AC^2+BD^2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Gọi H là trung điểm của $BC\Rightarrow AH\perp BC$. Do $BD\perp(P)$ nên $BD\perp AH\Rightarrow AH\perp(BCD)$.

Vậy AH là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) và $AH=\frac{1}{2}BC=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Bài 7. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ trên đoạn $[-1;2]$.

Lời giải.

Ta có $y'=\dfrac{1-x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$;

$\begin{cases} y' = 0 \\ x \in (-1;2) \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$

Ta có $y(-1) = 0$, $y(1) = \sqrt{2}$, $y(2) = \dfrac{3}{\sqrt{5}}$.

Vậy $\max\limits_{[-1;2]} y = y(1) = \sqrt{2}$ và $\min\limits_{[-1;2]} y = y(-1) = 0$.

Bài 8. Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^2 \left|x^2 - x\right| \mathrm{d}x$.

Lời giải.

Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^2 \left|x^2 - x\right| \mathrm{d}x$.

Ta có $x^2 - x \le 0 \Leftrightarrow 0 \le x \le 1$, suy ra

$$\begin{aligned} I &= \int_0^1 \left(x - x^2\right) \mathrm{d}x + \int_1^2 \left(x^2 - x\right) \mathrm{d}x \\ &= \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^1 + \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_1^2 = 1. \end{aligned}$$

Bài 9. Với n là số nguyên dương, gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $\left(x^2+1\right)^n (x+2)^n$. Tìm n để $a_{3n-3} = 26n$.

Lời giải.

CÁCH 1: Ta có $\left(x^2+1\right)^n = \mathrm{C}_n^0 x^{2n} + \mathrm{C}_n^1 x^{2n-2} + \mathrm{C}_n^2 x^{2n-4} + \ldots + \mathrm{C}_n^n$,

$$(x+2)^n = \mathrm{C}_n^0 x^n + 2\mathrm{C}_n^1 x^{n-1} + 2^2 \mathrm{C}_n^2 x^{n-2} + 2^3 \mathrm{C}_n^3 x^{n-3} + \ldots + 2^n \mathrm{C}_n^n.$$

Dễ dàng kiểm tra $n = 1, n = 2$ không thỏa mãn điều kiện bài toán.
Với $n \ge 3$ thì $x^{3n-3} = x^{2n} x^{n-3} = x^{2n-2} x^{n-1}$.
Do đó hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $\left(x^2+1\right)^n (x+2)^n$ là

$$a_{3n-3} = 2^3 \cdot \mathrm{C}_n^0 \cdot \mathrm{C}_n^3 + 2 \cdot \mathrm{C}_n^1 \cdot \mathrm{C}_n^1.$$

Do đó

$$a_{3n-3} = 26n \Leftrightarrow \frac{2n\left(2n^2 - 3n + 4\right)}{3} = 26n \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 5 \\ n = -\dfrac{7}{2}. \end{array}\right.$$

Vậy $n = 5$ là giá trị cần tìm (vì n nguyên dương).
CÁCH 2: Ta có

$$\left(x^2+1\right)^n (x+2)^n = x^{3n}\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^n \left(1 + \frac{2}{x}\right)^n$$

$$= x^{3n}\left[\sum_{i=0}^{n} \mathrm{C}_n^i \left(\frac{1}{x^2}\right)^i \sum_{k=0}^{n} \mathrm{C}_n^k \left(\frac{2}{x}\right)^k\right]$$
$$= x^{3n}\left[\sum_{i=0}^{n} \mathrm{C}_n^i x^{-2i} \sum_{k=0}^{n} \mathrm{C}_n^k 2^k x^{-k}\right].$$

Trong khai triển trên, luỹ thừa của x là $3n-3$ khi $-2i-k=-3 \Leftrightarrow 2i+k=3$.
Ta chỉ có hai trường hợp thỏa điều kiện này là $i=0, k=3$ hoặc $i=1$, $k=1$.
Nên hệ số của x^{3n-3} là $a_{3n-3} = \mathrm{C}_n^0 \cdot \mathrm{C}_n^3 \cdot 2^3 + \mathrm{C}_n^1 \cdot \mathrm{C}_n^1 \cdot 2$.
Do đó

$$a_{3n-3} = 26n \Leftrightarrow \frac{2n\left(2n^2-3n+4\right)}{3} = 26n \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=5 \\ n=-\dfrac{7}{2}. \end{array}\right.$$

Vậy $n=5$ là giá trị cần tìm (vì n nguyên dương).

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2004
Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=\dfrac{-x^2+3x-3}{2(x-1)}$. (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).

2) Tìm m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số (1) tại hai điểm A, B sao cho $AB=1$.

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**) Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số $y=\dfrac{-x^2+3x-3}{2(x-1)}=-\dfrac{1}{2}x+1+\dfrac{1}{2x-2}$.

- Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.
- Đạo hàm $y'=\dfrac{x(2-x)}{2(x-1)^2}$. Cho $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=\dfrac{3}{2}\\ x=2\Rightarrow y=-\dfrac{1}{2}.\end{array}\right.$
- Cực trị $y_{CĐ}=y(2)=-\dfrac{1}{2}$ và $y_{CT}=y(0)=\dfrac{3}{2}$.
- Tiệm cận
  - Ta có $\lim\limits_{x\to1^+}y=-\infty\Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng.
  - Ta có $\lim\limits_{x\to\infty}\left(y-\left(-\dfrac{1}{2}x+1\right)\right)=0\Rightarrow y=-\dfrac{1}{2}x+1$ là tiệm cận xiên.
- Bảng biến thiên

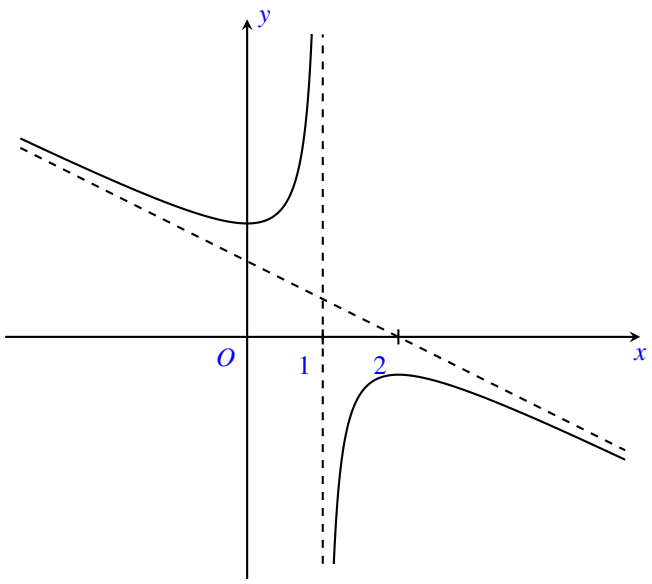
x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	$\frac{3}{2}$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$-\frac{1}{2}$	↘	$-\infty$

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$; nghịch biến trên $(0;1)$ và $(1;2)$.

- Đồ thị

2) (**1,0 điểm**)
Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với đường thẳng $y=m$ là

$$\frac{-x^2+3x-3}{2(x-1)}=m\Leftrightarrow x^2+(2m-3)x+3-2m=0. \qquad (*)$$



Hình 2.6:

Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 4m - 3 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > \dfrac{3}{2} \\ m < -\dfrac{1}{2}. \end{array}\right. \quad (**)$$

Với điều kiện $(**)$ đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại hai điểm A, B có hoành độ x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $(*)$

$$AB = 1 \Leftrightarrow |x_1 - x_2| = 1 \Leftrightarrow |x_1 - x_2|^2 = 1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 1$$
$$\Leftrightarrow \quad (2m-3)^2 - 4(3-2m) = 1 \Leftrightarrow m = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

Vậy $m = \dfrac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$.

Bài 2 (2.0). Giải bất phương trình $\dfrac{\sqrt{2(x^2-16)}}{\sqrt{x-3}} + \sqrt{x-3} > \dfrac{7-x}{\sqrt{x-3}}$.

Lời giải.

Điều kiện $x \geq 4$. Khi đó, bất phương trình tương đương với

$$\sqrt{2(x^2-16)} + x - 3 > 7 - x \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{2(x^2-16)} > 10 - 2x$$
$$\Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} x > 5 \\ \begin{cases} 4 \leq x \leq 5 \\ 2(x^2-16) > (10-2x)^2 \end{cases} \end{array}\right.$$
$$\Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} x > 5 \\ \begin{cases} 4 \leq x \leq 5 \\ x^2 - 20x + 66 < 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>5 \\ \begin{cases} 4\le x\le 5 \\ 10-\sqrt{34}<x<10+\sqrt{34} \end{cases} \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>5 \\ 10-\sqrt{34}<x\le 5 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow x>10-\sqrt{34}.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $(10-\sqrt{34};+\infty)$.

Bài 3 (2.0). Giải hệ phương trình $\begin{cases} \log_{\frac{1}{4}}(y-x)-\log_4\dfrac{1}{y}=1 \\ x^2+y^2=25. \end{cases}$

Lời giải.

Điều kiện $y>x$ và $y>0$.

Ta có $\log_{\frac{1}{4}}(y-x)-\log_4\dfrac{1}{y}=1\Leftrightarrow -\log_4(y-x)-\log_4\dfrac{1}{y}=1\Leftrightarrow -\log_4\dfrac{y-x}{y}=1\Leftrightarrow x=\dfrac{3y}{4}$.

Thế vào phương trình $x^2+y^2=25$ ta có $\left(\dfrac{3y}{4}\right)^2+y^2=25\Leftrightarrow y=\pm 4$.

So sánh với điều kiện, ta được $y=4$, suy ra $x=3$ (thỏa mãn $y>x$).

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(3;4)$.

Bài 4 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai cho hai điểm $A(0;2)$ và $B\left(-\sqrt{3};-1\right)$. Tìm tọa độ trực tâm và tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác OAB.

Lời giải.

Đường thẳng qua O, vuông góc với $\overrightarrow{BA}=(\sqrt{3};3)$ có phương trình $\sqrt{3}x+3y=0$.

Đường thẳng qua B, vuông góc với $\overrightarrow{OA}=(0;2)$ có phương trình $y+1=0$.

Đường thẳng qua A, vuông góc với $\overrightarrow{BO}=(\sqrt{3};1)$ có phương trình $\sqrt{3}x+y-2=0$.

Tọa độ trực tâm H là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{3}x+3y=0 \\ \sqrt{3}x+y-2=0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=-1. \end{cases}$

Vậy trực tâm của $\triangle OAB$ là $H\left(\sqrt{3};-1\right)$.

Đường trung trực cạnh OA có phương trình $y=1$.

Đường trung trực cạnh OB có phương trình $\sqrt{3}x+y+2=0$.

Giải hệ phương trình $\begin{cases} y+1=0 \\ \sqrt{3}x+y+2=0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=1. \end{cases}$

Vậy tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle OAB$ là $I\left(-\sqrt{3};1\right)$.

Bài 5 (2.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, AC cắt BD tại gốc tọa độ O. Biết $A(2;0;0)$, $B(0;1;0)$, $S(0;0;2\sqrt{2})$. Gọi M là trung điểm của cạnh SC.

1) Tính góc và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BM.

2) Giả sử mặt phẳng (ABM) cắt đường thẳng SD tại điểm N. Tính thể tích khối chóp $S.ABMN$.

Lời giải.

1) Tính góc và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BM.
Ta có $C(-2;0;0)$, $D(0;-1;0)$ và $M(-1;0;\sqrt{2})$.
Suy ra $\overrightarrow{SA}=(2;0;-2\sqrt{2})$, $\overrightarrow{BM}=(-1;-1;\sqrt{2})$.
Gọi α là góc giữa SA và BM.

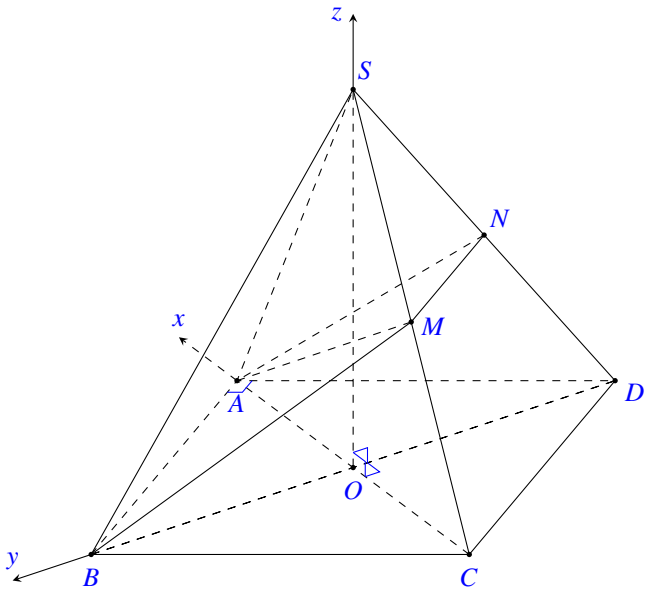
Ta được $\cos\alpha=\left|\cos\left(\overrightarrow{SA},\overrightarrow{BM}\right)\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{BM}\right|}{\left|\overrightarrow{SA}\right|.\left|\overrightarrow{BM}\right|}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\alpha=30^\circ$.

Ta lại có $\left[\overrightarrow{SA},\overrightarrow{BM}\right]=(-2\sqrt{2};0;-2)$ và $\overrightarrow{AB}=(-2;1;0)$.

Vậy $\mathrm{d}(SA,BM)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{SA},\overrightarrow{BM}\right].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{SA},\overrightarrow{BM}\right]\right|}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

2) Tính thể tích khối chóp $S.ABMN$.

Ta có $MN\parallel AB\parallel CD$ suy ra N là trung điểm SD nên $N\left(0;-\dfrac{1}{2};\sqrt{2}\right)$.



Hình 2.7:

$\overrightarrow{SA}=(2;0;-2\sqrt{2})$, $\overrightarrow{SM}=(-1;0;-\sqrt{2})$, $\overrightarrow{SB}=(0;1;-2\sqrt{2})$, $\overrightarrow{SN}=\left(0;-\dfrac{1}{2};-\sqrt{2}\right)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{SA},\overrightarrow{SM}\right]=(0;4\sqrt{2};0)$.

Khi đó, $V_{S.ABM}=\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{SA},\overrightarrow{SM}\right].\overrightarrow{SB}\right|=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ và $V_{S.AMN}=\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{SA},\overrightarrow{SM}\right].\overrightarrow{SN}\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Vậy $S_{S.ABMN}=V_{S.ABM}+V_{S.AMN}=\sqrt{2}$.

Bài 6 (1.0). Tính tích phân $I=\int\limits_1^2 \dfrac{x}{1+\sqrt{x-1}}\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Ta có $I=\int\limits_1^2 \dfrac{x}{1+\sqrt{x-1}}\,\mathrm{d}x$.
Đặt $t=\sqrt{1+x}\Rightarrow x=t^2+1\Rightarrow \mathrm{d}x=2t\,\mathrm{d}t$.
Đổi cận $\begin{cases}x=1\Rightarrow t=0\\ x=2\Rightarrow t=1\end{cases}$.
Khi đó, ta có

$$\begin{aligned} I &= \int\limits_1^2 \frac{x}{1+\sqrt{x-1}}\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 \frac{t^2+1}{1+t}.2t\,\mathrm{d}t=2\int\limits_0^1 \frac{t^3+t}{t+1}\,\mathrm{d}t\\ &= 2\int\limits_0^1 \left(t^2-t+2-\frac{2}{t+1}\right)\mathrm{d}t\\ &= 2\left[\frac{t^3}{3}-\frac{t^2}{2}+2t-2\ln|t+1|\right]\Bigg|_0^1\\ &= 2\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+2-2\ln 2\right)=\frac{11}{3}-4\ln 2. \end{aligned}$$

Bài 7 (1.0). Tìm hệ số của x^8 trong khai triển thành đa thức của $\left[1+x^2(1-x)\right]^8$.

Lời giải.

Xét khai triển sau

$$\begin{aligned} \left[1+x^2(1-x)\right]^8 &= \mathrm{C}_8^0+\mathrm{C}_8^1x^2(1-x)+\mathrm{C}_8^2x^4(1-x)^2+\mathrm{C}_8^3x^6(1-x)^3+\mathrm{C}_8^4x^8(1-x)^4\\ &+ \mathrm{C}_8^5x^{10}(1-x)^5+\mathrm{C}_8^6x^{12}(1-x)^6+\mathrm{C}_8^7x^{14}(1-x)^7+\mathrm{C}_8^8x^{16}(1-x)^8. \end{aligned}$$

Bậc của x trong 3 số hàng đầu nhỏ hơn 8, bậc của x trong 4 số hạng cuối lớn hơn 8.
Vậy x^8 chỉ có trong các số hạng thứ tư, thứ năm với hệ số tương ứng là $\mathrm{C}_8^3.\mathrm{C}_3^2$, $\mathrm{C}_8^4.\mathrm{C}_4^0$.
Vậy hệ số cần tìm là $\mathrm{C}_8^3.\mathrm{C}_3^2+\mathrm{C}_8^4.\mathrm{C}_4^0=168+70=238$.

Bài 8 (1.0). Cho tam giác ABC không tù, thỏa mãn điều kiện

$$\cos 2A+2\sqrt{2}\cos B+2\sqrt{2}\cos C=3.$$

Tính ba góc của tam giác ABC.

Lời giải.

Gọi $M=\cos 2A+2\sqrt{2}\cos B+2\sqrt{2}\cos C-3=2\cos^2 A-1+2\sqrt{2}\cdot 2\cos\dfrac{B+C}{2}.\cos\dfrac{B-C}{2}-3$.
Do $\sin\dfrac{A}{2}>0$, $\cos\dfrac{B-C}{2}\le 1$ nên $M\le 2\cos^2 A+4\sqrt{2}\sin\dfrac{A}{2}-4$.

Mặt khác tam giác ABC không tù nên $\cos A \geq 0$, $\cos^2 A \leq \cos A$.
Suy ra,

$$\begin{aligned} M &\leq 2\cos A + 4\sqrt{2}\sin\frac{A}{2} - 4 = 2\left(1 - 2\sin^2\frac{A}{2}\right) + 4\sqrt{2}\sin\frac{A}{2} - 4 \\ &= -4\sin^2\frac{A}{2} + 4\sqrt{2}\sin\frac{A}{2} - 2 = -2\left(\sqrt{2}\sin\frac{A}{2} - 1\right)^2 \leq 0. \end{aligned}$$

Vậy $M \leq 0$.

Theo giả thiết $M = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 A = \cos A \\ \cos\dfrac{B-C}{2} = 1 \\ \sin\dfrac{A}{2} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 90^\circ \\ B = C = 45^\circ. \end{cases}$

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2004
Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (1.0). Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x$ (1) có đồ thị (C).

1) Khảo sát hàm số (1).

2) Viết phương trình tiếp tuyến Δ của (C) tại điểm uốn và chứng minh rằng Δ là tiếp tuyến của (C) có hệ số góc nhỏ nhất.

Lời giải.

Ta có $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x.$

1) Tập xác định $\mathbb{R}$.

Sự biến thiên

$y'=x^2-4x+3;\quad y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3.\end{array}\right.$

$y_{CĐ}=y(1)=\frac{4}{3},\quad y_{CT}=y(3)=0;\quad y''=2x-4, y''=0\Leftrightarrow x=2, y(2)=\frac{2}{3}.$

Đồ thị hàm số lồi trên khoảng $(-\infty;2)$, lõm trên khoảng $(2;+\infty)$ và có điểm uốn là $U\left(2;\frac{2}{3}\right)$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$\frac{4}{3}$	↘	0	↗	$+\infty$

Đồ thị:

Giao điểm của đồ thị với các trục Ox, Oy là các điểm $(0;0)$, $(3;0)$. Đồ thị (Hình 2.8)

2) Giao điểm của đồ thị với các trục Ox, Oy là các điểm $(0;0), (3;0)$.

Tại điểm uốn $U\left(2;\frac{2}{3}\right)$, tiếp tuyến của (C) có hệ số góc $y'(2)=-1$.

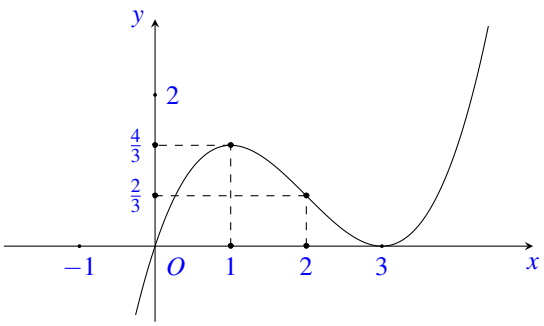
Tiếp tuyến Δ tại điểm uốn của đồ thị (C) có phương trình: $y=-1.(x-2)+\frac{2}{3}\Leftrightarrow y=-x+\frac{8}{3}.$

Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ x bằng:

$$y'(x)=x^2-4x+3=(x-2)^2-1\geq -1\Rightarrow y'(x)\geq y'(2),\forall x.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x=2$ (là hoành độ điểm uốn).

Do đó tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm uốn có hệ số góc nhỏ nhất.



Hình 2.8:

Bài 2 (1.0). Giải phương trình $5\sin x-2=3(1-\sin x)\tan^2 x$.

Lời giải.

$5\sin x-2=3\tan^2 x(1-\sin x)$. (1)

Điều kiện $\cos x\neq 0\Leftrightarrow x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$. (*).

Khi đó $(1)\Leftrightarrow 5\sin x-2=\dfrac{3\sin^2 x}{1-\sin^2 x}(1-\sin x)\Leftrightarrow 2\sin^2 x+3\sin x-2=0$.

$\Leftrightarrow \sin x=\dfrac{1}{2}$ hoặc $\sin x=-2$ (vô nghiệm).

$\sin x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi$ hoặc $x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$ (thoả mãn (*)).

Bài 3 (1.0). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{\ln^2 x}{x}$ trên đoạn $\left[1;\mathrm{e}^3\right]$.

Lời giải.

$$y=\frac{\ln^2 x}{x}$$
$$\Rightarrow\quad y'=\frac{\ln x(2-\ln x)}{x^2}$$
$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\ln x=0\\ \ln x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in\left[1;\mathrm{e}^3\right]\\ x=\mathrm{e}^2\in\left[1;\mathrm{e}^3\right]\end{array}\right.$$

Khi đó $y(1)=0, y\left(\mathrm{e}^2\right)=\dfrac{4}{\mathrm{e}^2},\quad y\left(\mathrm{e}^3\right)=\dfrac{9}{\mathrm{e}^3}$.

So sánh ba giá trị trên, ta có: $\max\limits_{[1;\mathrm{e}^3]} y=\dfrac{4}{\mathrm{e}^2}$ khi $x=\mathrm{e}^2$, $\min\limits_{[1;\mathrm{e}^3]} y=0$ khi $x=1$.

Bài 4 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1;1), B(4;-3)$. Tìm điểm C thuộc đường thẳng $x-2y-1=0$ sao cho khoảng cách từ C đến đường thẳng AB bằng 6.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng $AB:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-4}\Leftrightarrow 4x+3y-7=0$.

Giả sử $C(x;y)$. Theo giả thiết ta có: $x-2y-1=0$. (1)

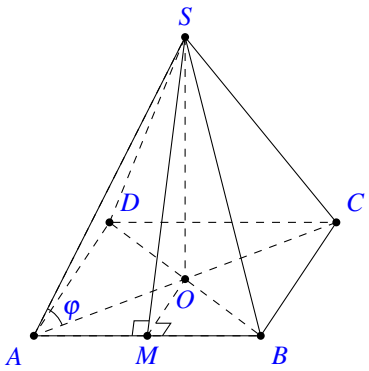
$$\mathrm{d}(C,(AB))=6\Leftrightarrow\frac{|4x+3y-7|}{\sqrt{4^2+3^2}}=6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}4x+3y-37=0 & (2a)\\ 4x+3y+23=0 & (2b)\end{array}\right.$$

Giải hệ (1), (2a) ta được $\mathrm{C}_1(7;3)$.

Giải hệ (1), (2b) ta được $\mathrm{C}_2\left(-\frac{43}{11};-\frac{27}{11}\right)$.

Bài 5 (1.0). Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng φ $(0^\circ<\varphi<90^\circ)$. Tính tang của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ theo φ. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a và φ.

Lời giải. Gọi giao điểm của AC và BD là O thì



Hình 2.9:

$SO\perp(ABCD)$, suy ra $\widehat{SAO}=\varphi$.

Gọi trung điểm của AB là M thì $OM\perp AB$ và $SM\perp AB$

$\Rightarrow$ Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ là $\widehat{SMO}$.

Tam giác OAB vuông cân tại O, nên $OM=\frac{a}{2}, OA=\frac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow SO=\frac{a\sqrt{2}}{2}\tan\varphi$.

Do đó $\tan\widehat{SMO}=\frac{SO}{OM}=\sqrt{2}\tan\varphi$.

$$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}\cdot SO=\frac{1}{3}a^2\frac{a\sqrt{2}}{2}\tan\varphi=\frac{\sqrt{2}}{6}a^3\tan\varphi.$$

Bài 6 (1.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(-4;-2;4)$ và đường thẳng $d:\left\{\begin{array}{l}x=-3+2t\\ y=1-t\\ z=-1+4t.\end{array}\right.$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A, cắt và vuông góc với đường thẳng d.

Lời giải.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(2;-1;4)$.

$B\in d\Leftrightarrow B(-3+2t;1-t;-1+4t)$ (với một số thực $t\in\mathbb{R}$).

$\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(1+2t;3-t;-5+4t)$.

$AB \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\vec{v} = 0 \Leftrightarrow 2(1+2t)-(3-t)+4(-5+4t) = 0 \Leftrightarrow t = 1.$
$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (3;2;-1).$
$\Rightarrow$ Phương trình của $\Delta : \dfrac{x+4}{3} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-4}{-1}.$

Bài 7 (1.0). Tính tích phân $I = \displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \frac{\sqrt{1+3\ln x}\ln x}{x}\,\mathrm{d}x.$

Lời giải.

$$I = \int_1^{\mathrm{e}} \frac{\sqrt{1+3\ln x}\ln x}{x}\,\mathrm{d}x$$

Đặt $t = \sqrt{1+3\ln x} \Rightarrow t^2 = 1+3\ln x \Rightarrow 2t\,\mathrm{d}t = 3\dfrac{\mathrm{d}x}{x}.$
Với $x = 1 \Rightarrow t = 1.$
Với $x = \mathrm{e} \Rightarrow t = 2.$
Ta có $I = \dfrac{2}{3}\displaystyle\int_1^2 \frac{t^2-1}{3}t^2\,\mathrm{d}t = \frac{2}{9}\int_1^2 \left(t^4-t^2\right)\mathrm{d}t = \frac{2}{9}\left(\frac{1}{5}t^5 - \frac{1}{3}t^3\right)\Big|_1^2 = \frac{116}{135}.$

Bài 8 (1.0). Trong một môn học, thầy giáo có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 10 câu hỏi trung bình, 15 câu hỏi dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi (khó, trung bình, dễ) và số câu hỏi dễ không ít hơn 2?

Lời giải.

Mỗi đề kiểm tra phải có số câu dễ là 2 hoặc 3, nên có các trường hợp sau:
- Đề có 2 câu dễ, 2 câu trung bình, 1 câu khó, thì số cách chọn là

$$\mathrm{C}_{15}^2.\mathrm{C}_{10}^2.\mathrm{C}_5^1 = 23625.$$

- Để có 2 câu dễ, 1 câu trung bình, 2 câu khó, thì số cách chọn là

$$\mathrm{C}_{15}^2.\mathrm{C}_{10}^1.\mathrm{C}_5^2 = 10500.$$

- Đế có 3 câu dễ, 1 câu trung bình, 1 câu khó, thì số cách chọn là

$$\mathrm{C}_{15}^3.\mathrm{C}_{10}^1.\mathrm{C}_5^1 = 22750.$$

Vì các cách chọn trên đôi một khác nhau, nên số đề kiểm tra có thể lập được là

$$23625+10500+22750 = 56875.$$

Bài 9 (1.0). Xác định m để phương trình sau có nghiệm

$$m\left(\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}+2\right) = 2\sqrt{1-x^4}+\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}.$$

Lời giải.

Điều kiện $-1 \le x \le 1$. Đặt $t = \sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}$.
Ta có $\sqrt{1+x^2} \ge \sqrt{1-x^2} \Rightarrow t \ge 0, t = 0$ khi $x = 0$.

$$t^2 = 2 - 2\sqrt{1-x^4} \le 2 \Rightarrow t \le \sqrt{2}, t = \sqrt{2} \text{ khi } x = \pm 1.$$

$\Rightarrow$ Tập giá trị của t là $\left[0;\sqrt{2}\right]$ (t liên tục trên đoạn $[-1;1]$).

Phương trình đã cho trở thành: $m(t+2) = -t^2 + t + 2 \Leftrightarrow \dfrac{-t^2+t+2}{t+2} = m$ (*)

.

Xét $f(t) = \dfrac{-t^2+t+2}{t+2}$ với $0 \le t \le \sqrt{2}$.
Ta có $f(t)$ liên tục trên đoạn $\left[0;\sqrt{2}\right]$.
Phương trình đã cho có nghiệm x
$\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có nghiệm $t \in [0;\sqrt{2}] \Leftrightarrow \min\limits_{[0;\sqrt{2}]} f(t) \le m \le \max\limits_{[0;\sqrt{2}]} f(t)$.

Ta có $f'(t) = \dfrac{-t^2-4t}{(t+2)^2} \le 0, \forall t \in \left[0;\sqrt{2}\right] \Rightarrow f(t)$ nghịch biến trên $\left[0;\sqrt{2}\right]$.
Suy ra $\min\limits_{[0;\sqrt{2}]} f(t) = f(\sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1; \quad \max\limits_{[0;\sqrt{2}]} f(t) = f(0) = 1$.
Vậy giá trị của m cần tìm là $\sqrt{2} - 1 \le m \le 1$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2004
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 9x + 1$ (1) với m là tham số.

1) Khảo sát hàm số (1) khi $m = 2$.

2) Tìm m để điểm uốn của đồ thị hàm số (1) thuộc đường thẳng $y = x + 1$.

Lời giải.

1) Khi $m = 2$, hàm số trở thành $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$.

1) Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

2) Sự biến thiên:

a) Giới hạn của hàm số tại vô cực:

$$\lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to-\infty} x^3\left(1 - \frac{6}{x} + \frac{9}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right) = -\infty$$

và $$\lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty} x^3\left(1 - \frac{6}{x} + \frac{9}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right) = +\infty.$$

b) Bảng biến thiên:

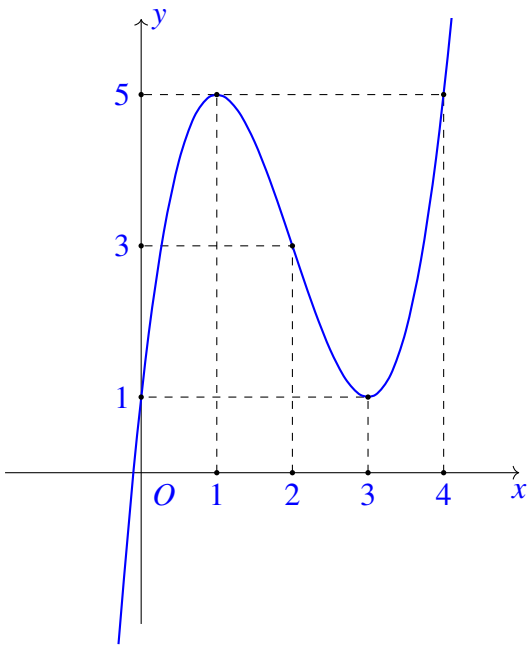
- Ta có $y' = 3x^2 - 12x + 9$;
- $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3. \end{array}\right.$
- Lập bảng

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

- Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$, khoảng nghịch biến trên $(-1;1)$.
- Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$, $y_{CĐ} = 4$, đạt cực tiểu tại $x = 1$, $y_{CT} = 0$.

3) Đồ thị (Hình 2.19)

2) (**1,0 điểm**) Tìm m để điểm uốn của đồ thị hàm số (1) thuộc đường thẳng $y = x + 1$.
$y = x^3 - 3mx^2 + 9x + 1.$ (1)
$y' = 3x^2 - 6mx + 9$; $y'' = 6x - 6m$.
$y'' = 0 \Leftrightarrow x = m$;
$x = m \Rightarrow y = -2m^3 + 9m + 1$.
y'' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x = m$, nên điểm uốn của đồ thị hàm số (1) là



Hình 2.10:

$I\left(m;-2m^3+9m+1\right)$.

I thuộc đường thẳng $y=x+1 \Leftrightarrow -2m^3+9m+1=m+1 \Leftrightarrow 2\,m\left(4-m^2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\pm 2 \end{array}\right.$.

Bài 2 (2,0 điểm). 1) Giải phương trình $(2\cos x-1)(2\sin x+\cos x)=\sin 2x-\sin x$.

2) Tìm m để hệ phương trình sau có nghiệm $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=1 \\ x\sqrt{x}+y\sqrt{y}=1-3m. \end{cases}$

Lời giải.

1) Ta có

$$\begin{aligned} & (2\cos x-1)(2\sin x+\cos x)=\sin 2x-\sin x \\ \Leftrightarrow\ & (2\cos x-1)(\sin x+\cos x)=0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} 2\cos x-1=0 \\ \sin x+\cos x=0. \end{array}\right. \end{aligned}$$

$$2\cos x-1=0 \Leftrightarrow \cos x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi, k\in Z$$

$$\sin x+\cos x=0 \Leftrightarrow \tan x=-1 \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k\pi, k\in Z$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$ và $x=-\frac{\pi}{4}+k\pi, k\in Z$.

2) Tìm m để hệ phương trình sau có nghiệm $\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=1\\ x\sqrt{x}+y\sqrt{y}=1-3m.\end{cases}$

Đặt $u=\sqrt{x}, v=\sqrt{y}, u\geq 0, v\geq 0$. Hệ đã cho trở thành

$$\begin{cases}u+v=1\\ u^3+v^3=1-3m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u+v=1\\ uv=m.\end{cases}$$

Suy ra u, v là hai nghiệm của phương trình $t^2-t+m=0$ (**).
Hệ đã cho có nghiệm $(x;y)\Leftrightarrow$ Hệ (*) có nghiệm $u\geq 0, v\geq 0\Leftrightarrow$ Phương trình $(**)$ có hai nghiệm t không âm. Tức là

$$\begin{cases}\Delta=1-4m\geq 0\\ S=1\geq 0\\ P=m\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow 0\leq m\leq\frac{1}{4}.$$

Bài 3 (3,0 điểm). 1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có các đỉnh $A(-1;0);B(4;0);C(0;m)$ với $m\neq 0$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC theo m. Xác định m để tam giác GAB vuông tại G.

2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$. Biết $A(a;0;0), B(-a;0;0), C(0;1;0), B_1(-a;0;b), a>0, b>0$.

(a) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng B_1C và AC_1 theo a, b.

(b) Cho a, b thay đổi, nhưng luôn thỏa mãn $a+b=4$. Tìm a, b để khoảng cách giữa hai đường thẳng B_1C và AC_1 lớn nhất.

3) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;0;1), B(1;0;0), C(1;1;1)$ và mặt phẳng (P): $x+y+z-2=0$. Viết phương trình mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (P).

Lời giải.

1) Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ:

$$x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3}=1; y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}=\frac{m}{3}.\text{ Vậy } G\left(1;\frac{m}{3}\right).$$

Tam giác ABC vuông góc tại $G\Leftrightarrow \overrightarrow{GA}\cdot\overrightarrow{GB}=0$.

$$\overrightarrow{GA}\left(-2;-\frac{m}{3}\right), \overrightarrow{GB}\left(3;-\frac{m}{3}\right).$$

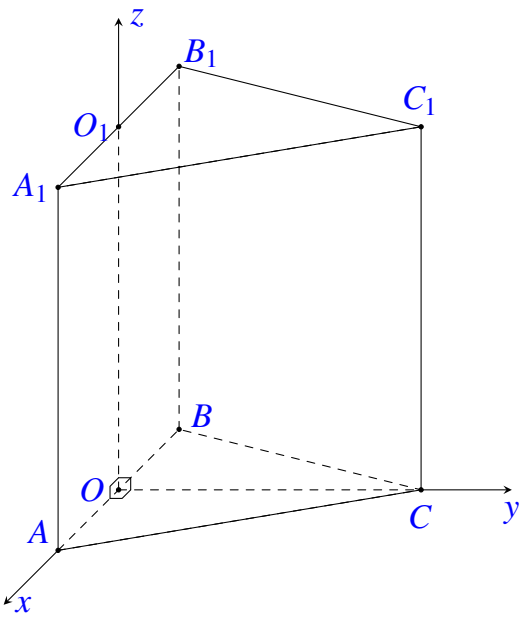
$$\overrightarrow{GA}\cdot\overrightarrow{GB}=0\Leftrightarrow -6+\frac{m^2}{9}=0\Leftrightarrow m=\pm 3\sqrt{6}.$$

2) (a) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng B_1C và AC_1 theo a, b. .....

Từ giả thiết suy ra:

$$C_1(0;1;b),\ \overrightarrow{B_1C}=(a;1;-b)$$
$$\overrightarrow{AC_1}=(-a;1;b),\ \overrightarrow{AB_1}=(-2a;0;b)$$

$$d(B_1C,AC_1)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{B_1C},\overrightarrow{AC_1}\right]\overrightarrow{AB_1}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{B_1C},\overrightarrow{AC_1}\right]\right|}=\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$$



(b) Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có:

$$\begin{aligned} d(B_1C;AC_1)=\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}} &\le \frac{ab}{\sqrt{2ab}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{ab} \\ &\le \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{a+b}{2}=\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=2$.
Vậy khoảng cách giữa B_1C và AC lớn nhất bằng $\sqrt{2}$ khi $a=b=2$.

3) $I(x;y;z)$ là tâm mặt câuu cần tìm $\Leftrightarrow I\in(P)$ và $IA=IB=IC$.
Ta có

$$IA^2=(x-2)^2+y^2+(\mathbb{Z}-1)^2;\ IB^2=(x-1)^2+y^2+\mathbb{Z}^2;\ IC^2=(x-1)^2+(y-1)^2+(\mathbb{Z}-1)^2.$$

Suy ra hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+y+z-2=0 \\ IA^2=IB^2 \\ IB^2=IC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z=2 \\ x+z=2 \\ y+z=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=z=1 \\ y=0. \end{cases}$$

Suy ra $R=IA=1$.
Vậy phương trình mặt câu là $(x-1)^2+y^2+(\mathbb{Z}-1)^2=1$.

Bài 4 (2,0 điểm). 1) Tính tích phân $I=\int\limits_2^3 \ln\left(x^2-x\right)dx$.

2) Tìm các số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$ với

$x > 0$.

Lời giải.

1) $I = \int\limits_2^3 \ln\left(x^2 - x\right) \mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u = \ln\left(x^2 - x\right) \\ dv = \mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = \dfrac{2x-1}{x^2-x}\mathrm{d}x \\ v = x \end{cases}$.

Ta có

$$\begin{aligned} I = x\ln\left(x^2 - x\right)\Big|_2^3 - \int\limits_2^3 \frac{2x-1}{x-1}\mathrm{d}x &= 3\ln 6 - 2\ln 2 - \int\limits_2^3 \left(2 + \frac{1}{x-1}\right)\mathrm{d}x \\ &= 3\ln 6 - 2\ln 2 - \left(2x + \ln|x-1|\right)\Big|_2^3. \\ &= 3\ln 6 - 2\ln 2 - 2 - \ln 2 = 3\ln 3 - 2. \end{aligned}$$

2) Ta có

$$\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7 = \sum_{k=0}^{7} \mathrm{C}_7^k (\sqrt[3]{x})^{7-k} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^k = \sum_{k=0}^{7} \mathrm{C}_7^k x^{\frac{7-k}{3}} x^{\frac{-k}{4}} = \sum_{k=0}^{7} \mathrm{C}_7^k x^{\frac{28-7k}{12}}$$

Số hạng không chứa x là số hạng tương ứng với $k (k \in \mathbb{Z}, 0 \le k \le 7)$ thoả mãn

$$\frac{28-7k}{12} = 0 \Leftrightarrow k = 4.$$

Số hạng không chứa x cần tìm là $\mathrm{C}_7^4 = 35$.

Bài 5 (1,0 điểm). Chứng minh rằng phương trình sau có đúng một nghiệm

$$x^5 - x^2 - 2x - 1 = 0.$$

Lời giải.

$$\begin{aligned} x^5 - x^2 - 2x - 1 = 0 &\Leftrightarrow x^5 = (x+1)^2 \ge 0 \\ &\Rightarrow x \ge 0 \\ &\Rightarrow (x+1)^2 \ge 1 \\ &\Rightarrow x^5 \ge 1 \\ &\Rightarrow x \ge 1. \end{aligned}$$

Với $x \ge 1$: Xét hàm số $f(x) = x^5 - x^2 - 2x - 1$. Khi đó $f(x)$ là hàm số liên tục với mọi $x \ge 1$.
Ta có $f(1) = -3 < 0$, $f(2) = 23 > 0$.

$$f'(x) = 5x^4 - 2x - 2$$

$$\begin{aligned} &= \left(2x^4-2x\right)+\left(2x^4-2\right)+x^4 \\ &= 2x\left(x^3-1\right)+2\left(x^4-1\right)+x^4>0, \forall x\geq 1. \end{aligned}$$

Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $[1;+\infty)$.
Vậy phương trình đã cho có đúng một nghiệm.

HẾT

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2005

Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y = mx + \dfrac{1}{x}$ $(*)$ (m là tham số).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $(*)$ khi $m = \dfrac{1}{4}$.

2) Tìm m để hàm số $(*)$ có cực trị và khoảng cách từ điểm cực tiểu của (C_m) đến tiệm cận xiên của (C_m) bằng $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**) Với $m = \dfrac{1}{4}$, ta được $y = \dfrac{1}{4}x + \dfrac{1}{x}$.

- Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}\backslash\{0\}$.
- Đạo hàm $y' = \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{x^2}$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \Rightarrow y = 1 \\ x = -2 \Rightarrow y = -1. \end{array}\right.$
- Tiệm cận
  - Ta có $\lim\limits_{x\to 0^{\pm}} y = \infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng.
  - Ta có $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1}{x} = 0 \Rightarrow y = \dfrac{1}{4}x$ là tiệm cận xiên.
- Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

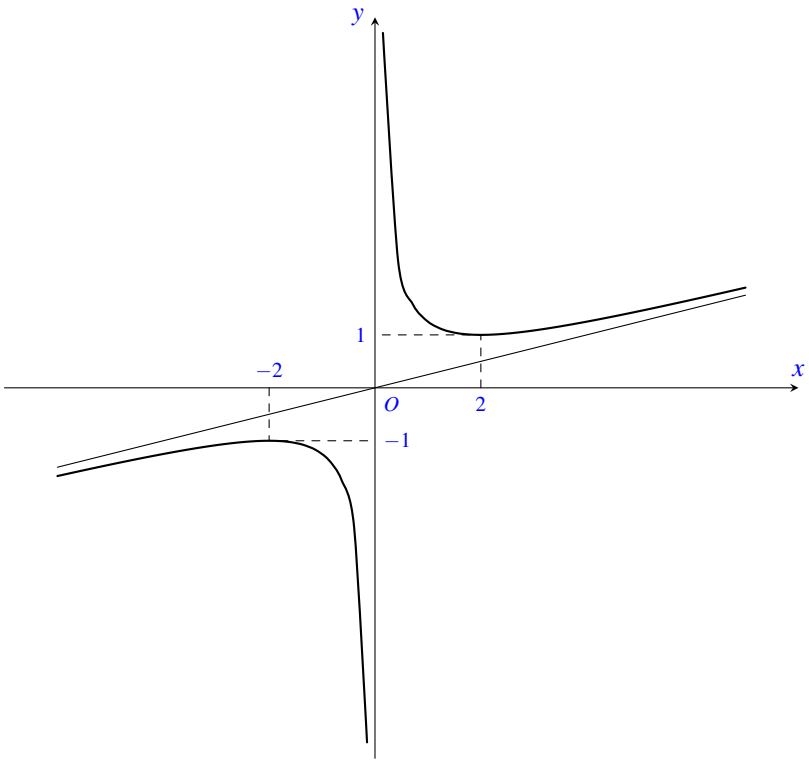
Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$; nghịch biến trên $(-2;0)$ và $(0;2)$.

- Đồ thị (Hình 2.11)

2) (**1,0 điểm**) Ta có $y' = m - \dfrac{1}{x^2}$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{x^2} = m$. Hàm số có cực trị khi $m > 0$. Khi đó $\left[\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{1}{\sqrt{m}} \Rightarrow y_1 = 2\sqrt{m} \\ x_2 = -\dfrac{1}{\sqrt{m}} \Rightarrow y_1 = -2\sqrt{m}. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên



Hình 2.11:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{\sqrt{m}}$		0		$\frac{1}{\sqrt{m}}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$-2\sqrt{m}$	↘	$+\infty$	↘	$2\sqrt{m}$	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta suy ra $M\left(\frac{1}{\sqrt{m}};2\sqrt{m}\right)$ là cực tiểu.

Khi $m>0$, hàm số có tiệm cận xiên là $y=mx$ hay $\Delta\colon mx-y=0$.
Theo đề ra, ta có

$$d(M,\Delta)=\frac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\frac{|\sqrt{m}-2\sqrt{m}|}{\sqrt{m^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$\Leftrightarrow m^2-2m+1=0\Leftrightarrow m=1\,(\text{thỏa mãn}m>0).$$

Vậy $m=1$ là giá trị cần tìm.

Bài 2 (1.0). Giải bất phương trình $\sqrt{5x-1}-\sqrt{x-1}>\sqrt{2x-4}$.

Lời giải.

Điều kiện $x \geq 2$. Khi đó, bất phương trình tương đương với

$$\begin{aligned}
&\sqrt{5x-1} > \sqrt{2x-4} + \sqrt{x-1} \\
\Leftrightarrow &5x-1 > 3x-5+2\sqrt{(2x-4)(x-1)} \\
\Leftrightarrow &x+2 > \sqrt{(2x-4)(x-1)} \\
\Leftrightarrow &(x+2)^2 > (2x-4)(x-1)\,(\text{do} x \geq 2) \\
\Leftrightarrow &x^2 - 10x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 10.
\end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện ta được $2 \leq x < 10$.

Bài 3 (1.0). Giải phương trình $\cos^2 3x \cos 2x - \cos^2 x = 0$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned}
&\frac{1+\cos 6x}{2} \cdot \cos 2x - \frac{1+\cos 2x}{2} = 0 \\
\Leftrightarrow &\cos 2x \cos 6x - 1 = 0 \\
\Leftrightarrow &\cos 2x \left(4\cos^3 2x - 3\cos 2x\right) - 1 = 0 \\
\Leftrightarrow &4\cos^4 2x - 3\cos^2 2x - 1 = 0 \\
\Leftrightarrow &\left[\begin{array}{l} \cos^2 2x = 1 \\ \cos^2 2x = -\dfrac{1}{4}\,(\text{loại}) \end{array}\right. \\
\Leftrightarrow &\cos 4x = 1 \Leftrightarrow x = k\frac{\pi}{2}\,(k \in \mathbb{Z}).
\end{aligned}$$

Bài 4 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai đường thẳng

$$d_1 : x - y = 0 \text{và} d_2 : 2x + y - 1 = 0.$$

Tìm tọa độ các đỉnh hình vuông $ABCD$ biết rằng đỉnh A thuộc d_1, đỉnh C thuộc d_2 và các đỉnh B, D thuộc trục hoành.

Lời giải.

Do $ABCD$ là hình vuông, suy ra $AC \perp BD : y = 0$ (do $B, D \in Ox$).
Suy ra $AC : x = a \Rightarrow A(a;a), C(a;1-2a)$.
Gọi I là trung điểm AC, suy ra $I\left(a; \dfrac{1-a}{2}\right) \in Oy \Rightarrow a = 1$. Khi đó $I(1;0), A(1;1), C(1;-1)$.
Do $ABCD$ là hình vuông tâm I nên $IB = ID = IA = 1$.
Mà $I, B, D \in Ox$ nên $B(0;0)$, $D(2;0)$ hoặc $D(0;0)$, $B(2;0)$.

Bài 5 (3.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d : \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y+3}{2} =$

$\dfrac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-2z+9=0$.

1) Tìm tọa độ điểm I thuộc d sao cho khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) bằng 2.

2) Tìm tọa độ giao điểm A của đường thẳng d và mặt phẳng (P). Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), biết Δ đi qua A và vuông góc với d.

Lời giải.

Viết lại $d\colon \begin{cases} x=1-t \\ y=-3+2t \\ z=3+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$; $(P)\colon 2x+y-2z+9=0$.

1) Điểm $I\in d \Rightarrow I(1-t;-3+2t;3+t)$. Theo đề ta có

$$d(I,(P))=2 \Leftrightarrow \frac{|2(1-t)+(-3+2t)-2(3+t)+9|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}}=2$$
$$\Leftrightarrow |-2t+2|=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-2 \Rightarrow I_1(3;-7;1) \\ t=4 \Rightarrow I_2(-3;5;7). \end{array}\right.$$

Vậy có hai điểm I thỏa bài toán là $I_1(3;-7;1)$ và $I_2(-3;5;7)$.

2) Ta có $A=d\cap(P) \Rightarrow A(1-t;-3+2t;3+t)\in(d)$.
Mà $A\in(P) \Rightarrow 2(1-t)+(-3+2t)-2(3+t)+9=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow A(0;-1;4)$.
Đường thẳng Δ nằm trong (P) và vuông góc d nên Δ nhận $\begin{cases} \vec{u}_d=(-1;2;1) \\ \vec{n}_P=(2;1;-2) \end{cases}$ làm cặp véc tơ pháp tuyến.
Suy ra $\vec{u}_\Delta=[\vec{u}_d,\vec{n}_P]=(-5;0;-5)=-5(1;0;1)$ làm véc tơ chỉ phương.
Phương trình đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=4+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Bài 6 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x+\sin x}{\sqrt{1+3\cos x}}\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Ta có $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x+\sin x}{\sqrt{1+3\cos x}}\,\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(2\cos x+1)\sin x}{\sqrt{1+3\cos x}}\,\mathrm{d}x$.

Đặt $t=\sqrt{1+3\cos x} \Rightarrow \mathrm{d}t=\dfrac{-3\sin x}{2\sqrt{1+3\cos x}}\mathrm{d}x \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\sin x}{\sqrt{1+3\cos x}}\mathrm{d}x=-\dfrac{2}{3}\mathrm{d}t \\ \cos x=\dfrac{t^2-1}{3}. \end{cases}$

Đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=2 \\ x=\dfrac{\pi}{2} \Rightarrow t=1. \end{cases}$

Khi đó, ta có

$$I=\int_2^1\left(2\cdot\frac{t^2-1}{3}+1\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\,\mathrm{d}t\right)=\frac{2}{9}\int_1^2\left(2t^2+1\right)\,\mathrm{d}t$$
$$=\frac{2}{9}\left(\frac{2t^3}{3}+t\right)\Big|_1^2=\frac{34}{27}.$$

Bài 7 (2.0). Tìm số nguyên dương n sao cho

$$\mathrm{C}_{2n+1}^1-2\cdot2\mathrm{C}_{2n+1}^2+3\cdot2^2\mathrm{C}_{2n+1}^3-4\cdot2^3\mathrm{C}_{2n+1}^4+\cdots+(2n+1)\cdot2^{2n}\mathrm{C}_{2n+1}^{2n+1}=2005.$$

Trong đó C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử.

Lời giải.

Xét khai triển sau

$$(1+x)^{2n+1}=\mathrm{C}_{2n+1}^0+\mathrm{C}_{2n+1}^1x+\mathrm{C}_{2n+1}^2x^2+\mathrm{C}_{2n+1}^3x^3+\mathrm{C}_{2n+1}^4x^4+\cdots+\mathrm{C}_{2n+1}^{2n+1}x^{2n+1}\quad(1).$$

Đạo hàm hai vế của (1) ta được

$$(2n+1)(1+x)^{2n}=\mathrm{C}_{2n+1}^1+2\mathrm{C}_{2n+1}^2x+3\mathrm{C}_{2n+1}^3x^2+4\mathrm{C}_{2n+1}^4x^3+\cdots+(2n+1)\mathrm{C}_{2n+1}^{2n+1}x^{2n}\quad(2).$$

Thay $x=-2$ vào (2), ta được

$$\mathrm{C}_{2n+1}^1-2\cdot2\mathrm{C}_{2n+1}^2+3\cdot2^2\mathrm{C}_{2n+1}^3-4\cdot2^3\mathrm{C}_{2n+1}^4+\cdots+(2n+1)\cdot2^{2n}\mathrm{C}_{2n+1}^{2n+1}=2n+1.$$

Suy ra $2n+1=2005\Rightarrow n=1002$.

Bài 8 (1.0). Cho x,y,x là các số dương thỏa mãn $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=4$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\le1.$$

Lời giải.

Ta có $(a-b)^2\ge0\Leftrightarrow(a+b)^2\ge4ab\Leftrightarrow\frac{1}{a+b}\le\frac{a+b}{4ab}=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$.

Áp dụng bất đẳng thức trên ta được

- $\frac{1}{2x+y+z}\le\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2x}+\frac{1}{y+z}\right)\le\frac{1}{16}\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$.
- Tương tự ta có $\frac{1}{x+2y+z}\le\frac{1}{16}\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{1}{z}\right)$; $\frac{1}{x+y+2z}\le\frac{1}{16}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{2}{z}\right)$.
- Cộng 3 BĐT trên ta được

$$\frac{1}{2x+y+z}+\frac{1}{x+2y+z}+\frac{1}{x+y+2z}\le\frac{1}{16}\cdot4\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)=1.$$

Dấu "="xảy ra khi $x = y = z = \dfrac{3}{4}$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2005

Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x^2+(m+1)x+m+1}{x+1}$ (m là tham số). (*)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $(*)$ khi $m=1$.

2) Chứng minh rằng với m bất kỳ, đồ thị (C_m) luôn luôn có điểm cực đại, điểm cực tiểu và khoảng cách giữa hai điểm đó bằng $\sqrt{20}$.

Lời giải.

1) **(1,0 điểm)** Với $m=1\Rightarrow y=\dfrac{x^2+2x+x}{x+1}=x+1+\dfrac{1}{x+1}$.

- Tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.
- Sự biến thiên: $y'=1-\dfrac{1}{(x+1)^2}=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}, y'=0\Leftrightarrow x=-2, x=0$.
  $y_{CĐ}=y(-2)=-2, y_{CT}=y(0)=2$.
  Đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng.
  Đường thẳng $y=x+1$ là tiệm cận xiên.
- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	$+\infty$ ‖	↘	2	↗	$+\infty$

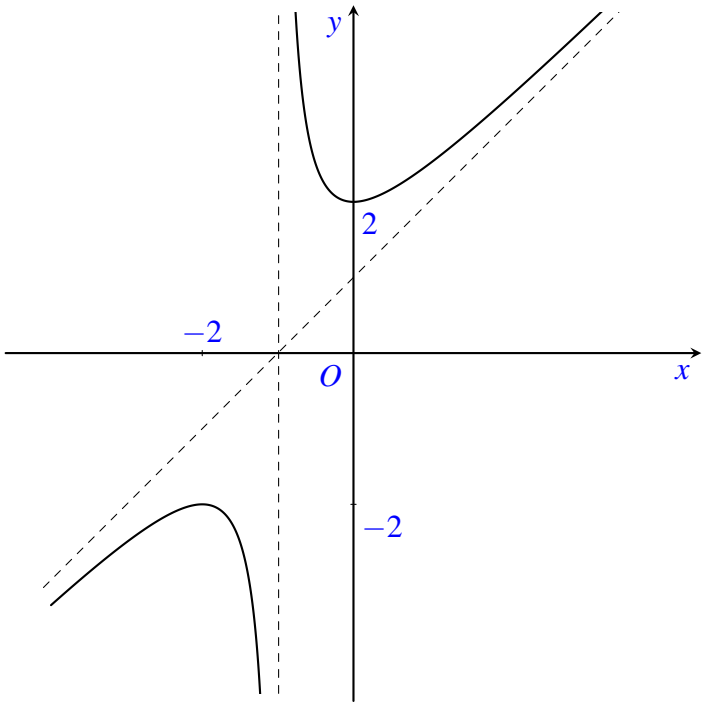
- Đồ thị (Hình 2.12)

2) **(1,0 điểm)**

Ta có $y=x+m+\dfrac{1}{x+1}$.

- Tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.
- $y'=1-\dfrac{1}{(x+1)^2}=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}, y'=0\Leftrightarrow x=-2, x=0$.
- Bảng xét dấu y'

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	



Hình 2.12:

Đồ thị của hàm số $(*)$ luôn có điểm cực đại là $M(-2;m-3)$ và điểm cực tiểu là $N(0;m+1)$.
Suy ra $MN=\sqrt{(0-(-2))^2+((m+1)-(m-3))^2}=2\sqrt{5}$.

Bài 2 (2.0). 1) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{x-1}+\sqrt{2-y}=1\\ 3\log_9(9x^2)-\log_3 y^3=3.\end{cases}$

2) Giải phương trình $1+\sin x+\cos x+\sin 2x+\cos 2x=0$.

Lời giải.

1) $\begin{cases}\sqrt{x-1}+\sqrt{2-y}=1 & (1)\\ 3\log_9(9x^2)-\log_3 y^3=3. & (2)\end{cases}$

Điều kiện: $\begin{cases}x\geq 1\\ 0<y\leq 2.\end{cases}$

$(2)\Leftrightarrow 3(1+\log_3 x)-3\log_3 y=3\Leftrightarrow \log_3 x=\log_3 y\Leftrightarrow x=y$.

Thay $y=x$ vào (1) ta có

$$\begin{aligned}&\sqrt{x-1}+\sqrt{2-x}=1\\ \Leftrightarrow\ &x-1+2-x+2\sqrt{(x-1)(2-x)}=1\\ \Leftrightarrow\ &\sqrt{(x-1)(2-x)}=0\\ \Leftrightarrow\ &x=1,\ x=2.\end{aligned}$$

Vậy hệ có hai nghiệm là $(x;y)=(1;1)$ và $(x;y)=(2;2)$.

2) Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned}&\sin x+\cos x+2\sin x\cos x+2\cos^2 x=0\\ \Leftrightarrow\ &\sin x+\cos x+2\cos x(\sin x+\cos x)=0\\ \Leftrightarrow\ &(\sin x+\cos x)(2\cos x+1)=0.\end{aligned}$$

- $\sin x+\cos x=0\Leftrightarrow\tan x=-1\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi\quad(k\in\mathbb{Z})$.
- $2\cos x+1=0\Leftrightarrow\cos x=-\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\quad(k\in\mathbb{Z})$.

Vậy phương trình đã cho có họ nghiệm là $\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z})$.

Bài 3 (3.0). 1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;0)$ và $B(6;4)$. Viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với trục hoành tại điểm A và khoảng cách từ tâm của (C) đến điểm B bằng 5.

2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ với $A(0;-3;0)$, $B(4;0;0), C(0;3;0), B_1(4;0;4)$.

(a) Tìm tọa độ các đỉnh A_1, C_1. Viết phương trình mặt cầu có tâm là A và tiếp xúc với mặt phẳng (BCC_1B_1).

(b) Gọi M là trung điểm của A_1B_1. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, M và song song với BC_1. Mặt phẳng (P) cắt đường thẳng A_1, C_1 tại điểm N. Tính độ dài đoạn MN.

Lời giải.

1) Gọi tâm của (C) là $I(a;b)$ và bán kính của (C) là R.
(C) tiếp xúc với Ox tại $A\Rightarrow a=2$ và $|b|=R$.
$IB=5\Leftrightarrow(6-2)^2+(4-b)^2=25\Leftrightarrow b^2-8b+7-0\Leftrightarrow b=1,\ b=7$.
Với $a=2, b=1$ ta có đường tròn

$$(C_1):\ (x-2)^2+(y-1)^2=1.$$

Với $a=2, b=7$ ta có đường tròn

$$(C_2):\ (x-2)^2+(y-7)^2=49.$$

2) (a) Ta có $A_1(0;-3;4)$, $C_1(0;3;4)$.
$\overrightarrow{BC}=(-4;3;0)$, $\overrightarrow{BB_1}=(0;0;4)$.
Véc-tơ pháp tuyến của $mp(BCC_1B_1)$ là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BB_1}\right]=(12;16;0)$.
Phương trình mặt phẳng (BCC_1B_1):

$$12(x-4)+16y=0\Leftrightarrow 3x+4y-12=0.$$

Bán kính mặt cầu :

$$R = \mathrm{d}(A,(BCC_1B_1)) = \frac{|-12-12|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{24}{5}.$$

Phương trình mặt cầu:

$$x^2+(y+3)^2+z^2 = \frac{576}{25}.$$

(b) Ta có $M\left(2;-\frac{3}{2};4\right)$, $\overrightarrow{AM} = \left(2;\frac{3}{2};4\right)$, $\overrightarrow{BC_1} = (-4;3;4)$.

Véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n_p} = \left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{BC_1}\right] = (-6;-24;12)$.

Phương trình mặt phẳng (P): $-6x-24(y+3)+12z=0 \Leftrightarrow x+4y-2z+12=0$.

Ta thấy $B(4;0;0) \notin (P)$. Do đó (P) đi qua A, M và song song với BC_1.

Ta có $\overrightarrow{A_1C_1} = (0;6;0)$. Phương trình tham số của đường thẳng A_1C_1 là

$$\begin{cases} x=0 \\ y=-3+t \\ z=4. \end{cases}$$

$N \in A_1C_1 \Rightarrow N(0;-3+t;4)$.

Vì $N \in (P)$ nên $0+4(-3+t)-8+12=0 \Leftrightarrow t=2$.

Suy ra $N(0;-1;4)$.

Vậy $MN = \sqrt{(2-0)^2+\left(-\frac{3}{2}+2\right)^2+(4-4)^2} = \frac{17}{2}$.

Bài 4 (2.0). 1) Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x\cos x}{1+\cos x}\,\mathrm{d}x$.

2) Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người, gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về giúp đỡ 3 tỉnh miền núi, sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và 1 nữ?

Lời giải.

1) Ta có $I = 2\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x\cos^2 x}{1+\cos x}\,\mathrm{d}x$.

Đặt $t = 1+\cos x \Rightarrow \mathrm{d}t = -\sin x\,\mathrm{d}x$.

$x=0 \Rightarrow t=2$, $x=\frac{\pi}{2} \Rightarrow t=1$. Suy ra

$$\begin{aligned} I = 2\int_2^1 \frac{(t-1)^2}{t}(-\mathrm{d}t) &= 2\int_1^2 \left(t-2+\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t \\ &= 2\left(\frac{t^2}{2}-2t+\ln|t|\right)\Big|_1^2 \\ &= 2\left[(2-4+\ln 2)-\left(\frac{1}{2}-2\right)\right] = 2\ln 2-1. \end{aligned}$$

Vậy $I=\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin 2x\cos x}{1+\cos x}\,\mathrm{d}x=2\ln 2-1$.

2) Có $\mathrm{C}_3^1\mathrm{C}_{12}^4$ cách phân công các thanh niên tình nguyện về tỉnh thứ nhất. Với mỗi cách phân công các thanh niên tình nguyện về tỉnh thứ nhất thì có $\mathrm{C}_2^1\mathrm{C}_8^4$ cách phân công các thanh niên tình nguyện về tỉnh thứ hai. Với mỗi cách phân công các thanh niên tình nguyện về tỉnh thứ nhất và thứ hai thì có $\mathrm{C}_1^1\mathrm{C}_4^4$ cách phân công các thanh niên tình nguyện về tỉnh thứ ba.
Số cách phân công đội thanh niên tình nguyện về 3 tỉnh thỏa mãn yêu cầu bài toán là

$$\mathrm{C}_3^1.\mathrm{C}_{12}^4.\mathrm{C}_2^1.\mathrm{C}_8^4.\mathrm{C}_1^1.\mathrm{C}_4^4.$$

Bài 5 (1.0). Chứng minh rằng với mọi $x\in\mathbb{R}$, ta có $\left(\dfrac{12}{5}\right)^x+\left(\dfrac{15}{4}\right)^x+\left(\dfrac{20}{3}\right)^x\geq 3^x+4^x+5^x$. Khi nào đẳng thức xảy ra?

Lời giải.

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho hai số dương ta có

$$\left(\frac{12}{5}\right)^x+\left(\frac{15}{4}\right)^x\geq 2\sqrt{\left(\frac{12}{5}\right)^x.\left(\frac{15}{4}\right)^x}$$
$$\Rightarrow\left(\frac{12}{5}\right)^x+\left(\frac{15}{4}\right)^x\geq 2.3^x. \tag{1}$$

Tương tự ta có

$$\left(\frac{12}{5}\right)^x+\left(\frac{20}{3}\right)^x\geq 2.4^x. \tag{2}$$
$$\left(\frac{15}{4}\right)^x+\left(\frac{20}{3}\right)^x\geq 2.5^x. \tag{3}$$

Cộng các bất đẳng thức $(1),(2),(3)$, chia hai vế của bất đẳng thức nhận được cho 2, ta có điều phải chứng minh.
Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow (1),(2),(3)$ là các đẳng thức $\Leftrightarrow x=0$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2005
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{3}x^2-\frac{m}{2}x^2+\frac{1}{3}$ $(*)$ (m là tham số).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $(*)$ khi $m=2$.

2) Gọi M là điểm thuộc (C_m) có hoành độ bằng -1. Tìm m để tiếp tuyến của (C_m) tại điểm M song song với đường thẳng $d\colon 5x-y=0$.

Lời giải.

1) Với $m=2$ thì $y=\frac{1}{3}x^3-x^2+\frac{1}{3}\cdot$
Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$..
Sự biến thiên $y'=x^2-2x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2.\end{array}\right.$
Ta có $y''=2x-2$, $y''=0\Leftrightarrow x=1$.
Đồ thị nhận $I\left(1;-\frac{1}{3}\right)$ làm điểm uốn.
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗	$\frac{1}{3}$	↘		↗	$+\infty$
	$-\infty$				-1		

Đồ thị (Hình 2.13)

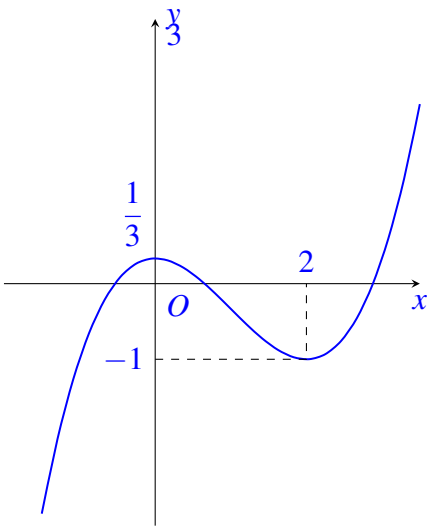
2) Ta có $y'=x^2-mx$.
Điểm thuộc (C_m) có hoành độ $x=-1$ là $M\left(-1;\frac{-m}{2}\right)$.
Tiếp tuyến tại M của (C_m) là

$$\Delta\colon y+\frac{m}{2}=y'(-1)(x+1)\Leftrightarrow y=(m+1)x+\frac{m+2}{2}\cdot$$

Δ song song với $d\colon 5x-y=0$ hay $(d\colon y=5x)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases}m+1=5\\m+2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m=4.$$

Vậy $m=4$.



Hình 2.13:

Bài 2 (2.0). Giải phương trình sau $2\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}}-\sqrt{x+1}=4$.

Lời giải.

$2\sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}}-\sqrt{x+1}=4 \quad (1)$
Điều kiện $x \geq -1$.

$$\begin{aligned}(1) &\Leftrightarrow 2\sqrt{\left(\sqrt{x+1}+1\right)^2}-\sqrt{x+1}=4\\ &\Leftrightarrow 2\left(\sqrt{x+1}+1\right)-\sqrt{x+1}=4\\ &\Leftrightarrow \sqrt{x+1}=2\\ &\Leftrightarrow x=3.\end{aligned}$$

Bài 3 (2.0). Giải phương trình sau $\cos^4 x+\sin^4 x+\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)\sin\left(3x-\dfrac{\pi}{4}\right)-\dfrac{3}{2}=0$.

Lời giải.

$$\begin{aligned}&\cos^4 x+\sin^4 x+\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)-\frac{3}{2}=0\\ \Leftrightarrow &1-2\sin^2 x\cos^2 x+\frac{1}{2}\left[\sin\left(4x-\frac{\pi}{2}\right)+\sin 2x\right]-\frac{3}{2}=0\\ \Leftrightarrow &2-\sin^2 2x-\cos 4x+\sin 2x-3=0\\ \Leftrightarrow &-\sin^2 2x-\left(1-2\sin^2 2x\right)+\sin 2x-1=0\\ \Leftrightarrow &\sin^2 2x+\sin 2x-2=0\\ \Leftrightarrow &\left[\begin{array}{l}\sin 2x=1 \text{ (nhận)}\\ \sin 2x=-2 \text{ (loại)}.\end{array}\right.\end{aligned}$$

Vậy $\sin 2x=1 \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Bài 4 (1). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho điểm $C(2;0)$ và elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$. Tìm tọa độ các điểm A, B thuộc (E), biết rằng hai điểm A, B đối xứng với nhau qua trục hoành và tam giác ABC là tam giác đều.

Lời giải.

Giả sử $A(x_0;y_0)$. Do A, B đối xứng với nhau qua Ox nên $B(x_0;-y_0)$.
Ta có $AB^2=4y_0^2$ và $AC^2=(x_0-2)^2+y_0^2$.
Vì $A\in(E)$ nên $\dfrac{x_0^2}{4}+y_0^2=1\Rightarrow y_0^2=1-\dfrac{x_0^2}{4}$. (1)
Vì $AB=AC$ nên $(x_0-2)^2+y_0^2=4y_0^2$ (2)
Thay (1) vào (2) và rút gọn ta được

$$7x_0^2-16x_0+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=2\\ x_0=\dfrac{2}{7}.\end{array}\right.$$

Với $x_0=2$ thay vào (1) ta có $y_0=0$. Trường hợp này $A\equiv C$ (loại).
Với $x_0=\dfrac{2}{7}$ thay vào (1) ta có $y_0=\pm\dfrac{4\sqrt{3}}{7}$.
Vậy $A\left(\dfrac{2}{7};\dfrac{4\sqrt{3}}{7}\right),B\left(\dfrac{2}{7};-\dfrac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ hoặc $A\left(\dfrac{2}{7};-\dfrac{4\sqrt{3}}{7}\right),B\left(\dfrac{2}{7};\dfrac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

Bài 5 (3). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng

$$d_1\colon\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+1}{2}\text{ và }d_2\colon\begin{cases}x+y-z-2=0\\ x+3y-12=0\end{cases}$$

1) Chứng minh rằng d_1 và d_2 song song với nhau. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa cả hai đường thẳng d_1 và d_2.

2) Mặt phẳng Oxz cắt hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại các điểm A, B. Tính diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ).

Lời giải.

1) d_1 qua $M_1(1;-2;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;2)$.
d_2 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=\left(\begin{vmatrix}1&-1\\3&0\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-1&1\\0&1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}1&1\\1&3\end{vmatrix}\right)=(3;-1;2)$
Vì $\overrightarrow{u_1}=\overrightarrow{u_2}$ và $M_1(1;-2;-1)\notin d_2$ nên $d_1\parallel d_2$.
Mặt phẳng (P) chứa d_2 nên phương trình có dạng

$$\alpha(x+y-z-2)+\beta(x+3y-12)=0\quad\left(\alpha^2+\beta^2\neq0\right).$$

Vì $M_1\in(P)$ nên $\alpha(1-2+1-2)+\beta(1-6-12)=0\Leftrightarrow2\alpha+17\beta=0$.
Chọn $\alpha=17\Rightarrow\beta=2$. Phương trình (P) là $15x+11y-17z-10=0$.

2) Vì $A,B\in Oxz$ nên $y_A=y_B=0$.
Vì $A\in d_1$ nên $\dfrac{x_A-1}{3}=\dfrac{2}{-1}=\dfrac{z_A+1}{2}\Rightarrow x_A=z_A=-5\Rightarrow A(-5;0;-5)$.

$B \in d_2 \Rightarrow \begin{cases} x_B - z_B - 2 = 0 \\ x_b - 12 = 0 \end{cases} \Rightarrow B(12;0;10)$

$\overrightarrow{OA} = (-5;0;-5)$, $\overrightarrow{OB} = (12;0;10) \Rightarrow \left[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right] = (0;-10;0)$.

$S_{\Delta OAB} = \dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right]\right| = 5$ (đvdt).

Bài 6 (2). Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(e^{\sin x} + \cos x\right)\cos x \,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x}\,\mathrm{d}(\sin x) + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos 2x}{2}\,\mathrm{d}x$$
$$= e^{\sin x}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{2}\sin 2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$
$$= e + \frac{\pi}{4} - 1.$$

Bài 7 (2). Tính giá trị nguyên dương của biểu thức $M = \dfrac{\mathrm{A}_{n+1}^4 + 3\mathrm{A}_n^3}{(n+1)!}$, biết rằng $\mathrm{C}_{n+1}^2 + 2\mathrm{C}_{n+2}^2 + 2\mathrm{C}_{n+3}^2 + \mathrm{C}_{n+4}^2 = 149$. ($n$ là số nguyên dương, A_n^k là chỉnh hợp chập k của n phần tử và, C_n^k là tổ hợp chập k của n phần tử).

Lời giải.

Điều kiện $n \geq 3$.

$$\mathrm{C}_{n+1}^2 + 2\mathrm{C}_{n+2}^2 + 2\mathrm{C}_{n+3}^2 + \mathrm{C}_{n+4}^2 = 149$$
$$\Leftrightarrow \frac{(n+1)!}{2!(n-1)!} + 2\frac{(n+2)!}{2!n!} + 2\frac{(n+3)!}{2!(n+1)!} + \frac{(n+4)!}{2!(n+2)!} = 149$$
$$\Leftrightarrow n^2 + 4n - 45 = 0$$
$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} n = 5 \text{ (nhận)} \\ n = -9 \text{ (loại)}. \end{bmatrix}$$

$$M = \frac{\mathrm{A}_6^4 + 3\mathrm{A}_5^3}{6!} = \frac{3}{4}.$$

Bài 8 (1). Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $xyz = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{1+x^3+y^3}{xy} + \frac{1+y^3+z^3}{yz} + \frac{1+z^3+x^3}{zx} \geq 3\sqrt{3}.$$

Lời giải.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-Si với ba số dương ta có

$$1+x^3+y^3 \geq 2\sqrt[3]{1x^3y^3} = 3xy \Leftrightarrow \frac{\sqrt{1+x^3+y^3}}{xy} \geq \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{xy}} \quad (1)$$

Tương tự

$$\frac{\sqrt{1+y^3+z^3}}{yz} \geq \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{yz}} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{1+z^3+x^3}}{zx} \geq \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{zx}} \quad (3)$$

Mặt khác

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{xy}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{yz}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{zx}} \geq 3\sqrt[3]{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{xy}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{yz}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{zx}}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{xy}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{yz}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{zx}} \geq 3\sqrt{3} \quad (4)$$

Cộng các bất đẳng thức (1), (2), (3) và (4) ta có điều phải chứng minh.
Đẳng thức (1), (2), (3), (4) xảy ra khi $x=y=z=1$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2006
Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (8,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$.

2) Tìm m để phương trình sau có 6 nghiệm phân biệt: $2|x|^3 - 9x^2 + 12|x| = m$.

Lời giải.

1) Ta có $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$.

- Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
- Sự biến thiên:
  - Chiều biến thiên: $y' = 6(x^2 - 3x + 2)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 2$.
  - Các khoảng đồng biến: $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$; khoảng nghịch biến $(1; 2)$.
  - Cực trị: hàm số đạt cực đại tại $x = 1, y_{CĐ} = 1$; đạt cực tiểu tại $x = 2, y_{CT} = 0$.
  - Giới hạn tại vô cực: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

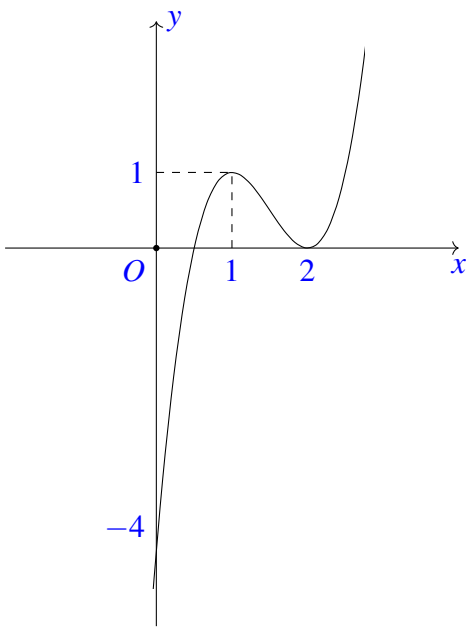
- Đồ thị (Hình 2.14)

2) Phương trình đã cho tương đương với $2|x|^3 - 9x^2 + 12|x| - 4 = m - 4$.
Số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của của đồ thị hàm số $y = 2|x|^3 - 9x^2 + 12|x| - 4$ với đường thẳng $y = m - 4$.
Hàm số $y = 2|x|^3 - 9x^2 + 12|x| - 4$ là hàm chẵn nên đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng.
Từ đồ thị hàm số đã cho suy ra đồ thị hàm số $y = 2|x|^3 - 9x^2 + 12|x| - 4$. (Hình 2.15)

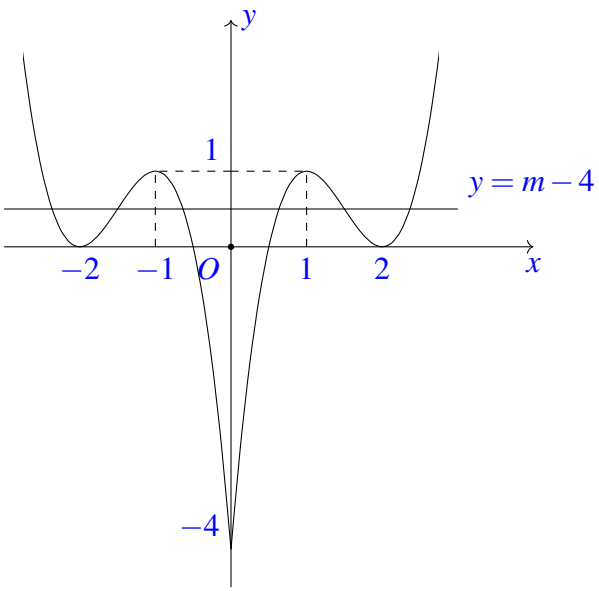
Từ đồ thị suy ra phương trình đã cho có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$0 < m - 4 < 1 \Leftrightarrow 4 < m < 5.$$

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\dfrac{2\left(\cos^6 x + \sin^6 x\right) - \sin x \cos x}{\sqrt{2} - 2\sin x} = 0$.



Hình 2.14:



Hình 2.15:

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+y-\sqrt{xy}=3 \\ \sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}=4 \end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

1) Điều kiện: $\sin x \neq \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. (1)

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} & 2\left(\sin^6 x+\cos^6 x\right)-\sin x\cos x=0 \\ \Leftrightarrow\ & 2\left(1-\frac{3}{4}\sin^2 2x\right)-\frac{1}{2}\sin 2x=0 \\ \Leftrightarrow\ & 3\sin^2 2x+\sin 2x-4=0 \\ \Leftrightarrow\ & \sin 2x=1 \\ \Leftrightarrow\ & x=\frac{\pi}{4}+k\pi \quad (k\in\mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Do điều kiện (1) nên $x=\dfrac{5\pi}{4}+2m\pi \quad (m\in\mathbb{Z})$.

2) Điều kiện: $x\geq -1, y\geq -1, xy\geq 0$.
Đặt $t=\sqrt{xy}, (t\geq 0)$.
Từ phương trình thứ nhất của hệ suy ra $x+y=3+t$.
Bình phương hai vế của phương trình thứ hai ta được

$$x+x+2+2\sqrt{xy+x+y+1}=16. \qquad (2)$$

Thay $xy=t^2, x+y=3+t$ vào (2) ta được

$$\begin{aligned} & 3+t+2+2\sqrt{t^2+3+t+1}=16 \\ \Leftrightarrow\ & 2\sqrt{t^2+t+4}=11-t \\ \Leftrightarrow\ & \begin{cases} 0\leq t\leq 11 \\ 4(t^2+t+4)=(11-t)^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow\ & \begin{cases} 0\leq t\leq 11 \\ 3t^2+26t-105=0 \end{cases} \Leftrightarrow t=3. \end{aligned}$$

Với $t=3$ ta có $\begin{cases} x+y=6 \\ xy=9. \end{cases}$
Suy ra nghiệm của hệ là $(x;y)=(3;3)$.

Bài 3 (2.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$, $A'(0;0;1)$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD.

1) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'C$ và MN.

2) Viết phương trình mặt phẳng chứa $A'C$ và tạo với mặt phẳng Oxy một góc α biết $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{6}}$.

Lời giải.

1) Gọi (P) là mặt phẳng chứa $A'C$ và song song với MN. Khi đó $\mathrm{d}(A'C,MN)=\mathrm{d}(M,(P))$.
Ta có $C(1;1;0), M\left(\frac{1}{2};0;0\right), N\left(\frac{1}{2};1;0\right)$ và $\overrightarrow{A'C}=(1;1;-1), \overrightarrow{MN}=(0;1;0)$.

Do đó $\left[\overrightarrow{A'C},\overrightarrow{MN}\right]=(1;0;1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A'(0;0;1)$, có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;0;1)$, có phương trình là

$$1.(x-0)+0.(y-0)+1.(z-1)=0\Leftrightarrow x+z-1=0.$$

Vậy $\mathrm{d}(A'C,MN)=\mathrm{d}(M,(P))=\dfrac{\left|\frac{1}{2}+0-1\right|}{\sqrt{1^2+0^2+1^2}}=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$.

2) Gọi mặt phẳng cần tìm là $(Q)\colon ax+by+cz+d=0,\ \left(a^2+b^2+c^2>0\right)$.

Vì (Q) đi qua $A'(0;0;1)$ và $C(1;1;0)$ nên $\begin{cases}c+d=0\\a+b+d=0\end{cases}\Rightarrow c=-d=a+b$.

Do đó, phương trình của (Q) có dạng $ax+by+(a+b)z-(a+b)=0$.

Mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;b;a+b)$, mặt phẳng Oxy có véc-tơ pháp tuyến $\vec{k}=(0;0;1)$.

Vì góc giữa (Q) và Oxy là α mà $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{6}}$ nên

$$\begin{aligned}&|\cos(\vec{n},\vec{k})|=\frac{1}{\sqrt{6}}\\\Leftrightarrow\ &\frac{|a+b|}{\sqrt{a^2+b^2+(a+b)^2}}=\frac{1}{\sqrt{6}}\\\Leftrightarrow\ &6(a+b)^2=2\left(a^2+b^2+ab\right)\\\Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l}a=-2b\\b=-2a.\end{array}\right.\end{aligned}$$

- Với $a=-2b$, chọn $b=-1$ ta được mặt phẳng $(Q_1)\colon 2x-y+z-1=0$.
- Với $b=-2a$, chọn $a=1$ ta được mặt phẳng $(Q_2)\colon x-2y-z+1=0$.

Bài 4 (2.0). 1) Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2x+4\sin^2x}}\mathrm{d}x$.

2) Cho hai số thực $x\neq 0$, $y\neq 0$ thay đổi và thỏa mãn điều kiện $(x+y)xy=x^2+y^2-xy$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A=\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{1}{y^3}$.

Lời giải.

1) Ta có $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2x+4\sin^2x}}\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x}{\sqrt{1+3\sin^2x}}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=1+3\sin^2x\Rightarrow \mathrm{d}t=3\sin 2x\,\mathrm{d}x$.

Với $x=0$ thì $t=1$, với $t=\dfrac{\pi}{2}$ thì $t=4$.

Suy ra $I=\dfrac{1}{3}\displaystyle\int_1^4\frac{\mathrm{d}t}{\sqrt{t}}=\frac{2}{3}\sqrt{\mathrm{t}}\Big|_1^4=\frac{2}{3}$.

2) Từ giả thiết suy ra $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}-\frac{1}{xy}$.

Đặt $\frac{1}{x}=a, \frac{1}{y}=b$ ta có $a+b=a^2+b^2-ab$. (1)

$$A=a^3+b^3=(a+b)\left(a^2+b^2-ab\right)=(a+b)^2$$

Từ (1) suy ra $a+b=(a+b)^3-3ab$.

Vì $ab\le\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ nên

$$\begin{aligned} & a+b\ge(a+b)^2-\frac{3}{4}(a+b)^2 \\ \Rightarrow\ & (a+b)^2-4(a+b)\le 0 \\ \Rightarrow\ & 0\le a+b\le 4. \end{aligned}$$

Suy ra $A=(a+b)^2\le 16$.

Với $x=y=\frac{1}{2}$ thì $A=16$.

Vậy giá trị lớn nhất của A là 16.

PHẦN TỰ CHỌN (2,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được chọn làm một trong hai câu.

1. Theo chương trình THPT không phân ban (2 điểm)

Bài 5 (2.0). 1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho các đường thẳng $d_1: x+y+3=0$, $d_2: x-y-4=0$, $d_3: x-2y=0$. Tìm điểm M nằm trên đường thẳng d_3 sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng d_1 bằng hai lần khoảng cách từ M đến đường thẳng d_2.

2) Tìm hệ số của số hạng chứa x^{26} trong khai triển nhị thức New-tơn của $\left(\frac{1}{x^4}+x^7\right)^n$, biết rằng $\mathrm{C}_{2n+1}^1+\mathrm{C}_{2n+1}^2+\cdots+\mathrm{C}_{2n+1}^n=2^{20}-1$, ($n$ nguyên dương, C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

Lời giải.

1) Vì $M\in d_3$ nên $M(2y;y)$.

Ta có $\mathrm{d}(M,d_1)=\frac{|2y+y+3|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{|3y+3|}{\sqrt{2}}$, $\mathrm{d}(M,d_2)=\frac{|2y-y-4|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{|y-4|}{\sqrt{2}}$.

Do đó $\mathrm{d}(M,d_1)=2\mathrm{d}(M,d_2)\Leftrightarrow\frac{|3y+3|}{\sqrt{2}}=2\cdot\frac{|y-4|}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow y=-11, y=1$.

- Với $y=-11$ được điểm $M_1(-22;-11)$.
- Với $y=1$ được điểm $M_2(2;1)$.

2) Từ giả thiết suy ra $\mathrm{C}_{2n+1}^0+\mathrm{C}_{2n+1}^1+\cdots+\mathrm{C}_{2n+1}^n=2^{20}$. (1)

Vì $C_{2n+1}^{k} = C_{2n+1}^{2n+1-k}, \forall k, 0 \le k \le 2n+1$ nên

$$C_{2n+1}^{0} + C_{2n+1}^{1} + \cdots + C_{2n+1}^{n} = \frac{1}{2}\left(C_{2n+1}^{0} + C_{2n+1}^{1} + \cdots + C_{2n+1}^{2n+1}\right). \quad (2)$$

Từ khai triển nhị thức New-tơn của $(1+1)^{2n+1}$ suy ra

$$C_{2n+1}^{0} + C_{2n+1}^{1} + \cdots + C_{2n+1}^{2n+1} = (1+1)^{2n+1} = 2^{2n+1}. \quad (3)$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra $2^{2n} = 2^{20}$ hay $n = 10$.
Ta có

$$\left(\frac{1}{x^4} + x^7\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^{k} \left(x^{-4}\right)^{10-k} \left(x^7\right)^{k} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^{k} x^{11k-40}.$$

Hệ số của x^{26} là C_{10}^{k} với k thỏa mãn $11k - 40 = 26 \Leftrightarrow k = 6$.
Vậy hệ số của x^{26} là $C_{10}^{6} = 210$.

2. Theo chương trình THPT phân ban cao thí điểm

Bài 6 (2.0). 1) Giải phương trình $3.8^x + 4.12^x - 18^x - 2.27^x = 0$

2) Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B sao cho $AB = 2a$. Tính thể tích của khối tứ diện $OO'AB$.

Lời giải.

1) Phương trình đã cho tương đương với

$$3\left(\frac{2}{3}\right)^{3x} + 4\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - \left(\frac{2}{3}\right)^{x} - 2 = 0. \quad (1)$$

Đặt $t = \left(\frac{2}{3}\right)^{x}$ $(t > 0)$, phương trình (1) trở thành

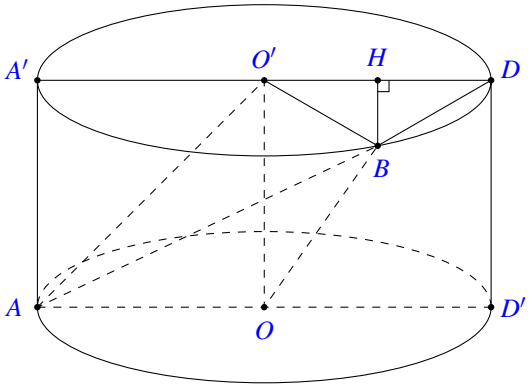
$$\begin{aligned} & 3t^3 + 4t^2 - t - 2 = 0 \\ \Leftrightarrow\ & (t+1)^2(3t-2) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & t = \frac{2}{3} \ (\text{vì} t > 0). \end{aligned}$$

Với $t = \frac{2}{3}$ thì $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} = \frac{2}{3}$ hay $x = 1$.

2) Hình vẽ (Hình 2.16)

Kẻ đường sinh AA'. Gọi D là điểm đối xứng với A' qua O' và H là hình chiếu của B trên đường thẳng $A'D$.
Do $\begin{cases} BH \perp A'D \\ BH \perp AA' \end{cases}$ nên $BH \perp (AOO'A')$. Suy ra $V_{OO'AB} = \frac{1}{3} \cdot BH.S_{AOO'}$.

Ta có $A'B = \sqrt{AB^2 - A'A^2} = a\sqrt{3}$; $BD = \sqrt{A'D^2 - A'B^2} = a \Rightarrow \triangle BO'D$ đều $\Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Hình 2.16:

Vì AOO' là tam giác vuông cân cạnh bên bằng a nên $S_{AOO'} = \dfrac{a^2}{2}$.

Vậy thể tích khối tứ diện $OO'AB$ là $V = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{a^2}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2006
Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+x-1}{x+2}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến đó vuông góc với tiệm cận xiên của (C).

Lời giải.

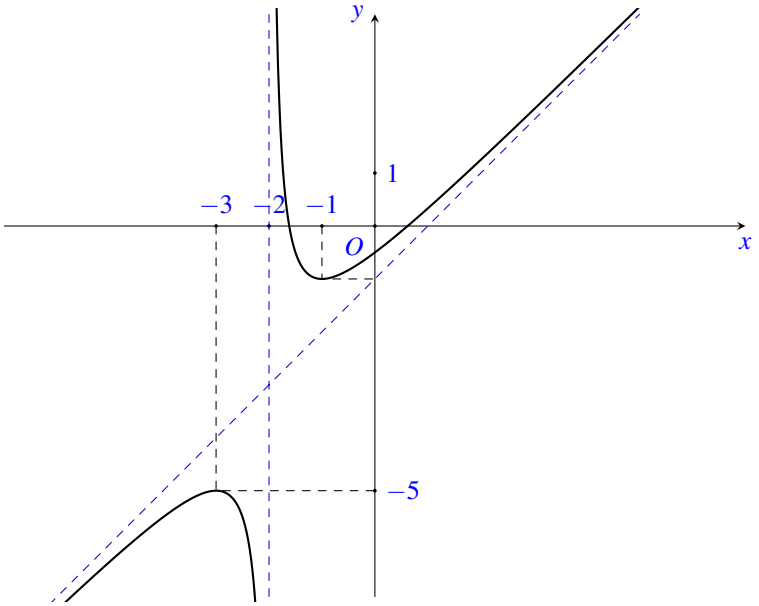
1) Ta có $y=\dfrac{x^2+x-1}{x+2}=x-1+\dfrac{1}{x+2}$.

- Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.
- Ta có $y'=1-\dfrac{1}{(x+2)^2}$.
  Xét
$$y'=0\Leftrightarrow 1-\frac{1}{(x+2)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=-1.\end{array}\right.$$
- Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y		↗	-5	↘	$+\infty$ ‖	↘	-1	↗	$+\infty$
	$-\infty$				‖				

- Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên $(-\infty;-3)$, $(-1;+\infty)$ và hàm số nghịch biến trên $(-3;-2)$, $(-2;-1)$.
- Hàm số đạt cực đại tại $x=-3$ và $y_{CĐ}=-5$, hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$, $y_{CT}=-1$.
- Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=-2$ và đường tiệm cận xiên $y=x-1$.
- Đồ thị (Hình 2.17)

2) Tiệm cận xiên của đồ thị (C) có phương trình $y=x-1$ nên tiếp tuyến vuông góc với tiệm cận xiên có hệ số góc là $k=-1$.



Hình 2.17:

Hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình

$$y'=-1\Leftrightarrow 1-\frac{1}{(x+2)^2}=-1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2+\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ x=-2-\dfrac{\sqrt{2}}{2}. \end{array}\right.$$

- Với $x=-2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow y=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.
  Suy ra phương trình tiếp tuyến là
  $$d_1:\ y=-x+2\sqrt{2}-5.$$
- Với $x=-2-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow y=-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.
  Suy ra phương trình tiếp tuyến là $d_2:\ y=-x-2\sqrt{2}-5$.

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\cot x+\sin x\left(1+\tan x\cdot\tan\dfrac{x}{2}\right)=4$.

2) Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm thực phân biệt $\sqrt{x^2+mx+2}=2x+1$.

Lời giải.

1) Điều kiện $\begin{cases}\sin x\neq 0\\ \cos x\neq 0\\ \cos\dfrac{x}{2}\neq 0\end{cases}$ (*)

Phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{\cos x}{\sin x}+\sin x\cdot\frac{\cos x\cos\dfrac{x}{2}+\sin x\sin\dfrac{x}{2}}{\cos x\cos\dfrac{x}{2}}=4$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\cos x}{\sin x}+\frac{\sin x}{\cos x}=4$$
$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{\sin x\cos x}=4$$
$$\Leftrightarrow \quad \sin 2x=\frac{1}{2}$$
$$\Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{12}+k\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z}).$$

So với điều kiện $(*)$ ta nhận $x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi$, $x=\dfrac{5\pi}{12}+k\pi$.

Vậy tập nghiệm của phương trình $S=\left\{\dfrac{\pi}{12}+k\pi;\dfrac{5\pi}{12}+k\pi \middle| \, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

2) Ta có

$$\sqrt{x^2+mx+2}=2x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1\geq 0 \\ x^2+mx+2=(2x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq \dfrac{-1}{2} \\ 3x^2-(m-4)x-1=0 \quad (2). \end{cases}$$

Đặt $g(x)=3x^2-(m-4)x-1$.

Phương trình ban đầu có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn

$$\frac{-1}{2}\leq x_1<x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=(m-4)^2+12>0 \\ \dfrac{S}{2}=\dfrac{m-4}{6}>\dfrac{-1}{2} \\ f\left(\dfrac{-1}{2}\right)=\dfrac{3}{4}+\dfrac{m-4}{2}-1\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\geq \frac{9}{2}.$$

Vậy $m\geq\dfrac{9}{2}$ thỏa yêu cầu.

Bài 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$ và hai đường thẳng

$$d_1:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{-1} \quad d_2:\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-2t \\ z=2+t. \end{cases}$$

1) Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A, đồng thời song song với d_1 và d_2.

2) Tìm tọa độ các điểm M thuộc d_1, N thuộc d_2 sao cho ba điểm A, M, N thẳng hàng.

Lời giải.

1) Véc-tơ chỉ phương của d_1 và d_2 lần lượt là $\vec{u_1}=(2;1;-1)$ và $\vec{u_2}=(1;-2;1)$.
Từ đó suy ra véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=[\vec{u_1};\vec{u_2}]=(-1;-3;-5)$.
Vì (P) qua $A(0;1;2)$ suy ra $(P):x+3y+5x-13=0$.
Do $B(0;1;-1)\in d_1$ và $C(1;-1;2)\in d_2$ nhưng $B,C\notin(P)$ nên $d_1,d_2\ /\!/\ (P)$.
Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $(P):x+3y+5z-13=0$.

2) Vì $M \in d_1$ và $N \in d_2$ nên đặt $M(2m;1+m;-1-m)$ và $N(1+n;-1-2n;2+n)$
Suy ra $\overrightarrow{AM}=(2m;m;-3-m)$, $\overrightarrow{AN}=(1+n;-2-n;n)$.
Từ đó suy ra $\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AN}\right]=(-mn-2m-6n-6;-3mn-m-3n-3;-5mn-5m)$.
Ba điểm A, M, N thẳng hàng khi và chỉ khi

$$\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AN}\right]=\vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -mn-2m-6n-6=0 \\ -3mn-m-3n-3=0 \\ -5mn-5m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ n=-1. \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm $M(0;1;-1)$ và $N(0;1;1)$.

Bài 4 (2.0). 1) Tính tích phân $I=\displaystyle\int_{\ln 3}^{\ln 5}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^2+2\mathrm{e}^{-x}-3}$.

2) Cho x, y là các số thực thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A=\sqrt{(x-1)^2+y^2}+\sqrt{(x+1)^2+y^2}+|y-2|.$$

Lời giải.

1) Đặt $t=\mathrm{e}^x \Rightarrow \mathrm{d}t=\mathrm{e}\mathrm{d}x$.
Với $x=\ln 3$ thì $t=3$, với $x=\ln 5$ thì $t=5$.
Từ đó suy ra

$$I=\int_3^5\frac{\mathrm{d}t}{(t-1)(t-2)}=\int_3^5\left(\frac{1}{t-2}-\frac{1}{t-1}\right)\mathrm{d}t=\ln\left|\frac{t-2}{t-1}\right|\Bigg|_3^5=\ln\frac{3}{2}.$$

Vậy $I=\ln\dfrac{3}{2}$.

2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy xét điểm $M(x-1;-y)$ và $N(x+1;y)$.
Do $OM+ON\geq MN$ nên

$$\sqrt{(x-1)^2+y^2}+\sqrt{(x+1)^2+y^2}\geq\sqrt{4+4y^2}=2\sqrt{1+y^2}.$$

Do đó $A\geq 2\sqrt{1+y^2}+|y-2|=f(y)$.

- Nếu $y\leq 2$ suy ra $f(y)=2\sqrt{1+y^2}+2-y$
  Ta có $f'(y)\dfrac{2y}{\sqrt{y^2+1}}-1$.
  Xét $f'(y)=0\Leftrightarrow 2y=\sqrt{1+y^2}\Leftrightarrow\begin{cases}y\geq 0\\4y^2=1+y^2\end{cases}\Leftrightarrow y=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.
  Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\frac{1}{\sqrt{3}}$		2
y'		$-$	0	$+$	
y		↘	$2+\sqrt{3}$	↗	

Từ bảng biến thiên suy ra $A \geq 2+\sqrt{3}$.

- Nếu $y \geq 2$ suy ra

$$f(y) \geq 2\sqrt{1+y^2} \geq 2\sqrt{5} > 2+\sqrt{3}.$$

Vậy $A \geq 2+\sqrt{3}$ với mọi số thực x, y.

PHẦN TỰ CHỌN: Thí sinh chọn câu V.a hoặc câu V.b

3. Theo chương trình THPT không phân ban (2,0 *điểm*)

Bài 5 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-6y+6=0$ và điểm $M(-3;1)$. Gọi T_1 và T_2 là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến (C). Viết phương trình đường thẳng T_1T_2.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;3)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+3^2-6}=2$.
Ta có $MI=\sqrt{(1+3)^2+(3-1)^2}=2\sqrt{5}>R$ nên suy ra điểm M nằm ngoài đường tròn (C).
Nếu $T(x_0;y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến kẻ từ M đến (C) thì

$$\begin{cases} T \in (C) \\ \overrightarrow{MT} \perp \overrightarrow{IT} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T \in (C) \\ \overrightarrow{MT}.\overrightarrow{IT}=0. \end{cases}$$

Ta có $\overrightarrow{MT}=(x_0+3;y_0-1)$, $\overrightarrow{IT}=(x_0-1;y_0-3)$. Do đó ta có

$$\begin{cases} x_0^2+y_0^2-2x_0-6y_0+6=0 \\ (x_0+3)(x_0-1)+(y_0-1)(y_0-3)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0^2+y_0^2-2x_0-6y_0+6=0 \\ x_0^2+y_0^2+2x_0-4y_0=0 \end{cases} \Rightarrow 2x_0+y_0-3=0 \quad (1)$$

Vậy tọa độ các tiếp điểm T_1 và T_2 của các tiếp tuyến kẻ từ M đến (C) đều thỏa đẳng thức (1).
Do đó phương trình đường thẳng T_1T_2 là $2x+y-3=0$.

Bài 6 (1.0). Cho tập hợp A gồm n phần tử $(n \geq 4)$. Biết rằng số tập con gồm 4 phần tử của A bằng 20 lần số tập con gồm 2 phần tử của A. Tìm $k \in \{1,2,\ldots,n\}$ sao cho số tập con gồm k phần tử của A là lớn nhất.

Lời giải.

Số tập con k phần tử của tập hợp A bằng C_n^k.
Từ giả thiết suy ra $\mathrm{C}_n^4=20\mathrm{C}_n^2$ ($n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 4$)
Ta có

$$\begin{aligned} & \mathrm{C}_n^4=20\mathrm{C}_n^2 \\ \Leftrightarrow\ & \frac{n!}{4!(n-4)!}=20\cdot\frac{n!}{2!(n-2)!} \\ \Leftrightarrow\ & n^2-5n-234=0 \\ \Leftrightarrow\ & n=18 \text{ (vì } n \geq 4). \end{aligned}$$

Do $\dfrac{C_{18}^{k+1}}{C_{18}^{k}} = \dfrac{18-k}{k+1} > 1 \Leftrightarrow k < 9$.
Nên $C_{18}^{1} < C_{18}^{2} < \ldots < C_{18}^{9} \Rightarrow C_{18}^{9} > C_{18}^{10} > \ldots > C_{18}^{18}$.
Vậy số tập con gồm k phần tử của A là lớn nhất khi và chỉ khi $k = 9$.

4. Theo chương trình THPT phân ban thí điểm (2,0 *điểm*)

Bài 7 (1.0). Giải bất phương trình $\log_5(4^x+144) - 4\log_5 2 < 1 + \log_5(2^{x-2}+1)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
&\log_5(4^x+144) - 4\log_5 2 < 1 + \log_5(2^{x-2}+1)\\
\Leftrightarrow\ &\log_5(4^x+144) - \log_5 16 < \log_5 5 + \log_5(2^{x-2}+1)\\
\Leftrightarrow\ &\log_5(4^x+144) < \log_5 16 + \log_5 5 + \log_5(2^{x-2}+1)\\
\Leftrightarrow\ &\log_5(4^x+144) < \log_5\left[80(2^{x-2}+1)\right]\\
\Leftrightarrow\ &4^x+144 < 80(2^{x-2}+1)\\
\Leftrightarrow\ &4^x - 20.2^x + 64 < 0\\
\Leftrightarrow\ &4 < 2^x < 16\\
\Leftrightarrow\ &2 < x < 4.
\end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $S = (2;4)$.

Bài 8 (1.0). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SC. I là giao điểm của BM và AC. Chứng minh rằng mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SMB). Tính thể tích của khối tứ diện $ANIB$.

Lời giải.

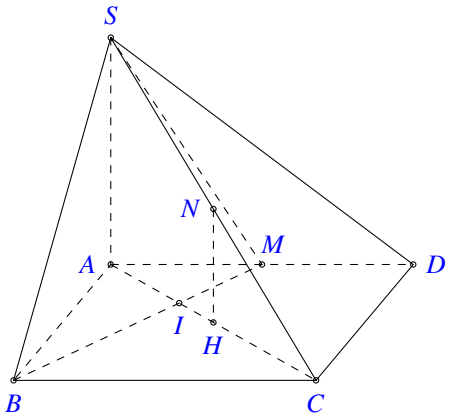
(Hình 2.88) Xét $\widehat{ABM}$ vuông tại A ta có $\tan\widehat{ABM} = \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (1)

Xét $\widehat{ABC}$ vuông tại B ta có $\cot\widehat{BAC} = \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{a}{a\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (2)

Từ (1), (2) suy ra $\tan\widehat{ABM} = \cot\widehat{BAC}$.
Từ đó suy ra $\widehat{IAB}$ vuông tại I.
Suy ra $AC \perp BM$. (3)

Ta có $SA \perp (ABCD)$, mà $MB \subset (ABCD)$ suy ra $SA \perp MB$ (4)

Từ (3), (4) suy ra $MB \perp (SAC)$, mà $MB \subset (SMB)$
Từ đó suy ra $(SMB) \perp (SAC)$.
Gọi H là trung điểm AC suy ra NH là đường trung bình $\widehat{SAC}$
Suy ra $NH \parallel SA$, mà $SA \perp (ABCD)$
Từ đó suy ra $NH \perp (ABCD)$.



Hình 2.18:

Ta có NH là đường trung bình $\widehat{SAC}$ suy ra $NH = \dfrac{SA}{2}$

Mà $SA = a$ suy ra $NH = \dfrac{a}{2}$.

Áp dụng hệ thức lượng trong $\widehat{AMB}$ vuông tại A có đường cao AI ta có

$$\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Xét $\widehat{AIB}$ vuông tại I ta có

$$IB = \sqrt{AB^2 - AI^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Diện tích $\widehat{AIB}$ vuông tại I là $S = \dfrac{1}{2}AI.IB = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \dfrac{a\sqrt{6}}{3} = \dfrac{a^2\sqrt{2}}{6}$.

Vậy thể tích tứ diện $ANIB$ là

$$V = \frac{1}{3}NH.S_{\widehat{AIB}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{6} = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}.$$

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2006
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (8,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2) Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(3;20)$ và có hệ số góc là m. Tìm m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt.

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**) $y = x^3 - 3x + 2$.

- Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
- Sự biến thiên:
  - Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1. \end{array}\right.$
  - Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$.
- Bảng biến thiên:

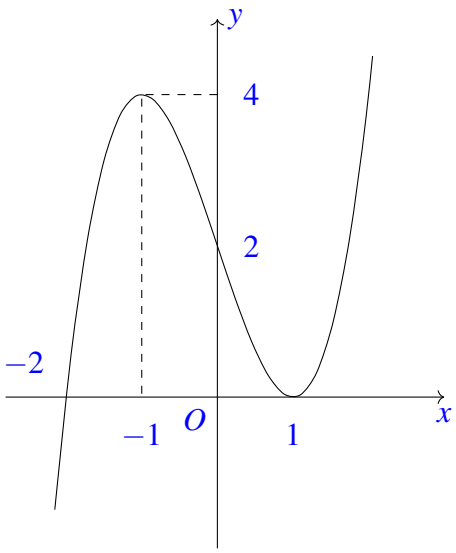
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

- Các khoảng đồng biến: $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$, khoảng nghịch biến: $(-1;1)$.
- Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$, $y_{CĐ} = 4$, đạt cực tiểu tại $x = 1$, $y_{CT} = 0$.
- Đồ thị (Hình 2.19)

2) (**1,0 điểm**)

- Phương trình đường thẳng d là: $y = m(x-3) + 20$.
- Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là:

$$x^3 - 3x + 2 = m(x-3) + 20 \Leftrightarrow (x-3)\left(x^2 + 3x + 6 - m\right) = 0.$$



Hình 2.19:

- Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi $f(x)=x^2+3x+6-m$ có hai nghiệm phân biệt khác 3

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 9-4(6-m) > 0 \\ f(3) = 24-m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \dfrac{15}{4} \\ m \neq 24. \end{cases}$$

- Vậy $m \in \left(\dfrac{15}{4}; +\infty\right)$.

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình: $\cos 3x + \cos 2x - \cos x - 1 = 0$.

2) Giải phương trình: $\sqrt{2x-1} + x^2 - 3x + 1 = 0 \quad (x \in \mathbb{R})$.

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**)

- Phương trình đã cho tương đương với:

$$-2\sin 2x.\sin x - 2\sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \sin x(\sin 2x + \sin x) = 0$$
$$\Leftrightarrow \sin^2 x(2\cos x + 1) = 0.$$

- $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.
- $\cos x = -\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

2) (**1,0 điểm**)

- Đặt $t=\sqrt{2x-1}\quad (t\geq 0)\Rightarrow x=\dfrac{t^2+1}{2}$.
- Phương trình đã cho trở thành:

$$t^4-4t^2+4t-1=0\Leftrightarrow (t-1)^2(t^2+2t-1)=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1\\ t=\sqrt{2}-1. \end{array}\right.$$

- Với $t=1$, ta có $x=1$.
- Với $t=\sqrt{2}-1$, ta có $x=2-\sqrt{2}$.

Bài 3 (2.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và hai đường thẳng:

$$d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{1};\quad d_2:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{1}.$$

1) Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua đường thẳng d_1.

2) Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2.

Lời giải.

1) **(1,0 điểm)**

- Mặt phẳng (α) đi qua $A(1;2;3)$ và vuông góc với d_1 có phương trình là:

$$2(x-1)-(y-2)+(z-3)=0\Leftrightarrow 2x-y+z-3=0.$$

- Toạ độ giao điểm H của d_1 và (α) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}\\ 2x-y+z-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ y=-1\\ z=2\end{cases}\Rightarrow H(0;-1;2).$$

- Vì A' đối xứng với A qua d_1 nên H là trung điểm của $AA'\Rightarrow A'(-1;-4;1)$.

2) **(1,0 điểm)**

- Vì Δ đi qua A, vuông góc với d_1 và cắt d_2, nên Δ đi qua giao điểm B của d_2 và (α).
- Toạ độ giao điểm B của d_2 và (α) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{1}\\ 2x-y+z-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=-1\\ z=-2\end{cases}\Rightarrow B(2;-1;-2).$$

- Vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(1;-3;-5)$.
- Phương trình của Δ là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{-5}$.

Bài 4 (2.0). 1) Tính tích phân: $I=\int_0^1 (x-2)\,.\mathrm{e}^{2x}dx$.

2) Chứng minh rằng với mọi $a>0$, hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất:

$$\begin{cases}\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^y=\ln(1+x)-\ln(1+y)\\ y-x=a.\end{cases}$$

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**)

- $I=\int_0^1 (x-2)\mathrm{e}^{2x}dx$.
- Đặt $\begin{cases}u=x-2\\ dv=\mathrm{e}^{2x}dx\end{cases}\Rightarrow du=dx,\ v=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}$.
- $I=\frac{1}{2}(x-2)\mathrm{e}^{2x}\Big|_0^1-\frac{1}{2}\int_0^1 \mathrm{e}^{2x}dx=-\frac{\mathrm{e}^2}{2}+1-\frac{1}{4}\mathrm{e}^{2x}\Big|_0^1=\frac{5-3\mathrm{e}^2}{4}$.

2) (**1,0 điểm**)

- Điều kiện: $x,y>-1$. Hệ đã cho tương đương với
$$\begin{cases}\mathrm{e}^{x+a}-\mathrm{e}^x+\ln(1+x)-\ln(1+a+x)=0 & (1)\\ y=x+a & (2)\end{cases}$$
- Hệ đã cho có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi phương trình (1) có nghiệm duy nhất trong khoảng $(-1;+\infty)$.
- Xét hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{x+a}-\mathrm{e}^x+\ln(1+x)-\ln(1+a+x)$, với $x>-1$.
- Do $f(x)$ liên tục trong khoảng $(-1;+\infty)$ và $\lim\limits_{x\to-1^+}f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ nên phương trình $f(x)=0$ có nghiệm trong khoảng $(-1;+\infty)$.
- Mặt khác:
$$\begin{aligned}f'(x)&=\mathrm{e}^{x+a}-\mathrm{e}^x+\frac{1}{1+x}-\frac{1}{1+a+x}\\&=\mathrm{e}^x(\mathrm{e}^a-1)+\frac{a}{(1+x)(1+a+x)}>0,\quad \forall x>-1.\end{aligned}$$
Suy ra $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.
- Suy ra, phương trình $f(x)=0$ có nghiệm duy nhất trong khoảng $(-1;+\infty)$.
- Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất.

PHẦN RIÊNG (2,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

5. Theo chương trình THPT không phân ban (2,0 điểm)

Bài 5 (2.0). 1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-2x-2y+1=0$ và đường thẳng $d\colon x-y+3=0$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên d sao cho đường tròn tâm M, có bán kính gấp đôi bán kính đường tròn (C), tiếp xúc ngoài với đường tròn (C).

2) Đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C. Cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ, sao cho 4 học sinh này không thuộc quá 2 trong 3 lớp trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy?

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**)

- Đường tròn (C) có tâm $I(1;1)$, bán kính $R=1$.
- Vì $M\in d$ nên $M(x;x+3)$.
- Yêu cầu của bài toán tương đương với:

$$MI=R+2R\Leftrightarrow (x-1)^2+(x+2)^2=9\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2.\end{array}\right.$$

- Vậy, có hai điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán là $M_1(1;4), M_2(-2;1)$.

2) (**1,0 điểm**)

- Số cách chọn 4 học sinh từ 12 học sinh đã cho là $\mathrm{C}_{12}^4=495$.
- Số cách chọn 4 học sinh mà mỗi lớp có ít nhất một em được tính như sau:
  - Lớp A có 2 học sinh, các lớp B, C mỗi lớp có 1 học sinh. Số cách chọn là:
$$\mathrm{C}_5^2.\mathrm{C}_4^1.\mathrm{C}_3^1=120.$$
  - Lớp B có 2 học sinh, các lớp C, A mỗi lớp có 1 học sinh. Số cách chọn là:
$$\mathrm{C}_5^1.\mathrm{C}_4^2.\mathrm{C}_3^1=90.$$
  - Lớp C có 2 học sinh, các lớp A, B mỗi lớp có 1 học sinh. Số cách chọn là:
$$\mathrm{C}_5^1.\mathrm{C}_4^1.\mathrm{C}_3^2=60.$$
- Số cách chọn 4 học sinh mà mỗi lớp có ít nhất một học sinh là: $120+90+60=270$.
- Vậy, số cách chọn phải tìm là: $495-270=225$.

6. Theo chương trình THPT phân ban thí điểm (2,0 điểm)

Bài 6 (2.0). 1) Giải phương trình: $2^{x^2+x}-4.2^{x^2-x}-2^{2x}+4=0$.

2) Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA=2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi M và N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A

trên các đường thẳng SB và SC. Tính thể tích của khối chóp $A.BCNM$.

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**)

Phương trình đã cho tương đương với:

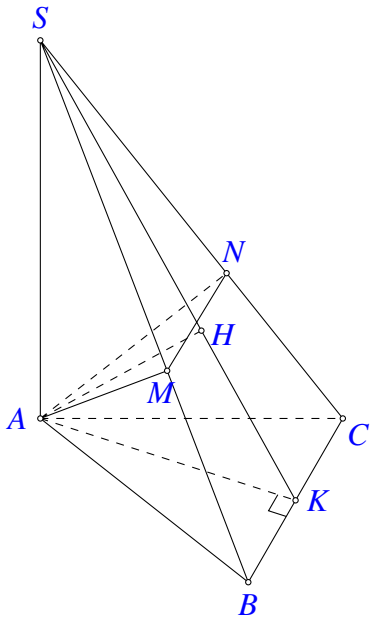
$$\begin{aligned} & 2^{2x}\left(2^{x^2-x}-1\right)-4\left(2^{x^2-x}-1\right)=0 \\ \Leftrightarrow & \left(2^{2x}-4\right)\left(2^{x^2-x}-1\right)=0 \\ \Leftrightarrow & \left[\begin{array}{l} 2^{2x}-4=0 \\ 2^{x^2-x}-1=0. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Với $2^{2x}-4=0 \Leftrightarrow 2^{2x}=2^2 \Leftrightarrow x=1$.

Với $2^{x^2-x}-1=0 \Leftrightarrow 2^{x^2-x}=1 \Leftrightarrow x^2-x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1. \end{array}\right.$

Vậy, phương trình đã cho có hai nghiệm $x=0, x=1$.

2) (**1,0 điểm**)



Hình 2.20:

Gọi K là trung điểm của BC, H là hình chiếu vuông góc của A trên SK.
Do $BC \perp AK, BC \perp SA$ nên $BC \perp AH$.
Do $AH \perp SK, AH \perp BC$ nên $AH \perp (SBC)$.
Xét tam giác vuông SAK :

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AK^2} \Rightarrow AH=\frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{19}}.$$

Xét tam giác vuông SAB :

$$SA^2 = SM.SB \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{4}{5}.$$

Xét tam giác vuông SAC :

$$SA^2 = SN.SC \Rightarrow \frac{SN}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{4}{5}.$$

Suy ra

$$\frac{S_{SMN}}{S_{SBC}} = \frac{16}{25} \Rightarrow S_{BCNM} = \frac{9}{25}.S_{SBC} = \frac{9\sqrt{19}a^2}{100}.$$

Vậy, thể tích của khối chóp $A.BCNM$ là

$$V = \frac{1}{3}.AH.S_{BCNM} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{50}.$$

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2007
Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+2(m+1)x+m^2+4m}{x+2}$ (1), với m là tham số thực.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m=-1$.

2) Tìm m để hàm số (1) có cực đại và cực tiểu, đồng thời các điểm cực trị của đồ thị cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tam giác vuông tại O.

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**) Khi $m=-1$, ta có: $y=\dfrac{x^2-3}{x+2}$.

- Tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.
- Sự biến thiên:

$$y'=1-\frac{1}{(x+2)^2}=\frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2},\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=-1.\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-6	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

$y_{CĐ}=y(-3)=-6$, $y_{CT}=y(-1)=-2$.

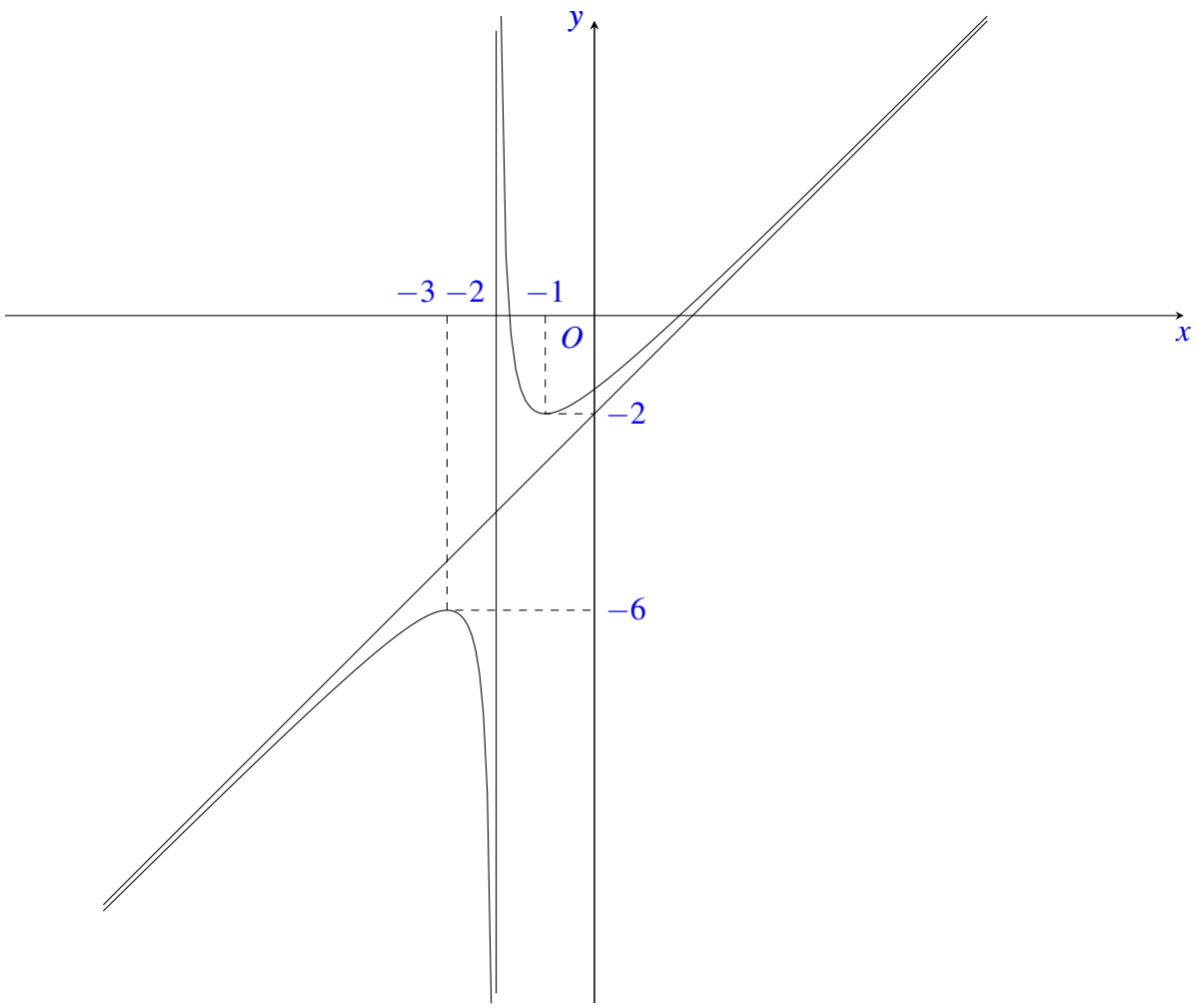
- Tiệm cận: Tiệm cận đứng $x=-2$, tiệm cận xiên $y=x-2$.
- Đồ thị (Hình 2.21)

2) (**1,0 điểm**) Ta có: $y'=\dfrac{x^2+4x+4-m^2}{(x+2)^2}$.

Hàm số (1) có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow g(x)=x^2+4x+4-m^2$ có 2 nghiệm phân biệt $x\neq-2$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=4-4+m^2>0\\g(-2)=4-8+4-m^2\neq0\end{cases}\Leftrightarrow m\neq0.$$

Gọi A,B là các điểm cực trị $\Rightarrow A(-2-m;-2),B(-2+m;4m-2)$.
Do $\overrightarrow{OA}=(-m-2;-2)\neq\vec{0},\overrightarrow{OB}=(m-2;4m-2)\neq\vec{0}$ nên ba điểm O,A,B tạo thành tam giác vuông tại $O\Leftrightarrow\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0\Leftrightarrow-m^2-8m+8=0\Leftrightarrow m=-4\pm2\sqrt{6}$ (thỏa mãn $m\neq0$).
Vậy giá trị m cần tìm là: $m=-4\pm2\sqrt{6}$.



Hình 2.21:

Bài 2 (2). 1) Giải phương trình: $\left(1+\sin^2 x\right)\cos x+\left(1+\cos^2 x\right)\sin x=1+\sin 2x$.

2) Tìm m để phương trình sau có nghiệm thực: $3\sqrt{x-1}+m\sqrt{x+1}=2\sqrt[4]{x^2-1}$.

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**) Giải phương trình: $\left(1+\sin^2 x\right)\cos x+\left(1+\cos^2 x\right)\sin x=1+\sin 2x$.

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(1+\sin x\cos x)=(\sin x+\cos x)^2$

$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(1-\sin x)(1-\cos x)=0$

$\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{4}k\pi,\ x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,\ x=k2\pi (k\in\mathbb{Z})$.

2) (**1,0 điểm**) Tìm m để phương trình sau có nghiệm thực: $3\sqrt{x-1}+m\sqrt{x+1}=2\sqrt[4]{x^2-1}$.

Điều kiện: $x\geq 1$.

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow -3\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}+2\sqrt[4]{\dfrac{x-1}{x+1}}=m$. (1)

Đặt $t=\sqrt[4]{\dfrac{x-1}{x+1}}$, khi đó (1) trở thành $-3t^2+2t=m$. (2)

Vì $t=\sqrt[4]{\dfrac{x-1}{x+1}}=\sqrt[4]{1-\dfrac{2}{x+1}}$ và $x\geq 1$ nên $0\leq t<1$.
Hàm số $f(t)=-3t^2+2t$, $0\leq t<1$ có bảng biến thiên:

x	0		$\frac{1}{3}$		1
$f(t)$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{3}$	$\searrow$	-1

Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ (2) có nghiệm $t\in[0;1)\Leftrightarrow -1<m\leq\dfrac{1}{3}$.

Bài 3 (2). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$ và $d_2:\begin{cases}x=-1+2\\y=1+t\\z=3.\end{cases}$

1) Chứng minh rằng d_1 và d_2 chéo nhau.

2) Viết phương trình đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P):7x+y-4z=0$ và cắt hai đường thẳng d_1,d_2.

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**) Chứng minh d_1 và d_2 chéo nhau

- d_1 qua $M(0;1;-2)$, có véctơ chỉ phương $\vec{u_1}=(2;-1;1)$, d_2 qua $N(-1;1;3)$, có véctơ chỉ phương $\vec{u_2}=(2;1;0)$.
- $[\vec{u_1},\vec{u_2}]=(-1;2;4)$ và $\overrightarrow{MN}=(-1;0;5)$.
- $[\vec{u_1},\vec{u_2}].\overrightarrow{MN}=21\neq 0\Rightarrow d_1$ và d_2 chéo nhau.

2) (**1,0 điểm**) Viết phương trình đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P):7x+y-4z=0$ và cắt hai đường thẳng d_1,d_2.
Giả sử d cắt d_1 và d_2 lần lượt tại A,B. Vì $A\in d_1,B\in d_2$ nên $A(2s;1-s;-2+s),B(-1+2t;1+t;3)$.
Suy ra $\overrightarrow{AB}=(2t-2s-1;t+s;-s+5)$.
(P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(7;1;-4)$.
$AB\perp(P)\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\vec{n}$

$$\Leftrightarrow\frac{2t-2s-1}{7}=\frac{t+s}{1}=\frac{-s+5}{-4}\Leftrightarrow\begin{cases}5t+9s+1=0\\4t+3s+5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}s=1\\t=-2.\end{cases}$$

Suy ra $A(2;0;-1)$, $B(-5;-1;3)$.
Vậy phương trình của d là: $\dfrac{x-2}{7}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-4}$.

Bài 4 (2). 1) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y=(\mathrm{e}+1)x$, $y=(1+\mathrm{e}^x)x$.

2) Cho x, y, z là các số thực dương thay đổi và thỏa mãn điều kiện $xyz=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=\frac{x^2(y+z)}{y\sqrt{y}+2z\sqrt{z}}+\frac{y^2(z+x)}{z\sqrt{z}+2x\sqrt{x}}+\frac{z^2(x+y)}{x\sqrt{x}+2y\sqrt{y}}.$$

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y=(\mathrm{e}+1)x$, $y=(1+\mathrm{e}^x)x$.
Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường đã cho là:

$$(\mathrm{e}+1)x=(1+\mathrm{e}^x)x\Leftrightarrow(\mathrm{e}^x-\mathrm{e})x=0\Leftrightarrow x=0 \text{ hoặc } x=1.$$

Diện tích của hình phẳng cần tìm là $S=\int\limits_0^1|x\mathrm{e}^x-\mathrm{e}x|\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}\int\limits_0^1 x\mathrm{d}x-\int\limits_0^1 x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$.

Ta có

$$\mathrm{e}\int\limits_0^1 x\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{e}x^2}{2}\Big|_0^1=\frac{\mathrm{e}}{2},\int\limits_0^1 x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=xe^x\Big|_0^1-\int\limits_0^1\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{e}-\mathrm{e}^x\Big|_0^1=1.$$

Vậy $S=\dfrac{\mathrm{e}}{2}-1$ (đvdt).

2) (**1,0 điểm**) Tìm giá trị nhỏ nhất của P.
Ta có $x^2(y+z)\geq 2x\sqrt{x}$.
Tương tự, $y^2(z+x)\geq 2y\sqrt{y}$, $z^2(x+y)\geq 2z\sqrt{z}$.
Suy ra $P\geq\dfrac{2x\sqrt{x}}{y\sqrt{y}+2z\sqrt{z}}+\dfrac{2y\sqrt{y}}{z\sqrt{z}+2x\sqrt{x}}+\dfrac{2z\sqrt{z}}{x\sqrt{x}+2y\sqrt{y}}$.
Đặt $a=x\sqrt{x}+2y\sqrt{y}$, $b=y\sqrt{y}+2z\sqrt{z}$, $c=z\sqrt{z}+2x\sqrt{x}$.
Suy ra $x\sqrt{x}=\dfrac{4c+a-2b}{9}$, $y\sqrt{y}=\dfrac{4a+b-2c}{9}$, $z\sqrt{z}=\dfrac{4b+c-2a}{9}$.
Do đó

$$\begin{aligned}P&\geq\frac{2}{9}\left(\frac{4c+a-2b}{b}+\frac{4a+b-2c}{c}+\frac{4b+c-2a}{a}\right)\\&=\frac{2}{9}\left[4\left(\frac{c}{b}+\frac{a}{c}+\frac{b}{a}\right)+\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}\right)-6\right]\\&\geq\frac{2}{9}(4.3+3-6)=2.\end{aligned}$$

(Do $\dfrac{c}{b}+\dfrac{a}{c}+\dfrac{b}{a}=\left(\dfrac{c}{b}+\dfrac{a}{c}\right)+\left(\dfrac{b}{a}+1\right)-1\geq 2\sqrt{\dfrac{a}{b}}+2\sqrt{\dfrac{b}{a}}-1\geq 4-1=3$,
hoặc $\dfrac{c}{b}+\dfrac{a}{c}+\dfrac{b}{a}\geq 3\sqrt[3]{\dfrac{c}{b}.\dfrac{a}{c}.\dfrac{b}{a}}=3$.
Tương tự, $\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{c}+\dfrac{c}{a}\geq 3$).
Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=y=z=1$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 2.

PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

7. Theo chương trình Chuẩn

Bài 5 (1). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(0;2), B(-2;-2)$ và $C(4;-2)$. Gọi H là chân đường cao kẻ từ B; M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và BC. Viết phương trình đường tròn đi qua các điểm H, M, N.

Lời giải.

Viết phương trình đường tròn.
Ta có $M(-1;0), N(1;-2), \overrightarrow{AC} = (4;-4)$. Giả sử $H(x,y)$. Ta có:

$$\begin{cases} \overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AC} \\ H \in AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x+2)-4(y+2)=0 \\ 4x+4(y-2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow H(1;1).$$

Giả sử phương trình đường tròn cần tìm là: $x^2+y^2+2ax+2by+c=0$. (1)

Thay tọa độ của M, N, H vào (1) ta có hệ điều kiện:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a-c=1 \\ 2a-4b+c=-5 \\ 2a+2b+c=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{1}{2} \\ b=\dfrac{1}{2} \\ c=-2. \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $x^2+y^2-x+y-2=0$.

Bài 6 (1). Chứng minh rằng $\dfrac{1}{2}C_{2n}^1+\dfrac{1}{4}C_{2n}^3+\dfrac{1}{6}C_{2n}^5+\ldots+\dfrac{1}{2n}C_{2n}^{2n-1}=\dfrac{2^{2n}-1}{2n+1}$ (n là số nguyên dương, C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

Lời giải.

Chứng minh công thức tổ hợp.
Ta có: $(1+x)^{2n}=C_{2n}^0+C_{2n}^1x+\ldots+C_{2n}^{2n}x^{2n}$, $(1-x)^{2n}=C_{2n}^0-C_{2n}^1x+\ldots+C_{2n}^{2n}x^{2n}$.
Suy ra $(1+x)^{2n}-(1-x)^{2n}=2\left(C_{2n}^1x+C_{2n}^3x^3+C_{2n}^5x^5+\ldots+C_{2n}^{2n-1}x^{2n-1}\right)$.
Suy ra $\displaystyle\int_0^1\frac{(1+x)^{2n}-(1-x)^{2n}}{2}dx=\int_0^1\left(C_{2n}^1x+C_{2n}^3x^3+C_{2n}^5x^5+\ldots+C_{2n}^{2n-1}x^{2n-1}\right)dx.$

$$\int_0^1\frac{(1+x)^{2n}-(1-x)^{2n}}{2}dx=\left.\frac{(1+x)^{2n+1}+(1-x)^{2n+1}}{2(2n+1)}\right|_0^1=\frac{2^{2n}-1}{2n+1}. \quad (1)$$

$$\int_0^1 \left(C_{2n}^1 x + C_{2n}^3 x^3 + C_{2n}^5 x^5 + \ldots + C_{2n}^{2n-1} x^{2n-1}\right) \mathrm{d}x$$

$$= \left(C_{2n}^1 \cdot \frac{x^2}{2} + C_{2n}^3 \cdot \frac{x^4}{4} + C_{2n}^5 \cdot \frac{x^6}{6} + \ldots + C_{2n}^{2n-1} \cdot \frac{x^{2n}}{2n}\right)\Bigg|_0^1$$

$$= \frac{1}{2}C_{2n}^1 + \frac{1}{4}C_{2n}^3 + \frac{1}{6}C_{2n}^5 \cdots + \frac{1}{2n}C_{2n-1}^{2n}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có điều phải chứng minh.

8. Theo chương trình nâng cao

Bài 7 (1). Giải bất phương trình $2\log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \le 2$.

Lời giải.

Giải bất phương trình $2\log_3(4x-3) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) \le 2$.

Điều kiện $x > \frac{3}{4}$.

Bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow \log_3 \frac{(4x-3)^2}{2x+3} \le 2$

$\Leftrightarrow (4x-3)^2 \le 9(2x+3)$

$\Leftrightarrow 16x^2 - 42x - 18 \le 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{8} \le x \le 3.$

Kết hợp điều kiện ta được nghiệm của bất phương trình là $\frac{3}{4} < x \le 3$.

Bài 8 (1). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, BC, CD. Chứng minh AM vuông góc với BP và tính thể tích của khối tứ diện $CMNP$.

Lời giải. Chứng minh $AM \perp BP$ và tính thể tích khối tứ diện $CMNP$.

Gọi H là trung điểm của AD.

Do $\triangle SAD$ đều nên $SH \perp AD$.

Do $(SAD) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp BP$. (1)

Xét hình vuông $ABCD$ ta có $\triangle CDH = \triangle BCP \Rightarrow CH \perp BP$. (2)

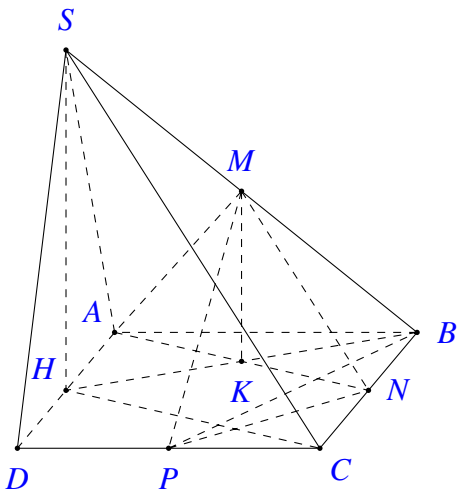
Từ (1) và (2) suy ra $BP \perp (SHC)$.

Vì $MN \parallel SC$ và $AN \parallel CH$ nên $(AMN) \parallel (SHC)$.

Suy ra $BP \perp (AMN) \Rightarrow BP \perp AM$.

Kẻ $MK \perp (ABCD)$, $K \in (ABCD)$.

Ta có $V_{CMNP} = \frac{1}{3}MK.S_{CNP}$.



Hình 2.22:

Vì $MK = \frac{1}{2}SH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$, $S_{CNP} = \frac{1}{2}CN.CP = \frac{a^2}{8}$ nên $V_{CMNP} = \frac{\sqrt{3}a^3}{96}$ (đvtt).

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2007
Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+3\left(m^2-1\right)x-3m^2-1 \quad (1)$, m là tham số.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m=1$.

2) Tìm m để hàm số (1) có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số (1) cách đều gốc tọa độ O.

Lời giải.

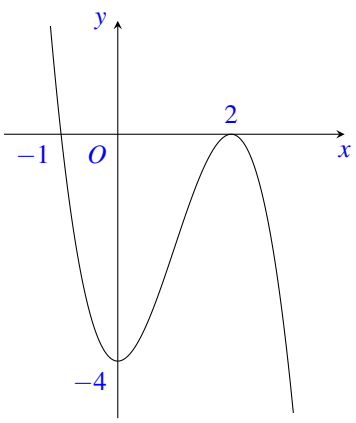
1) (**1,0 điểm**) Khi $m=1$ ta có $y=-x^3+3x^2-4$.

- Tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.
- Sự biến thiên: $y'=-3x^2+6x$, $y'=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=2$.
- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Ta có $y_{CĐ}=y(2)=0$, $y_{CT}=y(0)=-4$.

- Đồ thị (Hình 2.25)



Hình 2.23:

2) (**1,0 điểm**) Ta có $y' = -3x^2 + 6x + 3(m^2-1)$, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - m^2 + 1 = 0$. (2)

Hàm số (1) có cực trị $\Leftrightarrow$ (2) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = m^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 0$.
Gọi A, B là 2 điểm cực trị suy ra $A\left(1-m; -2-2m^3\right)$, $B\left(1+m; -2+2m^3\right)$.
O cách đều A và $B \Leftrightarrow OA = OB \Leftrightarrow 8m^3 = 2m \Leftrightarrow m = \pm\dfrac{1}{2}$ (vì $m \neq 0$).

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình: $2\sin^2 2x + \sin 7x - 1 = \sin x$.

2) Chứng minh rằng với mọi giá trị dương của tham số m, phương trình $x^2 + 2x - 8 = \sqrt{m(x-2)}$ luôn có hai nghiệm thực phân biệt.

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**) Phương trình đã cho tương đương với

$$\sin 7x - \sin x + 2\sin^2 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 4x(2\sin 3x - 1) = 0.$$

- $\cos 4x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{8} + k\dfrac{\pi}{4}\ (k \in \mathbb{Z})$.
- $\sin 3x = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{18} + k\dfrac{2\pi}{3} \\ x = \dfrac{5\pi}{18} + k\dfrac{2\pi}{3} \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là

$$x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4},\ x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3},\ x = \frac{5\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3}\ (k \in \mathbb{Z}).$$

2) (**1,0 điểm**) Điều kiện: $x \geq 2$. Phương trình đã cho tương đương với

$$(x-2)\left(x^3 + 6x^2 - 32 - m\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x^3 + 6x^2 - 32 - m = 0. \end{array}\right.$$

Ta chứng minh phương trình $x^3 + 6x^2 - 32 = m$ (*) có một nghiệm trong khoảng $(2; +\infty)$.
Xét hàm $f(x) = x^3 + 6x^2 - 32$ với $x > 2$. Ta có:

$$f'(x) = 3x^2 + 12x > 0,\ \forall x > 2.$$

Bảng biến thiên:

x	2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy với mọi $m > 0$, phương trình (*) luôn có một nghiệm trong khoảng $(2; +\infty)$.
Vậy với mọi $m > 0$ phương trình đã cho luôn có hai nghiệm thực phân biệt.

Bài 3 (2.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z-14=0$.

1) Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 3.

2) Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) lớn nhất.

Lời giải.

1) **(1,0 điểm)** $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$ có tâm $I(1;-2;-1)$ và bán kính $R=3$.
Mặt phẳng (Q) cắt (S) theo đường tròn có bán kính $R=3$ nên (Q) chứa I.
(Q) có cặp vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{OI}=(1;-2;-1)$ và $\vec{i}=(1;0;0)$.
Suy ra một vectơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}=(0;-1;2)$.
Phương trình của (Q) là $0(x-0)-1(y-0)+2(z-0)=0\Leftrightarrow y-2z=0$.

2) **(1,0 điểm)** Gọi d là đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P). Đường thẳng d cắt (S) tại hai điểm A, B.
Nhận xét: nếu $\mathrm{d}(A;(P))\geq \mathrm{d}(B;(P))$ thì $\mathrm{d}(M;(P))$ lớn nhất khi $M\equiv A$.
Phương trình đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.
Tọa độ giao điểm của d và (S) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9\\ \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+1}{2}.\end{cases}$$

Giải hệ ta tìm được hai giao điểm $A(-1;-1;-3)$, $B(3;-3;1)$.
Ta có $\mathrm{d}(A,(P))=7\geq \mathrm{d}(B,(P))=1$.
Vậy khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất khi $M(-1;-1;-3)$.

Bài 4 (2.0). 1) Cho hình phẳng $\mathscr{H}$ giới hạn bởi các đường $y=x\ln x$, $y=0$, $x=\mathrm{e}$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình $\mathscr{H}$ quanh trục Ox.

2) Cho x, y, z là ba số thực dương thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=x\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{yz}\right)+y\left(\frac{y}{2}+\frac{1}{zx}\right)+z\left(\frac{z}{2}+\frac{1}{xy}\right).$$

Lời giải.

1) **(1,0 điểm)** Phương trình hoành độ giao điểm của các đường $y=x\ln x$ và $y=0$ là

$$x\ln x=0\Leftrightarrow x=1.$$

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình $\mathscr{H}$ quanh trục hoành là:

$$V=\pi\int_1^{\mathrm{e}}y^2\,\mathrm{d}x=\pi\int_1^{\mathrm{e}}(x\ln x)^2\,\mathrm{d}x=\pi\int_1^{\mathrm{e}}x^2\ln^2 x\,\mathrm{d}x.$$

Đặt $u=\ln^2 x,\ \mathrm{d}v=x^2\,\mathrm{d}x \Rightarrow \mathrm{d}u=\dfrac{2\ln x}{x}\,\mathrm{d}x,\ v=\dfrac{x^3}{3}$.

Ta có $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} x^2\ln^2 x\,\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}\ln^2 x\Big|_1^{\mathrm{e}}-\frac{2}{3}\int_1^{\mathrm{e}} x^2\ln x\,\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{e}^3}{3}-\frac{2}{3}\int_1^{\mathrm{e}} x^2\ln x\,\mathrm{d}x.$

Đặt $u=\ln x,\ \mathrm{d}v=x^2\,\mathrm{d}x \Rightarrow \mathrm{d}u=\dfrac{\mathrm{d}x}{x},\ v=\dfrac{x^3}{3}$. Ta có

$$\int_1^{\mathrm{e}} x^2\ln x\,\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}\ln x\Big|_1^{\mathrm{e}}-\frac{1}{3}\int_1^{\mathrm{e}} x^2\,\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{e}^3}{3}-\frac{x^3}{9}\Big|_1^{\mathrm{e}}=\frac{2\mathrm{e}^3+1}{9}.$$

Vậy $V=\dfrac{\pi\left(5\mathrm{e}^3-2\right)}{27}$ (đvtt).

2) (**1,0 điểm**) Ta có $P=\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{2}+\dfrac{z^2}{2}+\dfrac{x^2+y^2+z^2}{xyz}$.

Do $x^2+y^2+z^2=\dfrac{x^2+y^2}{2}+\dfrac{y^2+z^2}{2}+\dfrac{z^2+x^2}{2}\geq xy+yz+zx$,

nên $P\geq\left(\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{1}{x}\right)+\left(\dfrac{y^2}{2}+\dfrac{1}{y}\right)+\left(\dfrac{z^2}{2}+\dfrac{1}{z}\right)$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t^2}{2}+\dfrac{1}{t}$ với $t>0$. Lập bảng biến thiên của $f(t)$ ta suy ra $f(t)\geq\dfrac{3}{2},\ \forall t>0$.

Suy ra $P\geq\dfrac{9}{2}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x=y=z=1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\dfrac{9}{2}$.

PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

9. Theo chương trình Chuẩn

Bài 5 (2.0). 1) Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển nhị thức Niutơn của $(2+x)^n$, biết

$$3^n\mathrm{C}_n^0-3^{n-1}\mathrm{C}_n^1+3^{n-2}\mathrm{C}_n^2-3^{n-3}\mathrm{C}_n^3+\ldots+(-1)^n\mathrm{C}_n^n=2048$$

(n là số nguyên dương, C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(2;2)$ và các đường thẳng $d_1:\ x+y-2=0$, $d_2:\ x+y-8=0$. Tìm tọa độ các điểm B và C lần lượt thuộc d_1 và d_2 sao cho tam giác ABC vuông cân tại A.

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**) Ta có

$$3^n\mathrm{C}_n^0-3^{n-1}\mathrm{C}_n^1+3^{n-2}\mathrm{C}_n^2-\ldots+(-1)^n\mathrm{C}_n^n=(3-1)^n=2^n.$$

Từ giả thiết suy ra $n=11$.

Hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển Niutơn của $(2+x)^{11}$ là $\mathrm{C}_{11}^{10}\cdot 2^1=22$.

2) (**1,0 điểm**) Vì $B \in d_1$, $C \in d_2$ nên $B(b;2-b)$, $C(c;8-c)$. Từ giả thiết ta có hệ

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0 \\ AB=AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} bc-4b-c+2=0 \\ b^2-2b=c^2-8c+18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (b-1)(c-4)=2 \\ (b-1)^2-(c-4)^2=3. \end{cases}$$

Đặt $x=b-1$, $y=c-4$ ta có hệ $\begin{cases} xy=2 \\ x^2-y^2=3. \end{cases}$

Giải hệ trên ta được $x=-2$, $y=-1$ hoặc $x=2$, $y=1$.

Suy ra: $B(-1;3)$, $C(3;5)$ hoặc $B(3;-1)$, $C(5;3)$.

10. Theo chương trình nâng cao

Bài 6 (1.0). 1) Giải phương trình: $(\sqrt{2}-1)^x+(\sqrt{2}+1)^x-2\sqrt{2}=0$.

2) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Gọi E là điểm đối xứng của D qua trung điểm của SA, M là trung điểm của AE, N là trung điểm của BC. Chứng minh MN vuông góc với BD và tính (theo a) khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AC.

Lời giải.

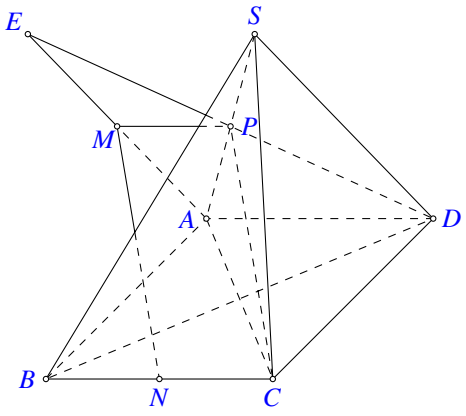
1) Đặt $(\sqrt{2}-1)^x=t\,(t>0)$, ta có phương trình

$$t+\frac{1}{t}-2\sqrt{2}=0 \Leftrightarrow t=\sqrt{2}-1, t=\sqrt{2}+1.$$

- Với $t=\sqrt{2}-1$ ta có $x=1$.
- Với $t=\sqrt{2}+1$ ta có $x=-1$.

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là $S=\{1;-1\}$.

2)



Hình 2.24:

Gọi P là trung điểm của SA. Ta có $MNCP$ là hình bình hành nên MN song song với mặt phẳng (SAC). Mặt khác, $BD \perp (SAC)$ nên $BD \perp MN$.

Vì $MN \parallel (SAC)$ nên $\mathrm{d}(MN,AC)=\mathrm{d}(N,(SAC))=\frac{1}{2}\mathrm{d}(B,(SAC))=\frac{1}{4}BD=\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Vậy $\mathrm{d}(MN,AC)=\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2007
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (8,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=\dfrac{2x}{x+1}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2) Tìm tọa độ điểm M thuộc (C), biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai trục Ox, Oy tại A, B và tam giác OAB có diện tích bằng $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải.

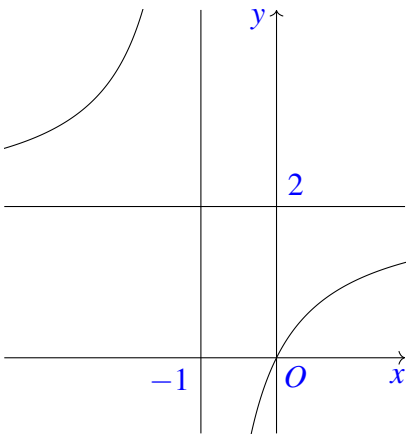
1) (**1,0 điểm**)

- Tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.
- Sự biến thiên: $y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}>0,\ \forall x\in\mathscr{D}$.

  Bảng biên thiên:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	2

- Tiệm cận: Tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=2$.
- Đồ thị (Hình 2.25)



Hình 2.25:

2) **(1,0 điểm)**

Vì $M \in (C)$ nên $M\left(x_0; \dfrac{2x_0}{x_0+1}\right)$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là

$$y = y'(x_0)(x-x_0) + \frac{2x_0}{x_0+1} \Leftrightarrow y = \frac{2}{(x_0+1)^2}x + \frac{2x_0^2}{(x_0+1)^2}.$$

Suy ra $A\left(-x_0^2; 0\right)$, $B\left(0; \dfrac{2x_0^2}{(x_0+1)^2}\right)$.

Từ giả thiết ta có $\left|\dfrac{2x_0^2}{(x_0+1)^2}\right| \cdot \left|-x_0^2\right| = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x_0^2+x_0+1=0 \\ 2x_0^2-x_0-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = -\dfrac{1}{2} \\ x_0 = 1. \end{array}\right.$

Với $x_0 = -\dfrac{1}{2}$ ta có $M\left(-\dfrac{1}{2}; -2\right)$.

Với $x_0 = 1$ ta có $M(1;1)$.

Vậy có hai điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán là $M\left(-\dfrac{1}{2}; -2\right)$ và $M(1;1)$.

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình: $\left(\sin\dfrac{x}{2} + \cos\dfrac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3}\cos x = 2$.

2) Tìm giá trị của tham số m để hệ phương trình sau có nghiệm thực:

$$\begin{cases} x + \dfrac{1}{x} + y + \dfrac{1}{y} = 5 \\ x^3 + \dfrac{1}{x^3} + y^3 + \dfrac{1}{y^3} = 15m - 10. \end{cases}$$

Lời giải.

1) **(1,0 điểm)**

Phương trình đã cho tương đương với

$$1 + \sin x + \sqrt{3}\cos x = 2 \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z}). \end{array}\right.$$

2) **(1,0 điểm)**

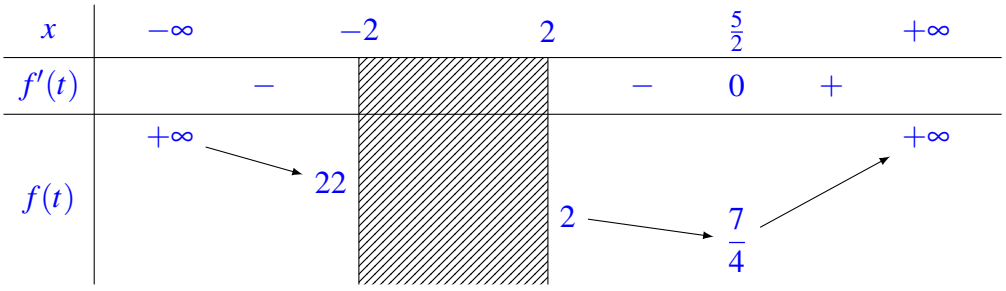
Đặt $x + \dfrac{1}{x} = u$, $y + \dfrac{1}{y} = v$ $(|u| \geq 2, |v| \geq 2)$.

Hệ đã cho trở thành

$$\begin{cases} u+v=5 \\ u^3+v^3-3(u+v) = 15m-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=5 \\ uv = 8-m. \end{cases}$$

Khi đó u, v là các nghiệm của phương trình $t^2 - 5t + 8 = m$. (1)

Hệ đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm $t=t_1$, $t=t_2$ thoả mãn: $|t_1|\geq 2$, $|t_2|\geq 2$ (t_1, t_2 không nhất thiết phân biệt).
Xét hàm số $f(t)=t^2-5t+8$ với $|t|\geq 2$.
Bảng biến thiên của $f(t)$



Từ bảng biến thiên của hàm số suy ra hệ đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $\dfrac{7}{4}\leq m\leq 2$ hoặc $m\geq 22$.

Bài 3 (2.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;2)$, $B(-1;2;4)$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{2}$.

1) Viết phương trình đường thẳng d đi qua trọng tâm G của tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB).

2) Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho MA^2+MB^2 nhỏ nhất.

Lời giải.

1) **(1,0 điểm)**
Tọa độ trọng tâm của tam giác OAB là $G(0;2;2)$. Ta có $\overrightarrow{OA}=(1;4;2)$, $\overrightarrow{OB}=(-1;2;4)$.
Vectơ chỉ phương của d là $\vec{n}=(12;-6;6)=6(2;-1;1)$.
Phương trình đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$.

2) **(1,0 điểm)**
Vì $M\in\Delta$ nên $M(1-t;-2+t;2t)$.

$$\begin{aligned}\Rightarrow MA^2+MB^2 &= \left(t^2+(6-t)^2+(2-2t)^2\right)+\left((-2+t)^2+(4-t)^2+(4-2t)^2\right)\\ &= 12t^2-48t+76=12(t-2)^2+28.\end{aligned}$$

MA^2+MB^2 nhỏ nhất $\Leftrightarrow t=2$.
Khi đó $M(-1;0;4)$.

Bài 4 (2.0). 1) Tính tích phân: $I=\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} x^3\ln^2 x\,\mathrm{d}x$.

2) Cho $a \geq b > 0$. Chứng minh rằng: $\left(2^a + \frac{1}{2^a}\right)^b \leq \left(2^b + \frac{1}{2^b}\right)^a$.

Lời giải.

1) **(1,0 điểm)**

Đặt $u = \ln^2 x$, $\mathrm{d}v = x^3\,\mathrm{d}x \Rightarrow \mathrm{d}u = \frac{2\ln x}{x}\mathrm{d}x$, $v = \frac{x^4}{4}$. Ta có

$$I = \frac{x^4}{4}\cdot \ln^2 x\Big|_1^{\mathrm{e}} - \frac{1}{2}\int_1^{\mathrm{e}} x^3 \ln x\,\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{e}^4}{4} - \frac{1}{2}\int_1^{\mathrm{e}} x^3 \ln x\,\mathrm{d}x.$$

Đặt $u = \ln x$, $\mathrm{d}v = x^3\,\mathrm{d}x \Rightarrow \mathrm{d}u = \frac{\mathrm{d}x}{x}$, $v = \frac{x^4}{4}$. Ta có

$$\int_1^{\mathrm{e}} x^3 \ln x\,\mathrm{d}x = \frac{x^4}{4}\ln x\Big|_1^{\mathrm{e}} - \frac{1}{4}\int_1^{\mathrm{e}} x^3\,\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{e}^4}{4} - \frac{1}{16}x^4\Big|_1^{\mathrm{e}} = \frac{3\mathrm{e}^4+1}{16}.$$

Vậy $I = \frac{5\mathrm{e}^4 - 1}{32}$.

2) **(1,0 điểm)**

Bất đẳng thức đã cho tương đương với

$$(1+4^a)^b \leq \left(1+4^b\right)^a \Leftrightarrow \frac{\ln(1+4^a)}{a} \leq \frac{\ln\left(1+4^b\right)}{b}.$$

Xét hàm $f(x) = \frac{\ln(1+4^x)}{x}$ với $x > 0$. Ta có:

$$f'(x) = \frac{4^x \ln 4^x - (1+4^x)\ln(1+4^x)}{x^2(1+4^x)} < 0.$$

$\Rightarrow f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Do $f(x)$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$ và $a \geq b > 0$ nên $f(a) \leq f(b)$ và ta có điều phải chứng minh.

PHẦN TỰ CHỌN (2,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được chọn làm một trong hai câu: 5 hoặc 6

11. Theo chương trình THPT không phân ban (2 điểm)

Bài 5 (2.0). 1) Tìm hệ số của x^5 trong khai triển thành đa thức của: $x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$.

2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C)\colon (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ và đường thẳng $d\colon 3x - 4y + m = 0$. Tìm m để trên d có duy nhất một điểm P mà từ đó có thể kẻ được hai tiếp tuyến PA, PB tới (C) (A, B là các tiếp điểm) sao cho tam giác PAB

đều.

Lời giải.

1) **(1,0 điểm)**
Hệ số của x^5 trong khai triển của $x(1-2x)^5$ là $(-2)^4.\mathrm{C}_5^4$.
Hệ số của x^5 trong khai triển của $x^2(1+3x)^{10}$ là $3^3.\mathrm{C}_{10}^3$.
Hệ số của x^5 trong khai triển của $x(1-2x)^5+x^2(1+3x)^{10}$ là $(-2)^4.\mathrm{C}_5^4+3^3.\mathrm{C}_{10}^3=3320$.

2) **(1,0 điểm)**
(C) có tâm $I(1;-2)$ và bán kính $R=3$.
Ta có $\triangle PAB$ đều nên $IP=2IA=2R=6$.
Do đó P thuộc đường tròn (C') tâm I, bán kính $R'=6$.
Trên d có duy nhất một điểm P thỏa mãn yêu cầu bài toán khi và chỉ khi d tiếp xúc với (C') tại $P \Leftrightarrow \mathrm{d}(I;d)=6 \Leftrightarrow m=19$, $m=-41$.

12. Theo chương trình THPT phân ban thí điểm (2 điểm)

Bài 6 (2.0). 1) Giải phương trình: $\log_2(4^x+15.2^x+27)+2\log_2\dfrac{1}{4.2^x-3}=0$.

2) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $\widehat{ABC}=\widehat{BAD}=90^\circ$, $BA=BC=a$, $AD=2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB. Chứng minh tam giác SCD vuông và tính (theo a) khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD).

Lời giải.

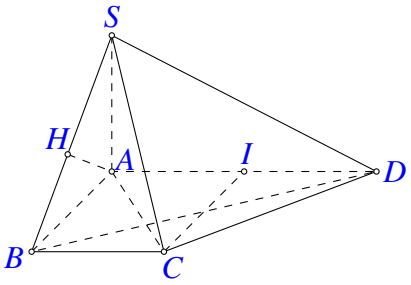
1) **(1,0 điểm)**
Điều kiện: $4.2^x-3>0$. Phương trình đã cho tương đương với

$$\log_2(4^x+15.2^x+27)=\log_2(4.2^x-3)^2 \Leftrightarrow 5.(2^x)^2-13.2^x-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x=-\dfrac{2}{5}\\2^x=3.\end{array}\right.$$

Do $2^x>0$ nên $2^x=3 \Leftrightarrow x=\log_2 3$ (thỏa mãn điều kiện).

2) **(1,0 điểm)**
Gọi I là trung điểm của AD. Ta có $IA=ID=IC=a \Rightarrow CD \perp AC$.
Mặt khác, $CD \perp SA$, suy ra $CD \perp SC$ nên tam giác SCD vuông tại C.
Trong tam giác vuông SAB ta có $\dfrac{SH}{SB}=\dfrac{SA^2}{SB^2}=\dfrac{SA^2}{SA^2+AB^2}=\dfrac{2a^2}{2a^2+a^2}=\dfrac{2}{3}$.
Gọi d_1 và d_2 lần lượt là khoảng cách từ B và H đến mặt phẳng (SCD). Khi đó

$$\frac{d_2}{d_1}=\frac{SH}{SB}=\frac{2}{3} \Rightarrow d_2=\frac{2}{3}d_1.$$



Hình 2.26:

Ta có $d_1 = \dfrac{3V_{B.SCD}}{S_{SCD}} = \dfrac{SA.S_{BCD}}{S_{SCD}}$.

$S_{BCD} = \dfrac{1}{2}AB.BC = \dfrac{1}{2}a^2$.

$S_{SCD} = \dfrac{1}{2}SC.CD = \dfrac{1}{2}\sqrt{SA^2+AB^2+BC^2}.\sqrt{IC^2+ID^2} = a^2\sqrt{2}$.

Suy ra $d_1 = \dfrac{a}{2}$.

Vậy khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD) là $d_2 = \dfrac{2}{3}\cdot d_1 = \dfrac{a}{3}$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2008
Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (8,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=\dfrac{mx^2+(3m^2-2)x-2}{x+3m}$ (1), với m là tham số thực.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m=1$.

2) Tìm các giá trị của m để góc giữa hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số (1) bằng 45°.

Lời giải.

1) **(1,0 điểm)**

Khi $m=1$ hàm số trở thành $y=\dfrac{x^2+x-2}{x+3}=x-2+\dfrac{4}{x+3}$.

- Tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$.
- Sự biến thiên: $y'=1-\dfrac{4}{(x+3)^2}=\dfrac{x^2+6x+5}{(x+3)^2}$. Cho $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-5.\end{array}\right.$
  Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-5)$ và $(-1;+\infty)$. Hàm số nghịch biến trên $(-5;-3)$ và $(-3;-1)$.
- Cực trị: $y_{CĐ}=y(-5)=-9$, $y_{CT}=y(-1)=-1$.
- Vì $\lim\limits_{x\to-3^+}y=-\infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng là $x=-3$.
  Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}(y-x+2)=0$ nên đồ thị có tiệm cận xiên là $y=x-2$.
- Bảng biến thiên:

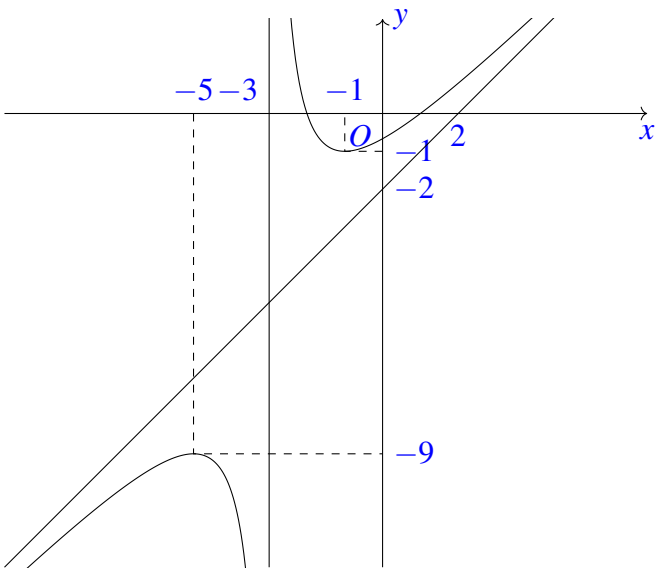
x	$-\infty$		-5		-3		-1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-9	↘	$+\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

- Đồ thị (Hình 2.27)

2) **(1,0 điểm)**

Ta có $y=\dfrac{mx^2+(3m^2-2)x-2}{x+3m}=mx-2+\dfrac{6m-2}{x+3m}$.

- Khi $m=\frac{1}{3}$ đồ thị hàm số không tồn tại hai tiệm cận.



Hình 2.27:

Khi $m \neq \frac{1}{3}$ đồ thị hàm số có hai tiệm cận:

$$d_1 : x = -3m \Leftrightarrow x + 3m = 0 \text{ và } d_2 : y = mx - 2 \Leftrightarrow mx - y - 2 = 0.$$

Vectơ pháp tuyến của d_1, d_2 lần lượt là $\vec{n}_1 = (1;0)$, $\vec{n}_2 = (m;-1)$.
Góc giữa d_1 và d_2 bằng 45° khi và chỉ khi

$$\cos 45^\circ = \frac{|\vec{n}_1.\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|.|\vec{n}_2|} = \frac{|m|}{\sqrt{m^2+1}} \Leftrightarrow \frac{|m|}{\sqrt{m^2+1}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\dfrac{1}{\sin x} + \dfrac{1}{\sin\left(x - \dfrac{3\pi}{2}\right)} = 4\sin\left(\dfrac{7\pi}{4} - x\right)$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y + x^3 y + xy^2 + xy = -\dfrac{5}{4} \\ x^4 + y^2 + xy(1+2x) = -\dfrac{5}{4} \end{cases} (x, y \in \mathbb{R})$.

Lời giải.

1) **(1,0 điểm)**

Điều kiện: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \sin\left(x - \dfrac{3\pi}{2}\right) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k_1\pi \\ x \neq \dfrac{3\pi}{2} + k_2\pi \end{cases}$ với $k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$.

Ta có

$$\frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\sin\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)}=4\sin\left(\frac{7\pi}{4}-x\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\cos x}=-2\sqrt{2}(\sin x+\cos x)$$

$$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)\left(\frac{1}{\sin x\cos x}+2\sqrt{2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x+\cos x=0\\ \dfrac{1}{\sin x\cos x}+2\sqrt{2}=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x=-1\\ \sin 2x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{8}+k\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{8}+k\pi\end{array}\right.\ (k\in\mathbb{Z}).$$

Đối chiếu với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là:

$$x=-\frac{\pi}{4}+k\pi; x=-\frac{\pi}{8}+k\pi; x=\frac{5\pi}{8}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z}).$$

2) **(1,0 điểm)**

Ta có $\begin{cases}x^2+y+x^3y+xy^2+xy=-\dfrac{5}{4}\\ x^4+y^2+xy(1+2x)=-\dfrac{5}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y+xy+xy(x^2+y)=-\dfrac{5}{4}\\ (x^2+y)^2+xy=-\dfrac{5}{4}.\end{cases}\quad(*)$

Đặt $\begin{cases}u=x^2+y\\ v=xy\end{cases}$. Hệ phương trình $(*)$ trở thành

$$\begin{cases}u+v+uv=-\dfrac{5}{4}\\ u^2+v=-\dfrac{5}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}v=-\dfrac{5}{4}-u^2\\ u^3+u^2+\dfrac{u}{4}=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=0, v=\dfrac{-5}{4}\\ u=-\dfrac{1}{2}, v=-\dfrac{3}{2}.\end{array}\right.$$

- Với $u=0, v=-\dfrac{5}{4}$ ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}x^2+y=0\\ xy=-\dfrac{5}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\sqrt[3]{\dfrac{5}{4}}\\ y=-\sqrt[3]{\dfrac{25}{16}}.\end{cases}$$

- Với $u=-\dfrac{1}{2}, v=-\dfrac{3}{2}$ ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}x^2+y=-\dfrac{1}{2}\\ xy=-\dfrac{3}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-\dfrac{3}{2x}+\dfrac{1}{2}=0\\ y=-\dfrac{3}{2x}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x^3+x-3=0\\ y=\dfrac{-3}{2x}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=-\dfrac{3}{2}.\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là $\left(\sqrt[3]{\frac{5}{4}};-\sqrt[3]{\frac{25}{16}}\right)$ và $\left(1;-\frac{3}{2}\right)$.

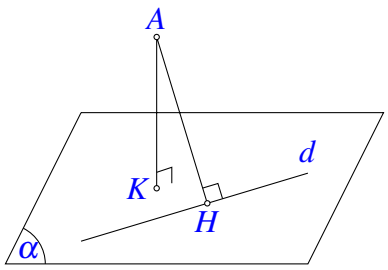
Bài 3 (2.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng

$$d\colon \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{2}.$$

1) Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng d.

2) Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất.

Lời giải.



Hình 2.28:

1) **(1,0 điểm)**
Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;2)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên d, suy ra $H(1+2t;t;2+2t)$ và $\overrightarrow{AH}=(2t-1;t-5;2t-1)$.
Vì $AH\perp d$ nên $\overrightarrow{AH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 2(2t-1)+t-5+2(2t-1)=0\Leftrightarrow t=1$.
Suy ra $H(3;1;4)$.

2) **(1,0 điểm)**
Gọi K là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (α).
Ta có $\mathrm{d}(A,(\alpha))=AK\le AH$ (tính chất đường vuông góc và đường xiên). Do đó khoảng cách từ A đến (α) lớn nhất khi và chỉ khi $AK=AH$, hay $K\equiv H$.
Suy ra (α) đi qua H và nhận vectơ $\overrightarrow{AH}=(1;-4;1)$ làm vectơ pháp tuyến.
Phương trình của (α) là $1(x-3)-4(y-1)+1(z-4)=0\Leftrightarrow x-4y+z-3=0$.

Bài 4 (2.0). 1) Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\tan^4 x}{\cos 2x}\,\mathrm{d}x$.

2) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình sau có đúng hai nghiệm thực phân biệt:

$$\sqrt[4]{2x}+\sqrt{2x}+2\sqrt[4]{6-x}+2\sqrt{6-x}=m\ (m\in\mathbb{R}).$$

Lời giải.

1) **(1,0 điểm)**

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\tan^4 x}{\cos 2x}\,\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\tan^4 x}{(1-\tan^2 x)\cos^2 x}\,\mathrm{d}x.$$

Đặt $t=\tan x\Rightarrow \mathrm{d}t=\dfrac{\mathrm{d}x}{\cos^2 x}$.

Với $x=0$ thì $t=0$; với $x=\dfrac{\pi}{6}$ thì $t=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Suy ra

$$\begin{aligned}I&=\int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}}\frac{t^4}{1-t^2}\,\mathrm{d}t=-\int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}}\left(t^2+1\right)\mathrm{d}t+\frac{1}{2}\int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}}\left(\frac{1}{t+1}-\frac{1}{t-1}\right)\mathrm{d}t\\&=\left(-\frac{t^3}{3}-t+\frac{1}{2}\ln\left|\frac{t+1}{t-1}\right|\right)\Bigg|_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}}=\frac{1}{2}\ln\left(2+\sqrt{3}\right)-\frac{10}{9\sqrt{3}}.\end{aligned}$$

2) **(1,0 điểm)** Điều kiện $0\le x\le 6$.

Đặt vế trái của phương trình là $f(x)$, $x\in[0;6]$.

Ta có

$$\begin{aligned}f'(x)&=\frac{1}{2\sqrt[4]{(2x)^3}}+\frac{1}{\sqrt{2x}}-\frac{1}{2\sqrt[4]{(6-x)^3}}-\frac{1}{\sqrt{6-x}}\\&=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt[4]{(2x)^3}}-\frac{1}{\sqrt[4]{(6-x)^3}}\right)+\left(\frac{1}{\sqrt{2x}}-\frac{1}{\sqrt{6-x}}\right),\quad x\in(0;6).\end{aligned}$$

Đặt $u(x)=\dfrac{1}{\sqrt[4]{(2x)^3}}-\dfrac{1}{\sqrt[4]{(6-x)^3}}$, $v(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2x}}-\dfrac{1}{\sqrt{6-x}}$.

Ta thấy $u(2)=v(2)=0\Rightarrow f'(2)=0$.

Hơn nữa $u(x)$, $v(x)$ cùng dương trên khoảng $(0;2)$ và cùng âm trên khoảng $(2;6)$.

Ta có bảng biến thiên

x	0		2		6
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	‖
$f(x)$		↗	$3\sqrt{2}+6$	↘	
	$2\sqrt{6}+2\sqrt[4]{6}$				$\sqrt[4]{12}+2\sqrt{3}$

Suy ra các giá trị cần tìm của m là $2\sqrt{6}+2\sqrt[4]{6}\le m<3\sqrt{2}+6$.

PHẦN RIÊNG (2,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai câu: 5 hoặc 6

Bài 5 (2.0). Theo chương trình KHÔNG phân ban

1) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, hãy viết phương trình chính tắc của elíp (E) biết

rằng (E) có tâm sai bằng $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ và hình chữ nhật cơ sở của (E) có chu vi bằng 20.

2) Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n$, trong đó $n \in \mathbb{N}^*$ và các hệ số a_0, a_1, …, a_n thỏa mãn hệ thức $a_0 + \dfrac{a_1}{2} + \cdots + \dfrac{a_n}{2^n} = 4096$. Tìm số lớn nhất trong các số a_0, a_1, …, a_n.

Lời giải.

1) **(1,0 điểm)**

Gọi phương trình chính tắc của elíp (E) là $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, $a > b > 0$.

Từ giả thiết ta có hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{5}}{3} \\ 2(2a+2b) = 20 \\ c^2 = a^2 - b^2. \end{cases}$

Giải hệ phương trình trên tìm được $a = 3$ và $b = 2$.

Phương trình chính tắc của (E) là $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$.

2) **(1,0 điểm)**

Đặt $f(x) = (1+2x)^n = a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n \Rightarrow a_0 + \dfrac{a_1}{2} + \cdots + \dfrac{a_n}{2^n} = f\left(\dfrac{1}{2}\right) = 2^n$.

Từ giả thiết suy ra $2^n = 4096 = 2^{12} \Leftrightarrow n = 12$.

Với mọi $k \in \{0, 1, 2, \ldots, 11\}$ ta có $a_k = 2^k \mathrm{C}_{12}^k$, $a_{k+1} = 2^{k+1}\mathrm{C}_{12}^{k+1}$.

$$\frac{a_k}{a_{k+1}} < 1 \Leftrightarrow \frac{2^k \mathrm{C}_{12}^k}{2^{k+1}\mathrm{C}_{12}^{k+1}} < 1 \Leftrightarrow \frac{k+1}{2(12-k)} < 1 \Leftrightarrow k < \frac{23}{3}.$$

Mà $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \leq 7$. Do đó $a_8 > a_9 > \cdots > a_{12}$.

Số lớn nhất trong các số a_0, a_1, …, a_{12} là $a_8 = 2^8\mathrm{C}_{12}^8 = 126720$.

Bài 6 (2.0). Theo chương trình phân ban

1) Giải phương trình $\log_{2x-1}(2x^2+x-1) + \log_{x+1}(2x-1)^2 = 4$.

2) Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$ và hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC. Tính theo a thể tích khối chóp $A'.ABC$ và tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AA', $B'C'$.

Lời giải.

1) **(1,0 điểm)**

Điều kiện $x > \dfrac{1}{2}$ và $x \neq 1$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\log_{2x-1}(2x-1)(x+1) + \log_{x+1}(2x-1)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow \quad 1+\log_{2x-1}(x+1)+2\log_{x+1}(2x-1)=4.$$

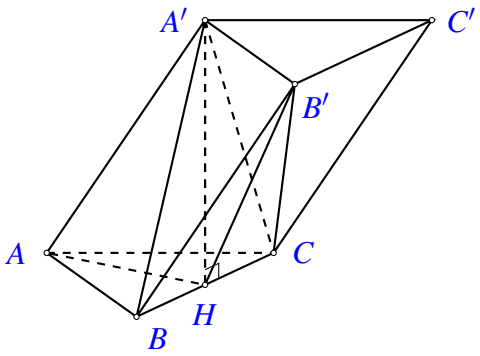
Đặt $t=\log_{2x-1}(x+1)$, ta có $t+\dfrac{2}{t}=3\Leftrightarrow t^2-3t+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1\\ t=2.\end{array}\right.$

- Với $t=1\Leftrightarrow \log_{2x-1}(x+1)=1\Leftrightarrow 2x-1=x+1\Leftrightarrow x=2$.
- Với $t=2\Leftrightarrow \log_{2x-1}(x+1)=2\Leftrightarrow (2x-1)^2=x+1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \text{ (loại)}\\ x=\dfrac{5}{4} \text{ (thỏa mãn)}.\end{array}\right.$

Nghiệm của phương trình là $x=2$ và $x=\dfrac{5}{4}$.

2) (**1,0 điểm**)

Gọi H là trung điểm của BC. Suy ra $A'H\perp (ABC)$ và $AH=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{1}{2}\sqrt{a^2+3a^2}=a$.



Hình 2.29:

Do đó $A'H^2=A'A^2-AH^2=3a^2\Rightarrow A'H=a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{A'.ABC}=\dfrac{1}{3}A'H.S_{\triangle ABC}=\dfrac{a^3}{2}$ (đvtt).

Trong tam giác vuông $A'B'H'$ có $H'B'=\sqrt{A'B^2+A'H^2}=2a$ nên tam giác $B'BH$ cân tại B'.

Đặt φ là góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C'$ thì $\varphi=\widehat{B'BH}$.

Vậy $\cos\varphi=\dfrac{a}{2.2a}=\dfrac{1}{4}$.

—Hết—

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2008
Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (8,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1 \quad (1)$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).

2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1), biết rằng tiếp tuyến đó đi qua điểm $M(-1;-9)$.

Lời giải.

1) Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Sự biến thiên:

— Chiều biến thiên: $y' = 12x^2 - 12x; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 1$.
Các khoảng đồng biến: $(-\infty;0)$ và $(1;+\infty)$; khoảng nghịch biến $(0;1)$.

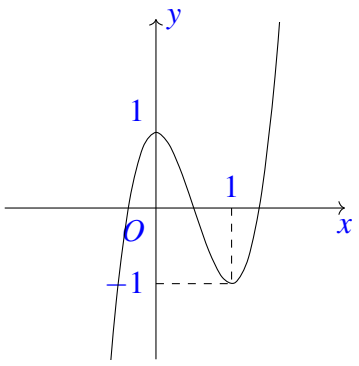
— Cực trị: hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CĐ} = 1$; đạt cực tiểu tại $x = 1, y_{CT} = -1$.

— Giới hạn tại vô cực: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-1	↗	$+\infty$

Đồ thị (Hình 2.30)



Hình 2.30:

2) Đường thẳng Δ với hệ số góc k và đi qua điểm $M(-1;-9)$ có phương trình $y=kx+k-9$. Δ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1) khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} 4x^3-6x^2+1=k(x+1-9 \quad (2) \\ 12x^2-12x=k \qquad (3). \end{cases}$$

Thay k từ (3) vào (2) ta được $4x^3-6x^2+1=\left(12x^2-12x\right)(x+1)-9$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2(4x-5)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{5}{4}. \end{array}\right.$$

- Với $x=-1$ thì $k=24$, phương trình tiếp tuyến là $y=24x+15$.
- Với $x=\dfrac{5}{4}$ thì $k=\dfrac{15}{4}$, phương trình tiếp tuyến là $y=\dfrac{15}{4}x-\dfrac{21}{4}$.

Vậy các tiếp tuyến cần tìm là $y=24x+15$ và $y=\dfrac{15}{4}x-\dfrac{21}{4}$.

Bài 2 (1.0). Giải phương trình $\sin^3 x-\sqrt{3}\cos^3 x=\sin x\cos^2 x-\sqrt{3}\sin^2 x\cos x$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} & \sin x\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)+\sqrt{3}\cos x\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)=0 \\ \Leftrightarrow\ & \cos 2x(\sin x+\sqrt{3}\cos x)=0. \end{aligned}$$

- $\cos 2x=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$.
- $\sin x+\sqrt{3}\cos x=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Nghiệm của phương trình là $x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}, x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi \quad (k\in\mathbb{Z})$.

Bài 3 (1.0). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^4+2x^3y+x^2y^2=2x+9 \\ x^2+2xy=6x+6 \end{cases} \quad (x,y\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

Hệ phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \left(x^2+xy\right)^2=2x+9 \\ xy=3x+3-\dfrac{x^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \left(x^2+3x+3-\frac{x^2}{2}\right)^2=2x+9 \\ \Leftrightarrow\ & x^4+12x^3+48x^2+64x=0 \\ \Leftrightarrow\ & x(x+4)^3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-4. \end{array}\right. \end{aligned}$$

- $x=0$ không thỏa mãn hệ phương trình.
- $x=-4 \Rightarrow y=\dfrac{17}{4}$.

Nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)=\left(-4;\dfrac{17}{4}\right)$.

Bài 4 (2.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$.

1) Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C.

2) Tìm tọa độ của điểm M thuộc mặt phẳng $2x+2y+z-3=0$ sao cho $MA=MB=MC$.

Lời giải.

1) Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-3;-1)$, $\overrightarrow{AC}=(-2;-1;-1)$, tích có hướng của hai vec-tơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ là $\vec{n}=(2;4;-8)$.
Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận $\vec{n}$ làm vec-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$2(x-0)+4(y-1)-8(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2y-4z+6=0.$$

2) Ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$ nên điểm M thuộc đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại trung điểm $I(0;-1;1)$ của BC. Tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x+2y+z-3=0 \\ \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-4}. \end{cases}$$

Suy ra $M(2;3;-7)$.

Bài 5 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)\mathrm{d}x}{\sin 2x+2(1+\sin x+\cos x)}$.

Lời giải.

Đặt $t=\sin x+\cos x \Rightarrow \mathrm{d}t=(\cos x-\sin x)\,\mathrm{d}x=-\sqrt{2}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)\mathrm{d}x$.
Với $x=0$ thì $t=1$, với $x=\dfrac{\pi}{4}$ thì $t=\sqrt{2}$.
Ta có $\sin 2x+2(1+\sin x+\cos x)=(t+1)^2$.
Suy ra

$$\begin{aligned} I &= -\frac{\sqrt{2}}{2}\int_1^{\sqrt{2}} \frac{\mathrm{d}t}{(t+1)^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{t+1}\Bigg|_1^{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}+1}-\frac{1}{2}\right)=\frac{4-3\sqrt{2}}{4}. \end{aligned}$$

Bài 6 (1.0). Cho hai số thực x, y thay đổi và thỏa mãn hệ thức $x^2+y^2=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{2\left(x^2+6xy\right)}{1+2xy+2y^2}$.

Lời giải.

$$P=\frac{2\left(x^2+6xy\right)}{1+2xy+2y^2}=\frac{2\left(x^2+6xy\right)}{x^2+y^2+2xy+2y^2}.$$

- Nếu $y=0$ thì $x^2=1$. Suy ra $P=2$.
- Xét $y\neq 0$. Đặt $x=ty$, khi đó

$$P=\frac{2t^2+12t}{t^2+2t+3}\Leftrightarrow (P-2)t^2+2(P-6)t+3P=0\quad (1).$$

— Với $P=2$, phương trình (1) có nghiệm $t=\dfrac{3}{4}$.

— Với $P\neq 2$, phương trình (1) có nghiệm khi và chi khi $\Delta'=-2P^2-6P+36\geq 0\Leftrightarrow -6\leq P\leq 3$.

$P=3$ khi $x=\dfrac{3}{\sqrt{10}},y=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$ hoặc $x=-\dfrac{3}{\sqrt{10}},y=-\dfrac{1}{\sqrt{10}}$.
$P=-6$ khi $x=\dfrac{3}{\sqrt{13}},y=-\dfrac{2}{\sqrt{13}}$ hoặc $x=-\dfrac{3}{\sqrt{13}},y=\dfrac{2}{\sqrt{13}}$.
Giá trị lớn nhất của P bằng 3, giá trị nhỏ nhất của P bằng -6.

PHẦN RIÊNG (2,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

13. Theo chương trình Không phân ban

Bài 7 (1.0). Chứng minh rằng $\dfrac{n+1}{n+2}\left(\dfrac{1}{\mathrm{C}_{n+1}^{k}}+\dfrac{1}{\mathrm{C}_{n+1}^{k+1}}\right)=\dfrac{1}{\mathrm{C}_{n}^{k}}$ (n, k là các số nguyên dương, $k\leq n,\mathrm{C}_{n}^{k}$ là số tổ hợp chập k của n phần tử).

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{aligned}\frac{n+1}{n+2}\left(\frac{1}{\mathrm{C}_{n+1}^{k}}+\frac{1}{\mathrm{C}_{n+1}^{k+1}}\right) &= \frac{n+1}{n+2}\cdot\frac{k!(n+1-k)!+(k+1)!(n-k)!}{(n+1)!}\\ &= \frac{1}{n+2}\cdot\frac{k!(n-k)!}{n!}[(n+1-k)+(k+1)]\\ &= \frac{k!(n-k)!}{n!}=\frac{1}{\mathrm{C}_{n}^{k}}.\end{aligned}$$

Bài 8 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, hãy xác định tọa độ đỉnh C của tam giác ABC biết rằng hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AB là điểm $H(-1;-1)$, đường phân giác trong của góc A có phương trình $x-y+2=0$ và đường cao kẻ từ B có phương trình $4x+3y-1=0$.

Lời giải.

- Ký hiệu $d_1: x-y+2=0$, $d_2: 4x+3y-1=0$. Gọi $H'(a;b)$ là điểm đối xứng của H qua d_1. Khi đó H' thuộc đường thẳng AC.
- $\vec{u}=(1;1)$ là vectơ chi phương của d_1, $\overrightarrow{HH'}=(a+1;b+1)$ vuông góc với $\vec{u}$ và trung điểm $I\left(\dfrac{a-1}{2};\dfrac{b-1}{2}\right)$ của HH' thuộc d_1. Do đó tọa độ của H' là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 1(a+1)+1(b+1)=0 \\ \dfrac{a-1}{2}-\dfrac{b-1}{2}+2=0 \end{cases} \Rightarrow H'(-3;1).$$

- Đường thẳng AC đi qua H' vuông góc với d_2 nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{v}=(3;-4)$ và có phương trình

$$3(x+3)-4(y-1)=0 \Leftrightarrow 3x-4y+13=0.$$

- Tọa độ của A là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x-4y+13=0 \\ x-y+2=0 \end{cases} \Rightarrow A(5;7)$.
- Đường thẳng CH đi qua $H(-1;-1)$ với vectơ pháp tuyến $\dfrac{1}{2}\overrightarrow{HA}=(3;4)$ nên có phương trình

$$3(x+1)+4(y+1)=0 \Leftrightarrow 3x+4y+7=0.$$

- Tọa độ của C là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x+4y+7=0 \\ 3x-4y+13=0. \end{cases}$

  Suy ra $C\left(-\dfrac{10}{3};\dfrac{3}{4}\right)$.

14. Theo chương trình Phân ban

Bài 9 (1.0). Giải bất phương trình $\log_{0,7}\left(\log_6\dfrac{x^2+x}{x+4}\right)<0$.

Lời giải.

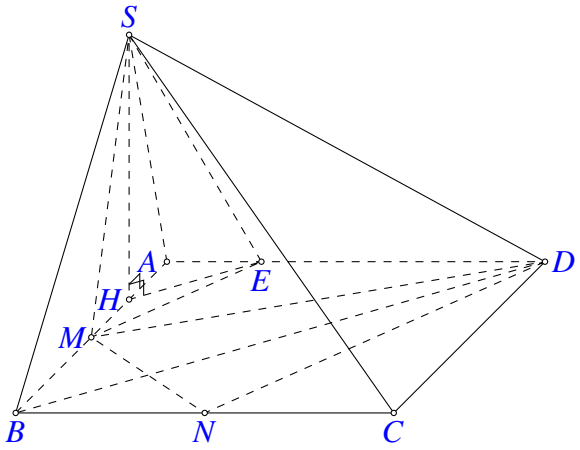
Bất phương trình đã cho tương đương với

$$\log_6\frac{x^2+x}{x+4}>1 \Leftrightarrow \frac{x^2+x}{x+4}>6$$
$$\Leftrightarrow \frac{x^2-5x-24}{x+4}>0 \Leftrightarrow \frac{(x+3)(x-8)}{x+4}>0.$$

Tập nghiệm của bất phương trình là $(-4;-3)\cup(8;+\infty)$.

Bài 10 (1.0). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a$, $SB = a\sqrt{3}$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.BMDN$ và tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SM, DN.

Lời giải. Gọi H là hình chiếu của S trên AB, suy



Hình 2.31:

ra $SH \perp (ABCD)$. Do đó SH là đường cao của hình chóp $S.BMDN$.

Ta có $SA^2 + SB^2 = a^2 + 3a^2 = AB^2$ nên tam giác SAB vuông tại S, suy ra $SM = \dfrac{AB}{2} = a$. Do đó tam giác SAM đều, suy ra $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích tứ giác $BMDN$ là $S_{BMDN} = \dfrac{1}{2}S_{ABCD} = 2a^2$.

Thể tích khối chóp $S.BMDN$ là $V = \dfrac{1}{3}SH.S_{BMMN} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ (đvtt).

Kẻ $ME \parallel DN$ $(E \in AD)$ suy ra $AE = \dfrac{a}{2}$. Đặt φ là góc giữa hai đường thẳng SM và DN.

Ta có $\widehat{(SM,ME)} = \varphi$. Theo định lý ba đường vuông góc ta có $SA \perp AE$.

Suy ra $SE = \sqrt{SA^2 + AE^2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}, ME = \sqrt{AM^2 + AE^2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Tam giác SME cân tại E nên $\widehat{SME} = \varphi$ và $\cos\varphi = \dfrac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2008
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$. (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).

2) Chứng minh rằng mọi đường thẳng đi qua điểm $I(1;2)$ với hệ số góc k $(k > -3)$ đều cắt đồ thị của hàm số (1) tại ba điểm phân biệt I, A, B đồng thời I là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Lời giải.

1) $y = x^3 - 3x^2 + 4$. (1)

- Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
- Sự biến thiên

  Đạo hàm $y' = 3x^2 - 6x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$

  Bảng biến thiên

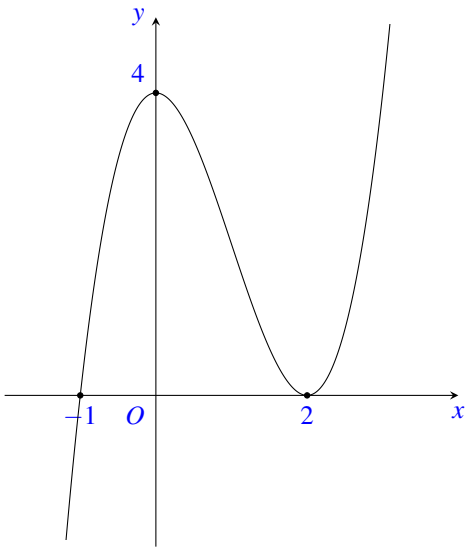
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

  Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$, nghịch biến trên $(0;2)$.
  Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CĐ} = 4$.
  Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$, $y_{CT} = 0$.
- Đồ thị (Hình 2.83)

2) Gọi (C) là đồ thị hàm số (1). Ta thấy $I(1;2)$ thuộc (C). Đường thẳng d đi qua $I(1;2)$ với hệ số góc k $(k < -3)$ có phương trình $y = kx - k + 2$.
Hoành độ giao điểm của (C) và d là nghiệm của phương trình

$$\begin{aligned} & x^3 - 3x^2 + 4 = k(x-1) + 2 \\ \Leftrightarrow\ & (x-1)\left[x^2 - 2x - (k+2)\right] = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x = 1 \text{ (ứng với giao điểm } I) \\ x^2 - 2x - (k+2) = 0. \qquad (*) \end{array}\right. \end{aligned}$$

Do $k < -3$ nên phương trình $(*)$ có biệt thức $\Delta' = 3 + k > 0$ và $x = 1$ không là nghiệm của $(*)$. Suy ra d luôn cắt (C) tại ba điểm phân biệt $I(x_I;y_I)$, $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ với x_A, x_B là



Hình 2.32:

nghiệm của $(*)$.
Vì $x_A+x_B=2=2x_I$ và I, A, B cùng thuộc d nên I là trung điểm của đoạn thẳng AB (đpcm).

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $2\sin x(1+\cos 2x)+\sin 2x=1+2\cos x$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy+x+y=x^2-2y^2 \\ x\sqrt{2y}-y\sqrt{x-1}=2x-2y \end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

1) Ta có

$$\begin{aligned} & 2\sin x(1+\cos 2x)+\sin 2x=1+2\cos x \\ \Leftrightarrow\ & 4\sin x\cos^2 x+\sin 2x=1+2\cos x \\ \Leftrightarrow\ & (2\cos x+1)(\sin 2x-1)=0. \end{aligned}$$

- $2\cos x+1=0\Leftrightarrow\cos x=-\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.
- $\sin 2x-1=0\Leftrightarrow\sin 2x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Nghiệm của phương trình đã cho là $x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi, x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

2) Điều kiện: $x\geq 1, y\geq 0$.

Hệ phương trình đã cho tương đương với $\begin{cases} (x+y)(x-2y-1)=0 & (1) \\ x\sqrt{2y}-y\sqrt{x-1}=2x-2y. & (2) \end{cases}$

Từ điều kiện ta có $x+y>0$ nên $(1)\Leftrightarrow x=2y+1$. (3)

Thay (3) vào (2) ta được

$$(y+1)\sqrt{2y}=2(y+1)\Leftrightarrow y=2\ (\text{do } y+1>0)\Rightarrow x=5.$$

Vậy nghiệm của hệ là $(x;y)=(5;2)$.

Bài 3 (2.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3;3;0)$, $B(3;0;3)$, $C(0;3;3)$, $D(3;3;3)$.

1) Viết phương trình mặt cầu đi qua bốn điểm A, B, C, D.

2) Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Lời giải.

1) Phương trình mặt cầu cần tìm có dạng

$$x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0 \qquad (*)$$

trong đó $a^2+b^2+c^2-d>0$.
Thay tọa độ các điểm A,B,C,D vào $(*)$ ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} 6a+6b+d=-18 \\ 6a+6c+d=-18 \\ 6b+6c+d=-18 \\ 6a+6b+6c+d=-27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{3}{2} \\ b=-\dfrac{3}{2} \\ c=-\dfrac{3}{2} \\ d=0. \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là

$$x^2+y^2+z^2-3x-3y-3z=0.$$

2) Mặt cầu đi qua A,B,C,D có tâm $I\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2}\right)$.

Gọi phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C là

$$mx+ny+pz+q=0, \left(m^2+n^2+p^2\neq 0\right).$$

Thay tọa độ các điểm A,B,C vào phương trình trên ta được

$$\begin{cases} 3m+3n+q=0 \\ 3m+3p+q=0 \\ 3n+3p+q=0 \end{cases} \Rightarrow 6m=6n=6p=-q\neq 0.$$

Chọn $q=-6$, ta có $a=b=c=1$.
Do đó phương trình mặt phẳng (ABC) là $x+y+z-6=0$.
Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC chính là hình chiếu vuông góc H của điểm I trên mặt phẳng (ABC).
Phương trình đường thẳng IH :

$$\frac{x-\frac{3}{2}}{1}=\frac{y-\frac{3}{2}}{1}=\frac{z-\frac{3}{2}}{1}.$$

Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y+z-6=0 \\ x-\dfrac{3}{2}=y-\dfrac{3}{2}=z-\dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \\ z=2. \end{cases}$$

Vậy tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC là $H(2;2;2)$.

Bài 4 (2.0). 1) Tính tích phân $I=\displaystyle\int_1^2 \frac{\ln x}{x^3}\,\mathrm{d}x$.

2) Cho x, y là hai số thực không âm thay đổi. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{(x-y)(1-xy)}{(1+x)^2(1+y)^2}$.

Lời giải.

1) Đặt $u=\ln x$ và $\mathrm{d}v=\dfrac{\mathrm{d}x}{x^3}\Rightarrow \mathrm{d}u=\dfrac{\mathrm{d}x}{x}$ và $v=-\dfrac{1}{2x^2}$.
Khi đó
$$I=-\frac{\ln x}{2x^2}\bigg|_1^2+\int_1^2\frac{\mathrm{d}x}{2x^2}=-\frac{\ln 2}{8}-\frac{1}{4x^2}\bigg|_1^2=\frac{3-2\ln 2}{16}.$$

2) Ta có
$$|P|=\left|\frac{(x-y)(1-xy)}{(1+x)^2(1+y)^2}\right|\le\frac{(x+y)(1+xy)}{[(x+y)+(1+xy)]^2}\le\frac{1}{4}\Leftrightarrow-\frac{1}{4}\le P\le\frac{1}{4}.$$

- Khi $x=0,y=1$ thì $P=-\dfrac{1}{4}$.
- Khi $x=1,y=0$ thì $P=\dfrac{1}{4}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $-\dfrac{1}{4}$, giá trị lớn nhất của P bằng $\dfrac{1}{4}$.

PHẦN RIÊNG

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

15. Theo chương trình KHÔNG phân ban

Bài 5 (2.0). 1) Tìm số nguyên dương n thỏa mãn hệ thức $\mathrm{C}_{2n}^1+\mathrm{C}_{2n}^3+\ldots+\mathrm{C}_{2n}^{2n-1}=2048$ (C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho parabol $(P)\colon y^2=16x$ và điểm $A(1;4)$. Hai điểm phân biệt B, C (B và C khác A) di động trên (P) sao cho góc $\widehat{BAC}=90^\circ$. Chứng minh rằng đường thẳng BC luôn đi qua một điểm cố định.

Lời giải.

1) Ta có
$$\begin{aligned}0&=(1-1)^{2n}=\mathrm{C}_{2n}^0-\mathrm{C}_{2n}^1+\ldots-\mathrm{C}_{2n}^{2n-1}+\mathrm{C}_{2n}^{2n}\\ 2^{2n}&=(1+1)^{2n}=\mathrm{C}_{2n}^0+\mathrm{C}_{2n}^1+\ldots+\mathrm{C}_{2n}^{2n-1}+\mathrm{C}_{2n}^{2n}\end{aligned}$$

Suy ra $\mathrm{C}_{2n}^1+\mathrm{C}_{2n}^3+\ldots+\mathrm{C}_{2n}^{2n-1}=2^{2n-1}$.
Từ giả thiết suy ra $2^{2n-1}=2048\Leftrightarrow n=6$.

2) Do B,C thuộc (P), B và C khác A nên $B\left(\frac{b^2}{16};b\right)$, $C\left(\frac{c^2}{16};c\right)$ với b,c là hai số thực phân biệt, $b\neq 4$ và $c\neq 4$.

Có $\overrightarrow{AB}=\left(\frac{b^2}{16}-1;b-4\right)$, $\overrightarrow{AC}=\left(\frac{c^2}{16}-1;c-4\right)$.

Vì $\widehat{BAC}=90^\circ$ nên

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0 \Leftrightarrow \left(\frac{b^2}{16}-1\right)\left(\frac{c^2}{16}-1\right)+(b-4)(c-4)=0$$
$$\Leftrightarrow bc+4(b+c)+272=0 \quad (1).$$

Phương trình đường thẳng BC là

$$\frac{x-\frac{c^2}{16}}{\frac{b^2}{16}-\frac{c^2}{16}}=\frac{y-c}{b-c}\Leftrightarrow 16x-(b+c)x+bc=0. \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra đường thẳng BC luôn đi qua điểm cố định $I(17;-4)$.

16. Theo chương trình phân ban

Bài 6 (2.0). 1) Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{x^2-3x+2}{x}\geq 0$.

2) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB=BC=a$, cạnh bên $AA'=a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng $AM,B'C$.

Lời giải.

1) Bất phương trình đã cho tương đương với $0<\dfrac{x^2-3x+2}{x}\leq 1$.

- $\dfrac{x^2-3x+2}{x}>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0<x<1\\ x>2.\end{array}\right.$
- $\dfrac{x^2-3x+2}{x}\leq 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<0\\ 2-\sqrt{2}\leq x\leq 2+\sqrt{2}.\end{array}\right.$

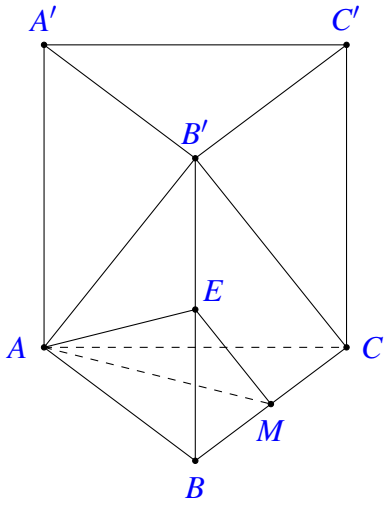
Tập nghiệm của bất phương trình là $[2-\sqrt{2};1)\cup(2;2+\sqrt{2}]$.

2) Từ giả thiết suy ra tam giác ABC vuông cân tại B.

Thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{ABC}=a\sqrt{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot a^2=\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$ (đvtt).

Gọi E là trung điểm của BB'. Khi đó mặt phẳng (AME) song song với $B'C$ nên khoảng cách giữa hai đường thẳng $AM,B'C$ bằng khoảng cách giữa $B'C$ và mặt phẳng (AME).

Nhận thấy khoảng cách từ B đến mặt phẳng (AME) bằng khoảng cách từ C đến mặt phẳng (AME).



Hình 2.33:

Gọi h là khoảng cách từ B đến mặt phẳng (AME). Do tứ diện $BAME$ có BA, BM, BE đôi một vuông góc nên

$$\frac{1}{h^2}=\frac{1}{BA^2}+\frac{1}{BM^2}+\frac{1}{BE^2}\Rightarrow\frac{1}{h^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{4}{a^2}+\frac{2}{a^2}=\frac{7}{a^2}\Rightarrow h=\frac{a\sqrt{7}}{7}.$$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng $B'C$ và AM bằng $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2009
Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x+3}$ (1).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).

2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1), biết tiếp tuyến đó cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB cân tại gốc toạ độ O.

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**)

- Tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{3}{2}\right\}$.
- Sự biến thiên:
  - Chiều biến thiên: $y'=\dfrac{-1}{(2x+3)^2}<0,\quad \forall x\in\mathscr{D}$.

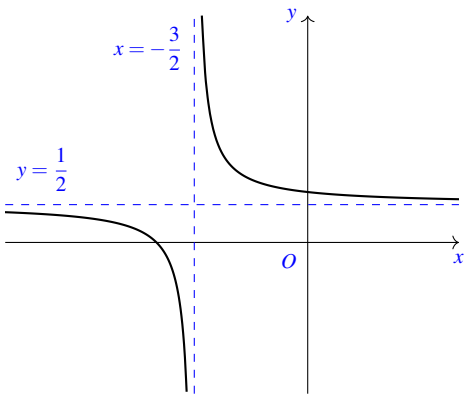
    Hàm số nghịch biến trên: $\left(-\infty;-\dfrac{3}{2}\right)$ và $\left(-\dfrac{3}{2};+\infty\right)$.
  - Cực trị: không có.
  - Giới hạn và tiệm cận:

    $+)\ \lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}y=\dfrac{1}{2}$; tiệm cận ngang: $y=\dfrac{1}{2}$.

    $+)\ \lim\limits_{x\to\left(-\frac{3}{2}\right)^-}y=-\infty,\quad \lim\limits_{x\to\left(-\frac{3}{2}\right)^+}y=+\infty$; tiệm cận đứng: $x=-\dfrac{3}{2}$.
- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	$\frac{1}{2}$	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	$\frac{1}{2}$

- Đồ thị (Hình 2.34)



Hình 2.34:

2) **(1,0 điểm)** Ta có tam giác OAB vuông cân tại O, suy ra hệ số góc tiếp tuyến bằng ± 1.
Gọi toạ độ tiếp điểm là $(x_0;y_0)$, ta có $\dfrac{-1}{(2x_0+3)^2}=\pm 1 \Leftrightarrow x_0=-2$ hoặc $x_0=-1$.
+) Với $x_0=-1, y_0=1$; phương trình tiếp tuyến $y=-x$ (loại).
+) Với $x_0=-2, y_0=0$; phương trình tiếp tuyến $y=-x-2$ (thỏa mãn).
Vậy tiếp tuyến cần tìm: $y=-x-2$.

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\dfrac{(1-2\sin x)\cos x}{(1+2\sin x)(1-\sin x)}=\sqrt{3}$.

2) Giải phương trình $2\sqrt[3]{3x-2}+3\sqrt{6-5x}-8=0 \quad (x\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

1) **(1,0 điểm)** Giải phương trình $\dfrac{(1-2\sin x)\cos x}{(1+2\sin x)(1-\sin x)}=\sqrt{3}$.
Điều kiện: $\sin x\neq 1$ và $\sin x\neq -\dfrac{1}{2} \quad (*)$.
Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương:

$$\begin{aligned}&(1-2\sin x)\cos x=\sqrt{3}(1+2\sin x)(1-\sin x)\\ \Leftrightarrow&\cos x-\sqrt{3}\sin x=\sin 2x+\sqrt{3}\cos 2x\\ \Leftrightarrow&\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)\\ \Leftrightarrow&\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\\ x=-\dfrac{\pi}{18}+k\dfrac{2\pi}{3}\end{array}\right.\cdot\end{aligned}$$

Kết hợp với $(*)$ ta được nghiệm: $x=-\dfrac{\pi}{18}+k\dfrac{2\pi}{3} \quad (k\in\mathbb{Z})$.

2) **(1,0 điểm)** Giải phương trình $2\sqrt[3]{3x-2}+3\sqrt{6-5x}-8=0 \quad (x\in\mathbb{R})$.
Đặt $u=\sqrt[3]{3x-2}$ và $v=\sqrt{6-5x}, v\geq 0 \quad (*)$.

Ta có hệ: $\begin{cases} 2u+3v=8 \\ 5u^3+3v^2=8 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} v=\dfrac{8-2u}{3} \\ 15u^3+4u^2-32u+40=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} v=\dfrac{8-2u}{3} \\ (u+2)(15u^2-26u+20)=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow u=-2$ và $v=4$ (thỏa mãn).

Thế vào $(*)$, ta được nghiệm: $x=-2$.

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\cos^3 x-1)\cos^2 x\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Ta có $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\cos^3 x-1)\cos^2 x\,\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^5 x\,\mathrm{d}x-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x\,\mathrm{d}x$.

Đặt $t=\sin x,\ \mathrm{d}t=\cos x\,\mathrm{d}x;\quad x=0,t=0;x=\dfrac{\pi}{2},t=1$.

- $I_1=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^5 x\,\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1-\sin^2 x)^2\cos x\,\mathrm{d}x=\int_0^1(1-t^2)^2\,\mathrm{d}t=\left(t-\frac{2}{3}t^3+\frac{1}{5}t^5\right)\Big|_0^1=\frac{8}{15}$.
- $I_2=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\left(x+\frac{1}{2}\sin 2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{4}$.

Vậy $I=I_1-I_2=\dfrac{8}{15}-\dfrac{\pi}{4}$.

Bài 4 (1.0). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D; $AB=AD=2a$, $CD=a$; góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60°. Gọi I là trung điểm của cạnh AD. Biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

Lời giải. Vì $(SIB)\perp(ABCD)$ và $(SIC)\perp(ABCD)$ nên $SI\perp(ABCD)$.

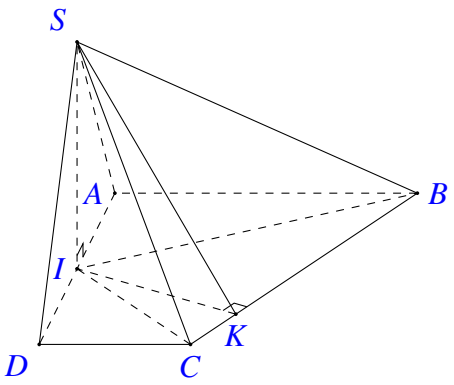
Kẻ $IK\perp BC\quad(K\in BC)\Rightarrow BC\perp(SIK)\Rightarrow \widehat{SKI}=60^\circ$.

Diện tích hình thang $ABCD$ là $S_{ABCD}=3a^2$.

Tổng diện tích tam giác ABI và CDI bằng $\dfrac{3a^2}{2}$; suy ra $S_{\triangle IBC}=\dfrac{3a^2}{2}$.

$BC=\sqrt{(AB-CD)^2+AD^2}=a\sqrt{5}\Rightarrow IK=\dfrac{2S_{\triangle IBC}}{BC}=\dfrac{3\sqrt{5}a}{5}\Rightarrow SI=IK.\tan\widehat{SKI}=\dfrac{3\sqrt{15}a}{5}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SI=\dfrac{3\sqrt{15}a^3}{5}$.



Hình 2.35:

Bài 5 (1.0). Chứng minh rằng với mọi số thực dương x, y, z thoả mãn $x(x+y+z)=3yz$, ta có:

$$(x+y)^3+(x+z)^3+3(x+y)(x+z)(y+z)\le 5(y+z)^3.$$

Lời giải.

Đặt $a=x+y$, $b=x+z$, và $c=y+z$.
Điều kiện $x(x+y+z)=3yz$ trở thành $c^2=a^2+b^2-ab$.
Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương:
$a^3+b^3+3abc\le 5c^3$; a, b, c dương thỏa điều kiện trên.

$$c^2=a^2+b^2-ab=(a+b)^2-3ab\ge (a+b)^2-\frac{3}{4}(a+b)^2=\frac{1}{4}(a+b)^2\Rightarrow a+b\le 2c \quad (1).$$

$$\begin{aligned} a^3+b^3+3abc\le 5c^3 &\Leftrightarrow (a+b)(a^2+b^2-ab)+3abc\le 5c^3\\ &\Leftrightarrow (a+b)c^2+3abc\le 5c^3\\ &\Leftrightarrow (a+b)c+3ab\le 5c^2. \end{aligned}$$

(1) cho ta: $(a+b)c\le 2c^2$ và $3ab\le \frac{3}{4}(a+b)^2\le 3c^2$; từ đây suy ra điều phải chứng minh.

Dấu bằng xảy ra khi: $a=b=c\Leftrightarrow x=y=z$.

PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

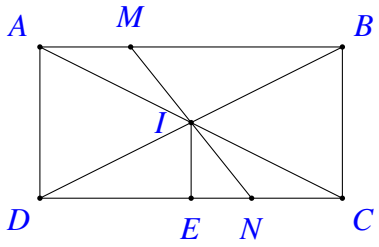
17. Theo chương trình Chuẩn

Bài 6 (1.0). 1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm $I(6;2)$ là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Điểm $M(1;5)$ thuộc đường thẳng AB và trung điểm E của cạnh CD thuộc đường thẳng $\Delta\colon x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng AB.

2) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-2y-z-4=0$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$. Chứng minh rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Xác định toạ độ tâm và tính bán kính của đường tròn đó.

Lời giải.

1)



Hình 2.36:

Gọi N đối xứng với M qua I, suy ra $N(11;-1)$ và N thuộc đường thẳng CD.
$E \in \Delta \Rightarrow E(x;5-x)$; suy ra $\overrightarrow{IE} = (x-6;3-x)$ và $\overrightarrow{NE} = (x-11;6-x)$.
E là trung điểm $CD \Rightarrow IE \perp EN$.
Suy ra $\overrightarrow{IE}.\overrightarrow{EN} = 0 \Leftrightarrow (x-6)(x-11)+(3-x)(6-x) = 0 \Leftrightarrow x = 6$ hoặc $x = 7$.

- $x = 6 \Rightarrow \overrightarrow{IE} = (0;-3)$; phương trình AB: $y-5 = 0$.
- $x = 7 \Rightarrow \overrightarrow{IE} = (1;-4)$; phương trình AB: $x-4y+19 = 0$.

2) Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R = 5$.
Khoảng cách từ I đến (P). Khi đó $\mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|2-4-3-4|}{3} = 3 < R$; suy ra đpcm.
Gọi H và r lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn giao tuyến, H là hình chiếu vuông góc của I trên (P): $IH = \mathrm{d}(I,(P)) = 3$, $r = \sqrt{R^2-IH^2} = 4$.
Tọa độ $H(x;y;z)$ thỏa mãn: $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-2t \\ z = 3-t \\ 2x-2y-z-4 = 0. \end{cases}$
Giải hệ, ta được $H(3;0;2)$.

Bài 7 (1.0). Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2+|z_2|^2$.

Lời giải.

Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2+|z_2|^2$.
$\Delta = -36 = 36i^2$, $z_1 = -1+3i$ và $z_2 = -1-3i$.
$|z_1| = \sqrt{(-1)^2+3^2} = \sqrt{10}$ và $|z_2| = \sqrt{(-1)^2+(-3)^2} = \sqrt{10}$.
Vậy $A = |z_1|^2+|z_2|^2 = 20$.

18. Theo chương trình Nâng cao

Bài 8 (1.0). 1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2+y^2+4x+4y+6 = 0$ và đường thẳng Δ: $x+my-2m+3 = 0$, với m là tham số thực. Gọi I là tâm của đường tròn (C). Tìm m để Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho diện tích tam giác IAB lớn nhất.

2) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-1=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+9}{6}$, $\Delta_2\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$. Xác định toạ độ điểm M thuộc đường thẳng Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ_2 và khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng nhau.

Lời giải.

1) Tìm m để Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho diện tích tam giác IAB lớn nhất.
Đường tròn (C) có tâm $I(-2;-2)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.
Diện tích tam giác IAB là $S=\dfrac{1}{2}IA.IB.\sin\widehat{AIB}\le\dfrac{1}{2}R^2=1$; S lớn nhất khi và chỉ khi $IA\perp IB$.
Khi đó, khoảng cách từ I đến $\triangle$ là $\mathrm{d}(I,\triangle)=\dfrac{R}{2}=1\Leftrightarrow\dfrac{|-2-2m-2m+3|}{\sqrt{1+m^2}}=1$

$$\Leftrightarrow(1-4m)^2=1+m^2\Leftrightarrow m=0 \text{ hoặc } m=\frac{8}{15}.$$

2) Δ_2 qua $A(1;3;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;-2)$.
$M\in\Delta_1\Rightarrow M(-1+t;t;-9+6t)$.
$\overrightarrow{MA}=(2-t;3-t;8-6t)$, $\left[\overrightarrow{MA},\vec{u}\right]=(8t-14;20-14t;t-4)$
$\Rightarrow\left|\left[\overrightarrow{MA},\vec{u}\right]\right|=3\sqrt{29t^2-88t+68}$.
Khoảng cách từ M đến Δ_2 : $\mathrm{d}(M,\Delta_2)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{MA},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\sqrt{29t^2-88t+68}$.
Khoảng cách từ M đến (P) : $\mathrm{d}(M,(P))=\dfrac{|-1+t-2t+12t-18-1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=\dfrac{|11t-20|}{3}$.
Suy ra $\sqrt{29t^2-88t+68}=\dfrac{|11t-20|}{3}\Leftrightarrow 35t^2-88t+53=0\Leftrightarrow t=1$ hoặc $t=\dfrac{53}{35}$.
Với $t=1\Rightarrow M(0;1;-3)$; $t=\dfrac{53}{35}\Rightarrow M\left(\dfrac{18}{35};\dfrac{53}{35};\dfrac{3}{35}\right)$.

Bài 9 (1.0). Giải hệ phương trình $\begin{cases}\log_2(x^2+y^2)=1+\log_2(xy)\\ 3^{x^2-xy+y^2}=81\end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

Với điều kiện $xy>0$ $(*)$, hệ đã cho tương đương:

$$\begin{cases}x^2+y^2=2xy\\ x^2-xy+y^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=y\\ y^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=y\\ y=\pm2.\end{cases}$$

Kết hợp $(*)$, hệ có nghiệm: $(x;y)=(2;2)$ và $(x;y)=(-2;-2)$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2009
Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y = 2x^4 - 4x^2$ (1).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1).

2) Với các giá trị nào của m, phương trình $x^2\left|x^2-2\right| = m$ có đúng 6 nghiệm thực phân biệt?

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**)
Hàm số $y = 2x^4 - 4x^2$.

- Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
- Sự biến thiên:
  - Chiều biến thiên: $y' = 8x^3 - 8x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1. \end{array}\right.$
    Hàm số nghịch biến trên: $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$; đồng biến trên: $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.
  - Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$, $y_{CT} = -2$; đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CĐ} = 0$.
  - Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$.
  - Bảng biến thiên:

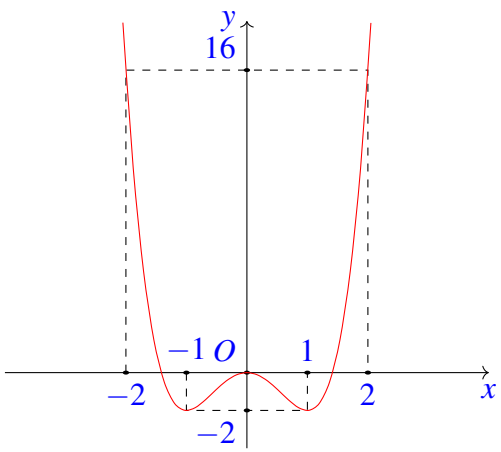
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

- Đồ thị (Hình 2.37)

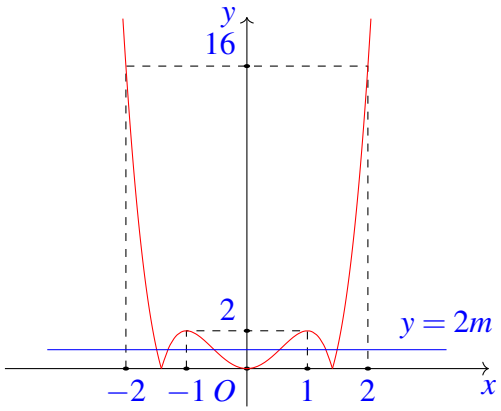
2) Xét phương trình

$$x^2\left|x^2-2\right| = m$$
$$\Leftrightarrow \quad \left|2x^4-4x^2\right| = 2m.$$

Phương trình có đúng 6 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = 2m$ cắt đồ thị hàm số $y = \left|2x^4-4x^2\right|$ tại 6 điểm phân biệt.
Đồ thị hàm số $y = \left|2x^4-4x^2\right|$ và đường thẳng $y = 2m$ như Hình 2.38.
Dựa vào đồ thị, yêu cầu bài toán được thoả mãn khi và chỉ khi $0 < 2m < 2 \Leftrightarrow 0 < m < 1$.



Hình 2.37:



Hình 2.38:

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\sin x+\cos x\sin 2x+\sqrt{3}\cos 3x=2\left(\cos 4x+\sin^3 x\right)$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy+x+1=7y \\ x^2y^2+xy+1=13y^2 \end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

1) **(1,0 điểm)**
Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned}
&\left(1-2\sin^2 x\right)\sin x+\cos x\sin 2x+\sqrt{3}\cos 3x=2\cos 4x\\
\Leftrightarrow\ &\sin x\cos 2x+\cos x\sin 2x+\sqrt{3}\cos 3x=2\cos 4x\\
\Leftrightarrow\ &\sin 3x+\sqrt{3}\cos 3x=2\cos 4x\\
\Leftrightarrow\ &\cos\left(3x-\frac{\pi}{6}\right)=\cos 4x\\
\Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l} 4x=3x-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ 4x=-3x+\dfrac{\pi}{6}+k2\pi. \end{array}\right.
\end{aligned}$$

Vậy $x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi$ hoặc $x=\dfrac{\pi}{42}+k\dfrac{2\pi}{7}$ $(k\in\mathbb{Z})$.

2) (**1,0 điểm**)
Hệ đã cho tương đương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+\dfrac{x}{y}+\dfrac{1}{y}=7 \\ x^2+\dfrac{x}{y}+\dfrac{1}{y^2}=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x+\dfrac{1}{y}\right)+\dfrac{x}{y}=7 \\ \left(x+\dfrac{1}{y}\right)^2-\dfrac{x}{y}=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x+\dfrac{1}{y}\right)^2+\left(x+\dfrac{1}{y}\right)-20=0 \\ \dfrac{x}{y}=7-\left(x+\dfrac{1}{y}\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+\dfrac{1}{y}=-5 \\ x=12y \end{cases} \text{(I) hoặc } \begin{cases} x+\dfrac{1}{y}=4 \\ x=3y \end{cases} \text{(II).}$$

Hệ (I) vô nghiệm;
Hệ (II) có nghiệm: $(x;y)=\left(1;\dfrac{1}{3}\right)$ và $(x;y)=(3;1)$.
Vậy $(x;y)=\left(1;\dfrac{1}{3}\right)$ hoặc $(x;y)=(3;1)$.

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_1^3 \frac{3+\ln x}{(x+1)^2}\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

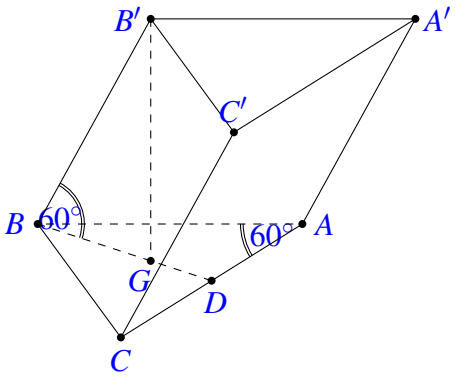
Đặt $\begin{cases} u=3+\ln x \\ \mathrm{d}v=\dfrac{\mathrm{d}x}{(x+1)^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x \\ v=-\dfrac{1}{x+1}. \end{cases}$

Khi đó

$$\begin{aligned} I&=-\frac{3+\ln x}{x+1}\bigg|_1^3+\int_1^3\frac{\mathrm{d}x}{x(x+1)} \\ &=-\frac{3+\ln 3}{4}+\frac{3}{2}+\int_1^3\frac{1}{x}\mathrm{d}x-\int_1^3\frac{\mathrm{d}x}{x+1} \\ &=\frac{3-\ln 3}{4}+\ln|x|\bigg|_1^3-\ln|x+1|\bigg|_0^3=\frac{1}{4}\left(3+\ln\frac{27}{16}\right). \end{aligned}$$

Bài 4 (1.0). Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, góc giữa đường thẳng BB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60°; tam giác ABC vuông tại C và $\widehat{BAC}=60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của điểm B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Tính thể tích khối tứ diện $A'ABC$ theo a.

Lời giải. Gọi D là trung điểm AC và G là trọng



Hình 2.39:

tâm tam giác ABC.

Ta có $B'G\perp(ABC)\Rightarrow\widehat{B'BG}=60^\circ\Rightarrow B'G=B'B.\sin\widehat{B'BG}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $BG=\dfrac{a}{2}\Rightarrow BD=\dfrac{3a}{4}$.

Tam giác ABC có: $BC=\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}$, $AC=\dfrac{AB}{2}\Rightarrow CD=\dfrac{AB}{4}$.

$BC^2+CD^2=BD^2\Rightarrow\dfrac{3AB^2}{4}+\dfrac{AB^2}{16}=\dfrac{9a^2}{16}\Rightarrow AB=\dfrac{3a\sqrt{13}}{13}$, $AC=\dfrac{3a\sqrt{13}}{26}$; $S_{\triangle ABC}=\dfrac{9a^2\sqrt{3}}{104}$.

Thể tích khối tứ diện $A'ABC$ là $V_{A'ABC}=V_{B'ABC}=\dfrac{1}{3}B'G.S_{\triangle ABC}=\dfrac{9a^3}{208}$.

Bài 5 (1.0). Cho các số thực x, y thay đổi và thoả mãn $(x+y)^3+4xy\geq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A=3\left(x^4+y^4+x^2y^2\right)-2\left(x^2+y^2\right)+1.$$

Lời giải.

Kết hợp $(x+y)^3+4xy\geq 2$ với $(x+y)^2\geq 4xy$ suy ra $(x+y)^3+(x+y)^2\geq 2\Rightarrow x+y\geq 1$.

$$\begin{aligned}A&=3\left(x^4+y^4+x^2y^2\right)-2\left(x^2+y^2\right)+1\\&=\frac{3}{2}\left(x^2+y^2\right)^2+\frac{3}{2}\left(x^4+y^4\right)-2\left(x^2+y^2\right)+1\\&\geq\frac{3}{2}\left(x^2+y^2\right)^2+\frac{3}{4}\left(x^2+y^2\right)^2-2\left(x^2+y^2\right)+1\\&\geq\frac{9}{4}\left(x^2+y^2\right)^2-2\left(x^2+y^2\right)+1.\end{aligned}$$

Đặt $t=x^2+y^2$, ta có $x^2+y^2\geq\dfrac{(x+y)^2}{2}\geq\dfrac{1}{2}\Rightarrow t\geq\dfrac{1}{2}$.

Do đó $A \geq \frac{9}{4}t^2 - 2t + 1$.

Xét $f(t) = \frac{9}{4}t^2 - 2t + 1$.

$f'(t) = \frac{9}{2}t - 2 > 0$ với mọi $t \geq \frac{1}{2} \Rightarrow \min\limits_{\left[\frac{1}{2};+\infty\right)} f(t) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{16} \Rightarrow A \geq \frac{9}{16}$.

Đẳng thức xảy ra khi $x = y = \frac{1}{2}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của A bằng $\frac{9}{16}$.

PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

19. Theo chương trình Chuẩn

Bài 6 (2.0). 1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn $(C)\colon (x-2)^2+y^2 = \frac{4}{5}$ và hai đường thẳng $\Delta_1\colon x-y=0$, $\Delta_2\colon x-7y=0$. Xác định toạ độ tâm K và tính bán kính của đường tròn (C_1); biết đường tròn (C_1) tiếp xúc với các đường thẳng Δ_1, Δ_2 và tâm K thuộc đường tròn (C).

2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có các đỉnh $A(1;2;1)$, $B(-2;1;3)$, $C(2;-1;1)$ và $D(0;3;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B sao cho khoảng cách từ C đến (P) bằng khoảng cách từ D đến (P).

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**) Gọi $K(a;b)$; $K \in (C) \Leftrightarrow (a-2)^2+b^2 = \frac{4}{5}$ (1).

Đường tròn (C_1) tiếp xúc $\Delta_1, \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{|a-b|}{\sqrt{2}} = \frac{|a-7b|}{5\sqrt{2}}$ (2).

Từ (1) và (2), cho ta hệ phương trình

$$\begin{cases} 5(a-2)^2+5b^2=4 \\ 5|a-b| = |a-7b| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5(a-2)^2+5b^2=4 \\ 5(a-b) = a-7b \end{cases} \text{(I) hoặc } \begin{cases} 5(a-2)^2+5b^2=4 \\ 5(a-b) = 7b-a \end{cases} \text{(II).}$$

Hệ (I) $\Leftrightarrow \begin{cases} 25a^2-20a+16=0 \\ b=-2a \end{cases}$ (hệ vô nghiệm);

Hệ (II) $\Leftrightarrow \begin{cases} a=2b \\ 25b^2-40b+16=0 \end{cases} \Leftrightarrow (a;b) = \left(\frac{8}{5};\frac{4}{5}\right)$.

Bán kính $(C_1)\colon R = \frac{|a-b|}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{5}$.

Vậy $K\left(\frac{8}{5};\frac{4}{5}\right)$ và $R = \frac{2\sqrt{2}}{5}$.

2) (**1,0 điểm**) Mặt phẳng (P) thoả mãn yêu cầu bài toán trong hai trường hợp sau:

- Trường hợp 1: (P) qua A, B và song song với CD.
  Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right]$.
  $\overrightarrow{AB} = (-3;-1;2), \overrightarrow{CD} = (-2;4;0) \Rightarrow \vec{n} = (-8;-4;-14)$.
  Phương trình $(P)\colon 4x+2y+7z-15=0$.

- Trường hợp 2: (P) qua A, B và cắt CD. Suy ra (P) cắt CD tại trung điểm I của CD. $I(1;1;1) \Rightarrow \overrightarrow{AI} = (0;-1;0)$; vectơ pháp tuyến của (P): $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AI}\right] = (2;0;3)$. Phương trình (P): $2x+3z-5=0$.

Vậy (P): $4x+2y+7z-15=0$ hoặc (P): $2x+3z-5=0$.

Bài 7 (1.0). Tìm số phức z thoả mãn: $|z-(2+i)| = \sqrt{10}$ và $z.\bar{z} = 25$.

Lời giải.

Gọi $z = x+yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$); suy ra $z-(2+i) = (x-2)+(y-1)i$.
Từ đề bài ta có

- $|z-(2+i)| = \sqrt{10} \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-1)^2 = 10$. (1)
- $z.\bar{z} = 25 \Leftrightarrow x^2+y^2 = 25$. (2)

Giải hệ (1) và (2) ta được $(x;y) = (3;4)$ hoặc $(x;y) = (5;0)$.
Vậy $z = 3+4i$ hoặc $z = 5$.

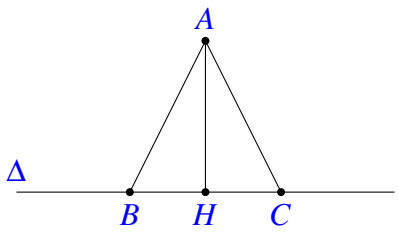
20. Theo chương trình Nâng cao

Bài 8 (2.0). 1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A có đỉnh $A(-1;4)$ và các đỉnh B, C thuộc đường thẳng Δ: $x-y-4=0$. Xác định toạ độ các điểm B và C, biết diện tích tam giác ABC bằng 18.

2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x-2y+2z-5=0$ và hai điểm $A(-3;0;1)$, $B(1;-1;3)$. Trong các đường thẳng đi qua A và song song với (P), hãy viết phương trình đường thẳng mà khoảng cách từ B đến đường thẳng đó là nhỏ nhất.

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**) Gọi H là hình chiếu của A trên Δ, suy ra H là trung điểm BC.



Hình 2.40:

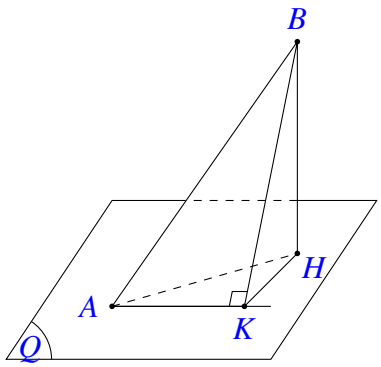
$$AH = \mathrm{d}(A,BC) = \frac{9}{\sqrt{2}}; BC = \frac{2S_{\triangle ABC}}{AH} = 4\sqrt{2};$$
$$AB = AC = \sqrt{AH^2 + \frac{BC^2}{4}} = \sqrt{\frac{97}{2}}.$$

Tọa độ B và C là nghiệm của hệ: $\begin{cases}(x+1)^2+(y-4)^2=\dfrac{97}{2}\\ x-y-4=0.\end{cases}$

Giải hệ ta được: $(x;y)=\left(\dfrac{11}{2};\dfrac{3}{2}\right)$ hoặc $(x;y)=\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{5}{2}\right)$.

Vậy $B\left(\dfrac{11}{2};\dfrac{3}{2}\right),C\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{5}{2}\right)$ hoặc $B\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{5}{2}\right),C\left(\dfrac{11}{2};\dfrac{3}{2}\right)$.

2) (**1,0 điểm**) Gọi Δ là đường thẳng cần tìm; Δ nằm trong mặt phẳng (Q) qua A và song song



Hình 2.41:

với (P). Phương trình mặt phẳng $(Q):x-2y+2z+1=0$.

Gọi K, H lần lượt là hình chiếu của B trên Δ và (Q). Ta có $BK\geq BH$ nên AH là đường thẳng cần tìm.

Toạ độ $H=(x;y;z)$ thoả mãn: $\begin{cases}\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{2}\\ x-2y+2z+1=0\end{cases}\Rightarrow H=\left(-\dfrac{1}{9};\dfrac{11}{9};\dfrac{7}{9}\right)$.

$\overrightarrow{AH}=\left(\dfrac{26}{9};\dfrac{11}{9};-\dfrac{2}{9}\right)$.

Vậy phương trình Δ: $\dfrac{x+3}{26}=\dfrac{y}{11}=\dfrac{z-1}{-2}$.

Bài 9 (1.0). Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=-x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{x}$ tại hai điểm phân biệt A,B sao cho $AB=4$.

Lời giải.

Tọa độ A,B thoả mãn $\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x}=-x+m\\ y=-x+m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x^2-mx-1=0,(x\neq 0)\quad(1)\\ y=-x+m.\end{cases}$

Nhận thấy (1) có hai nghiệm thực phân biệt x_1,x_2 khác 0 với mọi m.

Gọi $A(x_1;y_1),B(x_2;y_2)$ ta có:

$$AB^2=(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2=2(x_1-x_2)^2.$$

Áp dụng định lí Viet đối với (1), ta được:

$$AB^2=2\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right]=\frac{m^2}{2}+4.$$

Từ giả thiết $AB = 4 \Leftrightarrow \dfrac{m^2}{2} + 4 = 16 \Leftrightarrow m = \pm 2\sqrt{6}$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2009
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y = x^4 - (3m+2)x^2 + 3m$ có đồ thị là (C_m), m là tham số.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số đã cho khi $m = 0$.

2) Tìm m để đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị (C_m) tại 4 điểm phân biệt đều có hoành độ nhỏ hơn 2.

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**) Khi $m = 0$, ta có $y = x^4 - 2x^2$.

- Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
- Sự biến thiên:
  - Chiều biến thiên: $y' = 4x^3 - 4x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ hoặc $x = 0$.
    Hàm số nghịch biến trên: $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$; đồng biến trên: $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.
  - Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$, $y_{CT} = -1$; đạt cực đại tại $x = 0, y_{CĐ} = 0$.
  - Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = +\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$.
  - Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

- Đồ thị: (Hình 2.42)

2) (**1,0 điểm**)
Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và đường thẳng $y = -1$:

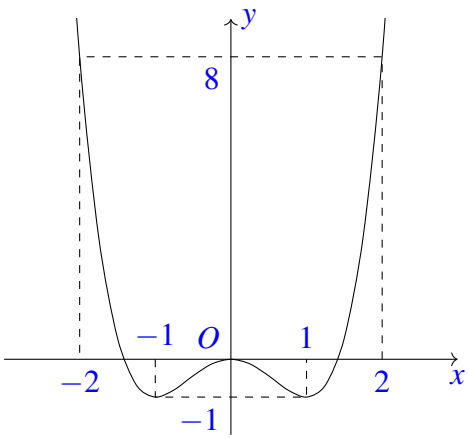
$$x^4 - (3m+2)x^2 + 3m = -1.$$

Đặt $t = x^2$, $t \geq 0$; phương trình trở thành: $t^2 - (3m+2)t + 3m + 1 = 1$

$$\Leftrightarrow t = 1 \text{ hoặc } t = 3m+1.$$

Yêu cầu của bài toán tương đương:

$$\begin{cases} 0 < 3m+1 < 4 \\ 3m+1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{1}{3} < m < 1 \\ m \neq 0. \end{cases}$$



Hình 2.42:

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\sqrt{3}\cos 5x - 2\sin 3x\cos 2x - \sin x = 0$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(x+y+1)-3=0 \\ (x+y)^2 - \dfrac{5}{x^2}+1=0 \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**)
Phương trình đã cho tương đương:

$$\begin{aligned} & \sqrt{3}\cos 5x - (\sin 5x + \sin x) - \sin x = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 5x - \frac{1}{2}\sin 5x = \sin x \\ \Leftrightarrow\ & \sin\left(\frac{\pi}{3} - 5x\right) = \sin x \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} \dfrac{\pi}{3} - 5x = x + k2\pi \\ \dfrac{\pi}{3} - 5x = \pi - x + k2\pi \end{array}\right. \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{18} + k\dfrac{\pi}{3} \\ x = -\dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Vậy $x = \dfrac{\pi}{18} + k\dfrac{\pi}{3}$ hoặc $x = -\dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{2}$ $(k \in \mathbb{Z})$.

2) (**1,0 điểm**) Điều kiện $x \neq 0$.
Hệ đã cho tương đương:

$$\begin{cases} x+y+1-\dfrac{3}{x}=0 \\ (x+y)^2 - \dfrac{5}{x^2}+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = \dfrac{3}{x}-1 \\ \left(\dfrac{3}{x}-1\right)^2 - \dfrac{5}{x^2}+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = \dfrac{3}{x}-1 \\ \dfrac{4}{x^2} - \dfrac{6}{x}+2=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x}=1 \\ x+y=2 \end{cases} \text{hoặc} \begin{cases} \dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{2} \\ x+y=\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \text{hoặc} \begin{cases} x=2 \\ y=-\dfrac{3}{2}. \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ: $(x;y)=(1;1)$ và $(x;y)=\left(2;-\dfrac{3}{2}\right)$.

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_1^3 \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x-1}$.

Lời giải.

Đặt $t=\mathrm{e}^x$, $\mathrm{d}x=\dfrac{\mathrm{d}t}{t}$.
Đổi cận: $x=1$, $t=\mathrm{e}$; $x=3$, $t=\mathrm{e}^3$.
Ta có

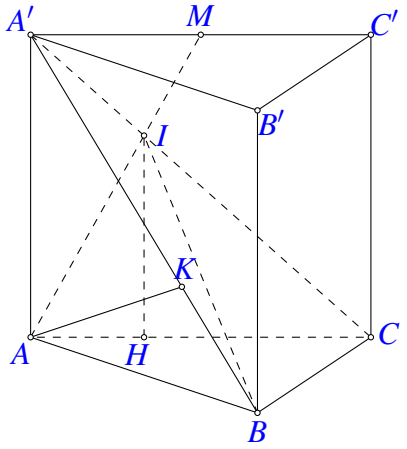
$$\begin{aligned} I&=\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^3}\frac{\mathrm{d}t}{t(t-1)}=\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^3}\left(\frac{1}{t-1}-\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t \\ &=\ln|t-1|\Big|_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^3}-\ln|t|\Big|_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^3} \\ &=\ln\left(\mathrm{e}^2+\mathrm{e}+1\right)-2. \end{aligned}$$

Bài 4 (2.0). Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $AA'=2a$, $A'C=3a$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng $A'C'$, I là giao điểm của AM và $A'C$. Tính theo a thể tích khối tứ diện $IABC$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (IBC).

Lời giải.

Hạ $IH\perp AC$ (với $H\in AC$) $\Rightarrow IH\perp(ABC)$; IH là đường cao của tứ diện $IABC$.
Suy ra $IH\parallel AA'\Rightarrow \dfrac{IH}{AA'}=\dfrac{CI}{CA'}=\dfrac{2}{3}\Rightarrow IH=\dfrac{2}{3}AA'=\dfrac{4a}{3}$.
$AC=\sqrt{A'C^2-A'A^2}=a\sqrt{5}$, $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=2a$.
Diện tích tam giác ABC : $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AB.BC=a^2$.
Thể tích khối tứ diện $IABC$: $V=\dfrac{1}{3}IH.S_{\triangle ABC}=\dfrac{4a^3}{9}$.
Hạ $AK\perp A'B\,(K\in A'B)$. Vì $BC\perp(ABB'A')$ nên $AK\perp BC\Rightarrow AK\perp(IBC)$.
Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (IBC) là AK.

$$AK=\frac{2S_{\triangle AA'B}}{A'B}=\frac{AA'.AB}{\sqrt{A'A^2+AB^2}}=\frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$



Hình 2.43:

Bài 5 (1.0). Cho các số thực không âm x, y thay đổi và thoả mãn $x+y=1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=\left(4x^2+3y\right)\left(4y^2+3x\right)+25xy$.

Lời giải.

Do $x+y=1$, nên:

$$\begin{aligned}S&=16x^2y^2+12\left(x^3+y^3\right)+9xy+25xy\\&=16x^2y^2+12\left[(x+y)^3-3xy(x+y)\right]+34xy\\&=16x^2y^2-2xy+12.\end{aligned}$$

Đặt $t=xy$, ta được: $S=16t^2-2t+12;\quad 0\le xy\le\dfrac{(x+y)^2}{4}=\dfrac{1}{4}\Rightarrow t\in\left[0;\dfrac{1}{4}\right]$.

Xét hàm $f(t)=16t^2-2t+12$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{1}{4}\right]$.

$f'(t)=32t-2; f'(t)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{16}$;

$f(0)=12, f\left(\dfrac{1}{16}\right)=\dfrac{191}{16}, f\left(\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{25}{2}$.

Do đó $\max\limits_{\left[0;\frac{1}{4}\right]}f(t)=f\left(\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{25}{2}$; $\min\limits_{\left[0;\frac{1}{4}\right]}f(t)=f\left(\dfrac{1}{16}\right)=\dfrac{191}{16}$.

Giá trị lớn nhất của S bằng $\dfrac{25}{2}$, khi $\begin{cases}x+y=1\\xy=\dfrac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow(x;y)=\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

Giá trị nhỏ nhất của S bằng $\dfrac{191}{16}$, khi

$$\begin{cases}x+y=1\\xy=\dfrac{1}{16}\end{cases}\Leftrightarrow(x;y)=\left(\dfrac{2+\sqrt{3}}{4};\dfrac{2-\sqrt{3}}{4}\right)\text{hoặc}(x;y)=\left(\dfrac{2-\sqrt{3}}{4};\dfrac{2+\sqrt{3}}{4}\right).$$

PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

21. Theo chương trình Chuẩn

Bài 6 (2.0). 1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có $M(2;0)$ là trung điểm của cạnh AB. Đường trung tuyến và đường cao qua đỉnh A lần lượt có phương trình là $7x-2y-3=0$ và $6x-y-4=0$. Viết phương trình đường thẳng AC.

2) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;1;0)$, $B(1;2;2)$, $C(1;1;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-20=0$. Xác định toạ độ điểm D thuộc đường thẳng AB sao cho đường thẳng CD song song với mặt phẳng (P).

Lời giải.

1) **(1,0 điểm)**

Tọa độ A thoả mãn hệ: $\begin{cases}7x-2y-3=0\\6x-y-4=0\end{cases}\Rightarrow A(1;2)$.

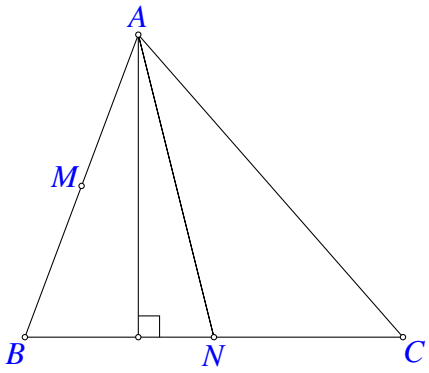
Vì B đối xứng với A qua M nên $B=(3;-2)$.

Đường thẳng BC đi qua B và vuông góc với đường thẳng $6x-y-4=0$.

Phương trình $BC\colon x+6y+9=0$.

Toạ độ trung điểm N của đoạn thẳng BC thoả mãn hệ: $\begin{cases}7x-2y-3=0\\x+6y+9=0\end{cases}\Rightarrow N\left(0;-\dfrac{3}{2}\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{AC}=2.\overrightarrow{MN}=(-4;-3)$; phương trình đường thẳng $AC\colon 3x-4y+5=0$.



Hình 2.44:

2) **(1,0 điểm)**

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;1;2)$, phương trình $AB\colon \begin{cases}x=2-t\\y=1+t\\z=2t.\end{cases}$

D thuộc đường thẳng $AB\Rightarrow D(2-t;1+t;2t)\Rightarrow \overrightarrow{CD}=(1-t;t;2t)$.

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;1;1)$.

Nhận xét rằng C không thuộc mặt phẳng (P). Theo giả thiết

$$CD\ /\!/\ (P)\Leftrightarrow \vec{n}.\overrightarrow{CD}=0\Leftrightarrow 1.(1-t)+1.t+1.2t=0\Leftrightarrow t=-\frac{1}{2}.$$

Vậy $D\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2};-1\right)$.

Bài 7 (1.0). Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thoả mãn điều kiện $|z-(3-4i)|=2$.

Lời giải.

Đặt $z=x+yi$ ($x,\,y\in\mathbb{R}$); suy ra $z-3+4i=(x-3)+(y+4)i$.
Từ giả thiết, ta có: $\sqrt{(x-3)^2+(y+4)^2}=2\Leftrightarrow(x-3)^2+(y+4)^2=4$.
Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(3;-4)$ bán kính $R=2$.

22. Theo chương trình Nâng cao

Bài 8 (2.0). 1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+y^2=1$. Gọi I là tâm của (C). Xác định toạ độ điểm M thuộc (C) sao cho $\widehat{IMO}=30^\circ$.

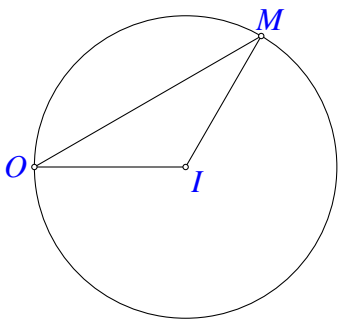
2) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-3z+4=0$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ.

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**) Gọi điểm $M(a;b)$.
Do $M(a;b)$ thuộc (C) nên $(a-1)^2+b^2=1$; $O\in(C)\Rightarrow IO=IM=1$.
Tam giác IMO có $\widehat{OIM}=120^\circ$ nên $OM^2=IO^2+IM^2-2IO.IM.\cos 120^\circ\Leftrightarrow a^2+b^2=3$.
Toạ độ điểm M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}(a-1)^2+b^2=1\\ a^2+b^2=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{3}{2}\\ b=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}.\end{cases}$$

Vậy $M=\left(\frac{3}{2};\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.



Hình 2.45:

2) **(1,0 điểm)**

Tọa độ giao điểm I của Δ với (P) thoả mãn hệ: $\begin{cases} \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{-1} \\ x+2y-3z+4=0 \end{cases} \Rightarrow I(-3;1;1)$.

Vectơ pháp tuyến của (P) : $\vec{n} = (1;2;-3)$; vectơ chỉ phương của Δ : $\vec{u} = (1;1;-1)$.

Đường thẳng d cần tìm qua I và có vectơ chỉ phương $\vec{v} = [\vec{n}, \vec{u}] = (1;-2;-1)$.

Vậy phương trình d: $\begin{cases} x = -3+t \\ y = 1-2t \\ z = 1-t. \end{cases}$

Bài 9 (1.0). Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = -2x+m$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2+x-1}{x}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trung điểm của đoạn thẳng AB thuộc trục tung.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\frac{x^2+x-1}{x} = -2x+m \Leftrightarrow 3x^2+(1-m)x-1=0 \quad (x \neq 0).$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 với mọi m.

Hoành độ trung điểm I của AB là $x_I = \dfrac{x_1+x_2}{2} = \dfrac{m-1}{6}$.

$I \in Oy \Leftrightarrow x_I = 0 \Leftrightarrow \dfrac{m-1}{6} = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2010

Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). 1) Cho hàm số $y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$ (1), m là tham số thực.

2) Tìm m để đồ thị của hàm số (1) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thoả mãn điều kiện $x_1^2+x_2^2+x_3^2<4$.

Lời giải.

1) Khi $m=1$, ta có hàm số $y=x^3-2x^2+1$.

- Tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.
- Sự biến thiên:
  - Chiều biến thiên: $y'=3x^2-4x$; $y'(x)=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=\dfrac{4}{3}$.

    Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $\left(\dfrac{4}{3};+\infty\right)$; nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{4}{3}\right)$.
  - Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x=0$; $y_{CĐ}=1$, đạt cực tiểu tại $x=\dfrac{4}{3}$; $y_{CT}=-\dfrac{5}{27}$.
  - Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$.
  - Bảng biến thiên:

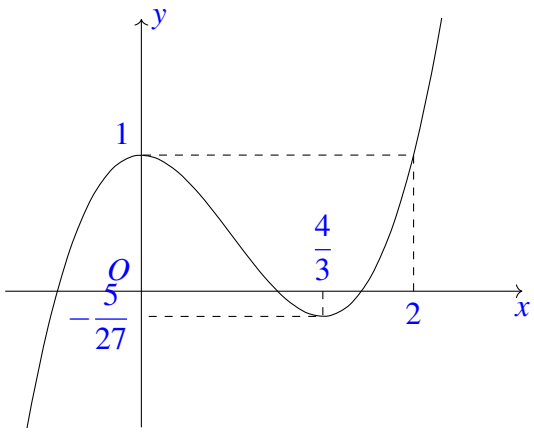
x	$-\infty$		0		$\dfrac{4}{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\dfrac{5}{27}$	$\nearrow$	$+\infty$

- Đồ thị: (Hình 2.46)

2) Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\begin{aligned}&x^3-2x^2+(1-m)x+m=0\\&\Leftrightarrow(x-1)\left(x^2-x-m\right)=0\\&\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=1\\x^2-x-m=0\quad(*).\end{bmatrix}\end{aligned}$$

Đồ thị của hàm số (1) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt, khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt, khác 1.



Hình 2.46:

Ký hiệu $g(x)=x^2-x-m$; $x_1=1$; x_2 và x_3 là các nghiệm của $(*)$.
Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi:

$$\begin{cases}\Delta>0\\ g(1)\neq 0\\ x_2^2+x_3^2<3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1+4m>0\\ -m\neq 0\\ 1+2m<3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\frac{1}{4}<m<1\\ m\neq 0.\end{cases}$$

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\dfrac{(1+\sin x+\cos 2x)\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)}{1+\tan x}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\cos x$.

2) Giải bất phương trình $\dfrac{x-\sqrt{x}}{1-\sqrt{2(x^2-x+1)}}\geq 1$.

Lời giải.

1) Điều kiện: $\cos x\neq 0$ và $1+\tan x\neq 0$.
Khi đó, phương trình đã cho tương đương:

$$\begin{aligned}&\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)(1+\sin x+\cos 2x)=(1+\tan x)\cos x\\ \Leftrightarrow\ &(\sin x+\cos x)(1+\sin x+\cos 2x)=\frac{\sin x+\cos x}{\cos x}\cos x\Leftrightarrow \sin x+\cos 2x=0\\ \Leftrightarrow\ &2\sin^2 x-\sin x-1=0\Leftrightarrow \sin x=1\text{ (loại) hoặc }\sin x=-\frac{1}{2}\\ \Leftrightarrow\ &x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\text{ hoặc }x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi\quad(k\in\mathbb{Z}).\end{aligned}$$

2) Điều kiện: $x\geq 0$.
Ta có: $\sqrt{2(x^2-x+1)}=\sqrt{x^2+(x-1)^2+1}>1$, suy ra $1-\sqrt{2(x^2-x+1)}<0$.
Do đó, bất phương trình đã cho tương đương với: $\sqrt{2(x^2-x+1)}\leq 1-x+\sqrt{x}$. (1)
Mặt khác $\sqrt{2(x^2-x+1)}=\sqrt{2(1-x)^2+2(\sqrt{x})^2}\geq 1-x+\sqrt{x}$. (2)
Do đó: $(1)\Leftrightarrow\sqrt{2(x^2-x+1)}=1-x+\sqrt{x}$. (3)
Để ý rằng:

- Dấu bằng ở (2) xảy ra chỉ khi: $1-x=\sqrt{x}$ đồng thời $1-x+\sqrt{x}\geq 0$.
- $1-x=\sqrt{x}$ kéo theo $1-x+\sqrt{x}\geq 0$.

Do đó

$$\begin{aligned}(3)&\Leftrightarrow 1-x=\sqrt{x}\\&\Leftrightarrow\begin{cases}1-x\geq 0\\(1-x)^2=x\end{cases}\\&\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq 1\\x^2-3x+1=0\end{cases}\\&\Leftrightarrow x=\frac{3-\sqrt{5}}{2},\text{ thỏa mãn điều kiện } x\geq 0.\end{aligned}$$

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I=\int\limits_0^1\frac{x^2+\mathrm{e}^x+2x^2\mathrm{e}^x}{1+2\mathrm{e}^x}\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

$I=\int\limits_0^1\left(x^2+\frac{\mathrm{e}^x}{1+2\mathrm{e}^x}\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 x^2\,\mathrm{d}x+\int\limits_0^1\frac{\mathrm{e}^x}{1+2\mathrm{e}^x}\,\mathrm{d}x.$

Ta có: $\int\limits_0^1 x^2\,\mathrm{d}x=\frac{1}{3}x^3\Big|_0^1=\frac{1}{3}$ và $\int\limits_0^1\frac{\mathrm{e}^x}{1+2\mathrm{e}^x}\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_0^1\frac{\mathrm{d}(1+2\mathrm{e}^x)}{1+2\mathrm{e}^x}$.

Suy ra $I=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\ln(1+2\mathrm{e}^x)\Big|_0^1=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\ln\frac{1+2\mathrm{e}}{3}=\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\ln\frac{1+2\mathrm{e}}{3}$.

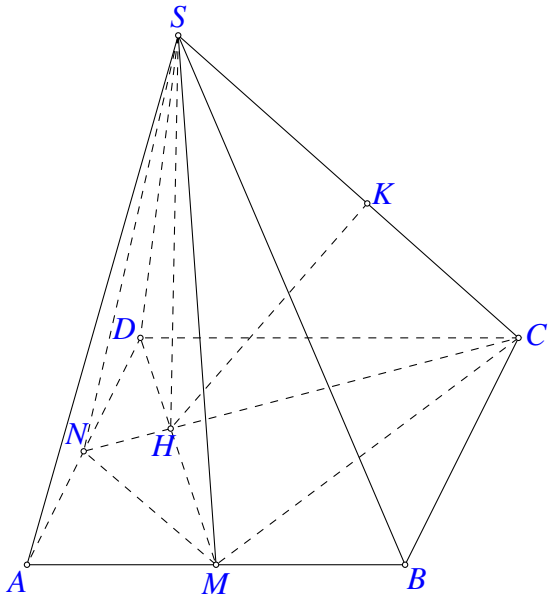
Bài 4 (1.0). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD; H là giao điểm của CN với DM. Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.CDNM$ và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DM và SC theo a.

Lời giải.

- Thể tích khối chóp $S.CDNM$.

$$\begin{aligned}S_{CDNM}&=S_{ABCD}-S_{AMN}-S_{BCM}\\&=AB^2-\frac{1}{2}AM.AN-\frac{1}{2}BC.BM\\&=a^2-\frac{a^2}{8}-\frac{a^2}{4}=\frac{5a^2}{8}.\\V_{S.CDNM}&=\frac{1}{3}S_{CDNM}.SH=\frac{5\sqrt{3}a^3}{24}.\end{aligned}$$

- Khoảng cách giữa hai đường thẳng DMvà SC.
  $\triangle ADM=\triangle DCN\Rightarrow\widehat{ADM}=\widehat{DCN}\Rightarrow DM\perp CN$, kết hợp với $DM\perp SH$, suy ra $DM\perp(SHC)$.



Hình 2.47:

Hạ $HK \perp SC$ $(K \in SC)$, suy ra HK là đoạn vuông góc chung của DM và SC, do đó: $\mathrm{d}(DM,SC) = HK$.

Ta có: $HC = \dfrac{CD^2}{CN} = \dfrac{2a}{\sqrt{5}}$ và $HK = \dfrac{SH.HC}{\sqrt{SH^2+HC^2}} = \dfrac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{19}}$, do đó: $\mathrm{d}(DM,SC) = \dfrac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{19}}$.

Bài 5 (1.0). Giải hệ phương trình $\begin{cases}(4x^2+1)x+(y-3)\sqrt{5-2y}=0\\ 4x^2+y^2+2\sqrt{3-4x}=7\end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

Điều kiện: $x \le \dfrac{3}{4}$; $y \le \dfrac{5}{2}$.

Phương trình thứ nhất của hệ tương đương với: $\left(4x^2+1\right)2x = (5-2y+1)\sqrt{5-2y}$. (1)

Nhận xét: (1) có dạng $f(2x) = f(\sqrt{5-2y})$, với $f(t) = \left(t^2+1\right)t$.

Ta có $f'(t) = 3t^2+1 > 0$, suy ra f đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó: $(1) \Leftrightarrow 2x = \sqrt{5-2y} \Leftrightarrow \begin{cases}x \ge 0\\ y = \dfrac{5-4x^2}{2}.\end{cases}$

Thế vào phương trình thứ hai của hệ, ta được: $4x^2 + \left(\dfrac{5}{2}-2x^2\right)^2 + 2\sqrt{3-4x} - 7 = 0$. (2)

Nhận thấy $x = 0$ và $x = \dfrac{3}{4}$ không phải là nghiệm của (2).

Xét hàm $g(x) = 4x^2 + \left(\dfrac{5}{2}-2x^2\right)^2 + 2\sqrt{3-4x} - 7$, trên khoảng $\left(0;\dfrac{3}{4}\right)$.

$g'(x) = 8x - 8x\left(\dfrac{5}{2}-2x^2\right) - \dfrac{4}{\sqrt{3-4x}} = 4x\left(4x^2-3\right) - \dfrac{4}{\sqrt{3-4x}} < 0$, suy ra hàm $g(x)$ nghịch biến. Mặt khác $g\left(\dfrac{1}{2}\right) = 0$, do đó (2) có nghiệm duy nhất $x = \dfrac{1}{2}$; suy ra $y = 2$.

Vậy, hệ đã cho có nghiệm: $(x;y)=\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Bài 6 (2.0). 1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1\colon \sqrt{3}x+y=0$ và $d_2\colon \sqrt{3}x-y=0$. Gọi (T) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại A, cắt d_2 tại hai điểm B và C sao cho tam giác ABC vuông tại B. Viết phương trình của (T), biết tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm A có hoành độ dương.

2) Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y+z=0$. Gọi C là giao điểm của Δ với (P), M là điểm thuộc Δ. Tính khoảng cách từ M đến (P), biết $MC=\sqrt{6}$.

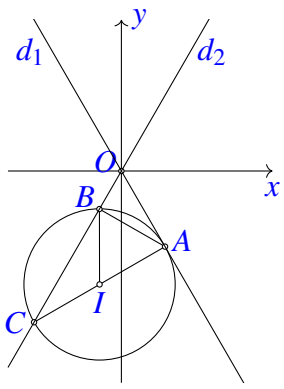
Lời giải.

1) d_1 và d_2 cắt nhau tại O, $\cos(d_1,d_2)=\dfrac{\left|\sqrt{3}.\sqrt{3}-1.1\right|}{\sqrt{3+1}.\sqrt{3+1}}=\dfrac{1}{2}$ và tam giác OAB vuông tại B, do đó $\widehat{AOB}=60^\circ\Rightarrow\widehat{BAC}=60^\circ$.

Ta có: $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC.\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{4}(OA.\sin 60^\circ).(OA.\tan 60^\circ)=\dfrac{3\sqrt{3}}{8}OA^2$.

Do đó: $S_{ABC}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, suy ra $OA^2=\dfrac{4}{3}$.

Tọa độ $A(x;y)$ với $x>0$, thỏa mãn hệ: $\begin{cases}\sqrt{3}x+y=0\\ x^2+y^2=\dfrac{4}{3}\end{cases}\Rightarrow A\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}};-1\right)$.



Đường thẳng AC đi qua A và vuông góc với d_2, suy ra AC có phương trình: $\sqrt{3}x-3y-4=0$.

Tọa độ $C(x;y)$ thỏa mãn hệ: $\begin{cases}\sqrt{3}x-y=0\\ \sqrt{3}x-3y-4=0\end{cases}\Rightarrow C\left(\dfrac{-2}{\sqrt{3}};-2\right)$.

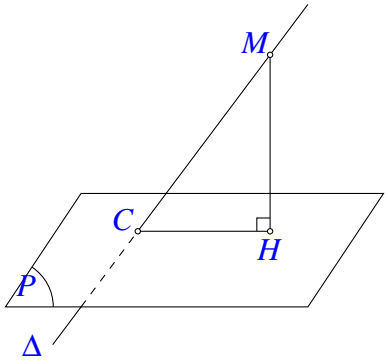
Đường tròn (T) có đường kính AC, suy ra tâm của (T) là $I\left(\dfrac{-1}{2\sqrt{3}};-\dfrac{3}{2}\right)$ và bán kính $IA=1$.

Phương trình (T): $\left(x+\dfrac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2+\left(y+\dfrac{3}{2}\right)^2=1$.

2) Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(2;1;-1)$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;1)$. Gọi H là hình chiếu của M trên (P), ta có $\cos\widehat{HMC}=|\cos(\vec{v},\vec{n})|$.

Do đó

$$\mathrm{d}(M,(P)) = MH = MC.\cos\widehat{HMC} = MC.|\cos(\vec{v},\vec{n})| = \sqrt{6}\cdot\frac{|2-2-1|}{\sqrt{6}.\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}}.$$



Hình 2.48:

Bài 7 (1.0). Tìm phần ảo của số phức z, biết $\overline{z} = (\sqrt{2}+i)^2(1-\sqrt{2}i)$.

Lời giải.

Ta có: $\overline{z} = (1+2\sqrt{2}i)(1-\sqrt{2}i) = 5+\sqrt{2}i$. Suy ra: $z = 5-\sqrt{2}i$.
Phần ảo của số phức z bằng: $-\sqrt{2}$.

Bài 8 (2.0). 1) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A có đỉnh $A(6;6)$; đường thẳng đi qua trung điểm của các cạnh AB và AC có phương trình $x+y-4=0$. Tìm toạ độ các đỉnh B và C, biết điểm $E(1;-3)$ nằm trên đường cao đi qua đỉnh C của tam giác đã cho.

2) Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;-2)$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z+3}{2}$. Tính khoảng cách từ A đến Δ. Viết phương trình mặt cầu tâm A, cắt Δ tại hai điểm B và C sao cho $BC = 8$.

Lời giải.

1) Gọi H là trung điểm của BC, D là trung điểm AH, ta có $AH \perp BC$.
Do đó tọa độ $D(x;y)$ thỏa mãn hệ:

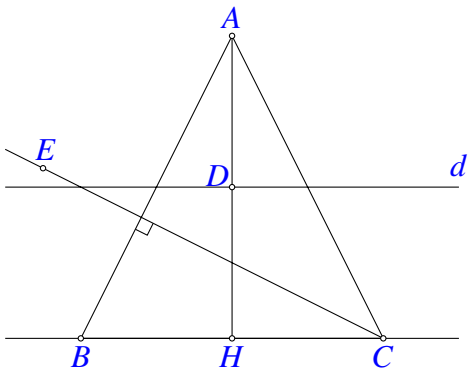
$$\begin{cases} x+y-4=0 \\ x-y=0 \end{cases} \Rightarrow D(2;2) \Rightarrow H(-2;-2).$$

Đường thẳng BC đi qua H và song song d, suy ra BC có phương trình: $x+y+4=0$.
Điểm B, C thuộc đường thẳng $BC\colon x+y+4=0$ và B, C đối xứng nhau qua $H(-2;-2)$, do

đó tọa độ B, C có dạng: $B(t;-4-t)$, $C(-4-t;t)$. Điểm $E(1;-3)$ nằm trên đường cao đi qua đỉnh C của tam giác ABC, suy ra:

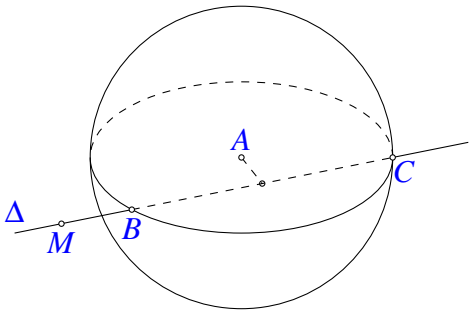
$$\begin{aligned}&\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CE}=0\\ \Leftrightarrow\ &(t-6)(5+t)+(-10-t)(-3-t)=0\\ \Leftrightarrow\ &2t^2+12t=0\Leftrightarrow t=0 \text{ hoặc } t=-6.\end{aligned}$$

Ta được: $B(0;-4)$, $C(-4;0)$ hoặc $B(-6;2)$, $C(2;-6)$.



Hình 2.49:

2) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-2;2;-3)$, nhận $\vec{v}=(2;3;2)$ làm vectơ chỉ phương.
Ta có: $\overrightarrow{MA}=(2;-2;1)$, $\left[\vec{v},\overrightarrow{MA}\right]=(7;2;-10)$.
Suy ra: $\mathrm{d}(A,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\vec{v},\overrightarrow{MA}\right]\right|}{|\vec{v}|}=\dfrac{\sqrt{49+4+100}}{\sqrt{4+9+4}}=3$.



Hình 2.50:

Gọi (S) là mặt cầu tâm A, cắt Δ tại B và C sao cho $BC=8$.
Suy ra bán kính của (S) là: $R=5$. Phương trình (S): $x^2+y^2+(z+2)^2=25$.

Bài 9 (1.0). Cho số phức z thỏa mãn $\overline{z}=\dfrac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i}$. Tìm môđun của số phức $\overline{z}+iz$.

Lời giải.

Ta có: $(1-\sqrt{3}i)^3 = -8$. Do đó $\overline{z} = \dfrac{-8}{1-i} = -4-4i$, suy ra $z = -4+4i$.
Khi đó $\overline{z}+iz = -4-4i+(-4+4i)i = -8-8i$.
Vậy: $|\overline{z}+iz| = 8\sqrt{2}$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2010
Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2) Tìm m để đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng $\sqrt{3}$ (O là gốc tọa độ).

Lời giải.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

- Tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.
- Sự biến thiên:
  - Chiều biến thiên: $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0,\ \forall x\neq -1$.
    Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.
  - Giới hạn và tiệm cận:
    + $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}y=2$; tiệm cận ngang: $y=2$.
    + $\lim\limits_{x\to(-1)^-}y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^+}y=-\infty$; tiệm cận đứng: $x=-1$.
  - Bảng biến thiên:

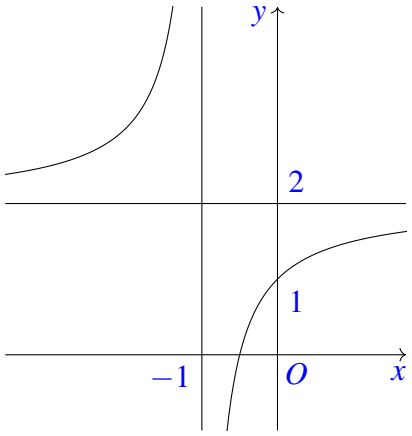
x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	2

- Đồ thị (Hình 2.51)

2) Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+1}{x+1}=-2x+m$

$\Leftrightarrow\ 2x+1=(x+1)(-2x+m)$ (do $x=-1$ không là nghiệm phương trình)
$\Leftrightarrow\ 2x^2+(4-m)x+1-m=0\quad(1)$.

Vì $\Delta=m^2+8>0$ với mọi m nên đường thẳng $y=-2x+m$ luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B với mọi m.
Gọi $A(x_1;y_1)$ và $B(x_2;y_2)$, trong đó x_1 và x_2 là các nghiệm của (1); $y_1=-2x_1+m$ và



Hình 2.51:

$y_2 = -2x_2 + m$.

Ta có $\mathrm{d}(O,AB) = \dfrac{|m|}{\sqrt{5}}$ và

$$AB = \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2} = \sqrt{5(x_1+x_2)^2-20x_1x_2} = \frac{\sqrt{5(m^2+8)}}{2}.$$

Do đó $\mathrm{S}_{OAB} = \dfrac{1}{2}AB.\mathrm{d}(O,AB) = \dfrac{|m|\sqrt{m^2+8}}{4}$, suy ra $\dfrac{|m|\sqrt{m^2+8}}{4} = \sqrt{3} \Leftrightarrow m = \pm 2$.

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $(\sin 2x + \cos 2x)\cos x + 2\cos 2x - \sin x = 0$.

2) Giải phương trình $\sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} + 3x^2 - 14x - 8 = 0 \quad (x \in \mathbb{R})$.

Lời giải.

1) Phương trình đã cho tương đương với $2\sin x\cos^2 x - \sin x + \cos 2x\cos x + 2\cos 2x = 0$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \cos 2x\sin x + (\cos x + 2)\cos 2x = 0\\
&\Leftrightarrow (\sin x + \cos x + 2)\cos 2x = 0\\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x + \cos x + 2 = 0 \text{ (phương trình vô nghiệm)}\\ \cos 2x = 0\end{array}\right.\\
&\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).
\end{aligned}$$

2) Điều kiện: $-\dfrac{1}{3} \le x \le 6$.

Phương trình đã cho tương đương với $(\sqrt{3x+1}-4) + (1-\sqrt{6-x}) + 3x^2 - 14x - 5 = 0$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow \frac{3(x-5)}{\sqrt{3x+1}+4} + \frac{x-5}{\sqrt{6-x}+1} + (x-5)(3x+1) = 0\\
&\Leftrightarrow (x-5)\left(\frac{3}{\sqrt{3x+1}+4} + \frac{1}{\sqrt{6-x}+1} + 3x+1\right) = 0
\end{aligned}$$

Vì $\dfrac{3}{\sqrt{3x+1}+4}+\dfrac{1}{\sqrt{6-x}+1}+3x+1>0\ \forall x\in\left[-\dfrac{1}{3};6\right]$ nên phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x=5$.

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}}\dfrac{\ln x}{x(2+\ln x)^2}\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

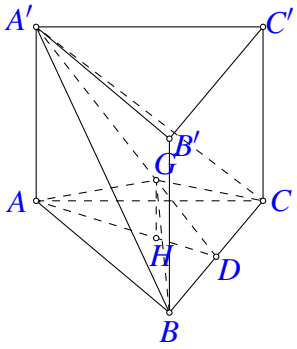
Đặt $t=2+\ln x$, ta có $\mathrm{d}t=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x$.

Đổi cận $x=1\Rightarrow t=2$, $x=\mathrm{e}\Rightarrow t=3$.

Khi đó $I=\displaystyle\int_2^3\dfrac{t-2}{t^2}\mathrm{d}t=\int_2^3\dfrac{1}{t}\mathrm{d}t-2\int_2^3\dfrac{1}{t^2}\mathrm{d}t=\ln t\Big|_2^3+\dfrac{2}{t}\Big|_2^3=-\dfrac{1}{3}+\ln\dfrac{3}{2}$.

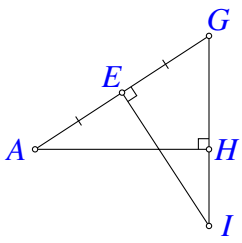
Bài 4 (1.0). Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60°. Gọi G là trọng tâm tam giác $A'BC$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $GABC$ theo a.

Lời giải.



Hình 2.52:

- Thể tích khối lăng trụ.
  Gọi D là trung điểm BC, ta có $BC\perp AD\Rightarrow BC\perp A'D$, suy ra $\widehat{ADA'}=60^\circ$.
  Ta có $AA'=AD.\tan\widehat{ADA'}=\dfrac{3a}{2}$; $\mathrm{S}_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.
  Do đó $\mathrm{V}_{ABC.A'B'C'}=\mathrm{S}_{ABC}.AA'=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.
- Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $GABC$.
  Gọi H là trọng tâm tam giác ABC, suy ra $GH\ /\!/\ A'A\Rightarrow GH\perp(ABC)$.
  Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $GABC$, ta có I là giao điểm của GH với trung trực của AG trong mặt phẳng (AGH).
  Gọi E là trung điểm AG, ta có $R=GI=\dfrac{GE.GA}{GH}=\dfrac{GA^2}{2GH}$.



Hình 2.53:

Ta có $GH=\dfrac{AA'}{3}=\dfrac{a}{2}$; $AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$; $GA^2=GH^2+AH^2=\dfrac{7a^2}{12}$.

Do đó $R=\dfrac{7a^2}{2.12}\cdot\dfrac{2}{a}=\dfrac{7a}{12}$.

Bài 5 (1.0). Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn: $a+b+c=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M=3\left(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\right)+3(ab+bc+ca)+2\sqrt{a^2+b^2+c^2}.$$

Lời giải.

Ta có $M\geq(ab+bc+ca)^2+3(ab+bc+ca)+2\sqrt{1-2(ab+bc+ca)}$.

Đặt $t=ab+bc+ca$, ta có $0\leq t\leq\dfrac{(a+b+c)^2}{3}=\dfrac{1}{3}$.

Xét hàm $f(t)=t^2+3t+2\sqrt{1-2t}$ trên $\left[0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Ta có $f'(t)=2t+3-\dfrac{2}{\sqrt{1-2t}}$;

$f''(t)=2-\dfrac{2}{\sqrt{(1-2t)^3}}\leq 0$, dấu bằng chỉ xảy ra tại $t=0$; suy ra $f'(t)$ nghịch biến.

Xét trên đoạn $\left[0;\dfrac{1}{3}\right]$ ta có $f'(t)\geq f'\left(\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{11}{3}-2\sqrt{3}>0$, suy ra $f(t)$ đồng biến.

Do đó $f(t)\geq f(0)=2$, $\forall t\in\left[0;\dfrac{1}{3}\right]$.

Vì thế $M\geq f(t)\geq 2$, $\forall t\in\left[0;\dfrac{1}{3}\right]$; $M=2$ khi $ab=bc=ca$, $ab+bc+ca=0$ và $a+b+c=1$.

Suy ra $(a;b;c)$ là một trong các bộ số $(1;0;0)$, $(0;1;0)$, $(0;0;1)$.

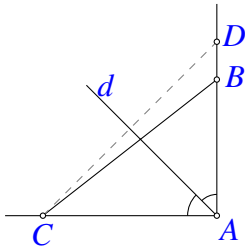
Vậy giá trị nhỏ nhất của M là 2.

Bài 6 (2.0). 1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A, có đỉnh $C(-4;1)$, phân giác trong góc A có phương trình $x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng BC, biết diện tích tam giác ABC bằng 24 và đỉnh A có hoành độ dương.

2) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, trong đó b, c dương và mặt phẳng $(P)\colon y-z+1=0$. Xác định b và c, biết mặt phẳng (ABC) vuông

góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{1}{3}$.

Lời giải.



Hình 2.54:

1) Gọi D là điểm đối xứng của $C(-4;1)$ qua $d\colon x+y-5=0$, suy ra tọa độ $D(x;y)$ thỏa mãn hệ phương trình:
$$\begin{cases}(x+4)-(y-1)=0\\ \dfrac{x-4}{2}+\dfrac{y+1}{2}-5=0\end{cases}\Rightarrow D(4;9).$$
Điểm A thuộc đường tròn đường kính CD, nên tọa độ $A(x;y)$ thỏa mãn:
$$\begin{cases}x+y-5=0\\ x^2+(y-5)^2=32\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=5-x\\ x^2=16\end{cases}\text{ với } x>0,\text{ suy ra } A(4;1).$$
Do đó $AC=8\Rightarrow AB=\dfrac{2.S_{ABC}}{AC}=6$.
Mà B thuộc đường thẳng $AD\colon x=4$ nên tọa độ $B(4;y)$ thỏa mãn $AB=6\Rightarrow(y-1)^2=36$.
Suy ra $B(4;7)$ hoặc $B(4;-5)$.
Do d là phân giác trong của góc A nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$ cùng hướng, suy ra $B(4;7)$.
Do đó, đường thẳng BC có phương trình $3x-4y+16=0$.

2) Mặt phẳng (ABC) có phương trình: $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.
Mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon y-z+1=0$, suy ra $\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{c}=0\quad(1)$.
Ta có $\mathrm{d}(O,(ABC))=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow\dfrac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}=8\quad(2)$.
Từ (1), (2) và do $b,c>0$ suy ra $b=c=\dfrac{1}{2}$.

Bài 7 (1.0). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn
$$|z-i|=|(1+i)z|.$$

Lời giải.

Biểu diễn số phức $z=x+yi$ bởi điểm $M(x;y)$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy, ta có:

$$\begin{aligned}|z-i|=|(1+i)z| &\Leftrightarrow |x+(y-1)i|=|(x-y)+(x+y)i|\\ &\Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=(x-y)^2+(x+y)^2\\ &\Leftrightarrow x^2+y^2+2y-1=0.\end{aligned}$$

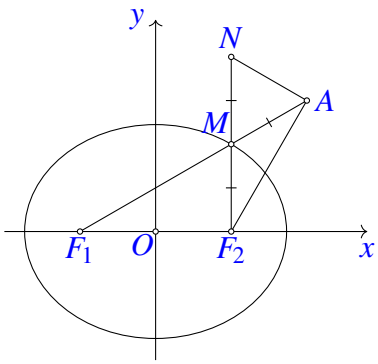
Tập hợp điểm M biểu diễn các số phức z là đường tròn có phương trình: $x^2+(y+1)^2=2$.

Bài 8 (2.0). 1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A\left(2;\sqrt{3}\right)$ và elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1$. Gọi F_1 và F_2 là các tiêu điểm của (E) (F_1 có hoành độ âm); M là giao điểm có tung độ dương của đường thẳng AF_1 với (E); N là điểm đối xứng của F_2 qua M. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ANF_2.

2) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{2}$. Xác định tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến Δ bằng OM.

Lời giải.

1)



Hình 2.55:

Nhận thấy: $F_1(-1;0)$ và $F_2(1;0)$.

Đường thẳng AF_1 có phương trình: $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y}{\sqrt{3}}$.

Vì M là giao điểm có tung độ dương của AF_1 với (E) nên $M\left(1;\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)\Rightarrow MA=MF_2=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Do N là điểm đối xứng của F_2 qua M nên $MF_2=MN$, suy ra $MA=MF_2=MN$.

Do đó đường tròn (T) ngoại tiếp tam giác ANF_2 là đường tròn tâm M, bán kính MF_2.

Vậy phương trình (T) là $(x-1)^2+\left(y-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2=\dfrac{4}{3}$.

2) Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(0;1;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(2;1;2)$.

Do M thuộc trục hoành, nên M có tọa độ $(t;0;0)$, suy ra $\overrightarrow{AM}=(t;-1;0)$

Khi đó $\left[\vec{v},\overrightarrow{AM}\right]=(2;2t;-t-2)\Rightarrow \mathrm{d}(M,\Delta)=\dfrac{\left|\left[\vec{v},\overrightarrow{AM}\right]\right|}{|\vec{v}|}=\dfrac{\sqrt{5t^2+4t+8}}{3}$.

Ta có: $\mathrm{d}(M,\Delta)=OM\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{5t^2+4t+8}}{3}=|t|\Leftrightarrow t^2-t-2=0\Leftrightarrow t=-1$ hoặc $t=2$.

Vậy $M(-1;0;0)$ hoặc $M(2;0;0)$.

Bài 9 (1.0). Giải hệ phương trình $\begin{cases}\log_2(3y-1)=x\\4^x+2^x=3y^2\end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

Điều kiện $y>\dfrac{1}{3}$, phương trình thứ nhất của hệ cho ta: $3y-1=2^x$.

Do đó, hệ đã cho tương đương với $\begin{cases}3y-1=2^x\\(3y-1)^2+3y-1=3y^2\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3y-1=2^x\\6y^2-3y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2^x=\dfrac{1}{2}\\y=\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$$

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2010
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=-x^4-x^2+6$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y=\frac{1}{6}x-1$.

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**) Khảo sát hàm số $y=-x^4-x^2+6$.

- Tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.
- Sự biến thiên:
  - Đạo hàm
  $$y'=-4x^3-2x=-2x(2x^2+1);\ y'=0\Leftrightarrow x=0.$$
  - Giới hạn của hàm số tại vô cực
  $$\lim_{x\to-\infty}y=-\infty;\ \lim_{x\to+\infty}y=-\infty.$$
  - Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	6	↘	$-\infty$

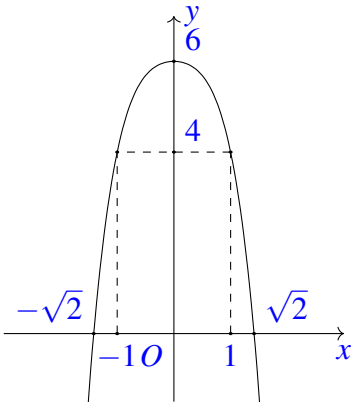
  Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.
  - Cực trị: hàm số đạt cực đại tại $x=0$, $y_{CĐ}=6$; hàm số không có điểm cực tiểu.
- Đồ thị (Hình 2.56)

2) (**1,0 điểm**)

Do tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y=\frac{1}{6}x-1$, nên tiếp tuyến có hệ số góc bằng -6.
Do đó, hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình

$$-4x^3-2x=-6\Leftrightarrow x=1.$$

Suy ra tọa độ tiếp điểm là $(1;4)$.
Vậy phương trình tiếp tuyến là $y=-6(x-1)+4$ hay $y=-6x+10$.



Hình 2.56:

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\sin 2x - \cos 2x + 3\sin x - \cos x - 1 = 0$.

2) Giải phương trình $4^{2x+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3} = 4^{2+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3+4x-4}$.

Lời giải.

1) Giải phương trình $\sin 2x - \cos 2x + 3\sin x - \cos x - 1 = 0$.

$$\begin{aligned}
&\sin 2x - \cos 2x + 3\sin x - \cos x - 1 = 0\\
\Leftrightarrow\ &2\sin x\cos x - \cos x - \left(1 - 2\sin^2 x\right) + 3\sin x - 1 = 0\\
\Leftrightarrow\ &(2\sin x - 1)(\cos x + \sin x + 2) = 0\\
\Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l} 2\sin x - 1 = 0\\ \cos x + \sin x + 2 = 0 \text{ (vô nghiệm)}\end{array}\right.\\
\Leftrightarrow\ &\sin x = \frac{1}{2}\\
\Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi\\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi\end{array}\right., k \in \mathbb{Z}.
\end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$, $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

2) Giải phương trình $4^{2x+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3} = 4^{2+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3+4x-4}$.
Điều kiện $x \geq -2$.

$$\begin{aligned}
4^{2x+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3} = 4^{2+\sqrt{x+2}} + 2^{x^3+4x-4} \ &\Leftrightarrow\ \left(2^{4x} - 2^4\right)\left(2^{2\sqrt{x+2}} - 2^{x^3-4}\right) = 0\\
&\Leftrightarrow\ \left[\begin{array}{l} 2^{4x} - 2^4 = 0\\ 2^{2\sqrt{x+2}} - 2^{x^3-4} = 0\end{array}\right.\\
&\Leftrightarrow\ \left[\begin{array}{l} x = 1\\ 2\sqrt{x+2} = x^3 - 4. \qquad (1)\end{array}\right.
\end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x)=2\sqrt{x+2}-x^3+4$, trên $\left[\sqrt[3]{4};+\infty\right)$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+2}}-3x^2<0$. Suy ra $f(x)$ nghịch biến trên $\left[\sqrt[3]{4};+\infty\right)$.

Mặt khác $f(2)=0$ nên $x=2$ là nghiệm của (1). Suy ra phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x=2$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x=1$; $x=2$.

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}}\left(2x-\frac{3}{x}\right)\ln x\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Ta có

$$I=\int_1^{\mathrm{e}}\left(2x-\frac{3}{x}\right)\ln x\,\mathrm{d}x=\int_1^{\mathrm{e}}2x\ln x\,\mathrm{d}x-3\int_1^{\mathrm{e}}\frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x.$$

- Đặt $u=\ln x$ và $\mathrm{d}v=2x\,\mathrm{d}x$ thì $\mathrm{d}u=\dfrac{\mathrm{d}x}{x}$ và $v=x^2$. Khi đó

$$\int_1^{\mathrm{e}}2x\ln x\,\mathrm{d}x=\left(x^2\ln x\right)\Big|_1^{\mathrm{e}}-\int_1^{\mathrm{e}}x\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^2-\frac{x^2}{2}\Big|_1^{\mathrm{e}}=\frac{\mathrm{e}^2+1}{2}.$$

- $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}}\frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x=\int_1^{\mathrm{e}}\ln x\,\mathrm{d}(\ln x)=\frac{1}{2}\ln^2 x\Big|_1^{\mathrm{e}}=\frac{1}{2}.$

Vậy $I=\dfrac{\mathrm{e}^2}{2}-1$.

Bài 4 (1.0). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=a$; hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn AC, $AH=\dfrac{AC}{4}$. Gọi CM là đường cao của tam giác SAC. Chứng minh M là trung điểm của SA và tính thể tích khối tứ diện $SMBC$ theo a.

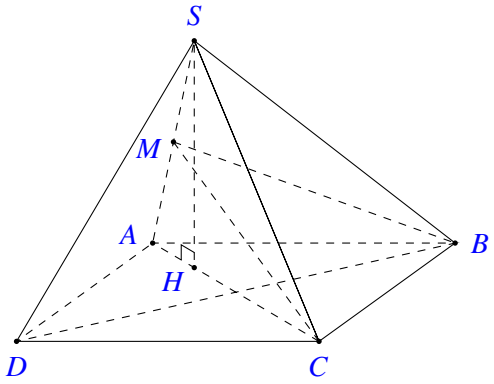
Lời giải.

- Chứng minh M là trung điểm SA.

Ta có

$$AH=\frac{a\sqrt{2}}{4},\ SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\frac{a\sqrt{14}}{4};$$
$$HC=\frac{3a\sqrt{2}}{4},\ SC=\sqrt{SH^2+HC^2}=a\sqrt{2}$$
$$\Rightarrow\ SC=AC.$$

Tam giác SAC cân tại C. Suy ra C là trung điểm của SA.



Hình 2.57:

Tính $V_{S.ABC}$

M là trung điểm $SA \Rightarrow S_{SCM} = \frac{1}{2}S_{SCA}$.

Khi đó $V_{SBCM} = V_{B.SCM} = \frac{1}{2}V_{B.SCA} = \frac{1}{2}$.

Vậy $V_{SBCM} = \frac{1}{6}S_{ABC}.SH = \frac{a^3\sqrt{14}}{48}$.

Bài 5 (1.0). Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{-x^2+4x+21} - \sqrt{-x^2+3x+10}$.

Lời giải.

Điều kiện $-2 \le x \le 5$.
Vì $\left(-x^2+4x+21\right) - \left(-x^2+3x+10\right) = x+11 > 0$ nên $y > 0, \forall x \in [-2;5]$.
Ta có

$$\begin{aligned} y^2 &= (x+3)(7-x)+(x+2)(5-x)-2\sqrt{(x+3)(7-x)(x+2)(5-x)} \\ &= (\sqrt{(x+3)(5-x)} - \sqrt{(x+2)(7-x)})^2 + 2 \ge 2. \end{aligned}$$

Suy ra $y \ge \sqrt{2}, \forall x \in [-2;5]$; dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = \frac{1}{3}$.
Vậy giá trị nhỏ nhất của y là $\sqrt{2}$.

PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

23. Theo chương trình Chuẩn

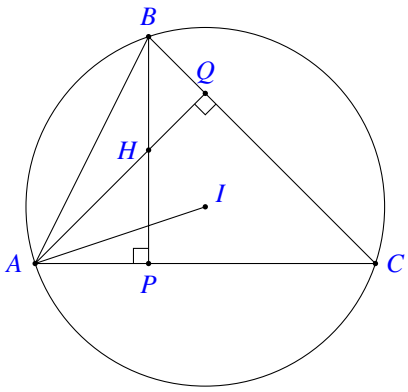
Bài 6 (2.0). 1) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(3;-7)$, trực tâm là $H(3;-1)$, tâm đường tròn ngoại tiếp là $I(-2;0)$. Xác định tọa độ đỉnh C, biết C có hoành độ dương.

2) Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và $(Q): x-y+$

$z-1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) vuông góc với (P) và (Q) sao cho khoảng cách từ O đến (R) bằng 2.

Lời giải.

1) Hình vẽ tham khảo (Hình 2.58).
Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình $(x+2)^2+y^2=74$.



Hình 2.58:

Đường thẳng AH có phương trình là $x=3$ và $BC\perp AH$ nên phương trình BC có dạng $y=a(a\neq -7$, do BC không đi qua $A)$. Do đó hoành độ B, C thỏa mãn phương trình

$$(x+2)^2+a^2=74\Leftrightarrow x^2+4x+a^2-70=0. \quad (1)$$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, trong đó có ít nhất một nghiệm dương khi và chỉ khi $|a|<\sqrt{70}$.
Do C có hoành độ dương nên $B\left(-2-\sqrt{74-a^2};a\right)$ và $C\left(-2+\sqrt{74-a^2};a\right)$.
Ta có

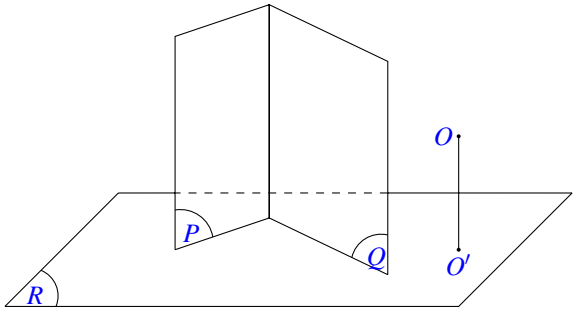
$$\begin{aligned} AC\perp BH &\Leftrightarrow \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BH}=0\\ &\Leftrightarrow \left(\sqrt{74-a^2}-5\right)\left(\sqrt{74-a^2}+5\right)+(a+7)(-1-a)=0\\ &\Leftrightarrow a^2+4a-21=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} a=-7 & \text{(loại)}\\ a=3 & \text{(thỏa mãn).}\end{array}\right.\end{aligned}$$

Vậy $C(-2+\sqrt{65};3)$.

2) Hình vẽ tham khảo (Hình2.59).
Ta có vectơ pháp tuyến của (P) và (Q) lần lượt là $\vec{n}_P=(1;1;1)$ và $\vec{n}_Q=(1;-1;1)$, suy ra $[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]=(2;0;-2)$ là vectơ pháp tuyến của (R).
Suy ra mặt phẳng (R) có phương trình dạng $x-z+D=0$.
Theo đề

$$\mathrm{d}(O,(R))=2 \Leftrightarrow \frac{|D|}{\sqrt{2}}=2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=2\sqrt{2}\\ D=-2\sqrt{2}.\end{array}\right.$$

Vậy phương trình mặt phẳng (R) cần tìm là $x-z+2\sqrt{2}=0$ hoặc $x-z-2\sqrt{2}=0$.



Hình 2.59:

Bài 7 (1.0). Tìm số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo.

Lời giải.

Giả sử $z=a+bi$ ($a,\,b\in\mathbb{R}$) , ta có $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$ và $z^2=a^2-b^2+2abi$.

z^2 là số thuần ảo $\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=2 \\ a^2-b^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=1 \\ b^2=1. \end{cases}$

Vậy các số phức cần tìm là $1+i$; $1-i$; $-1+i$; $-1-i$.

24. Theo chương trình Nâng cao

Bài 8 (2.0). 1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(0;2)$ và Δ là đường thẳng đi qua O. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên Δ. Viết phương trình đường thẳng Δ, biết khoảng cách từ H đến trục hoành bằng AH.

2) Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$ và $\Delta_2:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{2}$. Xác định tọa độ điểm M thuộc Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến Δ_2 bằng 1.

Lời giải.

1) Giả sử $H(a;b)$, ta có $AH^2=a^2+(b-2)^2$ và khoảng cách từ H đến trục hoành là $|b|$.
Khoảng cách từ H đến trục hoành bằng AH nên $a^2+(b-2)^2=b^2$.
H là hình chiếu vuông góc của A trên Δ nên H thuộc đường tròn đường kính OA. Suy ra $a^2+(b-1)^2=1$.

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a^2-4b+4=0 \\ a^2+b^2-2b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=4b-4 \\ b^2+2b-4 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=2\sqrt{\sqrt{5}-2} \\ b=\sqrt{5}-1) \end{cases} \\ \begin{cases} a=-2\sqrt{\sqrt{5}-2} \\ b=\sqrt{5}-1). \end{cases} \end{array}\right.$$

Suy ra $H(2\sqrt{\sqrt{5}-2};\sqrt{5}-1)$ hoặc $H(-2\sqrt{\sqrt{5}-2};\sqrt{5}-1)$.
Vậy phương trình đường thẳng Δ là

$$(\sqrt{5}-1)x-2\sqrt{\sqrt{5}-2}y=0 \text{hoặc} (\sqrt{5}-1)x+2\sqrt{\sqrt{5}-2}y=0.$$

2) Ta có $M\in\Delta_1$ nên $M(3+t;t;t)$.
Δ_2 đi qua $A(2;1;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{v}=(2;1;2)$.
Do đó $\overrightarrow{AM}=(t+1;t-1;t)$; $[\vec{v},\overrightarrow{AM}]=(2-t;2;t-3)$.
Ta có $\mathrm{d}(M,\Delta_2)=\dfrac{\left|[\vec{v},\overrightarrow{AM}]\right|}{|\vec{v}|}=\dfrac{\sqrt{2t^2-10t+17}}{3}$.
Theo dề

$$\mathrm{d}(M,\Delta_2)=1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2t^2-10t+17}}{3}=1 \Leftrightarrow t^2-5t+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=4. \end{array}\right.$$

Vậy $M(4;1;1)$ hoặc $M(7;4;4)$.

Bài 9 (1.0). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2-4x+y+2=0 \\ 2\log_2(x-2)-\log_{\sqrt{2}}y=0 \end{cases} (x,y\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x>2 \\ y>0. \end{cases}$
Ta có

$$\begin{cases} x^2-4x+y+2=0 \\ 2\log_2(x-2)-\log_{\sqrt{2}}y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-4x+y+2=0 \\ x-2=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x=0 \\ y=x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ y=-2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=3 \\ y=1. \end{cases} \end{array}\right.$$

Đối chiếu với điều kiện ta nhận $(x;y)=(3;1)$.
Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x;y)=(3;1)$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2011
Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=\dfrac{-x+1}{2x-1}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2) Chứng minh rằng với mọi m đường thẳng $y=x+m$ luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A và B. Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến của (C) đối với A và B. Tìm m để tổng k_1+k_2 đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải.

1) Xét hàm số $y=\dfrac{-x+1}{2x-1}$.

- Tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$.
- Sự biến thiên

  Đạo hàm $y'=\dfrac{-1}{(2x-1)^2}<0\ \forall x\in\mathscr{D}$.

  Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$ và $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

  Giới hạn và tiệm cận:

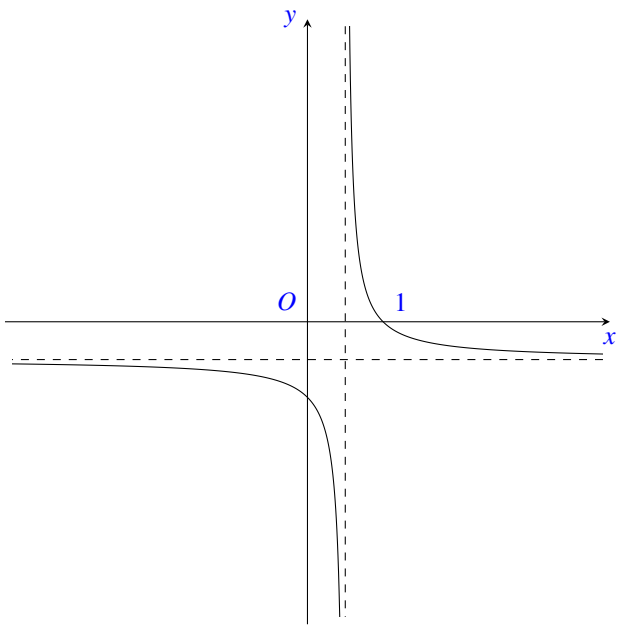
  $\lim\limits_{x\to-\infty}y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}y=-\dfrac{1}{2}$ nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y=-\dfrac{1}{2}$.

  $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+}y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là $x=\dfrac{1}{2}$.

  Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\dfrac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	$-\dfrac{1}{2}$	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	$-\dfrac{1}{2}$

- Đồ thị (Hình 2.60)



Hình 2.60:

2) Hoành độ giao điểm của $d\colon y=x+m$ và (C) là nghiệm của phương trình

$$\begin{aligned} & x+m=\frac{-x+1}{2x-1} \\ \Leftrightarrow\ & (x+m)(2x-1)=-x+1 \ (\text{do } x=\frac{1}{2} \text{ không là nghiệm}) \\ \Leftrightarrow\ & 2x^2+2mx-m-1=0. \quad (*) \end{aligned}$$

Có $\Delta'=m^2+2m+2>0\ \forall m\in\mathbb{R}$, suy ra d cắt (C) tại hai điểm phân biệt với mọi m.
Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của $(*)$, ta có

$$k_1+k_2=-\frac{1}{(2x_1-1)^2}-\frac{1}{(2x_2-1)^2}=-\frac{4(x_1+x_2)^2-8x_1x_2-4(x_1+x_2)+2}{[4x_1x_2-2(x_1+x_2)+1]^2}.$$

Theo định lý Vi-ét, suy ra: $k_1+k_2=-4m^2-8m-6=-4(m+1)^2-2\le -2$.
Suy ra k_1+k_2 lớn nhất bằng -2 khi $m=-1$.

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\dfrac{1+\sin 2x+\cos 2x}{1+\cot^2 x}=\sqrt{2}\sin x\sin 2x$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 5x^2y-4xy^2+3y^3-2(x+y)=0 \\ xy(x^2+y^2)+2=(x+y)^2 \end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

1) Điều kiện $\sin x\ne 0\Leftrightarrow x\ne k\pi, k\in\mathbb{Z}$.
Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} & (1+\sin 2x+\cos 2x)\sin^2 x=2\sqrt{2}\sin^2 x\cos x \\ \Leftrightarrow\ & 1+\sin 2x+\cos 2x=2\sqrt{2}\cos x \ (\text{do } \sin x\ne 0) \\ \Leftrightarrow\ & \cos x(\cos x+\sin x-\sqrt{2})=0. \end{aligned}$$

- Với $\cos x=0$, ta có $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$, thỏa mãn điều kiện.
- Với $\cos x+\sin x-\sqrt{2}=0\Leftrightarrow \sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi$, thỏa mãn điều kiện.

Vậy phương trình có nghiệm $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi; x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

2) $\begin{cases}5x^2y-4xy^2+3y^3-2(x+y)=0 \quad (1)\\ xy(x^2+y^2)+2=(x+y)^2 \quad (2)\end{cases}(x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có $(2)\Leftrightarrow (xy-1)(x^2+y^2-2)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}xy=1\\ x^2+y^2=2.\end{array}\right.$

- Với $xy=1$, từ (1) suy ra $y^4-2y^2+1=0\Leftrightarrow y=\pm1$.
  Suy ra $(x;y)=(1;1)$ hoặc $(x;y)=(-1;-1)$.
- Với $x^2+y^2=2$, từ (1) suy ra

$$\begin{aligned}&3y(x^2+y^2)-4xy^2+2x^2y-2(x+y)=0\\ \Leftrightarrow\ &6y-4xy^2+2x^2y-2(x+y)=0\\ \Leftrightarrow\ &(1-xy)(2y-x)=0\\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l}xy=1\ (\text{đã xét})\\ x=2y.\end{array}\right.\end{aligned}$$

Với $x=2y$, từ $x^2+y^2=2$ suy ra $5y^2=2\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.

Vậy ta có $(x;y)=\left(\dfrac{2\sqrt{10}}{5};\dfrac{\sqrt{10}}{5}\right)$ hoặc $(x;y)=\left(-\dfrac{2\sqrt{10}}{5};-\dfrac{\sqrt{10}}{5}\right)$.

Vậy hệ đã cho có tập nghiệm là $S=\left\{(-1;-1),(1;1),\left(\dfrac{2\sqrt{10}}{5};\dfrac{\sqrt{10}}{5}\right),\left(-\dfrac{2\sqrt{10}}{5};-\dfrac{\sqrt{10}}{5}\right)\right\}$.

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{x\sin x+(x+1)\cos x}{x\sin x+\cos x}\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Ta có $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{x\sin x+(x+1)\cos x}{x\sin x+\cos x}\,\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\mathrm{d}x+\int_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{x\cos x}{x\sin x+\cos x}\,\mathrm{d}x$.

Ta có

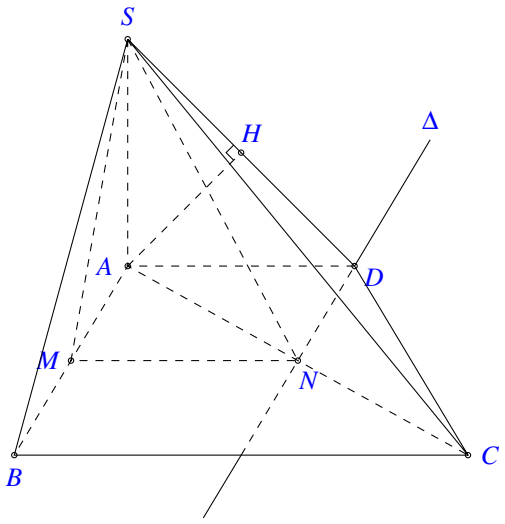
- $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\mathrm{d}x=x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\dfrac{\pi}{4}$.

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x\cos x}{x\sin x+\cos x}\,\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\mathrm{d}(x\sin x+\cos x)}{x\sin x+\cos x} = (\ln|x\sin x+\cos x|)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \ln\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{\pi}{4}+1\right)\right].$$

Suy ra $I = \dfrac{\pi}{4}+\ln\left[\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(\dfrac{\pi}{4}+1\right)\right]$.

Bài 4 (1.0). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=AC=2a$; hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi M là trung điểm của AB, mặt phẳng qua SM và song song với BC cắt AC tại N. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60°. Tính thể tích khối chóp $S.BCNM$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SN theo a.

Lời giải. Có (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với



Hình 2.61:

(ABC), suy ra $SA \perp (ABC)$.
Có $AB \perp BC$, suy ra $SB \perp BC$.
Vậy $((SBC),(ABC)) = \widehat{SBA} = 60^\circ$.
Xét tam giác SBA vuông tại A có $SA = AB\tan\widehat{SBA} = 2a\sqrt{3}$.
Mặt phẳng qua SM và song song với BC, cắt AC tại N, suy ra $MN \parallel BC$ và N là trung điểm của AC.
Ta có $MN = \dfrac{1}{2}BC = a, BM = \dfrac{AB}{2} = a$.
Có $S_{BCNM} = \dfrac{(BC+MN).BM}{2} = \dfrac{3a^2}{2}$.
Thể tích khối chóp $S.BCNM$ là $V = \dfrac{1}{3}\cdot S_{BCNM}\cdot SA = a^3\sqrt{3}$.
Kẻ đường thẳng Δ đi qua N, song song với AB. Kẻ $AD \perp \Delta$ $(D \in \Delta)$ suy ra $AB \parallel (SDN)$.
Từ đó suy ra $\mathrm{d}(AB,SN) = \mathrm{d}(AB,(SND)) = \mathrm{d}(A,(SND))$.
Kẻ $AH \perp SD$ $(H \in SD)$, ta có $AH \perp (SND)$ suy ra $\mathrm{d}(A,(SND)) = AH$.

Xét tam giác SAD vuông tại A, có $AH \perp SD$ và $AD = MN = a$ và

$$\mathrm{d}(AB,SN) = AH = \frac{SA.AD}{\sqrt{SA^2+AD^2}} = \frac{2a\sqrt{39}}{13}.$$

Bài 5 (1.0). Cho x, y, z là ba số thực thuộc đoạn $[1;4]$ và $x \geq y$, $x \geq z$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{x}{2x+3y} + \frac{y}{y+z} + \frac{z}{z+x}.$$

Lời giải.

Trước hết ta chứng minh $\dfrac{1}{1+a} + \dfrac{1}{1+b} \geq \dfrac{2}{1+\sqrt{ab}}$, với $a,b>0, ab \geq 1$. Thật vậy, ta có

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{1+a} + \frac{1}{b} \geq \frac{2}{1+\sqrt{ab}} \\
\Leftrightarrow\ & (a+b+2)(1+\sqrt{ab}) \geq 2(1+a)(1+b) \\
\Leftrightarrow\ & (a+b)\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} \geq a+b+2\sqrt{ab} \\
\Leftrightarrow\ & (\sqrt{ab}-1)(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0 \text{ đúng } \forall a,b>0, ab \geq 1.
\end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi $a=b$ hoặc $ab=1$.
Áp dụng bất đẳng thức trên với x và y thuộc $[1;4]$ và $x \geq y$, ta có

$$P = \frac{x}{2x+3y} + \frac{\frac{1}{z}}{\frac{y}{y}} + \frac{1}{1+\frac{x}{z}} \geq \frac{1}{2+\frac{3y}{x}} + \frac{2}{1+\sqrt{\frac{x}{y}}}.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{z}{y} = \dfrac{x}{z}$ hoặc $\dfrac{x}{y} = 1$ (1).

Đặt $\sqrt{\dfrac{x}{y}} = t, t \in [1;2]$. Khi đó $P \geq \dfrac{t^2}{2t^2+3} + \dfrac{2}{1+t}$.

Xét hàm $f(t) = \dfrac{t^2}{2t^2+3} + \dfrac{2}{1+t}, t \in [1;2]$.

Có $f'(t) = \dfrac{-2\left[t^3(4t-3)+3t(2t-1)+9\right]}{(2t^2+3)^2)(1+t)^2} < 0$, suy ra $f(t)$ nghịch biến trên $[1;2]$.

Do đó $f(t) \geq f(2) = \dfrac{34}{33}$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $t=2 \Leftrightarrow \dfrac{x}{y} = 4 \Leftrightarrow x=4, y=1$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $P \geq \dfrac{34}{33}$. Dấu "="xảy ra khi và chỉ khi $x=4, y=1, z=2$.

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm): *Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)*

A. Theo chương trình Chuẩn

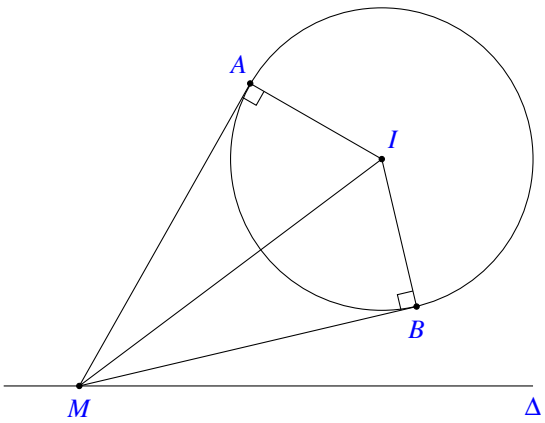
Bài 6 (2.0). (a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: x+y+2=0$ và đường tròn $(C): x^2+y^2-4x-2y=0$. Gọi I là tâm của (C), M là điểm thuộc Δ.

Qua M kẻ các tiếp tuyến MA và MB đến (C) (A và B là các tiếp điểm). Tìm tọa độ điểm M, biết tứ giác $MAIB$ có diện tích bằng 10.

(b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;1)$, $B(0;-2;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y-z+4=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho $MA=MB=3$.

Lời giải.

(a) Đường tròn (C) có tâm $(2;1)$ và bán kính $IA=\sqrt{5}$.



Hình 2.62:

Tứ giác $MAIB$ có $\widehat{MAI}=\widehat{MBI}=90^\circ$ và $MA=MB$, suy ra $S_{MAIB}=IA.MA$.
Vì $S_{MAIB}=10$ nên $MA=2\sqrt{5}\Rightarrow IM=\sqrt{IA^2+AM^2}=5$.
Vì $M\in\Delta$ nên $M(t;-t-2)$.
Có $IM=5\Leftrightarrow(t-2)^2+(t+3)^2=25\Leftrightarrow 2t^2+2t-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\\t=-3.\end{array}\right.$
Vậy $M(2;-4)$ hoặc $M(-3;1)$.

(b) Gọi $M(x;y;z)$, vì $M \in (P)$ và $MA = MB = 3$ nên ta có

$$\begin{aligned}
&\begin{cases} 2x-y-z+4=0 \\ (x-2)^2+y^2+(z-1)^2=9 \\ x^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9 \end{cases} \\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases} 2x-y-z+4=0 \\ x+y-z+2=0 \\ (x-2)^2+y^2+(z-1)^2=9 \end{cases} \\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases} x=2y-2 \\ z=3y \\ 7y^2-11y+4=0 \end{cases} \\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x=-\dfrac{6}{7} \\ y=\dfrac{4}{7} \\ z=\dfrac{12}{7}. \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy có $M(0;1;3)$ hoặc $M\left(-\frac{6}{7};\frac{4}{7};\frac{12}{7}\right)$.

Bài 7 (1.0). Tìm tất cả các số phức z, biết $z^2 = |z|^2 + \bar{z}$.

Lời giải.

Gọi $z = a+bi$ $(a,b \in \mathbb{R})$, ta có

$$\begin{aligned}
&z^2 = |z|^2 + \bar{z} \\
\Leftrightarrow\ &(a+bi)^2 = a^2+b^2+a-bi \\
\Leftrightarrow\ &a^2+b^2+2abi = a^2+b^2+a-bi \\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases} a^2-b^2 = a^2+b^2+a \\ 2ab = -b \end{cases} \\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases} a=-2b^2 \\ b(2a+1)=0. \end{cases}
\end{aligned}$$

Với $b=0$ suy ra $a=0$.
Với $a=-\frac{1}{2}$, ta có $b^2=\frac{1}{4} \Leftrightarrow b=\pm\frac{1}{2}$.
Vậy $z=0$ hoặc $z=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$ hoặc $z=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$.

B. Theo chương trình Nâng cao

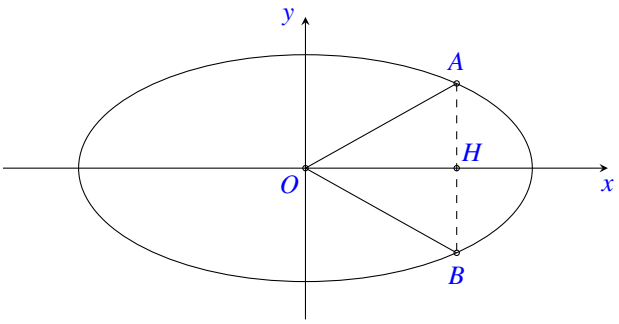
Bài 8 (2.0). (a) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho elip $(E)\colon \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$. Tìm tọa

độ các điểm A và B thuộc (E), có hoành độ dương sao cho tam giác OAB cân tại O và có diện tích lớn nhất.

(b) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-4x-4y-4z=0$ và điểm $A(4;4;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (OAB), biết điểm B thuộc (S) và tam giác OAB đều.

Lời giải.

(a) Gọi $A(x;y)$. Do $A,B\in(E)$ có hoành độ dương và tam giác OAB cân tại O nên



Hình 2.63:

$B(x;-y),x>0$. Suy ra $AB=2|y|=\sqrt{4-x^2}$.
Gọi H là trung điểm AB, ta có $OH\perp AB$ và $OH=x$.
Diện tích tam giác OAB là $S_{OAB}=\dfrac{1}{2}x\sqrt{4-x^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{x^2(4-x^2)}\le 1$.
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x=\sqrt{2}$.
Vậy $A\left(\sqrt{2};\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ và $B\left(\sqrt{2};-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ hoặc $A\left(\sqrt{2};-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ và $B\left(\sqrt{2};\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

(b) (S) có tâm $I(2;2;2)$, bán kính $R=2\sqrt{3}$.
Ta thấy O và (A) cùng thuộc (S).
Tam giác OAB đều nên có bán kính đường tròn ngoại tiếp $r=\dfrac{OA}{\sqrt{3}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$.
Có $\mathrm{d}(I,(P))=\sqrt{R^2-r^2}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.
Vì (P) đi qua O nên phương trình của (P) là $ax+by+cz=0$, với $a^2+b^2+c^2\neq 0$.
Vì (P) đi qua A suy ra $4a+4b=0\Rightarrow b=-a$.
Ta có

$$\begin{aligned}\mathrm{d}(I,(P))&=\frac{|2(a+b+c)}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{|2c|}{\sqrt{2a^2+c^2}}\\ \Rightarrow\quad &\frac{|2c|}{\sqrt{2a^2+c^2}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}\\ \Rightarrow\quad &2a^2+c^2=3c^2\\ \Leftrightarrow\quad &c=\pm a.\end{aligned}$$

Vậy phương trình của (P) là $x-y+z=0$ hoặc $x-y-z=0$.

Bài 9 (1.0). Tính mô-đun của số phức z, biết $(2z-1)(1+i)+(\bar{z}+1)(1-i)=2-2i$.

Lời giải.

Gọi $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$, ta có

$$\begin{aligned}
&(2z-1)(1+i)+(\bar{z}+1)(1-i)=2-2i\\
\Leftrightarrow\ &[(2a-1)+2bi](1+i)+[(a+1)-bi](1-i)=2-2i\\
\Leftrightarrow\ &(2a-2b-1)+(2a+2b-1)i+(a-b+1)-(a+b+1)i=2-2i\\
\Leftrightarrow\ &(3a-3b)+(a+b-2)i=2-2i\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases}3a-3b=2\\a+b-2=-2\end{cases}\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases}a=\dfrac{1}{3}\\b=-\dfrac{1}{3}.\end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy $z=\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{3}i\Rightarrow|z|=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2011
Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ (1), m là tham số.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m = 1$.

2) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có ba điểm cực trị A, B, C sao cho $OA = BC$; trong đó O là gốc tọa độ, A là điểm cực trị thuộc trục tung và B, C là hai điểm cực trị còn lại.

Lời giải.

1) Khi $m = 1$, ta có $y = x^4 - 4x^2 + 1$.

- Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
- Sự biến thiên:
  - Chiều biến thiên: $y' = 4x^3 - 8x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = \pm\sqrt{2}$.
    Các nghịch biến: $(-\infty; -\sqrt{2})$ và $(0; \sqrt{2})$; khoảng đồng biến $(-\sqrt{2}; 0)$ và $(\sqrt{2}; +\infty)$.
  - Cực trị: hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CĐ} = 1$; đạt cực tiểu tại $x = \pm\sqrt{2}, y_{CT} = -3$.
  - Giới hạn tại vô cực: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$.

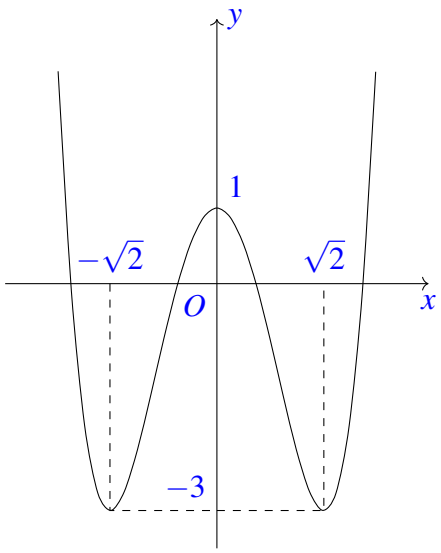
x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

- Đồ thị (Hình 2.64)

2) Ta có $y'(x) = 4x^3 - 4(m+1)x = 4x\left(x^2 - m - 1\right)$; $y'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x^2 = m + 1$. (2)
Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi (2) có hai nghiệm phân biệt khác $0 \Leftrightarrow m > -1$ $(*)$.
Khi đó $A(0; m)$, $B\left(-\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1\right)$ và $C\left(\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1\right)$.
Suy ra $OA = BC \Leftrightarrow m^2 = 4(m+1) \Leftrightarrow m^2 - 4m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \pm 2\sqrt{2}$; thỏa mãn $(*)$.
Vậy giá trị cần tìm $m = 2 \pm 2\sqrt{2}$.

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\sin 2x \cos x + \sin x \cos x = \cos 2x + \sin x + \cos x$.

2) Giải phương trình $3\sqrt{2+x} - 6\sqrt{2-x} + 4\sqrt{4-x^2} = 10 - 3x$.



Hình 2.64:

Lời giải.

1) Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} & \sin x(1+\cos 2x)+\sin x\cos x=\cos 2x+\sin x+\cos x \\ \Leftrightarrow\ & \cos 2x(\sin x-1)+\cos x(\sin x-1)=0 \\ \Leftrightarrow\ & (\sin x-1)(\cos 2x+\cos x)=0. \end{aligned}$$

- Với $\sin x-1=0\Leftrightarrow \sin x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$.
- Với $\cos 2x+\cos x=0\Leftrightarrow \cos 2x=-\cos x=\cos(\pi-x)\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{k2\pi}{3}$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi; x=\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{k2\pi}{3}$ $(k\in\mathbb{Z})$.

2) Điều kiện: $-2\le x\le 2$ $(*)$.
Khi đó, phương trình đã cho tương đương $3(\sqrt{2+x}-2\sqrt{2-x})+4\sqrt{4-x^2}=10-3x$. (1)
Đặt $t=\sqrt{2+x}-2\sqrt{2-x}$, phương trình (1) trở thành $3t=t^2\Leftrightarrow t=0$ hoặc $t=3$.

- Với $t=0$, suy ra $\sqrt{2+x}=2\sqrt{2-x}\Leftrightarrow 2+x=4(2-x)\Leftrightarrow x=\frac{6}{5}$, thỏa mãn $(*)$.
- Với $t=3$, suy ra $\sqrt{2+x}=2\sqrt{2-x}+3$, vô nghiệm (do $\sqrt{2+x}\le 2$ và $2\sqrt{2-x}+3\ge 3$ với mọi $x\in[-2;2]$).

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x=\dfrac{6}{5}$.

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{1+x\sin x}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

$$I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{1+x\sin x}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x+\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{x\sin x}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x.$$

Ta có $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x=(\tan x)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}=\sqrt{3}.$

Và

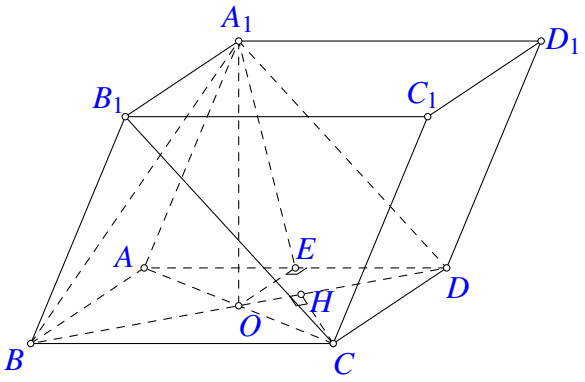
$$\begin{aligned}\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{x\sin x}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}x\,\mathrm{d}\left(\frac{1}{\cos x}\right) &= \left(\frac{x}{\cos x}\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}-\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{\mathrm{d}x}{\cos x}\\ &= \frac{2\pi}{3}+\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{\mathrm{d}(\sin x)}{\sin^2 x-1}\\ &= \frac{2\pi}{3}+\frac{1}{2}\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\left(\frac{1}{\sin x-1}-\frac{1}{\sin x+1}\right)\mathrm{d}(\sin x)\\ &= \frac{2\pi}{3}+\frac{1}{2}\left(\ln\left|\frac{\sin x-1}{\sin x+1}\right|\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}=\frac{2\pi}{3}+\ln(2-\sqrt{3}).\end{aligned}$$

Vậy $I=\sqrt{3}+\dfrac{2\pi}{3}+\ln(2-\sqrt{3})$.

Bài 4 (1.0). Cho lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A_1 trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD. Góc giữa hai mặt phẳng (ADD_1A_1) và $(ABCD)$ bằng 60°. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho và khoảng cách từ điểm B_1 đến mặt phẳng (A_1BD) theo a.

Lời giải.

Hình vẽ (Hình 2.65)



Hình 2.65:

Gọi O là giao điểm của AC và BD suy ra $A_1O \perp (ABCD)$.
Gọi E là trung điểm của AD suy ra $OE \perp AD$ và $A_1E \perp AD$.
Suy ra $\widehat{A_1EO}$ là góc giữa hai mặt phẳng (ADD_1A_1) và $(ABCD)$ suy ra $\widehat{A_1EO} = 60^\circ$.

Tam giác A_1OE vuông tại O suy ra $A_1O = OE.\tan\widehat{A_1EO} = \dfrac{AB}{2}\cdot\tan 60^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích đáy $S_{ABCD} = AB.AD = a^2\sqrt{3}$.

Thể tích $V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1} = S_{ABCD}.A_1O = \dfrac{3a^3}{2}$.

Ta có $B_1C \parallel A_1D$ suy ra $B_1C \parallel (A_1BD) \Rightarrow \mathrm{d}(B_1,(A_1BD)) = \mathrm{d}(C,(A_1BD))$.
Hạ $CH \perp BD\,(H \in BD)$ suy ra $CH \perp (A_1BD)$ suy ra $\mathrm{d}(C,(A_1BD)) = CH$.

Vậy $\mathrm{d}(B_1,(A_1BD)) = CH = \dfrac{CD.CB}{\sqrt{CD^2+CB^2}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Bài 5 (1.0). Cho a và b là các số thực dương thỏa mãn $2\left(a^2+b^2\right)+ab = (a+b)(ab+2)$.
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4\left(\dfrac{a^3}{b^3}+\dfrac{b^3}{a^3}\right) - 9\left(\dfrac{a^2}{b^2}+\dfrac{b^2}{a^2}\right)$.

Lời giải.

Với a, b dương, ta có

$$\begin{aligned} & 2\left(a^2+b^2\right)+ab = (a+b)(ab+2) \\ \Leftrightarrow\ & 2\left(a^2+b^2\right)+ab = a^2b+ab^2+2(a+b) \\ \Leftrightarrow\ & 2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1 = (a+b)+2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right). \end{aligned}$$

Do $(a+b)+2\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right) \ge 2\sqrt{2(a+b)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)} = 2\sqrt{2\left(\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}+2\right)}$.

Suy ra $2\left(\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}\right)+1 \ge 2\sqrt{2\left(\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}+2\right)} \Rightarrow \dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a} \ge \dfrac{5}{2}$.

Đặt $t = \dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}$, $t \ge \dfrac{5}{2}$, suy ra: $P = 4\left(t^3-3t\right)-9\left(t^2-2\right) = 4t^3-9t^2-12t+18$.

Xét hàm $f(t) = 4t^3-9t^2-12t+18$, với $t \ge \dfrac{5}{2}$.

Ta có $f'(t) = 6\left(2t^2-3t-2\right) > 0$, suy ra: $\min\limits_{\left[\frac{5}{2};+\infty\right)} f(t) = f\left(\dfrac{5}{2}\right) = -\dfrac{23}{4}$.

Vậy $\min P = -\dfrac{23}{4}$ khi và chỉ khi: $\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a} = \dfrac{5}{2}$ và $a+b = 2\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right) \Leftrightarrow (a;b) = (2;1)$ hoặc $(a;b) = (1;2)$.

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)

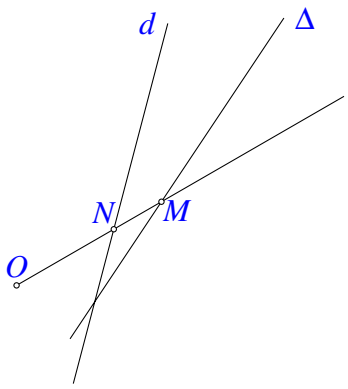
25. Theo chương trình Chuẩn

Bài 6 (2.0). 1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta\colon x-y-4=0$ và $d\colon 2x-y-2=0$. Tìm tọa độ điểm N thuộc đường thẳng d sao cho đường thẳng ON cắt đường thẳng Δ tại điểm M thỏa mãn $OM.ON=8$.

2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$. Gọi I là giao điểm của Δ và (P). Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho MI vuông góc với Δ và $MI=4\sqrt{14}$.

Lời giải.

1) Hình vẽ (Hình 2.66) Vì $N\in d$, $M\in\Delta$ nên có tọa độ dạng $N(a;2a-2)$, $M(b;b-4)$.



Hình 2.66:

Ba điểm O,M,N cùng thuộc một đường thẳng khi và chỉ khi

$$a(b-4)=(2a-2)b\Leftrightarrow b(2-a)=4a\Leftrightarrow b=\frac{4a}{2-a}.$$

Ta có

$$\begin{aligned} OM.ON=8 &\Leftrightarrow (5a^2-8a+4)^2=4(a-2)^2\\ &\Leftrightarrow (5a^2-6a)(5a^2-10a+8)=0\\ &\Leftrightarrow 5a^2-6a=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0\\ a=\dfrac{6}{5}. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Vậy $N(0;-2)$ hoặc $N\left(\dfrac{6}{5};\dfrac{2}{5}\right)$.

2) Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ $\begin{cases}\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{-1}\\ x+y+z-3=0\end{cases}\Rightarrow I(1;1;1)$.

Gọi $M(a;b;c)$, ta có $M\in(P), MI\perp\Delta$ và $MI=4\sqrt{14}$ nên

$$\begin{cases} a+b+c-3=0\\ a-2b-c+2=0\\ (a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=224 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} b=2a-1\\ c=-3a+4\\ (a-1)^2+(2a-2)^2+(-3a+3)^2=224. \end{cases}$$

Ta được $(a;b;c)=(5;9;-11)$ hoặc $(a;b;c)=(-3;-7;13)$.
Vậy $M(5;9;-11)$ hoặc $M(-3;-7;13)$.

Bài 7 (1.0). Tìm số phức z biết $\overline{z}-\dfrac{5+i\sqrt{3}}{z}-1=0$.

Lời giải.

Gọi $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$ và $a^2+b^2\neq 0$, ta có

$$\begin{aligned}
&\overline{z}-\frac{5+i\sqrt{3}}{z}-1=0\\
\Leftrightarrow\ & a-bi-\frac{5+i\sqrt{3}}{a+bi}-1=0\\
\Leftrightarrow\ & a^2+b^2-5-i\sqrt{3}-a-bi=0\\
\Leftrightarrow\ & \left(a^2+b^2-a-5\right)-(b+\sqrt{3})i=0\\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases}a^2+b^2-a-5=0\\ b+\sqrt{3}=0\end{cases}\\
\Leftrightarrow\ & \begin{cases}a^2-a-2=0\\ b=-\sqrt{3}.\end{cases}
\end{aligned}$$

Ta được $(a;b)=(-1;-\sqrt{3})$ hoặc $(a;b)=(2;-\sqrt{3})$.
Vậy $z=-1-i\sqrt{3}$ hoặc $z=2-i\sqrt{3}$.

26. Theo chương trình Nâng cao

Bài 8 (2.0). 1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $B\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. Đường tròn nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB tương ứng tại các điểm D, E, F. Cho $D(3;1)$ và đường thẳng EF có phương trình $y-3=0$. Tìm tọa độ đỉnh A, biết A có tung độ dương.

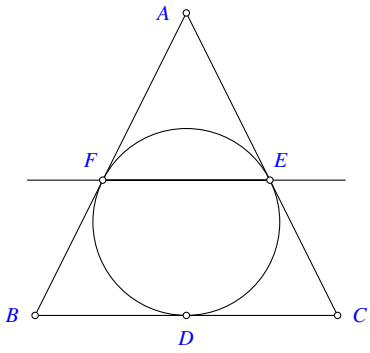
2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+5}{-2}$ và hai điểm $A(-2;1;1)$, $B(-3;-1;2)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho tam giác MAB có diện tích bằng $3\sqrt{5}$.

Lời giải.

1) Hình vẽ (Hình 2.67)

Ta có $\overrightarrow{BD}=\left(\dfrac{5}{2};0\right)\Rightarrow BD\ /\!/\ EF\Rightarrow$ tam giác ABC cân tại $A\Rightarrow$ đường thẳng AD vuông góc với EF nên có phương trình là $x-3=0$.
F có tọa độ dạng $F(t;3)$, ta có $BF=BD\Leftrightarrow\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+2^2=\frac{25}{4}\Leftrightarrow t=-1$ hoặc $t=2$.

- Với $t=-1\Rightarrow F(-1;3)$, suy ra đường thẳng BF có phương trình : $4x+3y-5=0$.



Hình 2.67:

A là giao điểm của AD và $BF \Rightarrow A\left(3;-\frac{7}{3}\right)$, không thỏa mãn yêu cầu (A có tung độ dương).

Với $t=2 \Rightarrow F(2;3)$; suy ra phương trình $BF: 4x-3y+1=0 \Rightarrow A\left(3;\frac{13}{3}\right)$, thỏa mãn yêu cầu.

Vậy $A\left(3;\frac{13}{3}\right)$.

2) $M \in \Delta$, suy ra tọa độ M có dạng $M(-2+t,1+3t;-5-2t)$.
Do đó $\overrightarrow{AM}=(t;3t;-6-2t)$ và $\overrightarrow{AB}=(-1;-2;1) \Rightarrow [\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}]=(-t-12;t+6;t)$.
Hơn nữa $S_{\triangle MAB}=3\sqrt{5} \Leftrightarrow (t+12)^2+(t+6)^2+t^2=180 \Leftrightarrow t^2+12t=0 \Leftrightarrow t=0 \vee t=-12$.
Vậy $M(-2;1;-5)$ hoặc $M(-14;-35;19)$.

Bài 9 (1.0). Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z=\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}\right)^3$.

Lời giải.

Ta có $1+i\sqrt{3}=2\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ và $1+i=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$.

Suy ra

$$\begin{aligned} z &= \frac{8(\cos\pi+i\sin\pi)}{2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)} \\ &= 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right) \\ &= 2+2i. \end{aligned}$$

Vậy số phức z có phần thực là 2 và phần ảo là 2.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2011
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

2) Tìm k để đường thẳng $y=kx+2k+1$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho khoảng cách từ A và B đến trục hoành bằng nhau.

Lời giải.

1) (*1.0 điểm*)

- Tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.
- Sự biến thiên:
  - Chiều biến thiên: $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0,\ \forall x\in\mathscr{D}$.
    Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.
  - Giới hạn và tiệm cận: $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}y=2$; tiệm cận ngang: $y=2$.
    $\lim\limits_{x\to(-1)^-}y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to(-1)^+}y=-\infty$; tiệm cận đứng: $x=-1$.
- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	2

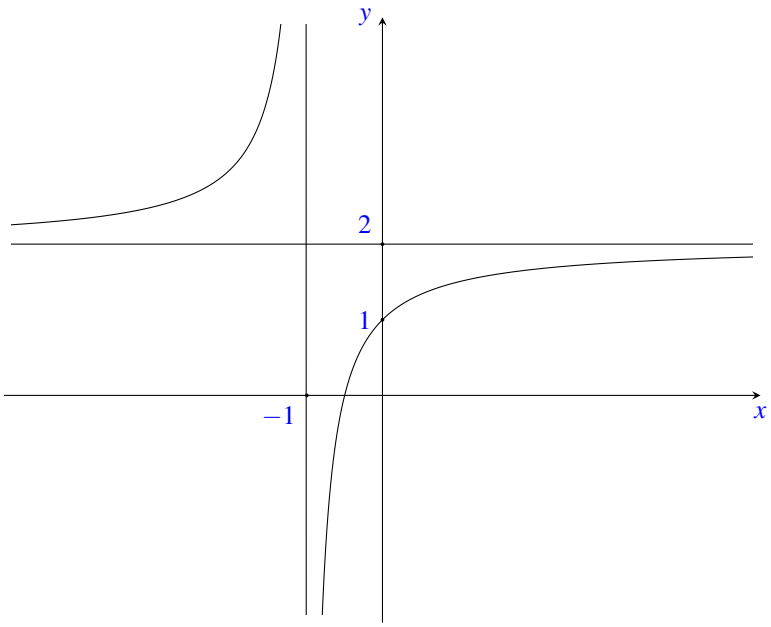
- Đồ thị (Hình 2.68)

2) (*1.0 điểm*)
Gọi $d\colon y=kx+2k+1$, suy ra hoành độ giao điểm của d và (C) là nghiệm phương trình

$$\begin{aligned}&kx+2k+1=\frac{2x+1}{x+1}\\ \Leftrightarrow\ &2x+1=(x+1)(kx+2k+1)\ (\text{do } x=-1 \text{ không là nghiệm})\\ \Leftrightarrow\ &kx^2+(3k-1)x+2k=0.\quad(1)\end{aligned}$$

(d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}k\neq0\\ \Delta>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k\neq0\\ k^2-6k+1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k\neq0\\ \left[\begin{array}{l}k<3-2\sqrt{2}\\ k>3+2\sqrt{2}.\end{array}\right.\end{cases}\quad(*)$$



Hình 2.68:

Khi đó: $A\left(x_1;kx_1+2k+1\right)$ và $B\left(x_2;kx_2+2k+1\right)$, x_1 và x_2 là nghiệm của (1).
Ta có

$$\begin{aligned} \mathrm{d}(A,Ox)=\mathrm{d}(B,Ox) &\Leftrightarrow |kx_1+2k+1|=|kx_2+2k+1| \\ &\Leftrightarrow k\left(x_1+x_2\right)+4k+2=0 \ (\text{do } x_1\neq x_2). \end{aligned}$$

Áp dụng định lí Vi-et đối với (1), suy ra: $(1-3k)+4k+2=0\Leftrightarrow k=-3$, thỏa mãn $(*)$.
Vậy, giá trị cần tìm là: $k=-3$.

Bài 2 (2.0). 1) Giải phương trình $\dfrac{\sin 2x+2\cos x-\sin x-1}{\tan x+\sqrt{3}}=0$.

2) Giải phương trình $\log_2(8-x^2)+\log_{\frac{1}{2}}\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)-2=0 \qquad (x\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

1) Điều kiện xác định: $\cos x\neq 0, \tan x\neq -\sqrt{3}$.
Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} &\sin 2x+2\cos x-\sin x-1=0 \\ \Leftrightarrow\ &2\cos x(\sin x+1)-(\sin x+1)=0 \\ \Leftrightarrow\ &(\sin x+1)(2\cos x-1)=0 \\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l}\sin x=-1\\ \cos x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\\ x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi.\end{array}\right. \end{aligned}$$

Đối chiếu với điều kiện xác định, suy ra nghiệm $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$.

2) Điều kiện xác định: $-1\le x\le 1$.
Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned}
&\log_2(8-x^2)-\log_2\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)-2=0\\
\Leftrightarrow\ &\log_2(8-x^2)=\log_2\left[4\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)\right]\\
\Leftrightarrow\ &8-x^2=4\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)\\
\Leftrightarrow\ &(8-x^2)^2=16\left(2+2\sqrt{1-x^2}\right)\quad(1).
\end{aligned}$$

Đặt $t=\sqrt{1-x^2}\Leftrightarrow\begin{cases}t\le 0\\ x^2=1-t^2\end{cases}$, khi đó (1) trở thành:

$$\begin{aligned}
&(7+t^2)^2=16(2+2t)\\
\Leftrightarrow\ &t^4+14t^2-32t+17=0\\
\Leftrightarrow\ &(t-1)^2(t^2+2t+17)=0\\
\Leftrightarrow\ &t=1.
\end{aligned}$$

Do đó $(1)\Leftrightarrow\sqrt{1-x^2}=1\Leftrightarrow x=0$ (thỏa điều kiện xác định).
Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{0\}$.

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^4\frac{4x-1}{\sqrt{2x+1}+2}\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Đặt $t=\sqrt{2x+1}\Rightarrow 4x=2(t^2-1)\Rightarrow \mathrm{d}x=t\,\mathrm{d}t$.
Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=1\\ x=4\Rightarrow t=3.\end{cases}$
Khi đó:

$$\begin{aligned}
I&=\int_1^3\frac{2t^3-3t}{t+2}\,\mathrm{d}t\\
&=\int_1^3\left(2t^2-4t+5-\frac{10}{t+2}\right)\mathrm{d}t\\
&=\left(\frac{2t^3}{3}-2t^2+5t-10\ln|t+2|\right)\Big|_1^3\\
&=\frac{34}{3}+10\ln\frac{3}{5}.
\end{aligned}$$

Bài 4 (1.0). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $B, BA = 3a, BC = 4a$; mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $\widehat{SBC} = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) theo a.

Lời giải.

Trong (SBC), hạ $SH \perp BC\,(H \in BC)$.

Ta có $\begin{cases} (SBC) \perp (ABC) \\ (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SH \subset (SBC), SH \perp BC \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Ta lại có $SH = SB \cdot \sin SBC = a\sqrt{3}$.

Do đó, thể tích hình chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{2} BA \cdot BC \cdot SH = 2a^3\sqrt{3}$.

Hạ $HD \perp AC (D \in AC), HK \perp SD (K \in SD) \Rightarrow HK \perp (SAC) \Rightarrow HK = \mathrm{d}(H, (SAC))$.

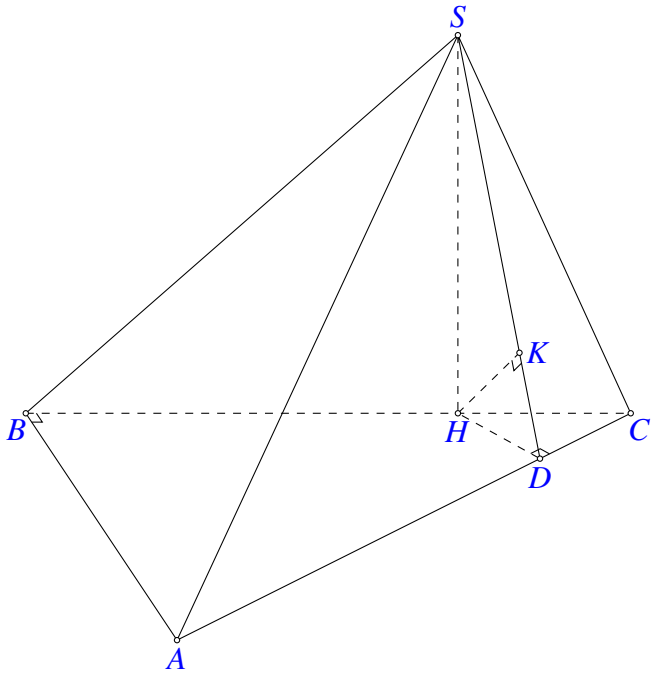
Ta có $BH = SB \cdot \cos SBC = 3a \Rightarrow HC = BC - BH = a \Rightarrow BC = 4HC$.

Do đó $\mathrm{d}(S, (SAC)) = 4\mathrm{d}(H, (SAC))$.

Ta có $AC = \sqrt{BA^2 + BC^2} = 5a$; $HD = BA \cdot \dfrac{HC}{AC} = \dfrac{3a}{5}$.

Ta có $HK = \dfrac{SH \cdot HD}{\sqrt{SH^2 + HD^2}} = \dfrac{3a\sqrt{7}}{14}$.

Vậy $\mathrm{d}(H, (SAC)) = 4HK = \dfrac{6a\sqrt{7}}{7}$.



Hình 2.69:

Bài 5 (1.0). Tìm m để hệ phương trình sau có nghiệm.

$$\begin{cases} 2x^3-(y+2)x^2+xy=m \\ x^2+x-y=1-2m \end{cases} (x,y\in\mathbb{R}).$$

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} 2x^3-(y+2)x^2+xy=m \\ x^2+x-y=1-2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x^2-x)(2x-y)=m \\ (x^2-x)+(2x-y)=1-2m. \end{cases}$

Đặt $u=x^2-x$, $u=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}\geq -\dfrac{1}{4}$ và $v=2x-y$.

Hệ đã cho trở thành $\begin{cases} uv=m \\ u+v=1-2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^2+(2m-1)u+m=0\ (1) \\ v=1-2m-u. \end{cases}$

Hệ đã cho có nghiệm khi và chỉ khi (1) có nghiệm thỏa mãn $u\geq -\dfrac{1}{4}$.

Với $u\geq -\dfrac{1}{4}$, ta có $(1)\Leftrightarrow m(2u+1)=-u^2+u\Leftrightarrow m=\dfrac{-u^2+u}{2u+1}$.

Xét hàm số $f(u)=\dfrac{-u^2+u}{2u+1}$, với $u\geq -\dfrac{1}{4}$.

Đạo hàm $f'(u)=-\dfrac{2u^2+2u-1}{(2u+1)^2}$; $f'(u)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=\dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}\text{(nhận)} \\ u=\dfrac{-1-\sqrt{3}}{2}\text{(loại).} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên.

u	$-\frac{1}{4}$		$\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$		$+\infty$
$f'(u)$		$+$	0	$-$	
$f(u)$	$\frac{5}{8}$	$\nearrow$	$\frac{2-\sqrt{3}}{2}$	$\searrow$	$-\infty$

Suy ra, giá trị cần tìm là $m\leq \dfrac{2-\sqrt{3}}{2}$.

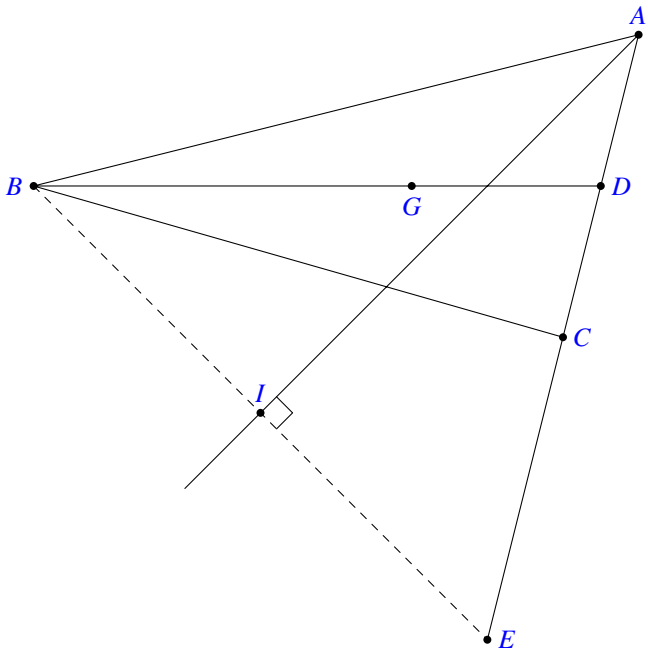
Bài 6 (1.0). 1) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $B(-4;1)$, trọng tâm $G(1;1)$ và đường thẳng chứa phân giác trong của góc A có phương trình $x-y-1=0$. Tìm toạ độ các đỉnh A và C.

2) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng

d và cắt trục Ox.

Lời giải.

1) Gọi $D(x;y)$ là trung điểm của AC.
Ta có $\overrightarrow{BD}=3\overrightarrow{GD}\Leftrightarrow\begin{cases}x+4=3(x-1)\\y-1=3(y-1)\end{cases}\Rightarrow D\left(\frac{7}{2};1\right)$.
Gọi $E(x;y)$ là điểm đối xứng của B qua phân giác trong $d\colon x-y-1=0$ của góc A.
Ta có EB vuông góc với d và trung điểm I của EB thuộc d nên toạ độ E là nghiệm của hệ
$\begin{cases}1(x+4)+1(y-1)=0\\\frac{x-4}{2}-\frac{y+1}{2}-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y+3=0\\x-y-7=0\end{cases}\Rightarrow E(2;-5)$.
Đường thẳng AC đi qua D và E, có phương trình là $4x-y-13=0$.
Toạ độ $A(x;y)$ thoả mãn hệ $\begin{cases}x-y-1=0\\4x-y-13=0\end{cases}\Rightarrow A(4;3)$.
D là trung điểm AC, suy ra $C(3;-1)$.



Hình 2.70:

2) Mặt phẳng (P) đi qua A, vuông góc d, có phương trình $2x+y-2z+2=0$.
Gọi B là giao điểm của của trục Ox với (P), suy ra Δ là đường thẳng đi qua các điểm A,B.
$B\in Ox$, có toạ độ $B(b;0;0)$ thoả mãn phương trình $2b+2=0\Rightarrow b=-1\Rightarrow B(-1;0;0)$.
Vậy phương trình $\Delta\colon\begin{cases}x=1+2t\\y=2+2t\\z=3+3t.\end{cases}$

Bài 7 (1.0). Tìm số phức z biết $z-(2+3i)\overline{z}=1-9i$.

Lời giải.

Gọi số phức $z=a+bi \quad (a,b\in\mathbb{R})$.
Ta có

$$\begin{aligned} & z-(2+3i)\bar{z}=1-9i. \\ \Leftrightarrow\ & (a+bi)-(2+3i)(a-bi)=1-9i. \\ \Leftrightarrow\ & -a-3b-(3a-3b)i=1-9i. \\ \Leftrightarrow\ & \begin{cases} -a-3b=1 \\ 3a-3b=9 \end{cases} \\ \Leftrightarrow\ & \begin{cases} a=2 \\ b=-1. \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy $z=2-i$.

Bài 8 (1.0). 1) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm $A(1;0)$ và đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+4y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm M và N sao cho tam giác AMN vuông cân tại A.

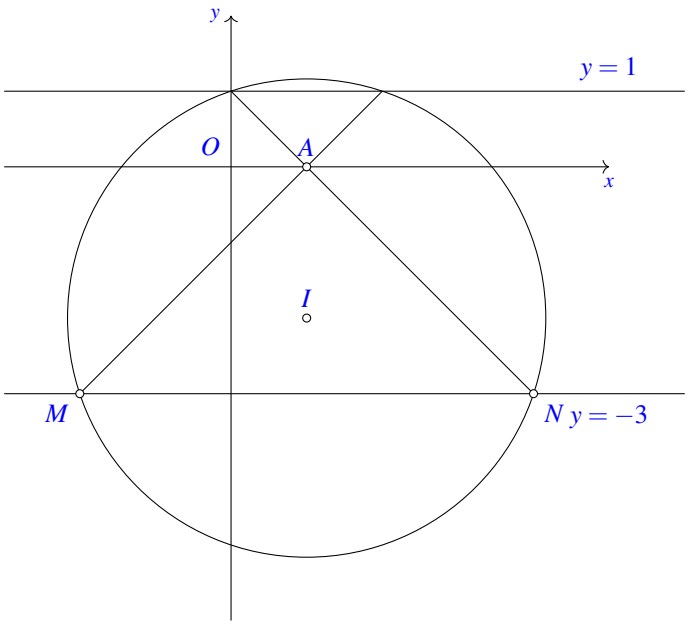
2) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z=0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng Δ, bán kính bằng 1 và tiếp xúc với mặt phẳng (P).

Lời giải.

1) Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$ và bán kính $R=\sqrt{10}$.
Ta có $IM=IN$ và $AM=AN$ nên $IA\perp MN$, suy ra phương trình Δ có dạng $y=m$.
Hoành độ điểm M, N là nghiệm của phương trình $x^2-2x+m^2+4m-5=0 \quad (1)$.
Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 khi và chỉ khi $m^2+4m-6<0 \quad (*)$.
Khi đó, ta có $M(x_1;m)$ và $M(x_2;m)$.
$AM\perp AN \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=0 \Leftrightarrow x_1x_2-(x_1+x_2)+m^2+1=0$.
Áp dụng định lý Vi-et đối với (1), suy ra $2m^2+4m-6=0 \Leftrightarrow m=1$ hoặc $m=-3$, thoả mãn $(*)$.
Vậy, phương trình $\Delta\colon y=1$ hoặc $y=-3$.

2) Gọi I là tâm của mặt cầu, $I\in\Delta$, suy ra toạ độ I có dạng $I(1+2t;3+4t;t)$.
Mặt cầu tiếp xúc với $(P) \Leftrightarrow \mathrm{d}(I,(P))=1 \Leftrightarrow \dfrac{|2(1+2t)-(3+4t)+2t|}{3}=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=-1. \end{array}\right.$
Suy ra $I(5;11;2)$ hoặc $I(-1;-1;-1)$.
Phương trình mặt cầu là $(x-5)^2+(y-11)^2+(z-2)^2=1$ hoặc $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=1$.

Bài 9 (1.0). Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{2x^2+3x+3}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$.



Hình 2.71:

Lời giải.

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Ta có $y' = \dfrac{2x^2+4x}{x+1}$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2. \end{array}\right.$

$y(0) = 3, y(2) = \dfrac{17}{3}$.

Vậy $\max\limits_{[0;2]} = \dfrac{17}{3}$ tại $x = 2$; $\min\limits_{[0;2]} = 3$ tại $x = 0$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2012
Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ (1), với m là tham số thực.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 0$.

2) Tìm m để đồ thị của hàm số (1) có ba điểm cực trị tạo thành ba đỉnh của một tam giác vuông.

Lời giải.

1) (**1,0 điểm**) Khi $m = 0$, ta có: $y = x^4 - 2x^2$.

- Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
- Sự biến thiên:
  - Chiều biến thiên: $y' = 4x^3 - 4x; y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ hoặc $x = 0$.
    Các khoảng nghịch biến: $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$; khoảng đồng biến $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.
  - Cực trị: hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1, y_{CT} = -1$; đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CĐ} = 0$.
  - Giới hạn tại vô cực: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$.
- Bảng biến thiên:

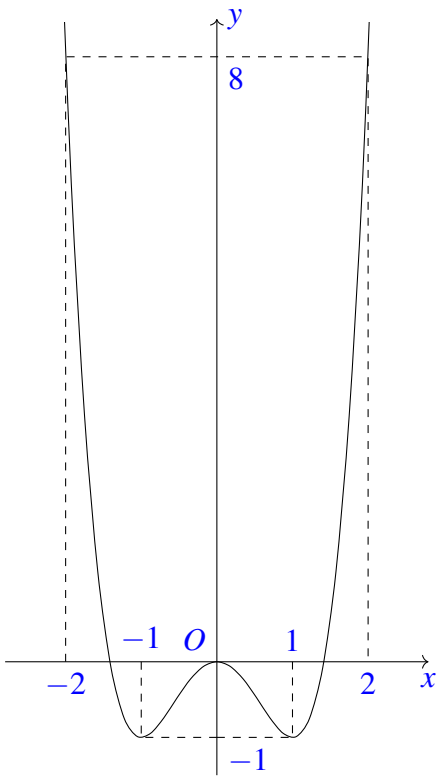
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

- Đồ thị (Hình 2.72)

2) **(1,0 điểm)**
Ta có $y' = 4x^3 - 4(m+1)x = 4x(x^2 - m - 1)$.
Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$. (*)
Các điểm cực trị của đồ thị là $A(0; m^2)$, $B(-\sqrt{m+1}; -2m-1)$ và $C(\sqrt{m+1}; -2m-1)$.
Suy ra: $\overrightarrow{AB} = \left(-\sqrt{m+1}; -(m+1)^2\right)$ và $\overrightarrow{AC} = \left(\sqrt{m+1}; -(m+1)^2\right)$.
Ta có $AB = AC$ nên tam giác ABC vuông khi và chỉ khi:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow (m+1)^4 - (m+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 1. \end{array}\right.$$

Kết hợp $(*)$, ta được giá trị m cần tìm là $m = 0$.



Hình 2.72:

Bài 2 (1.0). Giải phương trình $\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x=2\cos x-1$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\sqrt{3}\sin x\cos x+2\cos^2 x-1=2\cos x-1$$
$$\Leftrightarrow (\sqrt{3}\sin x+\cos x-1)\cos x=0.$$

- $\cos x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$
- $\sqrt{3}\sin x+\cos x-1=0$

$$\Leftrightarrow \cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{\pi}{3}$$
$$\Leftrightarrow x=k2\pi \text{ hoặc } x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z}).$$

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi, x=k\pi$ và $x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

Bài 3 (1.0). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3-3x^2-9x+22=y^3+3y^2-9y \\ x^2+y^2-x+y=\dfrac{1}{2} \end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

Hệ đã cho tương đương với:

$$\begin{cases} (x-1)^3-12(x-1)=(y+1)^3-12(y+1) & (1)\\ \left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(y+\dfrac{1}{2}\right)^2=1. & (2)\end{cases}$$

Từ (2), suy ra $-1\le x-\dfrac{1}{2}\le 1$ và $-1\le y+\dfrac{1}{2}\le 1\Leftrightarrow -\dfrac{3}{2}\le x-1\le \dfrac{1}{2}$ và $-\dfrac{1}{2}\le y+1\le \dfrac{3}{2}$.

Xét hàm số $f(t)=t^3-12t$ trên $\left[-\dfrac{3}{2};\dfrac{3}{2}\right]$, ta có $f'(t)=3(t^2-4)<0$, suy ra $f'(t)$ nghịch biến.

Do đó (1) $\Leftrightarrow x-1=y+1\Leftrightarrow y=x-2$ (3).

Thay vào (2), ta được $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2=1\Leftrightarrow 4x^2-8x+3=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$ hoặc $x=\dfrac{3}{2}$.

Thay vào (3), ta được nghiệm của hệ là $(x;y)=\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{3}{2}\right)$ hoặc $(x;y)=\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$.

Bài 4 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_1^3\dfrac{1+\ln(x+1)}{x^2}\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Đặt $\begin{cases} u=1+\ln(x+1)\\ \mathrm{d}v=\dfrac{\mathrm{d}x}{x^2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\dfrac{\mathrm{d}x}{x+1}\\ v=-\dfrac{1}{x}.\end{cases}$

Do đó $I=-\dfrac{1+\ln(x+1)}{x}\Big|_1^3+\displaystyle\int_1^3\dfrac{\mathrm{d}x}{x(x+1)}$

$$=\frac{2+\ln 2}{3}+\int_1^3\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)\mathrm{d}x$$

$$=\frac{2}{3}+\ln 3-\frac{2}{3}\ln 2.$$

Bài 5 (1.0). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA=2HB$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60°. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC theo a.

Lời giải.

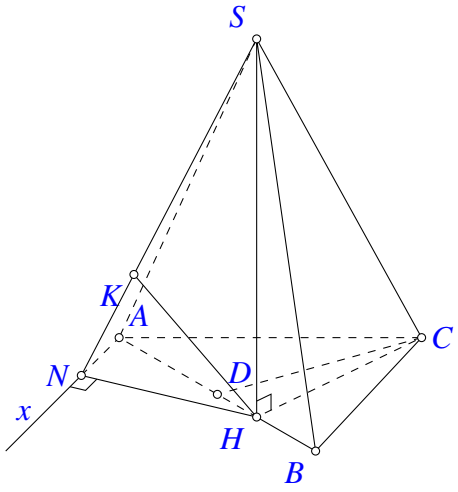
Ta có $\widehat{SCH}$ là góc giữa SC và (ABC), suy ra $\widehat{SCH}=60^\circ$.

Gọi D là trung điểm của cạnh AB.

Ta có: $HD=\dfrac{a}{6}$, $CD=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $HC=\sqrt{HD^2+CD^2}=\dfrac{a\sqrt{7}}{3}$, $SH=HC.\tan 60^\circ=\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$.

Suy ra: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{a\sqrt{21}}{3}\cdot\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{7}}{12}$.

Kẻ $Ax\parallel BC$. Gọi N và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên Ax và SN.



Hình 2.73:

Ta có: $BC \parallel (SAN)$ và $BA = \dfrac{3}{2}HA$ nên $\mathrm{d}(SA,BC) = \mathrm{d}(B,(SAN)) = \dfrac{3}{2}\mathrm{d}(H,(SAN))$.
Ta cũng có $Ax \perp (SHN)$ nên $Ax \perp HK$. Do đó $HK \perp (SAN)$. Suy ra $\mathrm{d}(H,(SAN)) = HK$.
$\Rightarrow AH = \dfrac{2a}{3}, HN = AH\sin 60^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}, HK = \dfrac{SH\cdot HN}{\sqrt{SH^2+HN^2}} = \dfrac{a\sqrt{42}}{12}$.
Vậy $\mathrm{d}(SA,BC) = \dfrac{a\sqrt{42}}{8}$.

Bài 6 (1.0). Cho các số thực x,y,z thỏa mãn điều kiện $x+y+z=0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 3^{|x-y|} + 3^{|y-z|} + 3^{|z-x|} - \sqrt{6x^2+6y^2+6z^2}.$$

Lời giải.

Ta chứng minh $3^t \geq t+1, \forall t \geq 0$. (*)
Xét hàm $f(t) = 3^t - t - 1$, có $f'(t) = 3^t \ln 3 - 1 \geq 0, \forall t \geq 0$ và $f(0) - 0$, suy ra (*) đúng.
Áp dụng (*) ta có $3^{|x-y|} + 3^{|y-z|} + 3^{|z-x|} \geq 3 + |x-y| + |y-z| + |z-x|$.
Áp dụng bất đẳng thức $|a| + |b| \geq |a+b|$, ta có:

$$\begin{aligned}(|x-y|+|y-z|+|z-x|)^2 &= |x-y|^2+|y-z|^2+|z-x|^2+|x-y|(|y-z|+|z-x|)\\ &\quad +|y-z|(|x-y|+|z-x|)+|z-x|(|x-y|+|y-z|)\\ &\geq 2(|x-y|^2+|y-z|^2+|z-x|^2).\end{aligned}$$

Do đó $|x-y|+|y-z|+|z-x| \geq \sqrt{2(|x-y|^2+|y-z|^2+|z-x|^2)} = \sqrt{6x^2+6y^2+6z^2-2(x+y+z)^2}$.
Mà $x+y+z=0$, suy ra $|x-y|+|y-z|+|z-x| \geq \sqrt{6x^2+6y^2+6z^2}$.
Suy ra $P = 3^{|x-y|} + 3^{|y-z|} + 3^{|z-x|} - \sqrt{6x^2+6y^2+6z^2} \geq 3$.
Khi $x=y=z=0$ thì dấu bằng xảy ra.
Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 3.

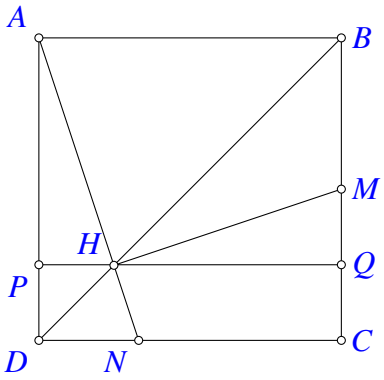
PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

27. Theo chương trình Chuẩn

Bài 7 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2};\frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x-y-3=0$. Tìm tọa độ điểm A.

Lời giải.



Hình 2.74:

Gọi H là giao điểm của AN và BD. Kẻ đường thẳng qua H và song song với AB, cắt AD và BC lần lượt tại P và Q.
Đặt $HP = x$. Suy ra $PD = x$,$AP = 3x$ và $HQ = 3x$.
Ta có $QC = x$, nên $MQ = x$. Do đó $\triangle AHP = \triangle HMQ$, suy ra $AH \perp HM$.
Hơn nữa, ta cũng có $AH = HM$.
Do đó $AM = \sqrt{2}MH = \sqrt{2}\mathrm{d}(M,AN) = \dfrac{3\sqrt{10}}{2}$.
Mặ khác $A \in AN$, suy ra $A(t;2t-3)$.

$$MA = \frac{3\sqrt{10}}{2} \Leftrightarrow \left(t-\frac{11}{2}\right)^2 + \left(2t-\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{45}{2}$$
$$\Leftrightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \text{ hoặc } t = 4.$$

Vậy $A(1;-1)$ hoặc $A(4;5)$.

Bài 8 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-2}{1}$ và điểm $I(0;0;3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và cắt d tại hai điểm A,B sao cho tam giác IAB vuông tại I.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{a} = (1;2;1)$. Gọi H là trung điểm của AB, suy ra $IH \perp AB$.
Ta có $H \in d$ nên tọa độ H có dạng $H(t-1;2t;t+2) \Rightarrow \overrightarrow{IH} = (t-1;2t;t-1)$.
$IH \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IH}.\vec{a} = 0 \Leftrightarrow t-1+4t+t-1 = 0 \Rightarrow t = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \overrightarrow{IH} = \left(-\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$.

Tam giác IAH vuông cân tại H, suy ra bán kính mặt cầu (S) là $R = IA = \sqrt{2}IH = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

Do đó phương trình mặt cầu cần tìm là $(S)\colon x^2+y^2+(z-3)^2 = \dfrac{8}{3}$.

Bài 9 (1.0). Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1} = C_3^n$. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(\dfrac{nx^2}{14} - \dfrac{1}{x}\right)^n, x \neq 0$.

Lời giải.

Ta có $5C_n^{n-1} = C_3^n \Leftrightarrow 5n = \dfrac{n(n-1)(n-2)}{6} \Leftrightarrow n = 7$ (vì n nguyên dương).

Khi đó $\left(\dfrac{nx^2}{14} - \dfrac{1}{x}\right)^n = \left(\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{1}{x}\right)^7 = \displaystyle\sum_{k=0}^{7} C_k^7 \left(\dfrac{x^2}{2}\right)^{7-k}\left(-\dfrac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{7} \dfrac{(-1)^k C_k^7}{2^{7-k}} x^{14-3k}$.

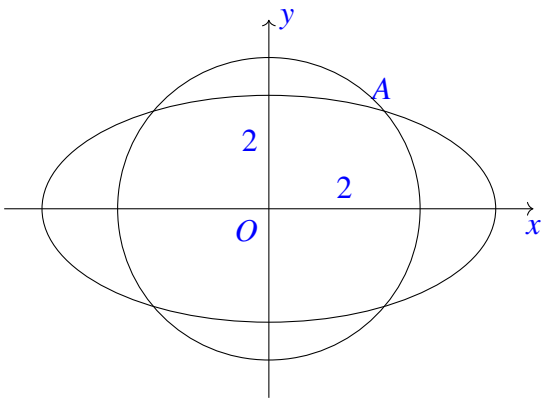
Số hạng chứa x^5 tương ứng với $14-3k = 5 \Leftrightarrow k = 3$.

Do đó số hạng cần tìm là $\dfrac{(-1)^3 \cdot C_3^7}{2^4}x^5 = -\dfrac{35}{16}x^5$.

28. Theo chương trình Nâng cao

Bài 10 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C)\colon x^2+y^2 = 8$. Viết phương trình chính tắc của elip (E), biết rằng (E) có độ dài trục lớn bằng 8 và (E) cắt (C) tại bốn điểm tạo thành bốn đỉnh của một hình vuông.

Lời giải.



Hình 2.75:

Phương trình chính tắc của (E) có dạng: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$ và $2a = 8$. Suy ra $a = 4$.

Do (E) và (C) cùng nhận Ox và Oy làm trục đối xứng và các giao điểm là các đỉnh của một hình vuông nên (E) và (C) có một giao điểm với tọa độ dạng $A(t;t), t > 0$.

$A \in (C) \Leftrightarrow t^2+t^2 = 8$, suy ra $t = 2$.

$A(2;2) \in (E) \Leftrightarrow \dfrac{4}{16} + \dfrac{4}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = \dfrac{16}{3}$.

Vậy phương trình chính tắc của (E) là $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{\frac{16}{3}}=1$.

Bài 11 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P)\colon x+y-2z+5=0$ và điểm $A(1;-1;2)$. Viết phương trình đường thẳng $\triangle$ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN.

Lời giải.

Ta có M thuộc d, suy ra tọa độ của M có dạng $M(2t-1;t;t+2)$.
MN nhận A là trung điểm, suy ra $N(3-2t;-2-t;2-t)$.
$N\in(P)\Leftrightarrow 3-2t-2-t-2(2-t)+5=0\Leftrightarrow t=2$, suy ra $M(3;2;4)$.
Đường thẳng $\triangle$ đi qua A và M có phương trình $\triangle\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{2}$.

Bài 12 (1.0). Cho số phức z thỏa mãn $\dfrac{5(\bar{z}+i)}{z+i}=2-i$. Tính môđun của số phức $w=1+z+z^2$.

Lời giải.

Đặt $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R}), z\neq -1$.
Ta có $\dfrac{5(\bar{z}+i)}{z+1}=2-i\Leftrightarrow (3a-b-2)+(a-7b+6)i=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}3a-b-2=0\\ a-7b+6=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\ b=1.\end{cases}$$

Do đó $z=1+i$. Suy ra $w=1+z+z^2=1+1+i+(1+i)^2=2+3i$.
Vậy $|w|=|2+3i|=\sqrt{13}$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2012
Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7,0 điểm)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^3$ (1), m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = 1$.

b) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 48.

Lời giải.

a) Khi $m = 1$, ta có $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

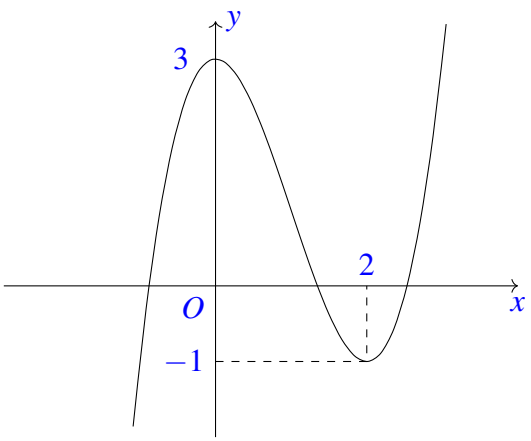
- Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
- Sự biến thiên:
  - Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$
  - Các khoảng đồng biến: $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$, khoảng nghịch biến: $(0;2)$.
  - Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CĐ} = 3$; đạt cực tiểu tại $x = 2$, $y_{CT} = -1$.
  - Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$.
  - Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

- Đồ thị (Hình 2.76)

b)

- $y' = 3x^2 - 6mx$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2m. \end{array}\right.$
  Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $m \neq 0$.
- Các điểm cực trị của đồ thị là $A\left(0;3m^3\right)$ và $B\left(2m;-m^3\right)$.
  Suy ra $OA = 3\left|m^3\right|$ và $\mathrm{d}\left(B,OA\right) = 2\left|m\right|$.
- $S_{\triangle OAB} = 48 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}.OA.\mathrm{d}(B,OA) \Leftrightarrow 3m^4 = 48 \Leftrightarrow m = \pm 2$ (thỏa mãn).



Hình 2.76:

Bài 2 (1.0). Giải phương trình $2\left(\cos x+\sqrt{3}\sin x\right)\cos x=\cos x-\sqrt{3}\sin x+1$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với:

$$\begin{aligned}\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x=\cos x-\sqrt{3}\sin x &\Leftrightarrow \cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\\ &\Leftrightarrow 2x-\frac{\pi}{3}=\pm\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})\\ &\Leftrightarrow \begin{bmatrix}x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\\ x=k\dfrac{2\pi}{3}\end{bmatrix}(k\in\mathbb{Z}).\end{aligned}$$

Bài 3 (1.0). Giải bất phương trình $x+1+\sqrt{x^2-4x+1}\geq 3\sqrt{x}$.

Lời giải.

- Điều kiện: $\begin{bmatrix}0\leq x\leq 2-\sqrt{3}\\ x\geq 2+\sqrt{3}.\end{bmatrix}$
- Nhận xét $x=0$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.
- Với $x>0$, bất phương trình đã cho tương đương với : $\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\sqrt{x+\dfrac{1}{x}-4}\geq 3$. (1)

Đặt $t=\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}$, bất phương trình (1) trở thành

$$\sqrt{t^2-6}\geq 3-t \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-t<0 \\ \begin{cases} 3-t\geq 0 \\ t^2-6\geq (3-t)^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow t\geq \frac{5}{2}.$$

Vì $t=\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ nên ta có

$$\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\geq \frac{5}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x}\geq 2 \\ \sqrt{x}\leq \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<x\leq \dfrac{1}{4} \\ x\geq 4. \end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện và nghiệm $x=0$, ta được tập hợp của bất phương trình đã cho là

$$S=\left[0;\frac{1}{4}\right]\cup[4;+\infty).$$

Bài 4 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^1 \frac{x^3}{x^4+3x^2+2}\mathrm{dx}$.

Lời giải.

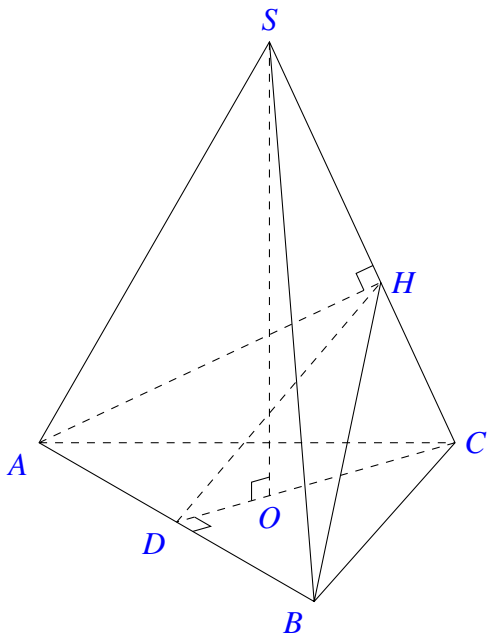
Đặt $t=x^2$, suy ra $\mathrm{dt}=2x\mathrm{dx}$. Với $x=0$ thì $t=0$; với $x=1$ thì $t=1$.

Khi đó

$$I=\frac{1}{2}\int_0^1 \frac{x^2.2x}{(x^2+1)(x^2+2)}\mathrm{dx}=\frac{1}{2}\int_0^1 \frac{t}{(t+1)(t+2)}\mathrm{dt}$$
$$=\frac{1}{2}\int_0^1 \left(\frac{2}{t+2}-\frac{1}{t+1}\right)\mathrm{dt}=\left(\ln|t+2|-\frac{1}{2}\ln|t+1|\right)\Big|_0^1=\ln 3-\frac{3}{2}\ln 2.$$

Bài 5 (1.0). Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ với $SA=2a$, $AB=a$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SC. Chứng minh SC vuông góc với mặt phẳng (ABH). Tính thể tích của khối chóp $S.ABH$ theo a.

Lời giải. Gọi D là trung điểm của cạnh AB và O



Hình 2.77:

là tâm của ΔABC.
Ta có $AB \perp CD$ và $AB \perp SO$ nên $AB \perp (SCD)$, do đó $AB \perp SC$.
Mặt khác $SC \perp AH$, suy ra $SC \perp (ABH)$.
Ta có $CD = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $OC = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ nên $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \dfrac{a\sqrt{33}}{3}$.
Do đó $DH = \dfrac{SO.CD}{SC} = \dfrac{a\sqrt{11}}{4}$.
Suy ra $S_{\Delta ABH} = \dfrac{1}{2}AB.DH = \dfrac{\sqrt{11}a^2}{8}$.
Ta có $SH = SC - HC = SC - \sqrt{CD^2 - DH^2} = \dfrac{7a}{4}$.
Do đó $V_{S.ABH} = \dfrac{1}{3}SH.S_{\Delta ABH} = \dfrac{7\sqrt{11}a^3}{96}$.

Bài 6 (1.0). Cho các số thực x, y, z thoả mãn các điều kiện $x+y+z=0$ và $x^2+y^2+z^2=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^5+y^5+z^5$.

Lời giải.

Với $x+y+z=0$ và $x^2+y^2+z^2=1$, ta có
$0 = (x+y+z)^2 = 1-2x^2+2yz$, nên $yz = x^2 - \dfrac{1}{2}$.
Mặt khác $yz \le \dfrac{y^2+z^2}{2} = \dfrac{1-x^2}{2}$. Suy ra $x^2 - \dfrac{1}{2} \le \dfrac{1-x^2}{2}$.
Do đó $-\dfrac{\sqrt{6}}{3} \le x \le \dfrac{\sqrt{6}}{3}$. $(*)$

Khi đó

$$\begin{aligned}P&=x^5+\left(y^2+z^2\right)\left(y^3+z^3\right)-y^2z^2(y+z)\\&=x^5+\left(1-x^2\right)\left[\left(y^2+z^2\right)(y+z)-yz(y+z)\right]+\left(x^2-\frac{1}{2}\right)^2x\\&=x^5+\left(1-x^2\right)\left[-x\left(1-x^2\right)+x\left(x^2-\frac{1}{2}\right)\right]+\left(x^2-\frac{1}{2}\right)^2x\\&=\frac{5}{4}\left(2x^3-x\right).\end{aligned}$$

Xét hàm $f(x)=2x^3-x$ trên $\left[-\frac{\sqrt{6}}{3};\frac{\sqrt{6}}{3}\right]$, suy ra $f'(x)=6x^2-1$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\pm\frac{\sqrt{6}}{6}$.

Ta có $f\left(-\frac{\sqrt{6}}{3}\right)=f\left(\frac{\sqrt{6}}{6}\right)=-\frac{\sqrt{6}}{9}$, $f\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)=f\left(-\frac{\sqrt{6}}{6}\right)=\frac{\sqrt{6}}{9}$. Do đó $f(x)\le\frac{\sqrt{6}}{9}$.

Suy ra $P\le\frac{5\sqrt{6}}{36}$.

Khi $x=\frac{\sqrt{6}}{3}$, $y=z=-\frac{\sqrt{6}}{6}$ thì dấu bằng xảy ra.

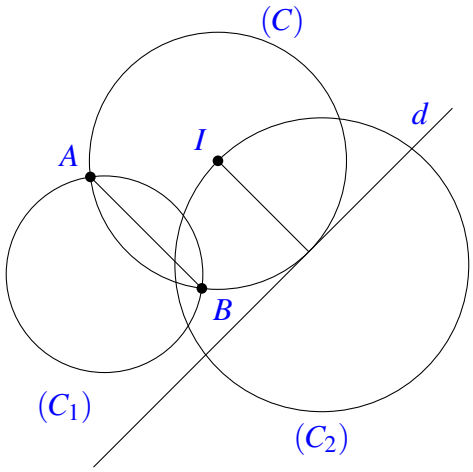
Vậy giá trị lớn nhất của P là $\frac{5\sqrt{6}}{36}$.

PHẦN RIÊNG (3,0 điểm)

29. Theo chương trình Chuẩn

Bài 7 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho các đường tròn $(C_1):x^2+y^2=4$, $(C_2):x^2+y^2-12x+18=0$ và đường thẳng $d:\ x-y-4=0$. Viết phương trình tròn có tâm thuộc (C_2), tiếp xúc với d và cắt (C_1) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho AB vuông góc với d.

Lời giải.



Hình 2.78:

$(C1)$ có tâm là gốc tọa độ O. Gọi I là tâm của đường tròn (C) cần viết phương trình, ta có

$AB \perp OI$. Mà $AB \perp d$ và $O \notin d$ nên $OI \parallel d$, do đó OI có phương trình $y = x$. Mặt khác $I \in (C_2)$, nên tọa độ của I thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} y = x \\ x^2 + y^2 - 12x + 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow I(3;3).$$

Do (C) tiếp xúc với d nên (C) có bán kính $R = \mathrm{d}(I,d) = 2\sqrt{2}$.
Vậy phương trình của (C) là $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 8$.

Bài 8 (1.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{-2}$ và hai điểm $A(2;1;0)$, $B(-2;3;2)$. Viết phương trình mặt cầu đi qua A, B có tâm thuộc đường thẳng d.

Lời giải.

Gọi (S) là mặt cầu cần viết phương trình và I là tâm của (S).
Do $I \in d$ nên tọa độ của điểm I có dạng $I(1+2t;t;-2t)$.
Do $A, B \in (S)$ nên $AI = BI$, suy ra $(2t-1)^2 + (t-1)^2 + 4t^2 = (2t+3)^2 + (t-3)^2 + (2t+2)^2 \Rightarrow t = -1$.
Do đó $I(-1;-1;2)$ và bán kính mặt cầu là $IA = \sqrt{17}$.
Vậy, phương trình mặt cầu (S) cần tìm là $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 17$.

Bài 9 (1.0). Trong một lớp học gồm có 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam lẫn nữ.

Lời giải.

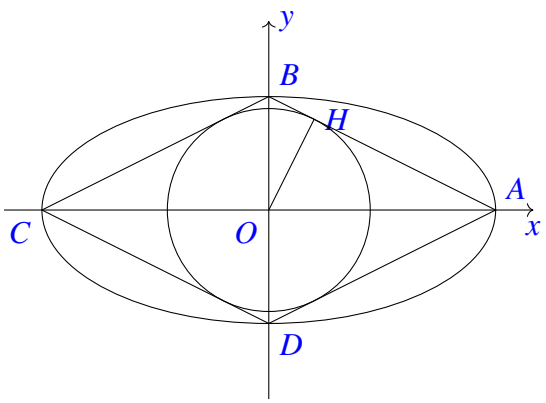
Số cách chọn 4 học sinh trong lớp là $\mathrm{C}_{25}^4 = 12650$.
Số cách chọn 4 học sinh có cả nam và nữ là $\mathrm{C}_{15}^1.\mathrm{C}_{10}^3 + \mathrm{C}_{15}^2.\mathrm{C}_{10}^2 + \mathrm{C}_{15}^3.\mathrm{C}_{10}^1 = 11075$.
Xác suất cần tính là $P = \dfrac{11075}{12650} = \dfrac{443}{506}$.

30. Theo chương trình Nâng Cao

Bài 10 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thoi $ABCD$ có $AC = 2BD$ và đường tròn tiếp xúc với các cạnh của hình thoi có phương trình $x^2 + y^2 = 4$. Viết phương trình chính tắc của elip (E) đi qua các đỉnh A, B, C, D của hình thoi. Biết A thuộc Ox.

Lời giải.

Giả sử $(E): \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1\,(a > b > 0)$. Hình thoi $ABCD$ có $AC = 2BD$ và A, B, C, D thuộc (E)
Suy ra $OA = 2OB$.
Không mất tính tổng quát, ta có thể xem $A(a;0)$ và $B\left(0;\dfrac{a}{2}\right)$.
Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên AB, suy ra OH là bán kính của đường tròn (C):



Hình 2.79:

$x^2+y^2=4$.
Ta có

$$\frac{1}{4}=\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{4}{a^2}.$$

Do đó phương trình của mặt phẳng (P) là $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=1$, nghĩa là $(P)\colon\ 6x+3y+4z-12=0$.

Bài 11 (1.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(0;0;3)$, $M(1;2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại B, C sao cho tam giác ABC có trọng tâm thuộc đường thẳng AM.

Lời giải.

Do $B\in Ox, C\in Oy$ nên tọa độ của B và C có dạng: $B(b;0;0)$ và $C(0;c;0)$.
Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC, suy ra $G\left(\frac{b}{3};\frac{c}{3};1\right)$.
Ta có $\overrightarrow{AM}=(1;2;-3)$ nên đường thẳng AM có phương trình $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-3}{-3}$.
Do G thuộc đường thẳng AM nên $\frac{b}{3}=\frac{c}{6}=\frac{-2}{-3}$. Suy ra $b=2$ và $c=4$.
Do đó phương trình của mặt phẳng (P) là $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=1$, nghĩa là $(P)\colon 6x+3y+4z-12=0$.

Bài 12 (1.0). Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2\sqrt{3}iz-4=0$. Viết dạng lượng giác của z_1 và z_2.

Lời giải.

Phương trình bậc hai $z^2-2\sqrt{3}iz-4=0$ có biệt thức $\Delta=4$.
Suy ra phương trình có hai nghiệm: $z_1=1+\sqrt{3}i$ và $z_2=-1+\sqrt{3}i$.

- Dạng lượng giác của z_1 là $z_1=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$.

- Dạng lượng giác của z_2 là $z_2 = 2\left(\cos\dfrac{2\pi}{3} + i\sin\dfrac{2\pi}{3}\right)$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2012
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH

Bài 1 (2.0). 1Cho hàm số $y=\frac{2}{3}x^3-mx^2-2\left(3m^2-1\right)x+\frac{2}{3}$ (1), m là tham số thực.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m=1$.

2) Tìm m để hàm số (1) có hai điểm cực trị x_1 và x_2 sao cho $x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)=1$.

Lời giải.

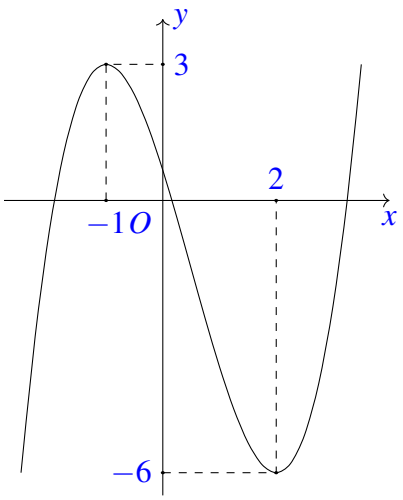
1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y=\frac{2}{3}x^3-x^2-4x+\frac{2}{3}$ (1), m

- Tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.
- Sự biến thiên:
  - Giới hạn của hàm số tại vô cực
  $$\lim_{x\to-\infty}y=-\infty;\ \lim_{x\to+\infty}y=+\infty.$$
  - Đạo hàm
  $$y'=2x^2-2x-4;\ y'=0\Leftrightarrow x=\pm1.$$
  - Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-6	↗	$+\infty$

  Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(2;+\infty)$; khoảng nghịch biến $(-1;2)$.
  - Cực trị: hàm số đạt cực đại tại $x=-1$, $y_{CĐ}=3$; đạt cực tiểu tại $x=2$, $y_{CT}=-6$.
- Đồ thị (Hình 2.80)

2) Ta có $y'=2x^2-2mx-2\left(3m^2-1\right)$.
Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt. Tức là khi $13m^2-4>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>\frac{2\sqrt{13}}{13}\\ m<-\frac{2\sqrt{13}}{13}\end{array}\right.$.
Khi m thỏa điều kiện trên, ta có x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $y'=0$. Áp dụng theo



Hình 2.80:

định lí Vi-ét ta được $\begin{cases} x_1+x_2=m \\ x_1x_2=1-3m^2. \end{cases}$

Theo đề, ta có

$$x_1x_2+2(x_1+x_2)=1 \Leftrightarrow 1-3m^2+2m=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m=0 & \text{(loại)} \\ m=\dfrac{2}{3}. & \text{(nhận)} \end{array}\right.$$

Vậy có duy nhất một giá trị của m thỏa đề bài, đó là $m=\dfrac{2}{3}$.

Bài 2 (1.0). 2Giải phương trình $\sin 3x+\cos 3x-\sin x+\cos x=\sqrt{2}\cos 2x$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} &\sin 3x+\cos 3x-\sin x+\cos x=\sqrt{2}\cos 2x \\ \Leftrightarrow\ &(2\sin x+2\cos x-\sqrt{2})\cos 2x=0. \end{aligned}$$

- $\cos 2x=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$.
- $2\sin x+2\cos x-\sqrt{2}=0 \Leftrightarrow \cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{7\pi}{12}+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{12}+k2 \end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Vậy các nghiệm của phương trình đã cho là

$$x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2},\ x=\frac{7\pi}{12}+k2\pi,\ x=-\frac{\pi}{12}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}.$$

Bài 3 (1.0). 3Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy+x-2=0 \\ 2x^3-x^2y+x^2+y^2-2xy-y=0 \end{cases} (x,y\in\mathbb{R}).$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{cases} xy+x-2=0 \\ 2x^3-x^2y+x^2+y^2-2xy-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy+x-2=0 \\ (2x-y+1)\left(x^2-y\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy+x-2=0 \\ \left[\begin{array}{l} 2x-y+1=0 \\ x^2-y=0. \end{array}\right. \end{cases} \quad (1)$$

- $2x-y+1=0\Leftrightarrow y=2x+1$. Thay vào (1) ta được $x^2+x-1=0\Leftrightarrow x=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$.
  Do đó ta được các nghiệm $(x;y)=\left(\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2};\sqrt{5}\right)$ và $(x;y)=\left(\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2};-\sqrt{5}\right)$.
- $x^2-y=0\Leftrightarrow y=x^2$. Thay vào (1) ta được $x^3+x-2=0\Leftrightarrow(x-1)\left(x^2+x+2\right)=0$.
  Do đó ta được các nghiệm $(x;y)=\left(\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2};\sqrt{5}\right)$ và $(x;y)=\left(\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2};-\sqrt{5}\right)$.

Vậy hệ phương trình đã cho có các nghiệm là

$$(x;y)=(1;1),(x;y)=\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2};\sqrt{5}\right),(x;y)=\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2};-\sqrt{5}\right).$$

Bài 4 (1.0). 2Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} x(1+\sin 2x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Ta có

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} x\,\mathrm{d}x+\int_0^{\frac{\pi}{4}} x\sin 2x\,\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}+\int_0^{\frac{\pi}{4}} x\sin 2x\,\mathrm{d}x=\frac{\pi^2}{32}+\int_0^{\frac{\pi}{4}} x\sin 2x\,\mathrm{d}x$$

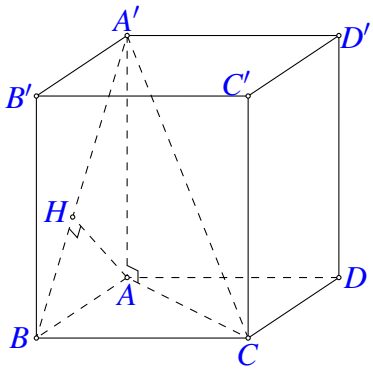
Đặt $u=x;\mathrm{d}v=\sin 2x\,\mathrm{d}x$, suy ra $\mathrm{d}u=\mathrm{d}x;v=-\dfrac{1}{2}\cos 2x$.
Khi đó

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x\sin 2x\,\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}x\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}+\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\,\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\sin 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{1}{4}.$$

Vậy $I=\dfrac{\pi^2}{32}+\dfrac{1}{4}$.

Bài 5 (1.0). 2Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, tam giác $A'AC$ vuông cân, $A'C=a$. Tính thể tích của khối tứ diện $ABB'C'$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCD') theo a.

Lời giải. Tam giác $A'AC$ vuông cân tại A và $A'C=$



Hình 2.81:

a nên $A'A=AC=\dfrac{a}{\sqrt{2}}$. Suy ra $AB=B'C'=\dfrac{a}{2}$.

Ta có $V_{ABB'C'}=\dfrac{1}{3}B'C'.S_{\triangle ABB'}=\dfrac{1}{6}B'C'.AB.BB'=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{48}$.

Gọi H là chân đường cao kẻ từ A của $\triangle A'AB$. Ta có $AH\perp A'B$ và $AH\perp BC$ nên $AH\perp(A'BC)$, nghĩa là $AH\perp(BCD')$. Do đó $AH=\mathrm{d}(A,(BCD'))$.

Ta có $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AB^2}+\dfrac{1}{AA'^2}=\dfrac{6}{a^2}$.

Vậy $\mathrm{d}(A,(BCD'))=AH=\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Bài 6 (1.0). 4Cho các số thực x, y thỏa mãn $(x-4)^2+(y-4)^2+2xy\le 32$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=x^3+y^3+3(xy-1)(x+y-2)$.

Lời giải.

Ta có

$$(x-4)^2+(y-4)^2+2xy\le 32\Leftrightarrow(x+y)^2-8(x+y)\le 0\Leftrightarrow 0\le x+y\le 8.$$

Khi đó $A=(x+y)^3-3(x+y)-6xy+6\ge(x+y)^3-\dfrac{3}{2}(x+y)^2-3(x+y)+6$.

Xét hàm số $f(t)=t^3-\dfrac{3}{2}t^2-3t+6$ trên đoạn $[0;8]$.

Ta có $f'(t)=3t^2-3t-3$, $f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}t=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2} & \text{(nhận)}\\ t=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2} & \text{(loại)}.\end{array}\right.$

Và $f(0)=6$, $f\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)=\dfrac{17-5\sqrt{5}}{4}$, $f(8)=398$.

Suy ra $A \geq \dfrac{17-5\sqrt{5}}{4}$. Đẳng thức xảy ra khi $x=y=\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$.

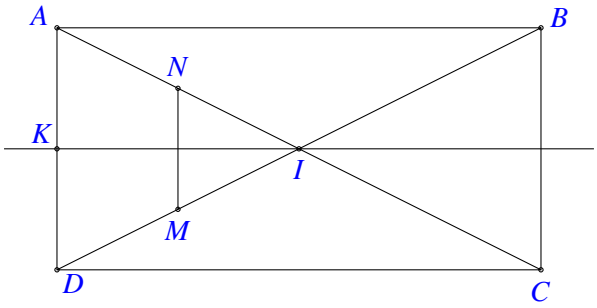
Vậy giá trị nhỏ nhất của A là $\dfrac{17-5\sqrt{5}}{4}$.

PHẦN RIÊNG

31. Theo chương trình Chuẩn

Bài 7 (1.0). 3Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$. Các đường thẳng AC và AD lần lượt có phương trình là $x+3y=0$ và $x-y+4=0$; đường thẳng BD đi qua điểm $M\left(-\dfrac{1}{3};1\right)$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$.

Lời giải. Tọa độ điểm A thỏa mãn hệ $\begin{cases} x+3y=0 \\ x-y+4=0 \end{cases} \Rightarrow$



Hình 2.82:

$A(-3;1)$.

Gọi N là điểm thuộc AC sao cho $MN \parallel AD$. Suy ra MN có phương trình là $x-y+\dfrac{4}{3}=0$.

Vì N thuộc AC nên tọa độ của điểm N thỏa mãn hệ $\begin{cases} x-y+\dfrac{4}{3}=0 \\ x+3y=0 \end{cases} \Rightarrow N\left(-1;\dfrac{1}{3}\right)$.

Đường trung trực Δ của MN đi qua trung điểm của MN và vuông góc với AD nên có phương trình là $x+y=0$.

Gọi I và K lần lượt là giao điểm của Δ với AC và AD. Suy ra tọa độ của điểm I thỏa mãn hệ $\begin{cases} x+y=0 \\ x+3y=0. \end{cases}$ và tọa độ của điểm K thỏa mãn hệ $\begin{cases} x+y=0 \\ x-y+4=0. \end{cases}$

Suy ra $I(0;0)$ và $K(-2;2)$.

Ta có

$$\begin{aligned} &\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AI} \Rightarrow C(3;-1); \\ &\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AK} \Rightarrow D(-1;3); \\ &\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD} \Rightarrow B(1;-3). \end{aligned}$$

Bài 8 (1.0). 2Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y-2z+10=0$ và điểm $I(2;1;3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và cắt (P) theo một đường tròn có bán kính bằng 4.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên (P). Suy ra H là tâm của đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) cần viết phương trình.
Ta có $IH=\mathrm{d}(I;(P))=3$.
Bán kính của mặt cầu (S) là $R=\sqrt{3^2+4^2}=5$.
Phương trình của mặt cầu (S) là $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=25$.

Bài 9 (1.0). 2Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z+\dfrac{2(1+2i)}{1+i}=7+8i$. Tìm môđun của số phức $w=z+1+i$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}&(2+i)z+\frac{2(1+2i)}{1+i}=7+8i\\ \Leftrightarrow\ &(2+i)z=4+7i\\ \Leftrightarrow\ &z=3+2i.\end{aligned}$$

Do đó $w=4+3i$.
Môđun của w là $\sqrt{4^2+3^2}=5$.

32. Theo chương trình Nâng cao

Bài 10 (1.0). 3Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d\colon 2x-y+3=0$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc d, cắt trục Ox tại A và B, cắt trục Oy tại C và D sao cho $AB=CD=2$.

Lời giải.

Gọi I là tâm của đường tròn (C) cần viết phương trình.
Do $I\in d$ nên tọa độ của I có dạng $I(t;2t+3)$.
Theo đề

$$AB=CD\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,Ox)=\mathrm{d}(I,Oy)\Leftrightarrow |t|=|2t+3|\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=-1\\ t=-3.\end{array}\right.$$

- Với $t=-1$ ta được $I(-1;1)$, nên $\mathrm{d}(I,Ox)=1$. Suy ra, bán kính của (C) là $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$.
  Do đó $(C)\colon (x+1)^2+(y-1)^2=2$.
- Với $t=-3$ ta được $I(-3;-3)$, nên $\mathrm{d}(I;Ox)=3$. Suy ra, bán kính của (C) là $\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$.
  Do đó $(C)\colon (x+3)^2+(y+3)^2=10$.

Bài 11 (1.0). 2Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và hai điểm $A(1;-1;2), B(2;-1;0)$. Xác định tọa độ điểm M thuộc d sao cho tam giác AMB vuông tại M.

Lời giải.

Do $M\in d$ nên tọa độ của điểm M có dạng $M(1+2t;-1-t;t)$.
Suy ra $\overrightarrow{AM}=(2t;-t;t-2), \overrightarrow{BM}=(-1+2t;-t;t)$.
Ta có

$$\begin{aligned}\triangle AMB \text{ vuông tại } M &\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=0\\ &\Leftrightarrow 2t(-1+2t)+t^2+t(t-2)=0\\ &\Leftrightarrow 6t^2-4t=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0\\ t=\dfrac{2}{3}.\end{array}\right.\end{aligned}$$

Vậy $M(1;-1;0)$ hoặc $M\left(\dfrac{7}{3};-\dfrac{5}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.

Bài 12 (1.0). 2Giải phương trình $z^2+3(1+i)z+5i=0$ trên tập hợp các số phức.

Lời giải.

Phương trình bậc hai $z^2+3(1+i)z+5i=0$ có biệt thức $\Delta=-2i=(1-i)^2$.
Phương trình có 2 nghiệm phân biệt là

$$z_1=\frac{-3(1+i)+(1-i)}{2}=-1-2i, z_2=\frac{-3(1+i)-(1-i)}{2}=-2-i.$$

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2013
Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Bài 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+3mx-1$ (1), với m là tham số thực.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m=0$.

2) Tìm m để hàm số (1) nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải.

1) Khi $m=0$ hàm số trở thành $y=-x^3+3x^2-1$. (1)

1) Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

2) Sự biến thiên

a) Các giới hạn của hàm số tại vô cực

b) Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}x^3\left(-1+\dfrac{3}{x}-\dfrac{1}{x^3}\right)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}x^3\left(-1+\dfrac{3}{x}-\dfrac{1}{x^3}\right)=-\infty$.

c) Bảng biến thiên

$y'=-3x^2+6x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2.\end{array}\right.$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\nearrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

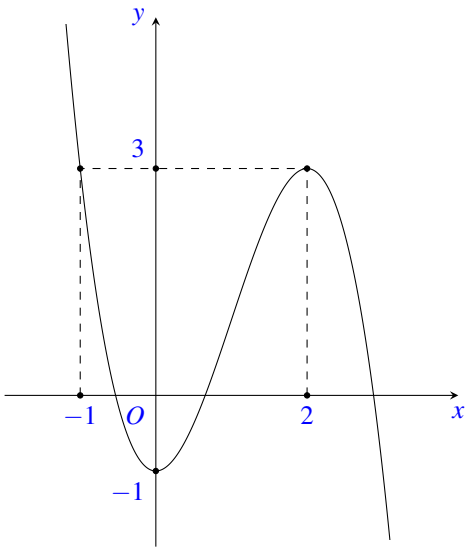
Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$, nghịch biến trên $(0;2)$.
Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, $y_{CT}=-1$.
Hàm số đạt cực đại tại $x=2$, $y_{CĐ}=3$.

3) Đồ thị (Hình 2.83)

2) Ta có $y'=-3x^2+6x+3m$.
Hàm số (1) nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi

$$y'\le 0,\forall x>0\Leftrightarrow m\le x^2-2x,\forall x>0.$$

Xét $f(x)=x^2-2x$ với $x>0$. Ta có $f'(x)=2x-2;f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$.
Bảng biên thiên:



Hình 2.83:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta được giá trị m thỏa mãn yêu cầu của bài toán là $m \leq -1$.

Bài 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $1+\tan x = 2\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện: $\cos x \neq 0$.
Phương trình đã cho tương đương với

$$1+\frac{\sin x}{\cos x} = 2(\sin x+\cos x) \Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(2\cos x-1)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x+\cos x=0\\ 2\cos x-1=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi (k\in\mathbb{Z})\\ x=\pm\dfrac{\pi}{3}+t2\pi (t\in\mathbb{Z}).\end{array}\right.$$

Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm: $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi$ và $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi (k\in\mathbb{Z})$.

Bài 3 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{x+1}+\sqrt[4]{x-1}-\sqrt{y^4+2}=y\\ x^2+2x(y-1)+y^2-6y+1=0\end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

Xét hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{x+1}+\sqrt[4]{x-1}-\sqrt{y^4+2}=y & (1)\\ x^2+2x(y-1)+y^2-6y+1=0. & (2)\end{cases}$

Điều kiện $x\geq 1$.

Từ (2) ta được $4y=(x+y-1)^2$, suy ra $y\geq 0$.

Đặt $u=\sqrt[4]{x-1}$, suy ra $u\geq 0$. Phương trình (1) trở thành: $\sqrt{u^4+2}+u=\sqrt{y^4+2}+y$.(3)

Xét $f(t)=\sqrt{t^4+2}+t$, với $t\geq 0$. Ta có $f'(t)=\dfrac{2t^3}{\sqrt{t^4+2}}+1>0,\forall t\geq 0$. Do đó phương trình (3) tương đương với $y=u$, nghĩa là $x=y^4+1$.

Thay vào phương trình (2) ta được $y\left(y^7+2y^4+y-4\right)=0$ (4). Hàm $g(y)=y^7+2y^4+y-4$ có $g'(y)=7y^6+8y^3+1>0$ với mọi $y\geq 0$. Mà $g(1)=0$, nên (4) có hai nghiệm không âm là $y=0$ và $y=1$. Với $y=0$ ta được nghiệm $(x;y)=(1;0)$; với $y=1$ ta được nghiệm $(x;y)=(2;1)$. Vậy nghiệm $(x;y)$ của hệ đã cho là $(1;0)$ và $(2;1)$.

Bài 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_1^2\frac{x^2-1}{x^2}\ln x\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Đặt $\begin{cases}u=\ln x,\\ \mathrm{d}v=\dfrac{x^2-1}{x^2}\,\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\dfrac{\mathrm{d}x}{x}\\ v=x+\dfrac{1}{x}.\end{cases}$

Ta có

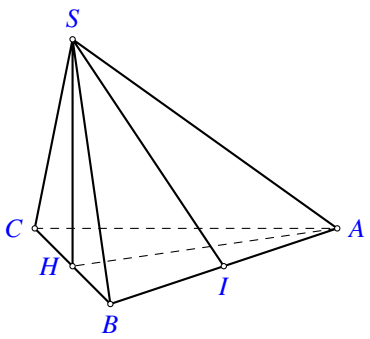
$$\begin{aligned}I&=\left(x+\frac{1}{x}\right)\ln x\Big|_1^2-\int_1^2\left(x+\frac{1}{x}\right)\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x\\&=\left(x+\frac{1}{x}\right)\ln x\Big|_1^2-\left(x-\frac{1}{x}\right)\Big|_1^2\\&=\frac{5}{2}\ln 2-\frac{3}{2}.\end{aligned}$$

Bài 5 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại $A,\widehat{ABC}=30^\circ,SBC$ là tam giác đều cạnh a và mặt bên SBC vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB).

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BC, suy ra $SH \perp BC$. Mà (SBC) vuông góc với (ABC) theo giao tuyến BC, nên $SH \perp (ABC)$.
Vì $BC = a$ nên

$$SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}; AC = BC\sin 30^\circ = \frac{a}{2}; AB = BC\cos 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$



Do đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{6}SH \cdot AB \cdot AC = \frac{a^3}{16}$.
Tam giác ABC vuông tại A và H là trung điểm của BC nên $HA = HB$.
Mà $SH \perp (ABC)$, suy ra $SA = SB = a$.
Gọi I là trung điểm của AB, suy ra $SI \perp AB$.
Do đó $SI = \sqrt{SB^2 - \frac{AB^2}{4}} = \frac{a\sqrt{13}}{4}$.
Suy ra $d(C,(SAB)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\triangle SAB}} = \frac{6V_{S.ABC}}{SI.AB} = \frac{a\sqrt{39}}{13}$.

Bài 6 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $(a+c)(b+c) = 4c^2$.
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{32a^3}{(b+3c)^3} + \frac{32b^3}{(a+3c)^3} - \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{c}$.

Lời giải.

Đặt $x = \frac{a}{c}, y = \frac{b}{c}$. Ta được $x > 0, y > 0$. Điều kiện của bài toán trở thành $xy + x + y = 3$.
Khi đó $P = \frac{32x^3}{(y+3)^3} + \frac{32y^3}{(x+3)^3} - \sqrt{x^2+y^2}$.
Với mọi $u > 0, v > 0$ ta có

$$u^3 + v^3 = (u+v)^3 - 3uv(u+v) \geq (u+v)^3 - \frac{3}{4}(u+v)^3 = \frac{(u+v)^3}{4}.$$

Do đó

$$\frac{32x^3}{(y+3)^3} + \frac{32y^3}{(x+3)^3} \geq 8\left(\frac{x}{y+3} + \frac{y}{x+3}\right)^3 = 8\left(\frac{(x+y)^2 - 2xy + 3x + 3y}{xy + 3x + 3y + 9}\right)^3.$$

Thay $xy = 3 - x - y$ vào biểu thức trên ta được

$$\frac{32x^3}{(y+3)^3} + \frac{32y^3}{(x+3)^3} \geq 8\left(\frac{(x+y-1)(x+y+6)}{2(x+y+6)}\right)^3 = (x+y-1)^3.$$

Do đó

$$\begin{aligned} P \geq (x+y-1)^3 - \sqrt{x^2+y^2} &= (x+y-1)^3 - \sqrt{(x+y)^2 - 2xy} \\ &= (x+y-1)^3 - \sqrt{(x+y)^2 + 2(x+y) - 6}. \end{aligned}$$

Đặt $t = x + y$. Suy ra $t > 0$ và $P \geq (t-1)^3 - \sqrt{t^2 + 2t - 6}$.
Ta có $3 = x + y + xy \leq (x+y) + \frac{(x+y)^2}{4} = t + \frac{t^2}{4}$ nên $(t-2)(t+6) \geq 0$. Do đó $t \geq 2$.

Xét $f(t)=(t-1)^3-\sqrt{t^2+2t-6}$, với $t\geq 2$. Ta có $f'(t)=3(t-1)^2-\dfrac{t+1}{\sqrt{t^2+2t-6}}$.

Với mọi $t\geq 2$ ta có $3(t-1)^2\geq 3$ và $\dfrac{t+1}{\sqrt{t^2+2t-6}}=\sqrt{1+\dfrac{7}{(t+1)^2-7}}\leq\sqrt{1+\dfrac{7}{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ nên $f'(t)\geq 3-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}>0$.

Suy ra $f(t)\geq f(2)=1-\sqrt{2}$.

Do đó $P\geq 1-\sqrt{2}$. Khi $a=b=c$ thì $P=1-\sqrt{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $1-\sqrt{2}$.

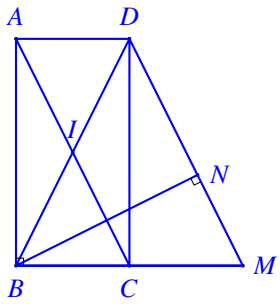
PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*)

Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần riêng (phần A hoặc phần B)

Theo chương trình Chuẩn

Bài 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm C thuộc đường thẳng $d\colon 2x+y+5=0$ và $A(-4;8)$. Gọi M là điểm đối xứng của B qua C, N là hình chiếu vuông góc của B trên đường thẳng MD. Tìm tọa độ các điểm B và C, biết rằng $N(5;-4)$.

Lời giải.



Do $C\in d$ nên $C(t;-2t-5)$. Gọi I là tâm của hình chữ nhật $ABCD$, suy ra I là trung điểm của AC. Do đó $I\left(\dfrac{t-4}{2};\dfrac{-2t+3}{2}\right)$. Tam giác BDN vuông tại N nên $IN=IB$. Suy ra $IN=IA$. Do đó ta có phương trình

$$\left(5-\frac{t-4}{2}\right)^2+\left(-4-\frac{-2t+3}{2}\right)^2=\left(-4-\frac{t-4}{2}\right)^2+\left(8-\frac{-2t+3}{2}\right)^2$$
$$\Leftrightarrow\quad t=1.$$

Suy ra $C(1;-7)$.

Do M đối xứng với B qua C nên $CM=CB$. Mà $CB=AD$ và $CM\parallel AD$ nên tứ giác $ACMD$ là hình bình hành. Suy ra $AC\parallel DM$. Theo giả thiết, $BN\perp DM$, suy ra $BN\perp AC$ và $CB=CN$. Vậy B là điểm đối xứng của N qua AC. Đường thăng AC có phương trình: $3x+y+4=0$. Đường thẳng BN qua N và vuông góc với AC nên có phương trình $x-3y-17=0$. Do đó $B(3a+17;a)$. Trung điểm của BN thuộc AC nên

$$3\left(\frac{3a+17+5}{2}\right)+\frac{a-4}{2}+4=0\Leftrightarrow a=-7.$$

Vậy $B(-4;-7)$.

Bài 8 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-6}{-3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$ và điểm $A(1;7;3)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với Δ. Tìm tọa độ điểm M thuộc Δ sao cho $AM=2\sqrt{30}$.

Lời giải.

Δ có véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(-3;-2;1)$.
(P) qua A và nhận $\vec{u}$ làm véctơ pháp tuyến, nên (P) có phương trình

$$-3(x-1)-2(y-7)+(z-3)=0\Leftrightarrow 3x+2y-z-14=0.$$

M thuộc Δ nên $M(6-3t;-1-2t;-2+t)$.

$$AM=2\sqrt{30}\Leftrightarrow (6-3t-1)^2+(-1-2t-7)^2+(-2+t-3)^2=120\Leftrightarrow 7t^2-4t-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1\\ t=-\dfrac{3}{7}\end{array}\right..$$

Suy ra $M(3;-3;-1)$ hoặc $M\left(\dfrac{51}{7};-\dfrac{1}{7};-\dfrac{17}{7}\right)$.

Bài 9 (1,0 điểm). Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm ba chữ số phân biệt được chọn từ các chữ số $1;2;3;4;5;6;7$. Xác định số phần tử của S. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn là số chẵn.

Lời giải.

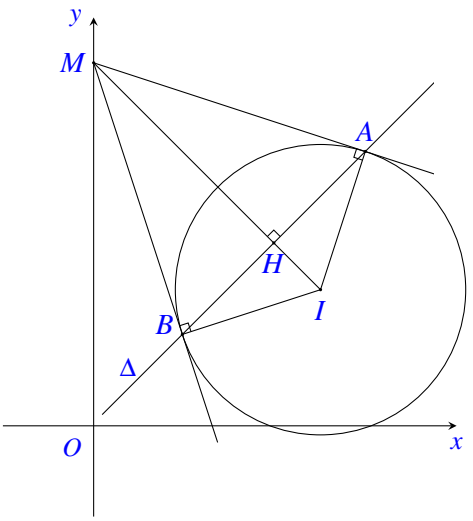
Số phần tử của S là $\mathrm{A}_7^3=210$.
Số cách chọn một sô chẵn từ S là $3\cdot 6\cdot 5=90$ (cách).
Vậy xác suất cần tính bằng $\dfrac{90}{210}=\dfrac{3}{7}$.

Theo chương trình Nâng cao

Bài 10 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta\colon x-y=0$. Đường tròn (C) có bán kính $R=\sqrt{10}$ cắt Δ tại hai điểm A và B sao cho $AB=4\sqrt{2}$. Tiếp tuyến của (C) tại A và B cắt nhau tại một điểm thuộc tia Oy. Viết phương trình đường tròn (C).

Lời giải.

Gọi M là giao điểm của tiếp tuyến tại A và B của (C), H là giao điểm của AB và IM. Khi đó $M(0;t)$, với $t \geq 0$; H là trung điểm của AB. Suy ra $AH = \dfrac{AB}{2} = 2\sqrt{2}$.



$\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AM^2} + \dfrac{1}{AI^2}$, suy ra $AM = 2\sqrt{10}$.

Do đó $MH = \sqrt{AM^2 - AH^2} = 4\sqrt{2}$.

Mà $MH = d(M,\Delta) = \dfrac{|t|}{\sqrt{2}}$, nên $t = 8$. Do đó $M(0;8)$.

Đường thẳng IM qua M và vuông góc với Δ nên có phương trình $x + y - 8 = 0$. Do đó tọa độ điểm H thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ x + y - 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow H(4;4).$$

Ta có $IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \sqrt{2} = \dfrac{1}{4}HM$, nên $\overline{IH} = \dfrac{1}{4}\overline{HM}$. Do đó $I(5;3)$.

Vậy đường tròn (C) có phương trình $(x-5)^2 + (y-3)^2 = 10$.

Bài 11 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x + 3y + z - 11 = 0$ và mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 8 = 0$. Chứng minh (P) tiếp xúc với (S). Tìm tọa độ tiếp điểm của (P) và (S).

Lời giải.

(S) có tâm $I(1;-2;1)$ và bán kính $R = \sqrt{14}$.

$\mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|2.1 + 3(-2) + 1.1 - 11|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2}} = \dfrac{14}{\sqrt{14}} = R$.

Do đó (P) tiếp xúc với (S). Gọi M là tiếp điểm của (P) và (S). Suy ra M thuộc đường thăng qua I và vuông góc với (P). Do đó $M(1+2t;-2+3t;1+t)$.

Do M thuộc (P) nên

$$2(1+2t) + 3(-2+3t) + (1+t) - 11 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Vậy $M(3;1;2)$.

Bài 12 (1,0 điểm). Cho số phức $z = 1 + \sqrt{3}i$. Viết dạng lượng giác của z. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $w = (1+i)z^5$.

Lời giải.

Ta có

$$z = 1 + \sqrt{3}i = 2\left(\frac{1}{2} + i\right. = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right).$$

Suy ra

$$z^5 = 2^5\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right) = 16(1 - \sqrt{3}i).$$

Do đó $w = 16(\sqrt{3}+1) + 16(1-\sqrt{3})i$.

Vậy w có phần thực là $16(\sqrt{3}+1)$ và phần ảo là $16(1-\sqrt{3})$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2013
Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=2x^3-3(m+1)x^2+6mx$ (1), với m là tham số thực.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m=-1$.

2) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị A và B sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng $y=x+2$.

Lời giải.

1) Khi $m=-1$ ta có hàm số $y=2x^3-6x$

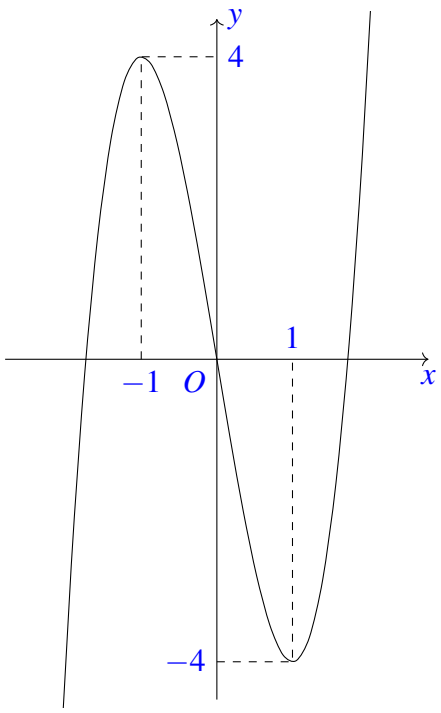
- Tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.
- Sự biến thiên:
  - Chiều biến thiên: $y'=6x^2-6; y'=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.
    Các khoảng đồng biến: $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$; khoảng nghịch biến $(-1;1)$.
  - Cực trị: hàm số đạt cực đại tại $x=-1, y_{CĐ}=4$; đạt cực tiểu tại $x=1, y_{CT}=-4$.
  - Giới hạn tại vô cực: $\lim\limits_{x\to-\infty}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}=+\infty$.
- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-4	↗	$+\infty$

- Đồ thị (Hình 2.84)

2) Ta có $y'=6x^2-6(m+1)x+6m$.
$y'=0\Leftrightarrow 6(x-1)(x-m)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=m.\end{array}\right.$
Điều kiện để đồ thị hàm số có hai cực trị là $m\neq 1$.
Tọa độ các cực trị là $A(1;3m-1)$ và $B(m;-m^3+3m^2)$. Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(m-1;-(m-1)^3\right)$.
Hệ số góc của đường thẳng AB là $k=-(m-1)^2$.
Vì $AB\perp d$ nên $-(m-1)^2.1=-1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=0\\m=2.\end{array}\right.$
Vậy $m=0$, $m=2$ là giá trị cần tìm.

Bài 2 (1.0). Giải phương trình $\sin 5x+2\cos^2 x=1$.



Hình 2.84:

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\sin 5x+2\cos^2 x=1 &\Leftrightarrow \sin 5x+\cos 2x=0\\ &\Leftrightarrow \cos 2x=-\sin 5x\\ &\Leftrightarrow \cos 2x=\cos\left(\frac{\pi}{2}+5x\right)\\ &\Leftrightarrow \begin{bmatrix}2x=\dfrac{\pi}{2}+5x+k2\pi\\ 2x=-\dfrac{\pi}{2}-5x+k2\pi\end{bmatrix}(k\in\mathbb{Z})\Leftrightarrow \begin{bmatrix}x=-\dfrac{\pi}{6}-k\dfrac{2\pi}{3}\\ x=-\dfrac{\pi}{14}+k\dfrac{2\pi}{7}\end{bmatrix}(k\in\mathbb{Z}).\end{aligned}$$

Bài 3 (1.0). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases}2x^2+y^2-3xy+3x-2y+1=0\\ 4x^2-y^2+x+4=\sqrt{2x+y}+\sqrt{x+4y}\end{cases}(x,y\in\mathbb{R}).$$

Lời giải.

$$\begin{cases}2x^2+y^2-3xy+3x-2y+1=0 & (1)\\ 4x^2-y^2+x+4=\sqrt{2x+y}+\sqrt{x+4y} & (2)\end{cases}(x,y\in\mathbb{R}).$$

Điều kiện: $2x+y\geq 0$, $x+4y\geq 0$.

Ta có

$$\begin{aligned}(1) &\Leftrightarrow (2x^2-xy+x)+(y^2-2xy-y)+(2x-y+1)=0\\ &\Leftrightarrow x(2x-y+1)-y(2x-y+1)+(2x-y+1)=0\\ &\Leftrightarrow (2x-y+1)(x-y+1)=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}y=2x+1\\ y=x+1.\end{array}\right.\end{aligned}$$

- Với $y=2x+1$ ta có

$$\begin{aligned}(2) &\Leftrightarrow 3-3x=\sqrt{4x+1}+\sqrt{9x+4}\\ &\Leftrightarrow -3x+(1-\sqrt{4x+1})+(2-\sqrt{9x+4})=0\\ &\Leftrightarrow -x\left(3+\frac{1}{1+\sqrt{4x+1}}+\frac{1}{2+\sqrt{9x+4}}\right)=0\\ &\Leftrightarrow x=0\Rightarrow y=1 \text{ (thỏa điều kiện).}\end{aligned}$$

- Với $y=x+1$ ta có

$$\begin{aligned}(2) &\Leftrightarrow 3x^2-x+3=\sqrt{3x+1}+\sqrt{5x+4}\\ &\Leftrightarrow 3(x^2-x)+(x+1-\sqrt{3x+1})+(x+2-\sqrt{5x+4})=0\\ &\Leftrightarrow (x^2-x)\left(3+\frac{1}{x+1+\sqrt{3x+1}}+\frac{1}{x+2+\sqrt{5x+4}}\right)=0\\ &\Leftrightarrow x^2-x=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=1 \text{ (thỏa điều kiện)}\\ x=1\Rightarrow y=2 \text{ (thỏa điều kiện).}\end{array}\right.\end{aligned}$$

Vậy nghiệm hệ phương trình là $(0;1)$, $(1;2)$.

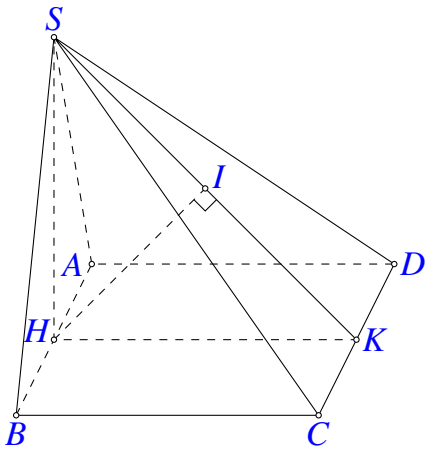
Bài 4 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^1 x\sqrt{2-x^2}\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Đặt $t=\sqrt{2-x^2}\Rightarrow t^2=2-x^2\Rightarrow t\,\mathrm{d}t=-x\,\mathrm{d}x$.
Khi $x=0$ thì $t=\sqrt{2}$, khi $x=1$ thì $t=1$.
Do đó $I=-\displaystyle\int_{\sqrt{2}}^{1}t^2\,\mathrm{d}t=-\frac{t^3}{3}\Big|_{\sqrt{2}}^{1}=\frac{2\sqrt{2}-1}{3}$.

Bài 5 (1.0). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD).

Lời giải.



Gọi H là trung điểm AB, suy ra $SH \perp AB$ và $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.
Vì $(SAB) \perp (ABCD)$ theo giao tuyến AB nên $SH \perp (ABCD)$.
Do đó, $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.
Ta có $AB \parallel CD$ và $H \in AB$ nên $\mathrm{d}(A,(SCD)) = \mathrm{d}(H,(SCD))$.
Gọi K là trung điểm CD và I là hình chiếu vuông góc của H lên SK.
Ta có $\begin{cases} CD \perp SH \\ CD \perp HK \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHK)$ nên $CD \perp HI$.
Mặt khác $HI \perp SK \Rightarrow HI \perp (SCD)$ tại I nên $\mathrm{d}(H,(SCD)) = HI$.
Suy ra $\mathrm{d}(A,(SCD)) = HI = \sqrt{\dfrac{SH^2.HK^2}{SH^2+HK^2}} = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Bài 6 (1.0). Cho a, b, c là các số thực dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{4}{\sqrt{a^2+b^2+c^2+4}} - \frac{9}{(a+b)\sqrt{(a+2c)(b+2c)}}.$$

Lời giải.

Ta có $(a+b)\sqrt{(a+2c)(b+2c)} \le (a+b)\cdot\dfrac{a+b+4c}{2} = \dfrac{a^2+b^2+2ab+4ac+4bc}{2} \le 2(a^2+b^2+c^2)$.
Đặt $t = \sqrt{a^2+b^2+c^2+4}$, suy ra $t > 2$ và $P \le \dfrac{4}{t} - \dfrac{9}{2(t^2-4)}$.
Xét hàm số $f(t) = \dfrac{4}{t} - \dfrac{9}{2(t^2-4)}$ với $t > 2$.
Ta có $f'(t) = -\dfrac{4}{t^2} + \dfrac{9t}{(t^2-4)^2} = \dfrac{-(t-4)(4t^3+7t^2-4t-16)}{t^2(t^2-4)^2}$.
Mặt khác $4t^3+7t^2-4t-16 = 4(t^3-4)+t(7t-4) > 0$ (do $t > 2$). Do đó, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$.
Bảng biến thiên:

x	-2		4		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$ ‖	↗	$\frac{5}{8}$	↘	0

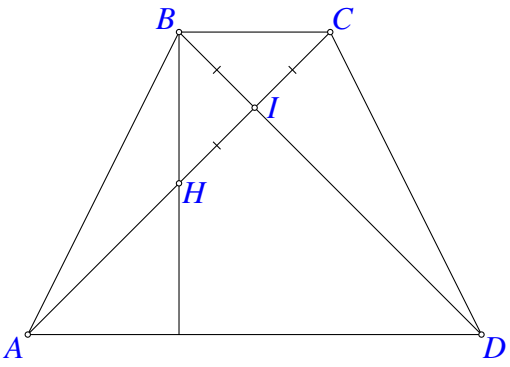
Từ bảng biến thiên ta được $P \le \dfrac{5}{8}$ khi $a=b=c=2$.

Vậy giá trị lớn nhất của P là $\dfrac{5}{8}$.

Bài 7 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho hình thang cân $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau và $AD=3BC$. Đường thẳng BD có phương trình $x+2y-6=0$ và tam giác ABD có trực tâm là $H(-3;2)$. Tìm toạ độ các đỉnh C và D.

Lời giải.

Gọi I là giao điểm của AC và BD, suy ra $IB=IC$.
Mà $IB \perp IC$ nên $\triangle IBC$ vuông cân tại I, suy ra $\widehat{ICB}=45^\circ$.
Vì $\begin{cases} BC \parallel AD \\ BH \perp AD \end{cases}$ nên $BH \perp BC$, suy ra $\triangle HBC$ vuông cân tại C.
Lúc đó I là trung điểm của đoạn thẳng HC.



Do $CH \perp BD$ và trung điểm I của CH thuộc BD nên toạ độ điểm C thoả mãn hệ

$$\begin{cases} 2(x+3)-(y-2)=0 \\ \dfrac{x-3}{2}+2\left(\dfrac{y+2}{2}\right)-6=0. \end{cases}$$

Do đó $C(-1;6)$.
Ta có $\dfrac{IC}{ID}=\dfrac{IB}{ID}=\dfrac{BC}{AD}=\dfrac{1}{3} \Rightarrow ID=3IC \Rightarrow CD=\sqrt{IC^2+ID^2}=IC\sqrt{10}=\dfrac{CH\sqrt{10}}{2}=5\sqrt{2}$.
Ta có $D(6-2t;t)$ và $CD=5\sqrt{2}$ suy ra $(7-2t)^2+(t-6)^2=50 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=7. \end{array}\right.$.
Do đó $D(4;1)$ hoặc $D(-8;7)$.

Bài 8 (1.0). Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;5;0)$ và mặt phẳng $(P): 2x+3y-z-7=0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P). Tìm tọa độ điểm đối xứng của A qua (P)

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;3;-1)$.
Đường thẳng Δ qua A và vuông góc với (P) nhận $\vec{n}$ làm vectơ chỉ phương,
nên có phương trình $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-5}{3}=\dfrac{z}{-1}$.
Gọi B là điểm đối xứng của A qua (P), suy ra B thuộc Δ.
Do đó $B(3+2t;5+3t;-t)$ với $t\in\mathbb{R}$.
Trung điểm của đoạn thẳng AB thuộc (P) nên

$$2(3+t)+3\left(\frac{10+3t}{2}\right)-\left(\frac{-t}{2}\right)-7=0\Leftrightarrow t=-2.$$

Do đó $B(-1;-1;2)$.

Bài 9 (1.0). Có hai chiếc hộp bi. Hộp thứ nhất chứa 4 viên bi đỏ và 3 viên bi trắng, hộp thứ hai chứa 2 viên bi đỏ và 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên từ một hộp ra 1 viên bi, tính xác suất để 2 viên bi lấy ra có cùng màu.

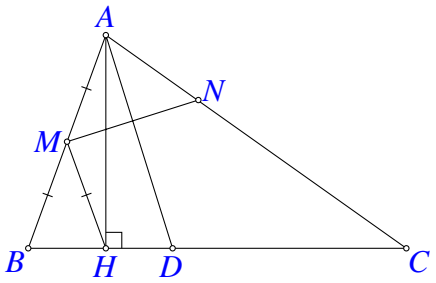
Lời giải.

- Số cách chọn 2 viên bi, mỗi viên từ một hộp là $7.6=42$.
- Số cách chọn 2 viên bi đỏ, mỗi viên từ một hộp là $4.2=8$.
- Số cách chọn 2 viên bi trắng, mỗi viên từ một hộp là $3.4=12$.
- Xác suất để 2 viên bi được lấy ra có cùng màu là $\mathrm{P}=\dfrac{8+12}{42}=\dfrac{10}{21}$.

Bài 10 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có chân đường cao hạ từ đỉnh A là $H\left(\dfrac{17}{5};-\dfrac{1}{5}\right)$, chân đường phân giác trong của góc A là $D(5;3)$ và trung điểm của cạnh AB là $M(0;1)$. Tìm tọa độ đỉnh C.

Lời giải.

Ta có $H\in AH$ và $AH\perp HD$ nên AH có phương trình $x+2y-3=0$.
Do đó $A(3-2a;a)$ với $a\in\mathbb{R}$.
Do M là trung điểm của AB nên $MA=MH$.
Suy ra $(3-2a)^2+(a-1)^2=13\Leftrightarrow a=3$ hoặc $a=-\dfrac{1}{5}$.
Do A khác H nên $A(-3;3)$.
Phương trình đường thăng AD là $y-3=0$.



Gọi N là điểm đối xứng của M qua AD.
Suy ra $N \in AC$ và tọa độ điểm N thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} \dfrac{1+y}{2} - 3 = 0 \\ 1.x + 0.(y-1) = 0 \end{cases} \Rightarrow N(0;5).$$

Đường thẳng AC có phương trình $2x - 3y + 15 = 0$.
Đường thẳng BC có phương trình $2x - y - 7 = 0$.
Suy ra tọa độ điểm C thỏa mãn hệ $\begin{cases} 2x - y - 7 = 0 \\ 2x - 3y + 15 = 0. \end{cases}$
Do đó $C(9;11)$.

Bài 11 (1.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-1;1)$, $B(-1;2;3)$ và đường thẳng

$$\Delta\colon \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}.$$

Viết phương trình đường thẳng đi qua A, vuông góc với hai đường thẳng AB và Δ.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2;3;2)$, vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (-2;1;3)$.
Đường thẳng vuông góc với AB và Δ, có vectơ chỉ phương là $\vec{v} = \left[\overrightarrow{AB}, \vec{u}\right]$.
Suy ra $\vec{v} = (7;2;4)$.
Đường thẳng đi qua A, vuông góc với AB và Δ có phương trình là $\dfrac{x-1}{7} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-1}{4}$.

Bài 12 (1.0). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + 2y = 4x - 1 \\ 2\log_3(x-1) - \log_{\sqrt{3}}(y+1) = 0. \end{cases}$

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > 1$; $y > -1$.
Hệ đã cho tương đương với $\begin{cases} x^2 + 2y = 4x - 1 \\ \log_3(x-1) = \log_3(y+1). \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0 \\ y = x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, y = -3 \\ x = 3, y = 1. \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm $(x;y)$ của hệ đã cho là $(3;1)$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2013
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=2x^3-3mx^2+(m-1)x+1 \quad (1)$, với m là tham số thực.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m=1$.

2) Tìm m để đường thẳng $y=-x+1$ cắt đồ thị hàm số (1) tại ba điểm phân biệt.

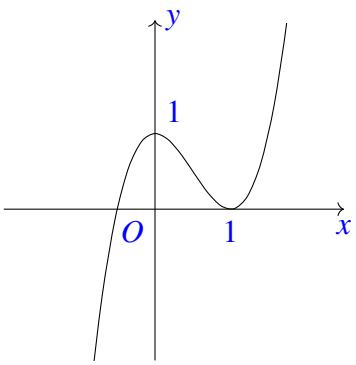
Lời giải.

1) Khi $m=1$ ta có $y=2x^3-3x^2+1$.

- Tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.
- Sự biến thiên:
  - Chiều biến thiên: $y'=6x^2-6x; y'=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=1$.
    Các khoảng đồng biến: $(-\infty;0)$ và $(1;+\infty)$; khoảng nghịch biến $(0;1)$.
  - Cực trị: hàm số đạt cực đại tại $x=0, y_{CĐ}=1$; đạt cực tiểu tại $x=1, y_{CT}=0$.
  - Giới hạn tại vô cực: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

- Đồ thị (Hình 2.85)



Hình 2.85:

2) Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (1) với đường thẳng $y=-x+1$ là

$$2x^3-3mx^2+(m-1)x+1=-x+1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\2x^2-3mx+m=0.\quad(*)\end{array}\right.$$

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2-8m>0 \\ m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m<0 \text{ hoặc } m>\frac{8}{9}.$$

Vậy các giá trị của m thỏa mãn bài toán là $m<0$ hoặc $m>\dfrac{8}{9}$.

Bài 2 (1.0). Giải phương trình $\sin 3x+\cos 2x-\sin x=0$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $2\cos 2x\sin x+\cos 2x=0 \Leftrightarrow \cos 2x(2\sin x+1)=0$.

- $\cos 2x=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$.
- $2\sin x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{7\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}$, $x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi$, $x=\dfrac{7\pi}{6}+k2\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Bài 3 (1.0). Giải phương trình $2\log_2 x+\log_{\frac{1}{2}}(1-\sqrt{x})=\dfrac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x-2\sqrt{x}+2)$.

Lời giải.

Điều kiện: $0<x<1$. Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} & \frac{x^2}{1-\sqrt{x}}=x-2\sqrt{x}+2 \\ \Leftrightarrow\ & \frac{x^2}{(1-\sqrt{x})^2}=\frac{x}{1-\sqrt{x}}+2 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{1-\sqrt{x}}+1\right)\left(\frac{x}{1-\sqrt{x}}-2\right)=0 \\ \Leftrightarrow\ & \frac{x}{1-\sqrt{x}}-2=0 \ (\text{do } \frac{x}{1-\sqrt{x}}>0) \\ \Leftrightarrow\ & x=4-2\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Đối chiếu với điều kiện ta được nghiệm của phương trình đã cho là $x=4-2\sqrt{3}$.

Bài 4 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^1 \frac{(x+1)^2}{x^2+1}\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Ta có $I=\displaystyle\int_0^1\left(1+\frac{2x}{x^2+1}\right)\mathrm{d}x=\int_0^1 \mathrm{d}x+\int_0^1\frac{2x}{x^2+1}\,\mathrm{d}x$.

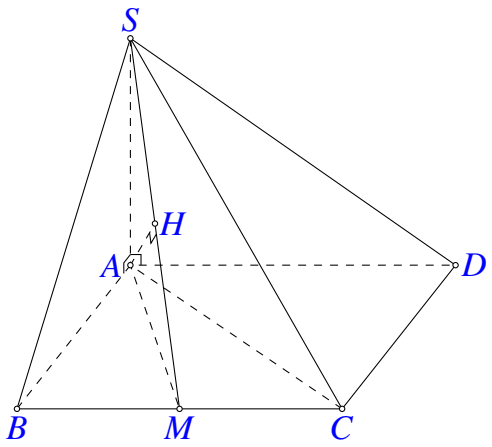
$\int\limits_0^1 \mathrm{d}x = x|_0^1 = 1.$

$\int\limits_0^1 \dfrac{2x}{x^2+1}\,\mathrm{d}x = \ln\left(x^2+1\right)\Big|_0^1 = \ln 2.$

Do đó $I = 1 + \ln 2$.

Bài 5 (1.0). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $\widehat{BAD} = 120^\circ$, M là trung điểm của cạnh BC và $\widehat{SMA} = 45^\circ$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC).

Lời giải.



Ta có $\widehat{BAD} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ đều $\Rightarrow AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S_{ABCD} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

$\triangle SAM$ vuông tại A có $\widehat{SMA} = 45^\circ \Rightarrow \triangle SAM$ vuông cân tại $A \Rightarrow SA = AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do đó $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \dfrac{a^3}{4}$.

Do $AD \parallel BC$ nên $\mathrm{d}(D,(SBC)) = \mathrm{d}(A,(SBC))$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SM.

Ta có $AM \perp BC$ và $SA \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAM)$

$\Rightarrow BC \perp AH \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow \mathrm{d}(A,(SBC)) = AH$.

Ta có $AH = \dfrac{AM\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$, suy ra $\mathrm{d}(D,(SBC)) = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

Bài 6 (1.0). Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $xy \le y - 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \dfrac{x+y}{\sqrt{x^2-xy+3y^2}} - \dfrac{x-2y}{6(x+y)}$.

Lời giải.

Do $x > 0, y > 0, xy \le y-1$ nên $0 < \dfrac{x}{y} \le \dfrac{y-1}{y^2} = \dfrac{1}{y} - \dfrac{1}{y^2} = \dfrac{1}{4} - \left(\dfrac{1}{y} - \dfrac{1}{2}\right)^2 \le \dfrac{1}{4}$.

Đặt $t = \dfrac{x}{y}$, suy ra $0 < t \le \dfrac{1}{4}$. Khi đó $P = \dfrac{t+1}{\sqrt{t^2-t+3}} - \dfrac{t-2}{6(t+1)}$.

Xét $f(t)=\dfrac{t+1}{\sqrt{t^2-t+3}}-\dfrac{t-2}{6(t+1)}$, với $0<t\le\dfrac{1}{4}$. Ta có $f'(t)=\dfrac{7-3t}{2\sqrt{(t^2-t+3)^3}}-\dfrac{1}{2(t+1)^2}$.

Với $0<t\le\dfrac{1}{4}$ ta có $t^2-t+3=t(t-1)+3<3; 7-3t>6$ và $t+1>1$.

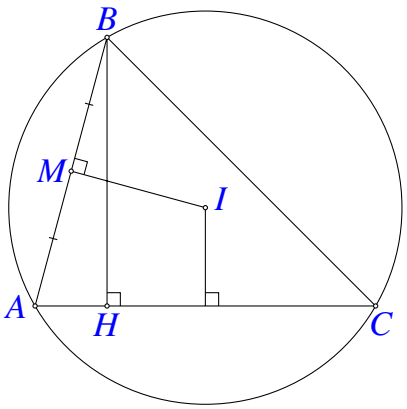
Do đó $\dfrac{7-3t}{2\sqrt{(t^2-t+3)^3}}>\dfrac{7-3t}{6\sqrt{3}}>\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ và $-\dfrac{1}{2(t+1)^2}>-\dfrac{1}{2}$. Suy ra $f'(t)>\dfrac{1}{\sqrt{3}}-\dfrac{1}{2}>0$.

Do đó $P=f(t)\le f\left(\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{5}}{3}+\dfrac{7}{30}$.

Khi $x=\dfrac{1}{2}$ và $y=2$, ta có $P=\dfrac{\sqrt{5}}{3}+\dfrac{7}{30}$. Vậy giá trị lớn nhất của P là $\dfrac{\sqrt{5}}{3}+\dfrac{7}{30}$.

Bài 7 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có điểm $M\left(-\dfrac{9}{2};\dfrac{3}{2}\right)$ là trung điểm của cạnh AB, điểm $H(-2;4)$ và điểm $I(-1;1)$ lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tìm tọa độ điểm C.

Lời giải.



$\overrightarrow{IM}=\left(-\frac{7}{2};\frac{1}{2}\right)$. Ta có $M\in AB$ và $AB\perp IM$ nên đường thẳng AB có phương trình $7x-y+33=0$.

$A\in AB\Rightarrow A(a;7a+33)$. Do M là trung điểm của AB nên $B(-a-9;-7a-30)$.

Ta có $HA\perp HB\Rightarrow\overrightarrow{HA}.\overrightarrow{HB}=0\Rightarrow a^2+9a+20=0\Rightarrow a=-4$ hoặc $a=-5$.

- Với $a=-4\Rightarrow A(-4;5),B(-5;-2)$. Ta có $BH\perp AC$ nên đường thẳng AC có phương trình $x+2y-6=0$. Do đó $C(6-2c;c)$.
  Từ $IC=IA$ suy ra $(7-2c)^2+(c-1)^2=25$. Do đó $c=1$ hoặc $c=5$. Do C khác A, suy ra $C(4;1)$.
- Với $a=-5\Rightarrow A(-5;-2),B(-4;5)$. Ta có $BH\perp AC$ nên đường thẳng AC có phương trình $2x-y+8=0$. Do đó $C(t;2t+8)$.
  Từ $IC=IA$ suy ra $(t+1)^2+(2t+7)^2=25$. Do đó $t=-1$ hoặc $t=-5$. Do C khác A, suy ra $C(-1;6)$.

Bài 8 (1.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;-1;-2),B(0;1;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên (P). Viết

phương trình mặt phẳng đi qua A, B và vuông góc với (P).

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên (P). Suy ra $H(-1+t;-1+t;-2+t)$.
$H \in (P) \Leftrightarrow (-1+t)+(-1+t)+(-2+t)-1=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{5}{3}$. Do đó $H\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$.
Gọi (Q) là mặt phẳng cần viết phương trình. Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;2;3)$ và vec-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;1;1)$. Do đó (Q) có vec-tơ pháp tuyến là $\vec{n'}=(-1;2;-1)$.
Phương trình của mặt phẳng (Q) là $x-2y+z+1=0$.

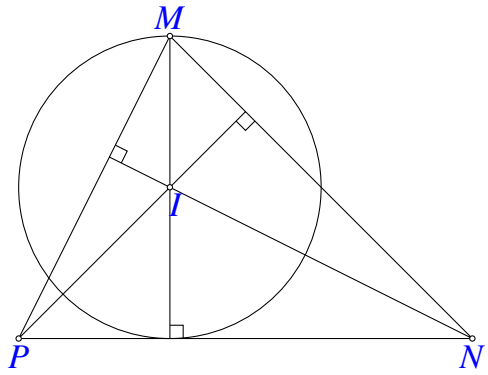
Bài 9 (1.0). Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)(z-i)+2z=2i$. Tính môđun của số phức $w=\dfrac{\bar{z}-2z+1}{z^2}$.

Lời giải.

Điều kiện của bài toán tương đương với $(3+i)z=-1+3i \Leftrightarrow z=i$.
Suy ra $w=-1+3i$. Do đó môđun của w là $\sqrt{10}$.

Bài 10 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y-1)^2=4$ và đường thẳng $\Delta\colon y-3=0$. Tam giác MNP có trực tâm trùng với tâm của (C), các đỉnh N và P thuộc Δ, đỉnh M và trung điểm của cạnh MN thuộc (C). Tìm tọa độ điểm P.

Lời giải.



Ta có tâm của (C) là $I(1;1)$. Đường thẳng IM vuông góc với Δ nên có phương trình $x=1$. Do đó $M(1;a)$.
Do $M \in (C)$ nên $(a-1)^2=4$. Suy ra $a=-1$ hoặc $a=3$.
Mà $M \notin \Delta$ nên ta được $M(1;-1)$.
$N \in \Delta \Rightarrow N(b;3)$. Trung điểm của MN thuộc $(C) \Rightarrow \left(\dfrac{b+1}{2}-1\right)^2+(1-1)^2=4 \Rightarrow b=5$ hoặc $b=-3$.
Do đó $N(5;3)$ hoặc $N(-3;3)$. $P \in \Delta \Rightarrow P(c;3)$.

- Khi $N(5;3)$, từ $\overrightarrow{MP} \perp \overrightarrow{IN}$ suy ra $c=-1$. Do đó $P(-1;3)$.
- Khi $N(-3;3)$, từ $\overrightarrow{MP} \perp \overrightarrow{IN}$ suy ra $c=3$. Do đó $P(3;3)$.

Bài 11 (1.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;-2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y-2z+5=0$. Tính khoảng cách từ A đến (P). Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và song song với (P).

Lời giải.

$\mathrm{d}(A,(P)) = \dfrac{|(-1)-2.3-2(-2)+5|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}} = \dfrac{2}{3}$.
Vec-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1;-2;-2)$.
Phương trình mặt phẳng cần tìm là $x-2y-2z+3=0$.

Bài 12 (1.0). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \dfrac{2x^2-3x+3}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \dfrac{2x^2+4x-6}{(x+1)^2}$;

$$\begin{cases} f'(x)=0 \\ 0<x<2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2+4x-6=0 \\ 0<x<2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right. \\ 0<x<2 \end{cases} \Leftrightarrow x=1;$$

$$f(1)=1; f(0)=3; f(2)=\frac{5}{3}.$$

Do đó $\max\limits_{x\in[0;2]} f(x)=3$ và $\min\limits_{x\in[0;2]} f(x)=1$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2014
Môn: TOÁN, KHỐI A
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. (1)

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

2) Tìm tọa độ điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $y=-x$ bằng $\sqrt{2}$.

Lời giải.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

- Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.
- Sự biến thiên
  - Chiều biến thiên: $y'=-\dfrac{3}{(x-1)^2}; y'<0, \forall x\in\mathscr{D}$.
    Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.
  - Giới hạn và tiệm cận: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$; tiệm cận ngang là $y=1$.

    $\lim\limits_{x\to1^-} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+} y=+\infty$; tiệm cận đứng là $x=1$.
  - Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	1	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	1

- Đồ thị (Hình 2.86)

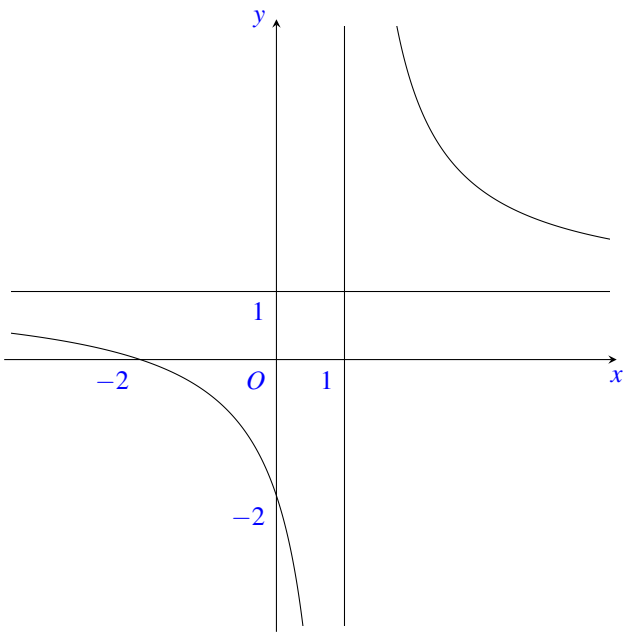
2) Tìm tọa độ điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $y=-x$ bằng $\sqrt{2}$.

Lấy $M\in(C)$, suy ra $M\left(a;\dfrac{a+2}{a-1}\right), a\neq1$.

Khoảng cách từ M đến đường thẳng $y=-x$ là $d=\dfrac{\left|a+\dfrac{a+2}{a-1}\right|}{\sqrt{2}}$.

Theo đề bài ta có $d=\sqrt{2}\Leftrightarrow\left|a^2+2\right|=2|a-1|\Leftrightarrow\begin{cases}a^2-2a+4=0\\ a^2+2a=0.\end{cases}$

- Với $a^2-2a+4=0$: phương trình vô nghiệm.



Hình 2.86:

- Với $a^2+2a=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=-2. \end{cases}$

Suy ra tọa độ điểm M cần tìm là: $M(0;-2)$ hoặc $M(-2;0)$.

Bài 2 (1.0). Giải phương trình $\sin x+4\cos x=2+\sin 2x$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} & \sin x+4\cos x=2+2\sin x\cos x \\ \Leftrightarrow\ & (\sin x-2)(2\cos x-1)=0 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} \sin x-2=0 \\ 2\cos x-1=0 \end{array}\right. \end{aligned}$$

- $\sin x-2=0 \Leftrightarrow \sin x=2$: phương trình vô nghiệm.
- $2\cos x-1=0 \Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Nghiệm của phương trình đã cho là $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Bài 3 (1.0). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=x^2-x+3$ và đường thẳng $y=2x+1$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường cong $y=x^2-x+3$ và đường thẳng $y=2x+1$ là

$$x^2-x+3=2x+1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2. \end{array}\right.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$\begin{aligned} S &= \int_1^2 \left|x^2-3x+2\right| \mathrm{d}x \\ &= \left|\int_1^2 \left(x^2-3x+2\right) \mathrm{d}x\right| = \left|\left(\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+2x\right)\Big|_1^2\right| \\ &= \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

Bài 4 (1.0). 1) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z+(2+i)\bar{z}=3+5i$. Tìm phần thực và phần ảo của z.

2) Từ một hộp chứa 16 thẻ được đánh số từ 1 đến 16, chọn ngẫu nhiên 4 thẻ. Tính xác suất để 4 thẻ được chọn đều được đánh số chẵn.

Lời giải.

1) Đặt $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$. Từ giả thiết suy ra $\left\{\begin{array}{l} 3a+b=3 \\ a-b=5. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} a=2 \\ b=-3. \end{array}\right.$
Do đó số phức z có phần thực bằng 2, phần ảo bằng -3.

2) Số phần tử của không gian mẫu là $\mathrm{C}_{16}^4=1820$.
Số kết quả thuận lợi cho biến cố "4 thẻ được đánh số chẵn" là $\mathrm{C}_8^4=70$.
Xác suất cần tính là $\mathrm{P}=\dfrac{70}{1820}=\dfrac{1}{26}$.

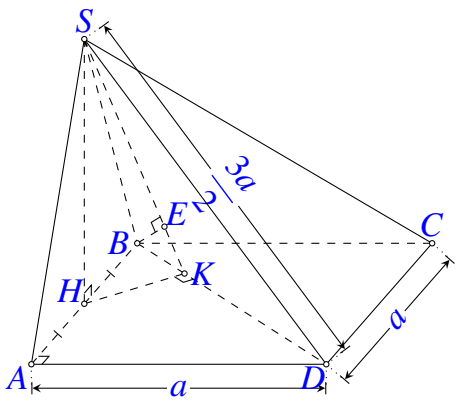
Bài 5 (1.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-2z-1=0$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+3}{3}$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P). Viết phương trình mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P).

Lời giải.

- Gọi M là giao điểm của d và (P), suy ra $M(2+t;-2t;-3+3t)$.
  Khi đó $M\in(P)$ suy ra $2(2+t)+(-2t)-2(-3+3t)-1=0\Leftrightarrow t=\dfrac{3}{2}$. Do đó $M\left(\dfrac{7}{2};-3;\dfrac{3}{2}\right)$.
- Ta thấy d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;3)$, (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;1;-2)$.
  Mặt phẳng (α) cần viết phương trình có véc-tơ pháp tuyến $[\vec{u},\vec{n}]=(1;8;5)$.
  Ta có $A(2;0;-3)\in d$ nên $A\in(\alpha)$. Do đó $(\alpha)\colon (x-2)+8(y-0)+5(z+3)=0$, nghĩa là $(\alpha)\colon x+8y+5z+13=0$.

Bài 6 (1.0). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SD=\dfrac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD).

Lời giải.

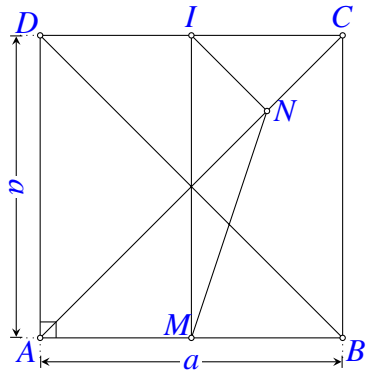


Gọi H là trung điểm của AB, suy ra $SH\perp(ABCD)$. Do đó $SH\perp HD$.
Ta có $SH=\sqrt{SD^2-DH^2}=\sqrt{SD^2-(AH^2+AD^2)}=a$.
Suy ra $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}\cdot SH.S_{ABCD}=\dfrac{a^3}{3}$.
Gọi K là hình chiếu vuông góc của H trên BD và E là hình chiếu vuông góc của H trên SK.
Ta có $BD\perp HK$ và $BD\perp SH$, nên $BD\perp(SHK)$.
Suy ra $BD\perp HE$. Mà $HE\perp SK$, do đó $HE\perp(SBD)$.
Ta có $HK=HB\cdot\sin\widehat{KBH}=\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.
Suy ra $HE=\dfrac{HS\cdot HK}{\sqrt{HS^2+HK^2}}=\dfrac{a}{3}$.
Do đó $\mathrm{d}(A,(SBD))=2\mathrm{d}(H,(SBD))=2HE=\dfrac{2a}{3}$.

Bài 7 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có điểm M là trung điểm của đoạn AB và N là điểm thuộc đoạn AC sao cho $AN=3NC$. Viết phương trình đường thẳng CD, biết rằng $M(1;2)$ và $N(2;-1)$.

Lời giải. Ta có $MN=\sqrt{10}$. Gọi a là độ dài cạnh của hình vuông $ABCD$, $a>0$.
Ta có $AM=\dfrac{a}{2}$ và $AN=\dfrac{3AC}{4}=\dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$, nên $MN^2=AM^2+AN^2-2AM.AN.\cos\widehat{MAN}=\frac{5a^2}{8}$.
Do đó $\dfrac{5a^2}{8}=10$, nghĩa là $a=4$.
Gọi $I(x;y)$ là trung điểm của CD. Ta có $IM=AD=4$ và $IN=\dfrac{BD}{4}=\sqrt{2}$, nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}(x-1)^2+(y-2)^2=16\\(x-2)^2+(y+1)^2=2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1;y=-2\\x=\dfrac{17}{5};y=-\dfrac{6}{5}.\end{array}\right.$$



Hình 2.87:

- Với $x=1;y=-2$ ta có $I(1;-2)$ và $\overrightarrow{IM}=(0;4)$. Đường thẳng CD đi qua I và có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IM}$, nên có phương trình $y+2=0$.
- Với $x=\dfrac{17}{5};y=-\dfrac{6}{5}$ ta có $I\left(\dfrac{17}{5};-\dfrac{6}{5}\right)$ và $\overrightarrow{IM}=\left(-\dfrac{12}{5};\dfrac{16}{5}\right)$. Đường thẳng CD đi qua I và có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IM}$, nên có phương trình $3x-4y-15=0$.

Bài 8 (1.0). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x\sqrt{12-y}+\sqrt{y(12-x^2)}=12 \\ x^3-8x-1=2\sqrt{y-2} \end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Lời giải.

$$\begin{cases} x\sqrt{12-y}+\sqrt{y(12-x^2)}=12 & (1) \\ x^3-8x-1=2\sqrt{y-2}. & (2) \end{cases}$$

Điều kiện $-2\sqrt{3}\le x\le 2\sqrt{3};2\le y\le 1$.

Ta có $x\sqrt{12-y}\le\dfrac{x^2+12-y}{2}$ và $\sqrt{y(12-x^2)}\le\dfrac{y+12-x^2}{2}$

nên $x\sqrt{12-y}+\sqrt{y(12-x^2)}\le 12$. Do đo $(1)\Leftrightarrow\begin{cases} x\ge 0 \\ y=12-x^2. \end{cases}$

Thay vào (2) ta được

$$\begin{aligned} & x^3-8x-1=2\sqrt{10-x^2} \\ \Leftrightarrow\ & x^3-8x-3+2\left(1-\sqrt{10-x^2}\right)=0 \\ \Leftrightarrow\ & (x-3)\left(x^2+3x+1+\frac{2(x+3)}{1+\sqrt{10-x^2}}\right)=0 \quad (3) \end{aligned}$$

Do $x\ge 0$ nên $x^2+3x+1+\dfrac{2(x+3)}{1+\sqrt{10-x^2}}>0$.

Do đó $(3)\Leftrightarrow x=3$. Thay vào hệ và đối chiếu điều kiện ta được nghiệm: $(x;y)=(3;3)$.

Bài 9 (1.0). Cho x,y,z là các số thực không âm và thỏa mãn điều kiện $x^2+y^2+z^2=2$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P=\frac{x^2}{x^2+yz+x+1}+\frac{y+z}{x+y+z+1}-\frac{1+yz}{9}.$$

Lời giải.

Ta có $0\le (x-y-z)^2=x^2+y^2+z^2-2xy-2xz+2yz=2(1-xy-xz+yz)$,
nên $x^2+yz+x+1=x(x+y+z+1)+(1-xy-xz+yz)\ge x(x+y+z+1)$.
Suy ra $\dfrac{x^2}{x^2+yz+x+1}\le\dfrac{x}{x+y+z+1}$.
Mặc khác,

$$\begin{aligned}(x+y+z)^2&=x^2+y^2+z^2+2x(y+z)+2yz\\&=2+2yz+2x(y+z)\\&\le 2+2yz+\left[x^2+(y+z)^2\right]\\&=4(1+yz).\end{aligned}$$

Do đó $P\le\dfrac{x+y+z}{x+y+z+1}-\dfrac{(x+y+z)^2}{36}$.
Đặt $t=x+y+z$, suy ra $t\ge 0$,
và

$$\begin{aligned}t^2&=(x+y+z)^2\\&=\left(x^2+y^2+z^2\right)+2xy+2yz+2zx\\&\le 2+\left(x^2+y^2\right)+\left(y^2+z^2\right)+\left(z^2+x^2\right)\\&=6.\end{aligned}$$

Do đó $0\le t\le\sqrt{6}$.
Xét $f(t)=\dfrac{t}{t+1}-\dfrac{t^2}{36}$, với $0\le t\le\sqrt{6}$.
Ta có $f'(t)=\dfrac{1}{(t+1)^2}-\dfrac{t}{18}=-\dfrac{(t-2)\left(t^2+4t+9\right)}{18(t+1)^2}$, nên $f'(t)=0\Leftrightarrow t=2$.
Ta có $f(0)=0;f(2)=\dfrac{5}{9}$ và $f(\sqrt{6})=\dfrac{31}{30}-\dfrac{\sqrt{6}}{5}$, nên $f(t)\le\dfrac{5}{9}$ khi $0\le t\le\sqrt{6}$.
Do đó $P\le\dfrac{5}{9}$. Khi $x=y=1$ và $z=0$ thì $P=\dfrac{5}{9}$. Do đó giá trị lớn nhất của P là $\dfrac{5}{9}$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2014
Môn: TOÁN, KHỐI B
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (2.0). 1Cho hàm số $y=x^3-3mx+1$ (1), với m là tham số thực.

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m=1$.

2) Cho điểm $A(2;3)$. Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị B và C sao cho tam giác ABC cân tại A.

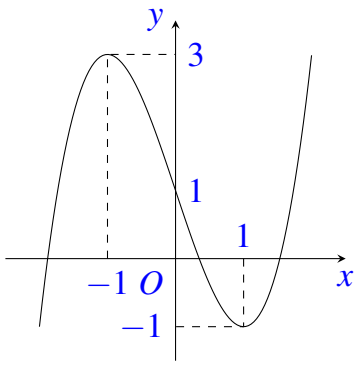
Lời giải.

1) Với $m=1$, hàm số trở thành: $y=x^3-3x+1$.

- Tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.
- Sự biến thiên:
  - Chiều biến thiên: $y'=3x^2-3; y'=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.
  - Các khoảng đồng biến: $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$; khoảng nghịch biến: $(-1;1)$.
  - Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x=-1, y_{CĐ}=3$; đạt cực tiểu tại $x=1, y_{CT}=-1$.
  - Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

- Đồ thị:



2) Ta có $y'=3x^2-3m$.
Đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>0$.
Tọa độ các điểm cực trị B,C là $B\left(-\sqrt{m};2\sqrt{m^3}+1\right), C\left(\sqrt{m};-2\sqrt{m^3}+1\right)$.
Suy ra $\overrightarrow{BC}=\left(2\sqrt{m};-4\sqrt{m^3}\right)$.

Gọi I là trung điểm của BC, suy ra $I(0;1)$.
Ta có tam giác ABC cân tại $A \Leftrightarrow \overrightarrow{AI}.\overrightarrow{BC} = 0$.
$\Leftrightarrow -4\sqrt{m}+8\sqrt{m^3} = 0 \Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m = \dfrac{1}{2}$.
Đối chiếu điều kiện tồn tại cực trị, ta được giá trị m cần tìm là $m = \dfrac{1}{2}$.

Bài 2 (1.0). Giải phương trình $\sqrt{2}(\sin x - 2\cos x) = 2 - \sin 2x$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $2\sin x\cos x - 2\sqrt{2}\cos x + \sqrt{2}\sin x - 2 = 0$
$\Leftrightarrow (\sin x - \sqrt{2})(2\cos x + \sqrt{2}) = 0.$

- $\sin x - \sqrt{2} = 0$: phương trình vô nghiệm.
- $2\cos x + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm\dfrac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Nghiệm của phương trình đã cho là: $x = \pm\dfrac{3\pi}{4} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I = \displaystyle\int_1^2 \frac{x^2+3x+1}{x^2+x}\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Ta có $I = \displaystyle\int_1^2 \frac{x^2+3x+1}{x^2+x}\mathrm{d}x = \int_1^2 \mathrm{d}x + \int_1^2 \frac{2x+1}{x^2+x}\mathrm{d}x.$

- $\displaystyle\int_1^2 \mathrm{d}x = 1.$
- $\displaystyle\int_1^2 \frac{2x+1}{x^2+x}\mathrm{d}x = \int_1^2 \frac{\mathrm{d}(x^2+x)}{x^2+x} = \ln\left|x^2+x\right|\Big|_1^2 = \ln 3$

Do đó $I = 1 + \ln 3$.

Bài 4 (1.0).
- Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z + 3(1-i)\bar{z} = 1 - 9i$. Tính môđun của z.
- Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ một công ty sữa, người ta đã gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa để phân tích mẫu. Tính xác suất để 3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại.

Lời giải.

1) Đặt $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$. Từ giả thiết suy ra $\begin{cases}5a-3b=1\\3a+b=9.\end{cases}$

Do đó $|z|=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$.

2) Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{12}^3=220$.

Số cách chọn 3 hộp sữa có đủ 3 loại là $5.4.3=60$. Do đó xác suất cần tính là $P=\dfrac{60}{220}=\dfrac{3}{11}$.

Bài 5 (1.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;-1)$ và đường thẳng $d\cdot\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với d. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên d.

Lời giải.

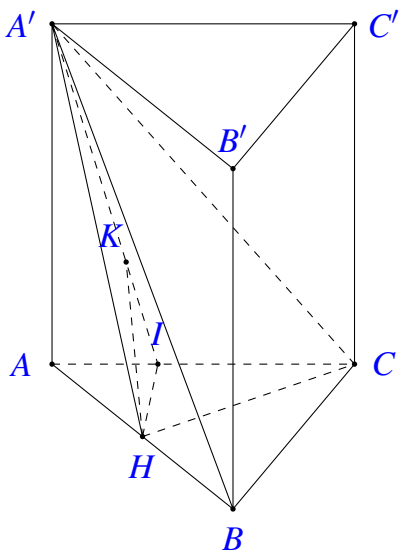
Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(2;2;-1)$.
Mặt phẳng (P) cần viết phương trình là mặt phẳng qua A và nhận $\vec{u}$ làm vectơ pháp tuyến, nên

$$(P):\ 2(x-1)+2(y-0)-(z+1)=0,$$

nghĩa là $(P):\ 2x+2y-z-3=0$.
Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d, suy ra $H(1+2t;-1+2t;-t)$.
Ta có $H\in(P)$, suy ra $2(1+2t)+2(-1+2t)-(-t)-3=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{3}$.
Do đó $H\left(\dfrac{5}{3};-\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$.

Bài 6 (1.0). Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt đáy bằng 60°. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$.

Lời giải.



Gọi H là trung điểm của AB, suy ra $A'H \perp (ABC)$ và $\widehat{A'CH} = 60^\circ$.

Do đó $A'H = CH.\tan\widehat{A'CH} = \dfrac{3a}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{\Delta ABC} = \dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Gọi I là hình chiếu vuông góc của H trên AC; K là hình chiếu vuông góc của H trên $A'I$. Suy ra $HK = \mathrm{d}(H,(ACC'A'))$.

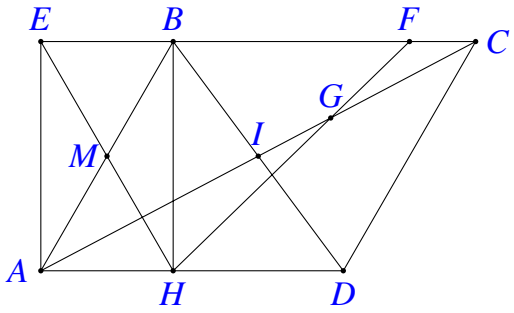
Ta có $HI = AH.\sin\widehat{IAH} = \dfrac{\sqrt{3}a}{4}$.

$\dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{1}{HI^2} + \dfrac{1}{HA^2} = \dfrac{52}{9a^2}$, suy ra $HK = \dfrac{3\sqrt{13}a}{26}$.

Do đó $\mathrm{d}(B,(ACC'A')) = 2\mathrm{d}(H,(ACC'A')) = 2HK = \dfrac{3\sqrt{13}a}{13}$.

Bài 7 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$. Điểm $M(-3;0)$ là trung điểm của cạnh AB, điểm $H(0;-1)$ là hình chiếu vuông góc của B trên AD và điểm $G\left(\dfrac{4}{3};3\right)$ là trọng tâm của tam giác BCD. Tìm tọa độ các điểm B và D.

Lời giải.



Gọi E và F lần lượt là giao điểm của HM và HG với BC. Suy ra $\overrightarrow{HM} = \overrightarrow{ME}$ và $\overrightarrow{HG} = 2\overrightarrow{GF}$.

Do đó $E(-6;1)$ và $F(2;5)$.

Đường thẳng BC đi qua E và nhận $\overrightarrow{EF}$ làm vectơ chỉ phương, nên $BC: x-2y+8=0$.

Đường thẳng BH đi qua H và nhận $\overrightarrow{EF}$ làm vectơ pháp tuyến, nên $BH: 2x+y+1=0$. Tọa độ điểm B thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} x-2y+8=0 \\ 2x+y+1=0 \end{cases}$

Do M là trung điểm của AB nên $A(-4;-3)$.

Gọi I là giao điểm của AC và BD, suy ra $\overrightarrow{GA} = 4\overrightarrow{GI}$. Do đó $I\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$.

Do I là trung điểm của đoạn BD, nên $D(2;0)$.

Bài 8 (1.0). Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} (1-y)\sqrt{x-y}+x = 2+(x-y-1)\sqrt{y} \\ 2y^2-3x+6y+1 = 2\sqrt{x-2y}-\sqrt{4x-5y-3} \end{cases}, x,y \in \mathbb{R}$$

Lời giải.

$$\begin{cases}(1-y)\sqrt{x-y}+x=2+(x-y-1)\sqrt{y} & (1)\\ 2y^2-3x+6y+1=2\sqrt{x-2y}-\sqrt{4x-5y-3} & (2)\end{cases}$$

Điều kiện: $\begin{cases}y\geq 0\\ x\geq 2y\\ 4x\geq 5y+3.\end{cases}$ (*)

Ta có $(1)\Leftrightarrow (1-y)(\sqrt{x-y}-1)+(x-y-1)(1-\sqrt{y})=0$

$$\Leftrightarrow (1-y)(x-y-1)\left(\frac{1}{\sqrt{x-y}+1}+\frac{1}{1+\sqrt{y}}\right)=0\ (3)$$

Do $\dfrac{1}{\sqrt{x-y}+1}+\dfrac{1}{1+\sqrt{y}}>0$ nên $(3)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}y=1\\ y=x-1\end{array}\right.$.

- Với $y=1$, phương trình (2) trở thành $9-3x=0\Leftrightarrow x=3$.
- Với $y=x-1$, điều kiện $(*)$ trở thành $1\leq x\leq 2$.
  Phương trình (2) trở thành

$$2x^2-x-3=\sqrt{2-x}\Leftrightarrow 2\left(x^2-x-1\right)+(x-1-\sqrt{2-x})=0$$
$$\Leftrightarrow \left(x^2-x-1\right)\left[2+\frac{1}{x-1+\sqrt{2-x}}\right]=0$$
$$\Leftrightarrow x^2-x-1=0\Leftrightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$$

Đối chiếu điều kiện $(*)$ và kết hợp trường hợp trên, ta được nghiệm $(x;y)$ của hệ đã cho là $(3;1)$ và $\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2};\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$.

Bài 9 (1.0). Cho các số thực a,b,c không âm và thỏa mãn điều kiện $(a+b)c>0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=\sqrt{\frac{a}{b+c}}+\sqrt{\frac{b}{a+c}}+\frac{c}{2(a+b)}.$$

Lời giải.

Ta có $a+b+c\geq 2\sqrt{a(b+c)}$. Suy ra $\sqrt{\dfrac{a}{b+c}}\geq\dfrac{2a}{a+b+c}$.

Tương tự, $\sqrt{\dfrac{b}{a+c}}\geq\dfrac{2b}{a+b+c}$.

Do đó $P\geq\dfrac{2(a+b)}{a+b+c}+\dfrac{c}{2(a+b)}=\left[\dfrac{2(a+b)}{a+b+c}+\dfrac{a+b+c}{2(a+b)}\right]-\dfrac{1}{2}\geq 2-\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}$.

Khi $a=0,b=c,b>0$ thì $P=\dfrac{3}{2}$. Do đó giá trị nhỏ nhất của P là $\dfrac{3}{2}$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC, CAO ĐẲNG NĂM 2014
Môn: TOÁN, KHỐI D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (1.0). Cho hàm số $y = x^3 - 3x - 2$ (1).

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).

2) Tìm toạ độ điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M có hệ số góc bằng 9.

Lời giải.

1) Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Sự biến thiên:

— Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.
Các khoảng đồng biến: $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$, khoảng nghịch biến: $(-1; 1)$.

— Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$, $y_{CĐ} = 0$; đạt cực tiểu tại $x = 1$, $y_{CT} = -4$.

— Giới hạn tại vô cực: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Đồ thị (Hình 2.88)

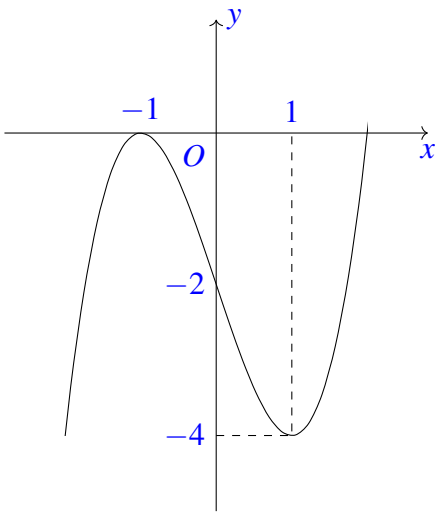
2) Do $M \in (C)$ suy ra toạ độ của điểm $M(a; a^3 - 3a - 2)$.
Hệ số góc của tiếp tuyến tại M bằng 9 khi và chỉ khi

$$y'(a) = 9 \Leftrightarrow 3a^2 - 3 = 9 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a = 2 \\ a = -2. \end{bmatrix}$$

Vậy toạ độ điểm M thoả mãn yêu cầu bài toán là $M(2; 0)$ hoặc $M(-2; -4)$.

Bài 2 (1.0). Cho số phức z thoả mãn điều kiện $(3z - \bar{z})(1 + i) - 5z = 8i - 1$. Tính môđun của z.

Lời giải.



Hình 2.88:

Đặt $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$. Suy ra $\overline{z}=a-bi$.
Ta có

$$\begin{aligned}
&(3z-\overline{z})(1+i)-5z=8i-1\\
\Leftrightarrow\ &[3(a+bi)-(a-bi)](1+i)-5(a+bi)=8i-1\\
\Leftrightarrow\ &-3a-4b+(2a-b)i=8i-1\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases}-3a-4b=-1\\2a-b=8\end{cases}\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases}a=3\\b=-2.\end{cases}
\end{aligned}$$

Do đó môđun của z là $\sqrt{3^2+(-2)^2}=\sqrt{13}$.

Bài 3 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}(x+1)\sin 2x\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Đặt $\begin{cases}u=x+1\\ \mathrm{d}v=\sin 2x\,\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=-\dfrac{1}{2}\cos 2x.\end{cases}$

Ta có

$$\begin{aligned} I &= -\frac{1}{2}(x+1)\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x\,\mathrm{d}x \\ &= -\frac{1}{2}(x+1)\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{4}\sin 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \\ &= \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

Bài 4 (1.0). 1) Giải phương trình $\log_2(x-1) - 2\log_4(3x-2) + 2 = 0$.

2) Cho một đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 27 đường chéo.

Lời giải.

1) Điều kiện $x > 1$.
Phương trình đã cho tương đương với

$$\log_2 \frac{x-1}{3x-2} = -2 \Leftrightarrow \frac{x-1}{3x-2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = 2.$$

Đối chiếu điều kiện, ta được nghiệm của phương trình đã cho là $x = 2$.

2) Số đường chéo của đa giác đều n đỉnh là $\mathrm{C}_n^2 - n = \dfrac{n(n-3)}{2}$.
Từ giả thiết ta có phương trình $\dfrac{n(n-3)}{2} = 27 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 9 \\ n = -6. \end{array}\right.$
Do $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$ nên ta được giá trị cần tìm là $n = 9$.

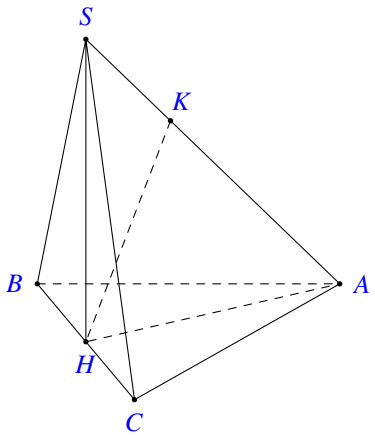
Bài 5 (1.0). Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x+3y-2z-1=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x-4y-2z-11=0$. Chứng minh mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C). Tìm toạ độ tâm của (C).

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm là $I(3;2;1)$ và bán kính $R = 5$.
Ta có khoảng cách từ I đến (P) là $d(I,(P)) = \dfrac{|6\cdot 3 + 3\cdot 2 - 2\cdot 1 - 1|}{\sqrt{6^2+3^2+(-2)^2}} = 3 < R$.
Do đó (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C).
Tâm của (C) là hình chiếu vuông góc H của I trên (P).
Đường thẳng Δ qua I và vuông góc với (P) có phương trình là $\dfrac{x-3}{6} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-1}{-2}$.
Do $H \in \Delta$ nên $H(3+6t;2+3t;1-2t)$.
Ta có $H \in (P)$, suy ra $6(3+6t)+3(2+3t)-2(1-2t)-1=0 \Leftrightarrow t = -\dfrac{3}{7}$.
Do đó $H\left(\dfrac{3}{7};\dfrac{5}{7};\dfrac{13}{7}\right)$.

Bài 6 (1.0). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BC.

Lời giải. Gọi H là trung điểm BC



Theo đề $\triangle SBC$ đều suy ra $SH \perp BC$.
Ta có

$$\begin{cases} (SBC) \perp (ABC) \\ SH \perp BC \\ SH \subset (SBC) \\ (SBC) \cap (ABC) = BC \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC).$$

Theo đề $\triangle SBC$ đều suy ra $SH = \dfrac{BC\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.
Xét $\triangle ABC$ vuông cân tại A ta có

$$BC = AB\sqrt{2} \Rightarrow a = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

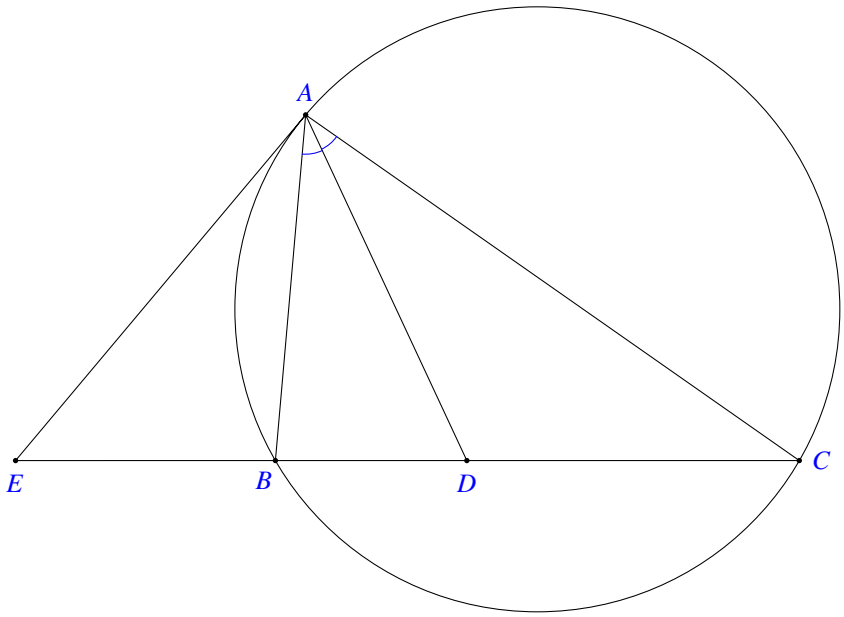
Diện tích $\triangle ABC$ vuông cân tại A là $S = \dfrac{1}{2}AB^2 = \dfrac{1}{2} \cdot \left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \dfrac{a^2}{4}$.
Vậy thể tích khối chóp là $V = \dfrac{1}{3}SH \cdot S = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{a^2}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.
Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên SA suy ra $HK \perp SA$.
Ta có $BC \perp (SAH)$ nên $BC \perp HK$.
Do HK là đường vuông góc chung của BC và SA.
Suy ra $\mathrm{d}(BC;SA) = HK$.
Áp dụng hệ thức lượng trong $\triangle SHA$ vuông tại H có đường cao HK ta có

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy $\mathrm{d}(BC;SA) = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Bài 7 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có chân đường phân giác trong của góc A là điểm $D(1;-1)$. Đường thẳng AB có phương trình $3x+2y-9=0$, tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình $x+2y-7=0$. Viết phương trình đường thẳng BC.

Lời giải. Tọa độ điểm A thỏa mãn hệ phương trình



$$\begin{cases} 3x+2y-9=0 \\ x+2y-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3. \end{cases}$$

Suy ra $A(1;3)$.
Gọi Δ là tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC
Gọi E là giao điểm của Δ với đường thẳng BC (do AD không vuông góc với Δ nên E luôn tồn tại và ta có thể giả sử $EB<EC$).
Ta có $\widehat{EAB}=\widehat{ACB}$ và $\widehat{BAD}=\widehat{DAC}$
Suy ra $\widehat{EAD}=\widehat{EAB}+\widehat{BAD}=\widehat{ACB}+\widehat{DAC}=\widehat{ADE}$.
Do đó $\triangle ADE$ cân tại E.
Ta có E là giao điểm của Δ với đường trung trực của đoạn AD, nên tọa độ điểm E thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} x+2y-7=0 \\ y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=1. \end{cases}$$

Suy ra $E(5;1)$.
Đường thẳng BC đi qua E và nhận $\overrightarrow{DE}=(4;2)$ làm véc-tơ chỉ phương nên

$$BC\colon x-2y-3=0.$$

Bài 8 (1.0). Giải bất phương trình $(x+1)\sqrt{x+2}+(x+6)\sqrt{x+7}\geq x^2+7x+12$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x+7 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \geq -7 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -2$. (*)

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} & (x+1)\sqrt{x+2}+(x+6)\sqrt{x+7} \geq x^2+7x+12 \\ \Leftrightarrow\ & (x+1)\sqrt{x+2}+(x+6)\sqrt{x+7}-(x^2+7x+12) \geq 0 \\ \Leftrightarrow\ & (x+1)\left(\sqrt{x+2}-2\right)+(x+6)\left(\sqrt{x+7}-3\right)-(x^2+2x-8) \geq 0 \\ \Leftrightarrow\ & (x+1)\cdot\frac{x+2-4}{\sqrt{x+2}+2}+(x+6)\cdot\frac{x+7-9}{\sqrt{x+7}+3}-(x^2+2x-8) \geq 0 \\ \Leftrightarrow\ & (x+1)\cdot\frac{x-2}{\sqrt{x+2}+2}+(x+6)\cdot\frac{x-2}{\sqrt{x+7}+3}-(x^2+2x-8) \geq 0 \\ \Leftrightarrow\ & (x-2)\left[\frac{x+1}{\sqrt{x+2}+2}+\frac{x+6}{\sqrt{x+7}+3}-(x+4)\right] \geq 0 \quad (**) \end{aligned}$$

Vì $x \geq -2 \Leftrightarrow x+6>0$, từ đó suy ra

$$\frac{x+1}{\sqrt{x+2}+2}+\frac{x+6}{\sqrt{x+7}+3}-(x+4)=\left(\frac{x+2}{\sqrt{x+2}+2}-\frac{x+2}{2}\right)+\left(\frac{x-6}{\sqrt{x+7}+3}-\frac{x+6}{2}\right)-\frac{1}{\sqrt{x+2}+2}<0$$

Do đó $(*) \Leftrightarrow x-2 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 2$.
So với điều kiện (*) suy ra $-2 \leq x \leq 2$
Vậy tập nghiệm của bất phương trình $S=[-2;2]$.

Bài 9 (1.0). Cho hai số thực x, y thỏa mãn các điều kiện $1 \leq x \leq 2$, $1 \leq y \leq 2$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=\frac{x+2y}{x^2+3y+5}+\frac{y+2x}{y^2+3x+5}+\frac{1}{4(x+y-1)}.$$

Lời giải.

Do $1 \leq x \leq 2$ nên $(x-1)(x-2) \leq 0$, nghĩa là $x^2+2 \leq 3x$.
Chứng minh tương tự $y^2+2 \leq 3y$.
Từ đó suy ra

$$\begin{aligned} P\frac{x+2y}{x^2+3y+5}+\frac{y+2x}{y^2+3x+5}+\frac{1}{4(x+y-1)} &\geq \frac{x+2y}{3x+3y+3}+\frac{y+2x}{3y+3x+3}+\frac{1}{4(x+y-1)} \\ &= \frac{x+y}{x+y+1}+\frac{1}{4(x+y-1)} \end{aligned}$$

Đặt $t=x+y$ suy ra $2 \leq t \leq 4$.
Xét hàm số $f(t)=\frac{t}{t+1}+\frac{1}{4(t-1)}$ với $2 \leq t \leq 4$.
Ta có $f'(t)=\frac{1}{(t+1)^2}-\frac{1}{4(t-1)^2}$
Suy ra $f'(t)=0 \Leftrightarrow t=3$.
Mà $f(2)=\frac{11}{12}$, $f(3)=\frac{7}{8}$, $f(4)=\frac{53}{60}$ nên $f(t) \geq f(3)=\frac{7}{8}$.

Do đó $P \geq \dfrac{7}{8}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = 1$, $y = 2$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\dfrac{7}{8}$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2015
Môn: TOÁN, KHỐI A, A_1, B, D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

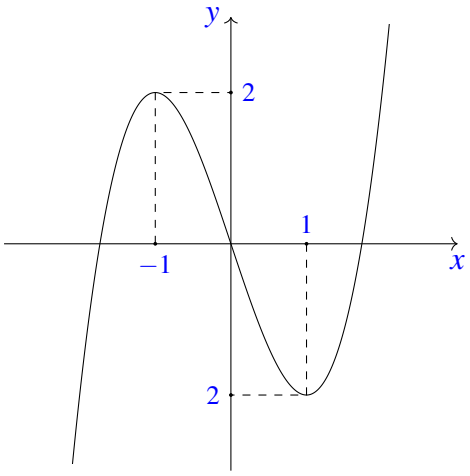
Bài 1 (1.0). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x$.

Lời giải.

- Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
- Sự biến thiên:
  - Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.
    Các khoảng đồng biến: $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$; khoảng nghịch biến: $(-1; 1)$.
  - Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$, $y_{CĐ} = 2$; đạt cực tiểu tại $x = 1$, $y_{CT} = -2$.
  - Giới hạn tại vô cực: $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$.
- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

- Đồ thị (Hình 2.89)



Hình 2.89:

Bài 2 (1.0). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\dfrac{4}{x}$ trên đoạn $[1;3]$.

Lời giải.

Ta có $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[1;3]$; $f'(x)=1-\dfrac{4}{x^2}$.
Với $x\in[1;3]$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x=2$.
Ta có $f(1)=5$, $f(2)=4$, $f(3)=\dfrac{13}{3}$.
Vậy giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[1;3]$ lần lượt là 5 và 4.

Bài 3 (2.0). 1) Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z-1+5i=0$. Tìm phần thực và phần ảo của z.

2) Giải phương trình $\log_2\left(x^2+x+2\right)=3$.

Lời giải.

1) (*0.5 điểm*)
Ta có $(1-i)z-1+5i=0\Leftrightarrow z=3-2i$.
Do đó số phức z có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2.

2) (*0.5 điểm*)
Phương trình đã cho tương đương với

$$x^2+x+2=8\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-3.\end{array}\right.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x=2$, $x=-3$.

Bài 4 (1.0). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^1(x-3)\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Đặt $u=x-3$; $\mathrm{d}v=\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$. Suy ra $\mathrm{d}u=\mathrm{d}x$; $v=\mathrm{e}^x$.
Khi đó

$$\begin{aligned}I&=(x-3)\mathrm{e}^x\Big|_0^1-\int_0^1\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x\\&=(x-3)\mathrm{e}^x\Big|_0^1-\mathrm{e}^x\Big|_0^1\\&=4-3\mathrm{e}.\end{aligned}$$

Bài 5 (1.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-2;1)$, $B(2;1;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-y+2z-3=0$. Viết phương trình đường thẳng AB và tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (P).

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;3;2)$.

Đường thẳng AB có phương trình $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-1}{2}$.

Gọi M là giao điểm của AB và (P). Do M thuộc AB nên $M(1+t;-2+3t;1+2t)$.

M thuộc (P) nên $1+t-(-2+3t)+2(1+2t)-3=0$, suy ra $t=-1$.

Do đó $M(0;-5;-1)$.

Bài 6 (1.0). 1) Tính giá trị biểu thức $P=(1-3\cos 2\alpha)(2+3\cos 2\alpha)$, biết $\sin\alpha=\dfrac{2}{3}$.

2) Tron đợt ứng phó dịch MERS-CoV, Sở Y tế thành phố đã chọn ngẫu nhiên 3 đội phòng chống dịch cơ động trong số 5 đội của Trung tâm y tế dự phòng thành phố và 20 đội của các trung tâm y tế cơ sở để kiểm tra công tác chuẩn bị. Tính xác suất để có ít nhất 2 của các Trung tâm y tế cơ sở được chọn.

Lời giải.

1) Ta có $\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha=\dfrac{1}{9}$.

Suy ra $P=\left(1-3\cdot\dfrac{1}{9}\right)\left(2+3\cdot\dfrac{1}{9}\right)=\dfrac{14}{9}$.

2) Số phần tử của không gian mẫu là $\mathrm{C}_{25}^{3}=2300$.

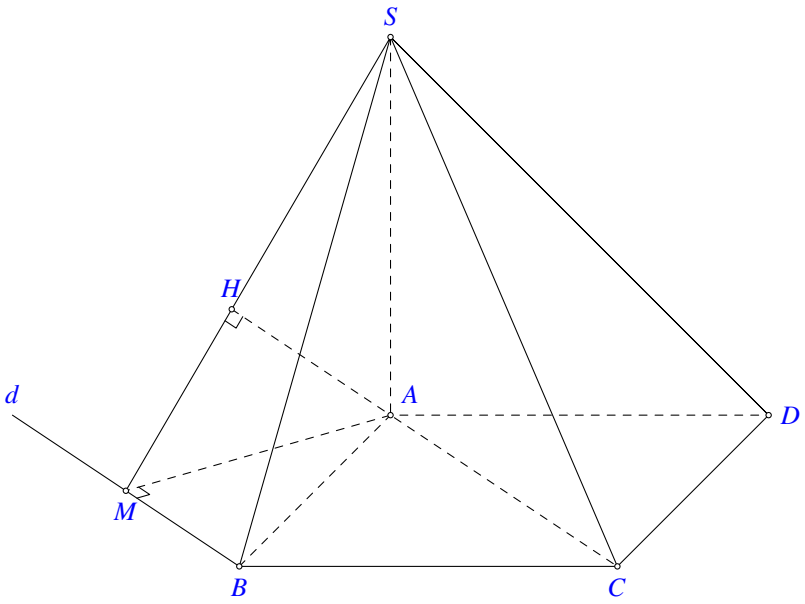
Số kết quả thuận lợi cho biến cố "có ít nhất 2 của các Trung tâm y tế cơ sở" là

$$\mathrm{C}_{20}^{2}.\mathrm{C}_{3}^{1}+\mathrm{C}_{20}^{3}=2090.$$

Xác suất cần tính là $P=\dfrac{2090}{2300}=\dfrac{209}{230}$.

Bài 7 (1.0). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45°. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB, AC.

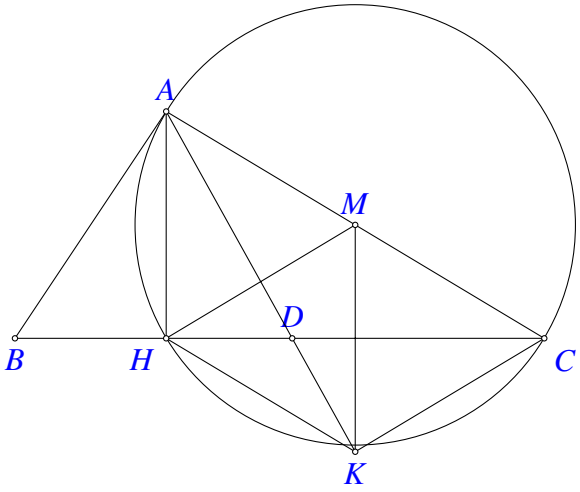
Lời giải.



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu vuông góc của SC trên $(ABCD)$.
Do đó $\widehat{SCA} = \widehat{(SC,(ABCD))} = 45^\circ$, suy ra $SA = AC = \sqrt{2}a$.
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.
Kẻ đường thẳng d đi qua B và song song với AC. Gọi M là hình chiếu vuông góc của A trên d; H là hình chiếu vuông góc của A trên SM.
Ta có $SA \perp BM, MA \perp BM$ nên $AH \perp BM$. Suy ra $AH \perp (SBM)$.
Do đó $\mathrm{d}(AC,SB) = \mathrm{d}\big(A,(SBM)\big) = AH$.
Tam giác SAM vuông tại A, có đường cao AH nên $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AM^2} = \dfrac{5}{2a^2}$.
Vậy $\mathrm{d}(AC,SB) = AH = \dfrac{\sqrt{10}a}{5}$.

Bài 8 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh BC, D là điểm đối xứng của B qua H; K là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AD. Giả sử $H(-5;-5); K(9;-3)$ và trung điểm của cạnh AC thuộc đường thẳng $x-y+10=0$. Tìm toạ độ điểm A.

Lời giải. Gọi M là trung điểm của AC (Hình 2.90).
Ta có $MH = MK = \dfrac{AC}{2}$, nên M thuộc đường trung trực của HK.
Đường trung trực của HK có phương trình $7x+y-10=0$, nên toạ độ M thoả mãn hệ $\begin{cases} x-y+10=0 \\ 7x+y-10=0. \end{cases}$
Suy ra $M(0;10)$.
Ta có $\widehat{HKA} = \widehat{HCA} = \widehat{HAB} = \widehat{HAD}$, nên ΔAHK cân tại H, suy ra $HA = HK$. Mà $MA = MK$, nên A đối xứng với K qua MH.
Ta có $\overrightarrow{MH} = (5;15)$, đường thẳng MH có phương trình $3x-y+10=0$. Trung điểm AK thuộc MH và $AK \perp MH$ nên toạ độ điểm A thoả mãn hệ $\begin{cases} 3\left(\dfrac{x+9}{2}\right) - \left(\dfrac{y-3}{2}\right) + 10 = 0 \\ (x-9)+3(y+3)=0. \end{cases}$
Suy ra $A(-15;5)$.



Hình 2.90:

Bài 9 (1.0). Giải phương trình $\dfrac{x^2+2x-8}{x^2-2x+3}=(x+1)\left(\sqrt{x+2}-2\right)$ trên tập số thực.

Lời giải.

Điều kiện : $x\geq -2$. Phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned}&\frac{(x-2)(x+4)}{x^2-2x+3}=\frac{(x+1)(x-2)}{\sqrt{x+2}-2}\\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{l}x=2\\ \dfrac{x+4}{x^2-2x+3}=\dfrac{x+1}{\sqrt{x+2}+2}\end{array}\right.\quad (1)\end{aligned}$$

Ta có

$$\begin{aligned}(1)\ &\Leftrightarrow\ (x+4)\left(\sqrt{x+2}+2\right)=(x+1)\left(x^2-2x+3\right)\\ &\Leftrightarrow\ \left(\sqrt{x+2}+2\right)\left[\left(\sqrt{x+2}\right)^2+2\right]=[(x-1)+2]\left[(x-1)^2+2\right]\quad (2)\end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t)=(t+2)\left(t^2+2\right)$.
Ta có $f'(t)=3t^2+4t+2$, suy ra $f'(t)>0,\forall t\in\mathbb{R}$, nên $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
Do đó $(2)\Leftrightarrow f\left(\sqrt{x+2}\right)=f(x-1)\Leftrightarrow\sqrt{x+2}=x-1\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 1\\ x^2-3x+1=0\end{cases}\Leftrightarrow x=\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$.
Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x=2, x=\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$.

Bài 10 (1.0). Cho các số thực a,b,c thuộc đoạn $[1;3]$ và thoả mãn điều kiện $a+b+c=6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P=\frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+12abc+72}{ab+bc+ca}-\frac{1}{2}abc.$$

Lời giải.

Đặt $t = ab+bc+ca$.

Ta có $36 = (a+b+c)^2 = \frac{1}{2}\left[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right]+3t \geq 3t$. Suy ra $t \leq 12$.

Mặt khác, $(a-1)(b-1)(c-1) \geq 0$, nên $abc \geq ab+bc+ca-5 = t-5$.

Và $(3-a)(3-b)(3-c) \geq 0$, nên $3t = 3(ab+bc+ca) \geq abc+27 \geq t+22$, suy ra $t \geq 11$.

Vậy $t \in [11;12]$.

Khi đó

$$\begin{aligned} P &= \frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2abc(a+b+c)+72}{ab+bc+ca} - \frac{abc}{2} \\ &= \frac{(ab+bc+ca)^2+72}{ab+bc+ca} - \frac{abc}{2} \leq \frac{t^2+72}{t} - \frac{t-5}{2} \\ &= \frac{t^2+5t+144}{2t}. \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2+5t+144}{2t}$, với $t \in [11;12]$. Ta có $f'(t) = \frac{t^2-144}{2t^2}$.

Do đó $f'(t) \leq 0, \forall t \in [11;12]$, nên $f(t)$ nghịch biến trên $[11;12]$.

Suy ra $f(t) \leq f(11) = \frac{160}{11}$. Do đó $P \leq \frac{160}{11}$.

Ta có $a = 1, b = 2, c = 3$ thoả mãn điều kiện của bài toán và khi đó $P = \frac{160}{11}$.

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $\frac{160}{11}$.

— HẾT —

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2016

Môn: TOÁN, KHỐI A, A_1, B, D
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Bài 1 (1.0). 1) Cho số phức $z=1+2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $w=2z+\bar{z}$.

2) Cho $\log_2 x=\sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $A=\log_2 x^2+\log_{\frac{1}{2}} x^3+\log_4 x$.

Lời giải.

1) Ta có $w=2(1+2i)+1-2i=3+2i$.
Vậy phần thực của w là 3 và phần ảo của w là 2.

2) Ta có $A=2\log_2 x-3\log_2 x+\frac{1}{2}\log_2 x=-\frac{1}{2}\log_2 x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Bài 2 (1.0). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y=-x^4+2x^2$.

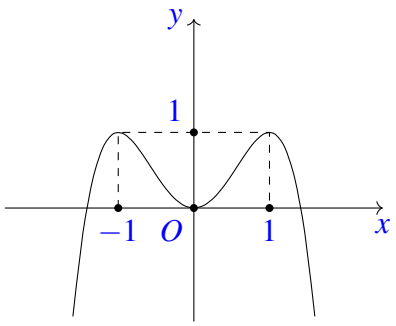
Lời giải.

- Tập xác định: $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.
- Sự biến thiên:
  - Chiều biến thiên: $y'=-4x^3+4x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1.\end{array}\right.$
    Các khoảng đồng biến: $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$. Các khoảng nghịch biến: $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.
  - Cực trị: hàm số đạt cực đại tại $x=\pm1, y_{CĐ}=1$; đạt cực tiểu tại $x=0, y_{CT}=0$.
  - Giới hạn tại vô cực: $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}y=-\infty$.
  - Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

- Đồ thị (Hình 2.91)

Bài 3 (1.0). Tìm m để hàm số $f(x)=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị. Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị đó, tìm m để $x_1^2+x_2^2=3$.



Hình 2.91:

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.
Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x + m$.
Hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $3x^2 - 6x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt, tức là $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 3$.
Ta có $x_1^2 + x_2^2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3 \Leftrightarrow 4 - 2 \cdot \frac{m}{3} = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$ (thỏa mãn).
Vậy $m = \dfrac{3}{2}$.

Bài 4 (1.0). Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^3 3x\left(x + \sqrt{x^2+16}\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Ta có $I = \displaystyle\int_0^3 3x^2\,\mathrm{d}x + \int_0^3 3x\sqrt{x^2+16}\,\mathrm{d}x$.

- $I_1 = \displaystyle\int_0^3 3x^2\,\mathrm{d}x = x^3\Big|_0^3 = 27$.
- $I_2 = \displaystyle\int_0^3 3x\sqrt{x^2+16}\,\mathrm{d}x$.

Đặt $t = x^2 + 16$, ta có $\mathrm{d}t = 2x\,\mathrm{d}x; t(0) = 16, t(3) = 25$.
Do đó $I_2 = \displaystyle\int_{16}^{25} \frac{3}{2}\sqrt{t}\,\mathrm{d}t = t\sqrt{t}\Big|_{16}^{25} = 61$.
Vậy $I = I_1 + I_2 = 88$.

Bài 5 (1.0). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;2;-2)$, $B(1;0;1)$ và $C(2;-1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng BC.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (1;-1;2)$.
Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là $x - y + 2z + 3 = 0$.

Đường thẳng BC có phương trình là $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -t \\ z = 1+2t. \end{cases}$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BC. Ta có $H = (P) \cap BC$.

- Vì $H \in BC$ nên $H(1+t;-t;1+2t)$.
- Vì $H \in (P)$ nên $(1+t)-(-t)+2(1+2t)+3=0 \Leftrightarrow t=-1$.

Vậy $H(0;1;-1)$.

Bài 6 (1.0). 1) Giải phương trình $2\sin^2 x + 7\sin x - 4 = 0$.

2) Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi một số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn liên tiếp 3 nút khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút đó theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B không biết quy tắc mở cửa trên, đã nhấn ngẫu nhiên liên tiếp 3 nút khác nhau trên bảng điều khiển. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó.

Lời giải.

1) Ta có $2\sin^2 x + 7\sin x - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = -4 \\ \sin x = \dfrac{1}{2}. \end{array}\right.$

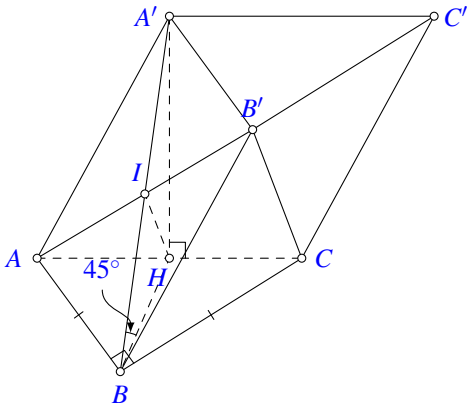
- $\sin x = -4$: phương trình vô nghiệm.
- $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

  Nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$.

2) Không gian mẫu Ω có số phần tử là $n(\Omega) = \mathrm{A}_{10}^3 = 720$.
Gọi E là biến cố: "B mở được cửa phòng học".
Ta có $E = \{(0;1;9),(0;2;8),(0;3;7),(0;4;6),(1;2;7),(1;3;6),(1;4;5),(2;3;5)\}$.
Do đó $n(E) = 8$.
Vậy $\mathrm{P}(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{1}{90}$.

Bài 7 (1.0). Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AC, đường thẳng $A'B$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 45°. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và chứng minh $A'B$ vuông góc với $B'C$.

Lời giải. Gọi H là trung điểm của AC, ta có $A'H \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{A'BH} = 45^\circ$.

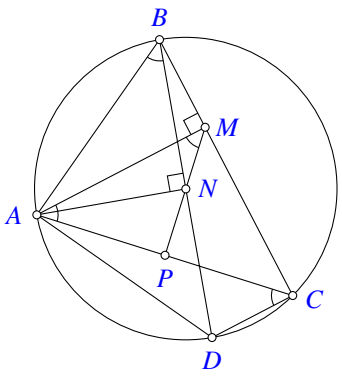


Hình 2.92:

Ta có $BH = \frac{1}{2}AC = a$ và $S_{\triangle ABC} = a^2$.
Tam giác $A'HB$ vuông cân tại H, suy ra $A'H = BH = a$.
Do đó $V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{\triangle ABC} = a^3$.
Gọi I là giao điểm của $A'B$ và AB', ta có I là trung điểm của $A'B$ và AB'. Suy ra $HI \perp A'B$.
Mặt khác HI là đường trung bình của $\triangle AB'C$ nên $HI \parallel B'C$. Do đó $A'B \perp B'C$.

Bài 8 (1.0). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính BD. Gọi M,N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng BC,BD và P là giao điểm của hai đường thẳng MN,AC. Biết đường thẳng AC có phương trình $x-y-1=0$, $M(0;4),N(2;2)$ và hoành độ điểm A nhỏ hơn 2. Tìm tọa độ các điểm P,A và B.

Lời giải. Phương trình $MN: x+y-4=0$.



Hình 2.93:

Tọa độ P là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+y-4=0 \\ x-y-1=0 \end{cases} \Rightarrow P\left(\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right)$.
Vì AM song song với DC và các điểm A,B,M,N cùng thuộc một đường tròn nên ta có

$$\widehat{PAM} = \widehat{PCD} = \widehat{ABD} = \widehat{AMP}.$$

Suy ra $PA = PM$.
Vì $A \in AC: x-y-1=0$ nên $A(a;a-1), a<2$.

Ta có $\left(a-\frac{5}{2}\right)^2+\left(a-\frac{5}{2}\right)^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=5 \end{array}\right. \Rightarrow A(0;-1)$.

Đường thẳng BD đi qua N và vuông góc với AN nên có phương trình là $2x+3y-10=0$.

Đường thẳng BC đi qua M và vuông góc với AM nên có phương trình là $y-4=0$.

Tọa độ B là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x+3y-10=0 \\ y-4=0 \end{cases} \Rightarrow B(-1;4)$.

Bài 9 (1.0). Giải phương trình

$$3\log_3^2(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})+2\log_{\frac{1}{3}}(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x}).\log_3\left(9x^2\right)+\left(1-\log_{\frac{1}{3}}x\right)^2=0.$$

Lời giải.

Điều kiện: $0<x\leq 2$.

Khi đó phương trình đã cho tương đương với

$$3\log_3^2(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})-4\log_3(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})\cdot\log_3(3x)+\log_3^2(3x)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\log_3(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})-\log_3(3x)\right]\left[3\log_3(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})-\log_3(3x)\right]=0.$$

$\log_3(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})-\log_3(3x)=0 \Leftrightarrow \sqrt{2+x}+\sqrt{2-x}=3x$

$$\Leftrightarrow 4+2\sqrt{4-x^2}=9x^2$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{4-x^2}=9x^2-4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2\geq \frac{4}{9} \\ 81x^4-68x^2=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x^2=\frac{68}{81}.$$

Kết hợp với điều kiện $0<x\leq 2$, ta có nghiệm $x=\frac{2\sqrt{17}}{9}$.

$3\log_3(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})-\log_3(3x)=0 \Leftrightarrow (\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})^3=3x$ (1).

Vì $0<x\leq 2$ nên $3x\leq 6$.

Mặt khác $(\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})^2=4+2\sqrt{4-x^2}\geq 4 \Rightarrow (\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x})^3\geq 8$.

Do đó phương trình (1) vô nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x=\frac{2\sqrt{17}}{9}$.

Bài 10 (1.0). Xét các số thực x,y thỏa mãn $x+y+1=2(\sqrt{x-2}+\sqrt{y+3})$ $(*)$.

1) Tìm giá trị lớn nhất của $x+y$.

2) Tìm m để $3^{x+y-4}+(x+y+1)2^{7-x-y}-3\left(x^2+y^2\right)\leq m$ đúng với mọi x,y thỏa mãn $(*)$.

Lời giải.

1) Điều kiện: $x \geq 2, y \geq -3$.
Ta có $(*) \Leftrightarrow (x+y+1)^2 = 4(x+y+1+2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3})$ $(**)$.
Vì $2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3} \leq x+y+1$ nên từ $(**)$ suy ra
$(x+y+1)^2 \leq 8(x+y+1) \Rightarrow x+y+1 \leq 8 \Rightarrow x+y \leq 7$.
Ta có $x=6, y=1$ thỏa mãn $(*)$ và $x+y=7$.
Do đó giá trị lớn nhất của biểu thức $x+y$ bằng 7.

2) Vì $2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3} \geq 0$ nên từ $(**)$ suy ra

$$\begin{aligned}
&(x+y+1)^2 \geq 4(x+y+1)\\
\Leftrightarrow &\left[\begin{array}{l} x+y+1 \leq 0 \\ x+y+1 \geq 4 \end{array}\right.\\
\Leftrightarrow &\left[\begin{array}{l} x+y+1 = 0 (\text{ vì } x+y+1 \geq 0) \\ x+y+1 \geq 4 \end{array}\right.\\
\Leftrightarrow &\left[\begin{array}{l} x+y = -1 \\ x+y \geq 3. \end{array}\right.
\end{aligned}$$

Vì $x^2 \geq 2x$ (do $x \geq 2$), $y^2+1 \geq 2y$ nên $x^2+y^2+1 \geq 2(x+y)$.
Do đó $3^{x+y-4} + (x+y+1)2^{7-x-y} - 3\left(x^2+y^2\right) \leq 3^{x+y-4} + (x+y+1)2^{7-x-y} - 6(x+y) + 3$.
Đặt $t = x+y$, ta có $t = -1$ hoặc $3 \leq t \leq 7$.
Xét hàm số $f(t) = 3^{t-4} + (t+1)2^{7-t} - 6t + 3$.
Ta có $f(-1) = \frac{2188}{243}$;

$$\begin{aligned}
f'(t) &= 3^{t-4}\ln 3 + 2^{7-t} - (t+1)2^{7-t}\ln 2 - 6\\
f''(t) &= 3^{t-4}\ln^2 3 + [(t+1)\ln 2 - 2]2^{7-t}\ln 2 > 0, \forall t \in [3;7].
\end{aligned}$$

Suy ra $f'(t)$ đồng biến trên $(3;7)$. Mà $f'(t)$ liên tục trên $[3;7]$ và $f'(3)f'(7) < 0$, do đó $f'(t) = 0$ có nghiệm duy nhất $t_0 \in (3;7)$.
Bảng biến thiên

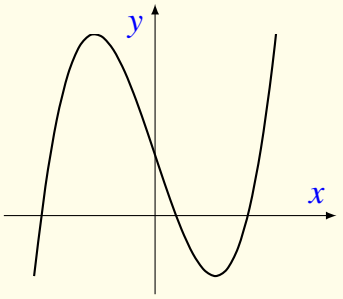
x	3		t_0		7
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$\frac{148}{3}$	$\searrow$	$f(t_0)$	$\nearrow$	-4

Suy ra $3^{x+y-4} + (x+y+1)2^{7-x-y} - 3\left(x^2+y^2\right) \leq \frac{148}{3}$ với mọi x, y thỏa mãn $(*)$.
Đẳng thức xảy ra khi $x=2, y=1$.
Vậy $m \geq \frac{148}{3}$.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ MINH HỌA

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017
Môn: TOÁN, ĐỀ MINH HỌA LẦN 1
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1.
Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



(A) $y=-x^2+x-1$.
(B) $y=-x^3+3x+1$.
(C) $y=x^3-3x+1$.
(D) $y=x^4-x^2+1$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có 2 cực trị và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$.

- Loại A: vì là parapol chỉ có 1 cực trị.
- Loại B: vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$.
- Loại D: vì hàm hàm trùng phương nhận Oy làm trục đối xứng.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

(A) Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
(B) Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
(C) Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.
(D) Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

Lời giải.

Theo định nghĩa đường tiệm cận, ta có:

- $\lim\limits_{x\to+\infty}=1$ suy ra $y=1$ là đường tiệm cận ngang.
- $\lim\limits_{x\to-\infty}=-1$ suy ra $y=-1$ là đường tiệm cận ngang.

Chọn đáp án C □

Câu 3. Hỏi hàm số $y=2x^4+1$ đồng biến trên khoảng nào?

(A) $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$. (B) $(0;+\infty)$. (C) $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. (D) $(-\infty;0)$.

Lời giải.

Ta có $y'=8x^3>0\Leftrightarrow x>0$, do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

(A) Hàm số có đúng một cực trị.

(B) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

(C) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

(D) Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Lời giải.

- Loại A: vì hàm số có 2 cực trị.
- Loại B: vì hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1.
- Loại C: vì hàm số không có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 5. Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ của hàm số $y=x^3-3x+2$.

(A) $y_{CĐ}=4$. (B) $y_{CĐ}=1$. (C) $y_{CĐ}=0$. (D) $y_{CĐ}=-1$.

Lời giải.

Ta có $y'=3x^2-3=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=-1;&y=4\\x=1;&y=0\end{bmatrix}$. Suy ra $y_{CĐ}=4$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 6. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$.

(A) $\min\limits_{[2;4]} y=6$. (B) $\min\limits_{[2;4]} y=-2$. (C) $\min\limits_{[2;4]} y=-3$. (D) $\min\limits_{[2;4]} y=\dfrac{19}{3}$.

Lời giải.

Ta có $y'=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}=0\Rightarrow \left[\begin{array}{ll} x=-1 & \text{(loại)} \\ x=3 & \end{array}\right.$ (Do xét trên đoạn $[2;4]$).

$y(3)=6; y(2)=7; y(4)=\dfrac{19}{3}$, suy ra $\min\limits_{[2;4]} y=6$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 7. Biết rằng đường thẳng $y=-2x+2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+x+2$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_\circ;y_\circ)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm $y_\circ$.

(A) $y_\circ=4$. (B) $y_\circ=0$. (C) $y_\circ=2$. (D) $y_\circ=-1$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3+x+2=-2x+2\Leftrightarrow x^3+3x=0\Leftrightarrow x=0$, Suy ra $y(0)=2$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=x^4+2mx^2+1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

(A) $m=-\dfrac{1}{\sqrt[3]{9}}$. (B) $m=-1$. (C) $m=\dfrac{1}{\sqrt[3]{9}}$. (D) $m=1$.

Lời giải.

Ta có $y'=4x^3+4mx=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=-m \end{array}\right.$

Điều kiện để hàm số có 3 cực trị là: $-m>0\Leftrightarrow m<0$.

Do $AB^2=AC^2$ nên tam giác ABC luôn cân tại A.

Do đó $\triangle ABC$ vuông tại A khi $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0\Leftrightarrow m+m^4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m=0 & \text{(loại)} \\ m=-1 & \text{(nhận)} \end{array}\right.$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

(A) Không có giá trị thực nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

(B) $m<0$.

C $m=0$.

D $m>0$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to-\infty} y, \lim\limits_{x\to+\infty} y$ tồn tại và khác nhau.

Do đó hàm số phải xác định trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ tức là $mx^2+1>0, \forall \Leftrightarrow m>0$.Do đó loại B.

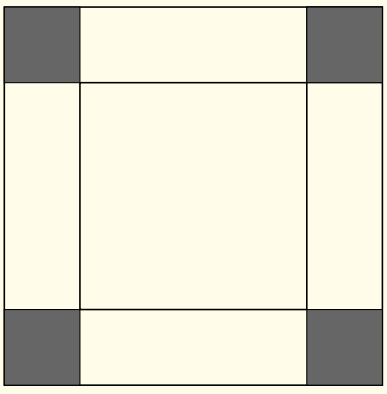
- $m=0$ thì $y=x+1$ nên hàm số không có tiệm cận ngang.
- $m>0$ thì $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{-\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}=-\dfrac{1}{\sqrt{m}}$.

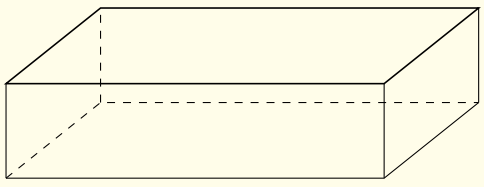
  và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{\sqrt{m+\dfrac{1}{x^2}}}=\dfrac{1}{\sqrt{m}}$.

  Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y=\pm\dfrac{1}{\sqrt{m}}$.

Chọn đáp án D □

Câu 10. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x cm, rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.





A $x=6$. B $x=3$. C $x=2$. D $x=4$.

Lời giải.

Mặt đáy của hộp là hình vuông có cạnh bằng $12-2x$ (cm), với $0<x<6$. Vậy diện tích của đáy hộp là $S=(12-2x)^2=4(6-x)^2$.

Khối hộp có chiều cao $h = x$ (cm).
Vậy thể tích hộp là $V = S \cdot h = 4(6-x)^2 \cdot x = 4x^3 - 48x^2 + 144x$ (cm^3).
Xét hàm $f(x) = 4x^3 - 48x^2 + 144x, 0 < x < 6$.

Ta có $f'(x) = 12x^2 - 96x + 144 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 6 \end{array}\right.$.

Do $0 < x < 6$ nên ta lấy $x = 2$. Ta có bảng biến thiên:

x	0		2		6
f'		$+$	0	$-$	
f	0	↗	128	↘	0

Vậy thể tích khối hộp đạt giá trị lớn nhất khi $x = 2$ (cm).

Chọn đáp án (C) □

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \dfrac{\tan x - 2}{\tan x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{4}\right)$.

(A) $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$. (B) $m \leq 0$.

(C) $1 \leq m < 2$. (D) $m \geq 2$.

Lời giải.

Đặt $t = \tan x \Rightarrow t \in (0;1)$.
Khi đó, hàm số ban đầu trở thành $y = \dfrac{t-2}{t-m}$ với $0 < t < 1$.
Ta có $y' = \dfrac{2-m}{(t-m)^2}$.
Hàm số đồng biến trên $(0;1)$ khi $\begin{cases} y' > 0 \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 \leqslant m < 2 \\ m \leqslant 0 \end{array}\right.$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 12. Giải phương trình $\log_4(x-1) = 3$.

(A) $x = 63$. (B) $x = 65$. (C) $x = 80$. (D) $x = 82$.

Lời giải.

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow x - 1 = 4^3 \Leftrightarrow x - 1 = 64 \Leftrightarrow x = 65$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 13. Tính đạo hàm của hàm số $y = 13^x$.

(A) $y' = x \cdot 13^{x-1}$. (B) $y' = 13^x \cdot \ln 13$. (C) $y' = 13^x$. (D) $y' = \dfrac{13^x}{\ln 13}$.

Lời giải.

Công thức đạo hàm của $y = a^x$ là: $y' = a^x \ln a$.
Nên hàm số đã cho có đạo hàm là $y' = 13^x \ln 13$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 14. Giải bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$.

(A) $x > 3$. (B) $\dfrac{1}{3} < x < 3$. (C) $x < 3$. (D) $x > \dfrac{10}{3}$.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow 3x-1 > 2^3 \Leftrightarrow 3x-1 > 8 \Leftrightarrow x > 3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 15. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y = \log_2(x^2-2x-3)$.

(A) $\mathscr{D} = (-\infty;-1] \cup [3;+\infty)$. (B) $\mathscr{D} = [-1;3]$.
(C) $\mathscr{D} = (-\infty;-1) \cup (3;+\infty)$. (D) $\mathscr{D} = (-1;3)$.

Lời giải.

Hàm số có nghĩa $\Leftrightarrow x^2-2x-3 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 3 \\ x < -1 \end{array}\right.$.
Vậy tập xác định là $\mathscr{D} = (-\infty;-1) \cup (3;+\infty)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = 2^x \cdot 7^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

(A) $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2 \log_2 7 < 0$. (B) $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \ln 2 + x^2 \ln 7 < 0$.
(C) $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \log_7 2 + x^2 < 0$. (D) $f(x) < 1 \Leftrightarrow 1 + x \log_2 7 < 0$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = 2^x.7^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \log_2\left(2^x.7^{x^2}\right) < 0 \Leftrightarrow x + x^2 \log_2 7 < 0$, nên câu A đúng.
Và $f(x) = 2^x.7^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \ln\left(2^x.7^{x^2}\right) < 0 \Leftrightarrow x \ln 2 + x^2 \ln 7 < 0$, nên câu B đúng.
Và $f(x) = 2^x.7^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \log_7\left(2^x.7^{x^2}\right) < 0 \Leftrightarrow x \log_7 2 + x^2 < 0$, nên câu C đúng
D sai do $f(x) = 2^x.7^{x^2} < 1 \Leftrightarrow \log_2\left(2^x.7^{x^2}\right) < 0 \Leftrightarrow x + x^2 \log_2 7 < 0 \Leftrightarrow x(1 + x\log_2 7) < 0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 17. Cho các số thực dương $a, b,$ với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

(A) $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2}\log_a b$.
(B) $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2\log_a b$.
(C) $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4}\log_a b$.
(D) $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2}\log_a(ab) = \frac{1}{2}(1 + \log_a b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b$, nên câu D đúng.

Chọn đáp án (D) □

Câu 18. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$.

(A) $y' = \frac{1 - 2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$.
(B) $y' = \frac{1 + 2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$.
(C) $y' = \frac{1 - 2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$.
(D) $y' = \frac{1 + 2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \left(\frac{x+1}{4^x}\right)' = \frac{4^x - (x+1)4^x \ln 4}{4^{2x}} = \frac{1 - 2(x+1)\ln 2}{4^x}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 19. Đặt $a = \log_2 3, b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b.

(A) $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab}$.
(B) $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$.
(C) $\log_6 45 = \frac{a + 2ab}{ab + b}$.
(D) $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$.

Lời giải.

Ta có $\frac{1}{b} = \log_3 5 \Rightarrow \frac{a}{b} = \log_2 3 . \log_3 5 = \log_2 5$. Vậy ta đưa về cơ số 2.

$\log_6 45 = \frac{\log_2 (3^2 .5)}{\log_2 3 + 1} = \frac{2a + \frac{a}{b}}{a+1} = \frac{2ab + a}{ab + b}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 20. Cho hai số thực a và b, với $1 < a < b$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

(A) $\log_a b < 1 < \log_b a$.
(B) $1 < \log_a b < \log_b a$.

(C) $\log_b a < \log_a b < 1$. (D) $\log_b a < 1 < \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $1 < a < b \Rightarrow \begin{cases} \log_a 1 < \log_a a < \log_a b \\ \log_b 1 < \log_b a < \log_b b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < 1 < \log_a b \\ 0 < \log_b a < 1 \end{cases} \Rightarrow \log_b a < 1 < \log_a b$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 21. Ông A vay ngắn hạn ngân hàng 100 triệu đồng, với lãi suất 12%/năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và trả hết tiền nợ sau đúng 3 tháng kể từ ngày vay. Hỏi, theo cách đó, số tiền m mà ông A sẽ phải trả cho ngân hàng trong mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng, lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

(A) $m = \dfrac{100.(1,01)^3}{3}$ (triệu đồng). (B) $m = \dfrac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng).

(C) $m = \dfrac{100 \times 1,03}{3}$ (triệu đồng). (D) $m = \dfrac{120.(1,12)^3}{(1,12)^3 - 1}$ (triệu đồng).

Lời giải.

Đặt r là lãi suất hàng tháng và m là số tiền hoàn nợ mỗi tháng.

- Số tiền ông A nợ ngân hàng cuối tháng thứ nhất là $T_1 = T(1+r) - m$.
- Số tiền ông A nợ ngân hàng cuối tháng thứ hai là $T_2 = T_1(1+r) - m = T(1+a)^2 - m[1 + (1+r)]$.
- Số tiền ông A nợ ngân hàng cuối tháng thứ ba là $T_3 = T_2(1+r) - m = T(1+r)^3 - m\left[1 + (1+r) + (1+\right.$

$T_3 = T(1+r)^3 - m\dfrac{(1+r)^3 - 1}{r}$.

Theo giả thiết có $T_3 = 0 \Rightarrow m = \dfrac{T.r.(1+r)^3}{(1+r)^3 - 1} = \dfrac{(1,01)^3}{(1,01)^3 - 1}$ (triệu đồng).

Chọn đáp án (B) □

Câu 22. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ $(a < b)$, xung quanh trục Ox.

(A) $V = \pi \displaystyle\int_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$. (B) $V = \displaystyle\int_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$.

(C) $V = \pi \displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$. (D) $V = \pi \displaystyle\int_a^b |f(x)|\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$; $(a<b)$, xung quanh trục Ox được tính theo công thức $V=\pi\displaystyle\int_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án A □

Câu 23. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{2x-1}$.

A $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C$.
B $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C$.
C $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C$.
D $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\int f(x)\,\mathrm{d}x&=\int\sqrt{2x-1}\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int(2x-1)^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{d}(2x-1)\\&=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}(2x-1)^{\frac{3}{2}}+C=\frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1}+C\end{aligned}$$

Chọn đáp án B □

Câu 24. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-5t+10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A 0,2m. B 2m. C 10m. D 20m.

Lời giải.

Chọn mốc thời gian là lúc bắt đầu đạp phanh. Thời điểm xe dừng hẳn là

$$v(t)=-5t+10=0\Leftrightarrow t=2\text{s}$$

Từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được quãng đường là:

$$S=\int_0^2 v(t)\,\mathrm{d}t=\int_0^2(-5t+10)\,\mathrm{d}t=\left(-\frac{5}{2}t^2+10t\right)\Big|_0^2=10\text{m}$$

Chọn đáp án C □

Câu 25. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\pi}\cos^3 x.\sin x\,\mathrm{d}x$.

(A) $I=-\frac{1}{4}\pi^4$. (B) $I=-\pi^4$. (C) $I=0$. (D) $I=-\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Đặt $u=\cos x \Rightarrow \mathrm{d}u=-\sin x\,\mathrm{d}x \Rightarrow \sin x\,\mathrm{d}x=-\mathrm{d}u$
Đổi cận

x	0	π
u	1	-1

Nên $I=\int\limits_1^{-1} u^3.(-\mathrm{d}u)=\int\limits_{-1}^{1} u^3.\mathrm{d}u=\frac{1}{4}u^4\Big|_{-1}^{1}=0$

Chọn đáp án (C) □

Câu 26. Tính tích phân $I=\int\limits_1^e x\ln x\,\mathrm{d}x$

(A) $I=\frac{1}{2}$. (B) $I=\frac{e^2-2}{2}$. (C) $I=\frac{e^2+1}{4}$. (D) $I=\frac{e^2-1}{4}$.

Lời giải.

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ \mathrm{d}v=x\,\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x\\ v=\frac{1}{2}x^2\end{cases}$, ta có:

$$I=\frac{1}{2}x^2\ln x\Big|_1^e-\int\limits_1^e\frac{1}{2}x\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}x^2\ln x\Big|_1^e-\frac{1}{4}x^2\Big|_1^e=\frac{1}{2}e^2-\left(\frac{1}{4}e^2-\frac{1}{4}\right)=\frac{e^2+1}{4}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 27. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và đồ thị hàm số $y=x-x^2$.

(A) $\frac{37}{12}$. (B) $\frac{9}{4}$. (C) $\frac{81}{12}$. (D) 13.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số:

$$x^3-x=x-x^2\Leftrightarrow x^3+x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1\\ x=-2\end{array}\right.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và đồ thị hàm số $y=x-x^2$ là

$$\begin{aligned}S&=\int_{-2}^{1}\left|x^3+x^2-2x\right|\,\mathrm{d}x=\int_{-2}^{0}\left|x^3+x^2-2x\right|\,\mathrm{d}x+\int_{0}^{1}\left|x^3+x^2-2x\right|\,\mathrm{d}x\\&=\int_{-2}^{0}\left(x^3+x^2-2x\right)\,\mathrm{d}x-\int_{0}^{1}\left(x^3+x^2-2x\right)\,\mathrm{d}x\\&=\left(\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3-x^2\right)\Big|_{-2}^{0}-\left(\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3-x^2\right)\Big|_{0}^{1}\\&=\frac{8}{3}-\left(-\frac{5}{12}\right)=\frac{37}{12}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án A □

Câu 28. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

A $V=4-2e$. B $V=(4-2e)\pi$. C $V=e^2-5$. D $V=(e^2-5)\pi$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=2(x-1)e^x$ và trục hoành là

$$2(x-1)e^x=0\Leftrightarrow x=1$$

Thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox là

$$V=\int_{0}^{1}\left[2(x-1)e^x\right]^2\,\mathrm{d}x=4\int_{0}^{1}(x-1)^2e^{2x}\,\mathrm{d}x$$

Xét tích phân $I=\displaystyle\int_{0}^{1}(x-1)^2e^{2x}\,\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases}u=(x-1)^2\\ \mathrm{d}v=e^{2x}\,\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2(x-1)\,\mathrm{d}x\\ v=\dfrac{1}{2}e^{2x}\end{cases}$,

Ta có: $I=\dfrac{1}{2}(x-1)^2e^{2x}\Big|_0^1-\displaystyle\int_0^1(x-1)e^{2x}\,\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}-\int_0^1(x-1)e^{2x}\,\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases}u_1=(x-1)\\ \mathrm{d}v_1=e^{2x}\,\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u_1=\mathrm{d}x\\ v_1=\dfrac{1}{2}e^{2x}\end{cases}$,

Do đó $I=-\dfrac{1}{2}-\left(\dfrac{1}{2}(x-1)e^{2x}\Big|_0^1-\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^1e^{2x}\,\mathrm{d}x\right)=-\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}e^{2x}\Big|_0^1\right)=-\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}-\frac{e^2}{4}+\frac{1}{4}\right)=$

$\dfrac{e^2-5}{4}$

Vậy $V=4I=4\cdot\dfrac{e^2-5}{4}=e^2-5$.

Chọn đáp án D □

Câu 29. Cho số phức $z=3-2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$

A Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng $-2i$.

B Phần thực bằng -3 và Phần ảo bằng -2.

C Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng $2i$.

D Phần thực bằng 3 và Phần ảo bằng 2.

Lời giải.

Từ $z=3-2i$ suy ra $\bar{z}=3+2i$. Nên, phần thực của $\bar{z}$ bằng 3 và phần ảo của $\bar{z}$ bằng 2.

Chọn đáp án D □

Câu 30. Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=2-3i$. Tính môđun của số phức z_1+z_2

A $|z_1+z_2|=\sqrt{13}$. B $|z_1+z_2|=\sqrt{5}$. C $|z_1+z_2|=1$. D $|z_1+z_2|=5$.

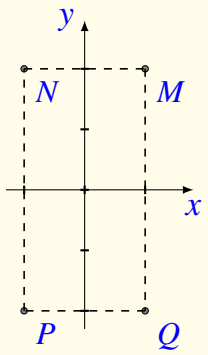
Lời giải.

Ta có: $z_1+z_2=3-2i\Rightarrow|z_1+z_2|=\sqrt{3^2+(-2)^2}=\sqrt{13}$.

Chọn đáp án A □

Câu 31.

Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z=3-i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M,N,P,Q ở hình bên?



a) Điểm P.

b Điểm Q.

c) Điểm M.

d) Điểm N.

Lời giải.

Ta có: $(1+i)z=3-i\Leftrightarrow z=\dfrac{3-i}{1+i}=1-2i$.

Vậy điểm biểu diễn của z là điểm $Q(1;-2)$. □

Câu 32. Cho số phức $z=2+5i$. Tìm số phức $w=iz+\bar{z}$.

(A) $w=7-3i$. (B) $w=-3-3i$. (C) $w=3+7i$. (D) $w=-7-7i$.

Lời giải.

Ta có: $z=2+5i \Rightarrow w=iz+\bar{z}+i(2+5i)+2-5i=2i-5+2-5i=-3-5i$.

Chọn đáp án B □

Câu 33. Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4-z^2-12=0$. Tính tổng $T=|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|$.

(A) $T=4$. (B) $T=2\sqrt{3}$. (C) $4+2\sqrt{3}$. (D) $T=2+2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có: $z^4-z^2-12=0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} z^2=4 \\ z^2=-3 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} z=\pm 2 \\ z=\pm i\sqrt{3} \end{bmatrix}$.

Vậy $T=|z_1|+|z_2|+|z_3|+|z_4|=4+2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 34. Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=4$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=(3+4i)z+i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

(A) $r=4$. (B) $r=5$. (C) $r=20$. (D) $r=22$.

Lời giải.

Giả sử $w=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có: $w=(3+4i)z+i \Leftrightarrow z=\dfrac{w-i}{3+4i}=\dfrac{x+(y-1)i}{3+4i}=\dfrac{3x-4(y-1)+[3(y-1)+4x]i}{25}$.

Do đó, ta có: $|z|=4 \Leftrightarrow \left(\dfrac{3x-4y+4}{25}\right)^2+\left(\dfrac{4x+3y-3}{25}\right)^2=16 \Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=400$.

Suy ra $r=20$.

Chọn đáp án C □

Câu 35. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC'=a\sqrt{3}$.

(A) $V=a^3$. (B) $V=\dfrac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. (C) $V=3\sqrt{3}a^3$. (D) $V=\dfrac{1}{3}a^3$.

Lời giải.

Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đường chéo $AC'=a\sqrt{3}$ nên có độ dài cạnh là a. Vậy thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V=a^3$.

Chọn đáp án A □

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{2}a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

(A) $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. (B) $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$. (C) $V=\sqrt{2}a^3$. **(D)** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có: $V=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}\times SA=\dfrac{1}{3}a^2\times a\sqrt{2}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Chọn đáp án (D) □

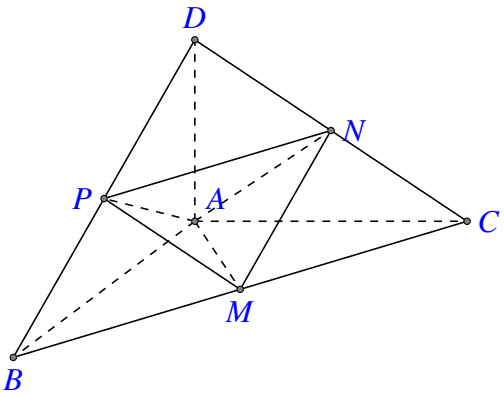
Câu 37. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB,AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB=6a$, $AC=7a$ và $AD=4a$. Gọi M,N,P tương ứng là trung điểm các cạnh BC,CD,DB. Tính thể tích V của tứ diện $A.MNP$.

(A) $V=\dfrac{7}{2}a^3$. (B) $V=14a^3$. (C) $V=\dfrac{28}{3}a^3$. **(D)** $V=7a^3$.

Lời giải.

Ta có $V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}AB\cdot AC\cdot AD=\dfrac{1}{6}\cdot 6a\cdot 7a\cdot 4a=28a^3$.

Dễ thấy $S_{MNP}=\dfrac{1}{2}S_{MNDP}=\dfrac{1}{4}S_{BCD}\Rightarrow V_{AMNP}=\dfrac{1}{4}V_{ABCD}=7a^3$.



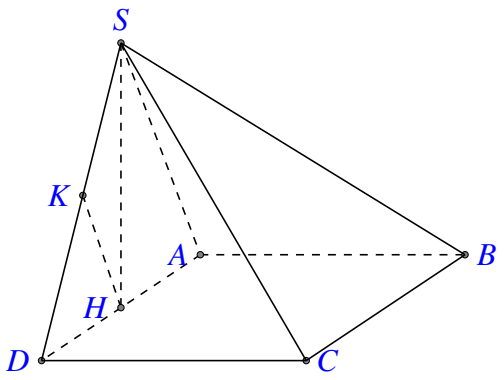
Chọn đáp án (D) □

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD).

(A) $h=\dfrac{2}{3}a$. **(B)** $h=\dfrac{4}{3}a$. (C) $h=\dfrac{8}{3}a$. (D) $h=\dfrac{3}{4}a$.

Lời giải.

- Đặt $SH = x \Rightarrow V = \dfrac{1}{3} \cdot x \cdot (a\sqrt{2})^2 = \dfrac{4}{3}a^3 \Rightarrow x = 2a.$
- Ta có $d(B;(SCD)) = d(A;(SCD)) = 2d(H;(SCD)) = 2HK = 2 \cdot \dfrac{2a \cdot \dfrac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{4a^2 + \dfrac{a^2}{2}}} = \dfrac{4a}{3}.$



Chọn đáp án B ☐

Câu 39. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại $A, AB = a$ và $AC = \sqrt{3}a$. Tính độ dài đường sinh ℓ của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

A $\ell = a$. B $\ell = \sqrt{2}a$. C $\ell = \sqrt{3}a$. D $\ell = 2a$.

Lời giải.

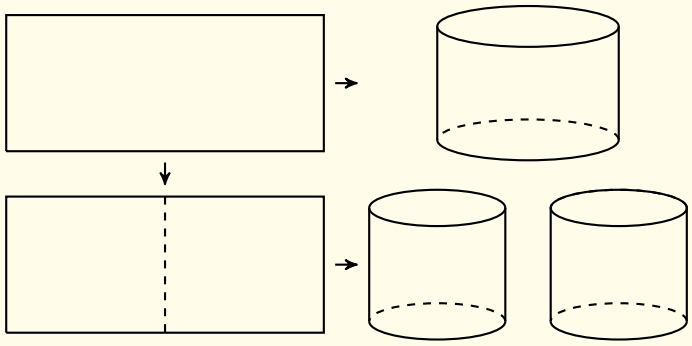
Đường sinh của hình nón có độ dài bằng đoạn $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 40. Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 50 cm × 240 cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50 cm, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.



A $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{2}$. B $\dfrac{V_1}{V_2} = 1$. C $\dfrac{V_1}{V_2} = 2$. D $\dfrac{V_1}{V_2} = 4$.

Lời giải.

Ban đầu bán kính đáy là R, sau khi cắt và gò ta được 2 khối trụ có bán kính đáy là $\dfrac{R}{2}$.

Đường cao của các khối trụ không thay đổi.

Ta có: $V_1 = S_d \cdot h = \pi R^2 \cdot h; V_2 = 2\left(S_{d_1} \cdot h\right) = 2\pi\left(\dfrac{R}{2}\right)^2 \cdot h = \dfrac{\pi R^2 h}{2}$.

Khi đó: $\dfrac{V_1}{V_2} = 2$.

Chọn đáp án C □

Câu 41. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

A $S_{tp} = 4\pi$. B $S_{tp} = 2\pi$. C $S_{tp} = 6\pi$. D $S_{tp} = 10\pi$.

Lời giải.

Hình trụ có bán kính đáy $r = 1$, chiều cao $h = 1$ nên có $S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 4\pi$.

Chọn đáp án A □

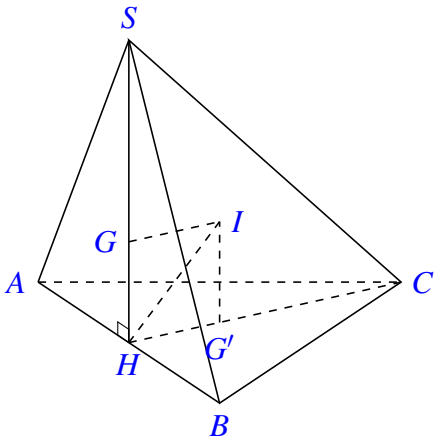
Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A $V = \dfrac{5\sqrt{15}\pi}{18}$. B $V = \dfrac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. C $V = \dfrac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. D $V = \dfrac{5\pi}{3}$.

Lời giải.

Đặt R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp.

Dựng hình như hình bên với IG' là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và IG là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB.



Ta có: $G'H = \dfrac{\sqrt{3}}{6}; GH = \dfrac{\sqrt{3}}{6} \Rightarrow IH = \dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

Do vậy $R = \sqrt{IH^2 + HA^2} = \dfrac{\sqrt{15}}{6} \Rightarrow V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{5\sqrt{15}\pi}{54}$.

Chọn đáp án B □

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-z+2=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

(A) $\vec{n_4}=(-1;0;-1)$. (B) $\vec{n_1}=(3;-1;2)$. (C) $\vec{n_3}=(3;-1;0)$. **D** $\vec{n_2}=(3;0;-1)$.

Lời giải.

Ta có : $(P): 3x+0y-z+2=0$ nên $(3;0;-1)$ là tọa độ vectơ pháp tuyến của (P).

Chọn đáp án D □

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

A $I(-1;2;1)$ và $R=3$. (B) $I(1;-2;-1)$ và $R=3$.

(C) $I(-1;2;1)$ và $R=9$. (D) $I(1;-2;-1)$ và $R=9$.

Lời giải.

Dựa vào dạng tổng quát của phương trình mặt cầu $(S): (x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.

Chọn đáp án A □

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

(A) $d=\dfrac{5}{9}$. (B) $d=\dfrac{5}{29}$. **C** $d=\dfrac{5}{\sqrt{29}}$. (D) $d=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $d(A;(P))=\dfrac{|3.1+4.(-2)+2.3+4|}{\sqrt{3^2+4^2+2^2}}=\dfrac{5}{\sqrt{29}}$

Chọn đáp án C □

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\dfrac{x-10}{5}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{1}$.
Xét mặt phẳng $(P): 10x+2y+mz+11=0$, m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ.

(A) $m=-2$. **B** $m=2$. (C) $m=-52$. (D) $m=52$.

Lời giải.

- Vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u_\Delta}=(5;1;1)$.
- Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(10;2;m)$.

- Δ vuông góc với (P) khi và chỉ khi $\overrightarrow{u_\Delta}$ và $\vec{n}$ cùng phương. Hay $\dfrac{10}{5}=\dfrac{2}{1}=\dfrac{m}{1}$ suy ra $m=2$.

Chọn đáp án B □

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A $x+y+2z-3=0$.
B $x+y+2z-6=0$.
C $x+3y+4z-7=0$.
D $x+3y+4z-26=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) qua A và nhận $\overrightarrow{AB}=(1;1;2)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

$$x+(y-1)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y+2z-3=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z+2=0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S).

A (S): $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=8$.
B (S): $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=10$.
C (S): $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=8$.
D (S): $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$.

Lời giải.

- khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là $d=3$.
- bán kính mặt cầu là $R=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$.
- phương trình mặt cầu là $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$.

Chọn đáp án D □

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A Δ: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{1}$.
B Δ: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$.
C Δ: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$.
D Δ: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.

Lời giải.

Cách 1 :

- phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng d là $(P): x+y+2z-5=0$.
- giao điểm của d và (P) là $B(2;1;1)$.
- khi đó đường thẳng cần tìm chính là đường thẳng đi qua A và B có phương trình $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$

Cách 2 :

- Gọi $B(1+b;b;-1+2b)$ là giao điểm của đường thẳng Δ với đường thẳng d.
- ta có Δ vuông góc với d nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_\Delta}=0$ hay $b+b+2(2b-3)=0$ suy ra $b=1$ và $B(2;1;1)$.
- khi đó đường thẳng cần tìm chính là đường thẳng đi qua A và B có phương trình $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$

Chọn đáp án B ☐

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;0)$, $B(0;-1;1)$, $C(2;1;-1)$ và $D(3;1;4)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng cách đều bốn điểm đó?

A 1 mặt phẳng. B 4 mặt phẳng.

C 7 mặt phẳng. D Có vô số mặt phẳng.

Lời giải.

- Viết phương trình mặt phẳng (ABC) ta được (ABC): $x+z-1=0$. Kiểm tra tọa độ điểm D ta suy ra 4 điểm $A;B;C;D$ không đồng phẳng.
- Gọi (P) là mặt phẳng cách đều 4 điểm ta có 2 trường hợp:
  + Trường hợp 1 (có 1 điểm nằm khác phía với 3 điểm còn lại): có 4 mặt phẳng.
  + Trường hợp 2 (mỗi phía có 2 điểm): có $C_3^2=3$ mặt phẳng.

Chọn đáp án C ☐

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 42

1. C	2. C	3. B	4. D	5. A	6. A	7. C	8. B	9. D	10. C
11. A	12. B	13. B	14. A	15. C	16. D	17. D	18. A	19. C	20. D
21. B	22. A	23. B	24. C	25. C	26. C	27. A	28. D	29. D	30. A
31. B	32. B	33. C	34. C	35. A	36. D	37. D	38. B	39. D	40. C
41. A	42. B	43. D	44. A	45. C	46. B	47. A	48. D	49. B	50. C

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ MINH HỌA

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017
Môn: TOÁN, ĐỀ MINH HỌA LẦN 2
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$?

(A) $x=1$. (B) $y=-1$. (C) $y=2$. (D) $x=-1$.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to -1^+} y=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{2x+1}{x+1}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to -1^-} y=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{2x+1}{x+1}=+\infty$.

Suy ra đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 2. Đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2+2$ và đồ thị của hàm số $y=-x^2+4$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

(A) 0. (B) 4. (C) 1. (D) 2.

Lời giải.

Số giao điểm của hai đồ thị chính bằng số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm: $x^4-2x^2+2=-x^2+4\Leftrightarrow x^4-x^2-2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{2}\\ x=-\sqrt{2}\end{array}\right.$.

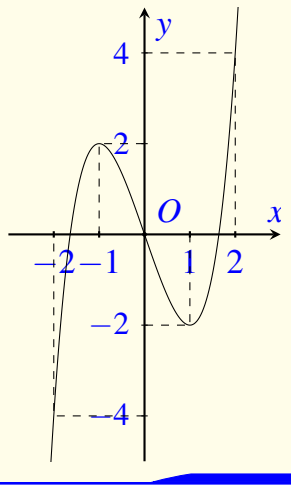
Vậy hai đồ thị có tất cả 2 giao điểm.

Chọn đáp án (D) □

Câu 3.

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

(A) $x=2$. (B) $x=-1$. (C) $x=1$. (D) $x=2$.



Lời giải.

Quan sát đồ thị, dấu $f'(x)$ đổi từ dương sang âm khi qua điểm $x=-1$ nên hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 4. Cho hàm số $y=x^3-2x^2+x+1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

(B) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$.

(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

(D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y'=3x^2-4x+1 \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=\frac{1}{3}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$\frac{31}{27}$	↘	1	↗	$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	‖	↗	2	↘	
			-1		$-\infty$		$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

(A) $[-1;2]$. (B) $(-1;2)$. (C) $(-1;2]$. (D) $(-\infty;2]$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên đã cho, phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-1<m<2$ hay $m\in(-1;2)$ vì lúc đó, đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Chọn đáp án B □

Câu 6. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A Cực tiểu của hàm số bằng -3.
B Cực tiểu của hàm số bằng 1.
C Cực tiểu của hàm số bằng -6.
D Cực tiểu của hàm số bằng 2.

Lời giải.

Cách 1: Ta có $y'=\dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow x^2+2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=1\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-6	↘	‖ $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và giá trị cực tiểu bằng 2.

Cách 2: Ta có $y'=\dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$; $x=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=1\end{array}\right.$

Khi đó: $y''(1)=1>0$; $y''(-3)=-1<0$.

Nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và giá trị cực tiểu bằng 2.

Chọn đáp án D □

Câu 7. Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\dfrac{1}{2}t^3+9t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu ?

A $216(m/s)$. B $30(m/s)$. C $400(m/s)$. D $54(m/s)$.

Lời giải.

Vận tốc tại thời điểm t là $v(t)=s'(t)=-\dfrac{3}{2}t^2+18t$.

Khi đó yêu cầu bài toán tương đương tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=v(t)=-\dfrac{3}{2}t^2+18t$ trên

đoạn $[0;10]$.
Ta có: $y' = -3t + 18 = 0 \Leftrightarrow t = 6$.
$y(6) = 54; y(0) = 0; y(10) = 30$.
Do hàm số $y = v(t)$ liên lục trên đoạn $[0;10]$ nên $\max\limits_{[0;10]} y = 54$.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$

A $x = -3$ và $x = -2$.
B $x = -3$.
C $x = 3$ và $x = 2$.
D $x = 3$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\{2;3\}$.

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = \lim_{x\to 2^+} \frac{(2x-1)^2-(x^2+x+3)}{(x-2)(x-3)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}$$

$$= \lim_{x\to 2^+} \frac{(x-2)(3x+1)}{(x-2)(x-3)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}$$

$$= \lim_{x\to 2^+} \frac{(3x+1)}{(x-3)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)} = \frac{-7}{6}.$$

Tương tự ta có $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = \dfrac{-7}{6}$.

Mặt khác $\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = \lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{(x-2)(x-3)} = +\infty$

và $\lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6} = -\infty$.

Suy ra đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án D □

Câu 9. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \ln(x^2+1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

A $(-\infty;-1]$.
B $(-\infty;-1)$.
C $[-1;1]$.
D $[1;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y' = \dfrac{2x}{x^2+1} - m$.
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (-\infty;+\infty)$
$\Leftrightarrow g(x) = \dfrac{2x}{x^2+1} \geq m, \forall x \in (-\infty;+\infty)$
$\Leftrightarrow m \leq \min g(x)$.
Ta có $g'(x) = \dfrac{-2x^2+2}{(x^2+1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	0	$-$	
g	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\min g(x) = -1$. Vậy $m \leq -1$.

Chọn đáp án A □

Câu 10. Biết $M(0;2), N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính giá trị của hàm số tại $x = -2$.

A $y(-2) = 2$. B $y(-2) = 22$. C $y(-2) = 6$. D $y(-2) = -18$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.
Do $M(0;2), N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số nên

$$\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(2) = 0 \\ y(0) = 2 \\ y(2) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \\ d = 2 \\ 8a + 4b + 2c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases}$$

. Vậy hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Suy ra $y(-2) = -18$.

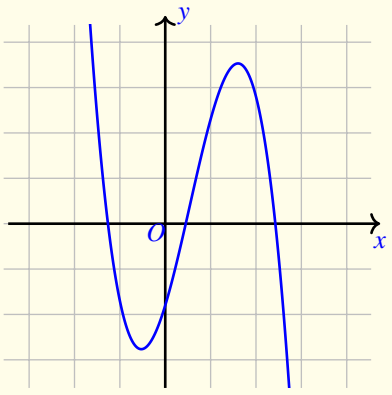
Chọn đáp án D □

Câu 11.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$. B $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

C $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$. D $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị suy ra hệ số $a < 0$.
Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu (do hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm hai phía với trục Oy) nên $3ac < 0 \Rightarrow c > 0$.

Ta có: $y'' = 6ax + 2b = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-b}{3a}$.

Ta thấy điểm uốn là trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị nằm bên phải trục tung. Do đó $x = \dfrac{-b}{3a} < 0 \Rightarrow b < 0$.

Mặt khác đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $M(0;d) \Rightarrow d < 0$.

Chọn đáp án A

Câu 12. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

B $\ln(ab) = \ln a . \ln b$.

C $\ln \dfrac{a}{b} = \dfrac{\ln a}{\ln b}$.

D $\ln \dfrac{a}{b} = \ln b - \ln a$.

Lời giải.

Với mọi số dương a, b ta có: $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Chọn đáp án A

Câu 13. Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$.

A $x = 9$.

B $x = 3$.

C $x = 4$.

D $x = 10$.

Lời giải.

Ta có $3^{x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{x-1} = 3^3 \Leftrightarrow x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 4$

Chọn đáp án C

Câu 14. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con ?

A 48 phút.

B 19 phút.

C 7 phút.

D 12 phút.

Lời giải.

Ta có $s(3) = s(0).2^3 \Rightarrow s(0) = \dfrac{s(3)}{2^3} = 78125$

$s(t) = s(0).2^t \Rightarrow 2^t = \dfrac{s(t)}{s(0)} = 128 \Rightarrow t = 7.$

Chọn đáp án C

Câu 15. Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.\sqrt{x^3}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

(A) $P=x^{\frac{1}{2}}$. **B** $P=x^{\frac{13}{24}}$. (C) $P=x^{\frac{1}{4}}$. (D) $P=x^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải.

Ta có $P=\sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^2.x^{\frac{3}{2}}}}=\sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x^{\frac{7}{2}}}}=\sqrt[4]{x.x^{\frac{7}{6}}}=\sqrt[4]{x^{\frac{13}{6}}}=x^{\frac{13}{24}}$.

Chọn đáp án B □

Câu 16. Với các số thực dương a,b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right)=1+3\log_2 a-\log_2 b$. (B) $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right)=1+\frac{1}{3}\log_2 a-\log_2 b$.

(C) $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right)=1+3\log_2 a+\log_2 b$. (D) $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right)=1+\frac{1}{3}\log_2 a+\log_2 b$.

Lời giải.

Ta có $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right)=\log_2\left(2a^3\right)-\log_2(b)=\log_2(2)+\log_2\left(a^3\right)-\log_2(b)=1+3\log_2 a-\log_2 b$

Chọn đáp án A □

Câu 17. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)<\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

(A) $S=(2;+\infty)$. (B) $S=(-\infty;2)$. **C** $S=\left(\frac{1}{2};2\right)$. (D) $S=(-1;2)$.

Lời giải.

Điều kiện $x>\frac{1}{2}$. BPT $\Leftrightarrow x+1>2x-1\Leftrightarrow x<2$.

Kết hợp điều kiện suy ra tập nghiệm của BPT là $S=\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Chọn đáp án C □

Câu 18. Tính đạo hàm của hàm số $y=\ln\left(1+\sqrt{x+1}\right)$.

A $y'=\frac{1}{2\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$. (B) $y'=\frac{1}{1+\sqrt{x+1}}$.

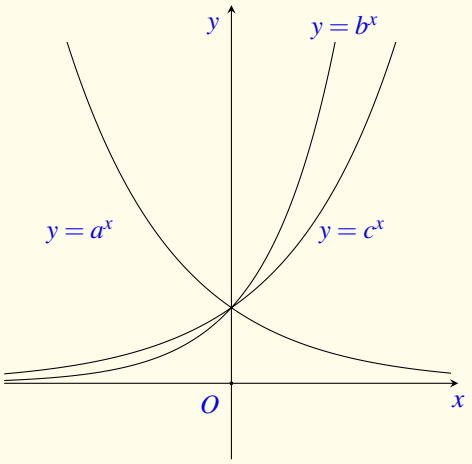
(C) $y'=\frac{1}{\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$. (D) $y'=\frac{2}{\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$.

Lời giải.

Ta có $y'=\frac{\left(1+\sqrt{x+1}\right)'}{1+\sqrt{x+1}}=\frac{\frac{1}{2\sqrt{x+1}}}{1+\sqrt{x+1}}=\frac{1}{2\sqrt{x+1}\left(1+\sqrt{x+1}\right)}$.

Chọn đáp án A □

Câu 19.
Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



(A) $a < b < c$. (B) $a < c < b$. (C) $b < c < a$. (D) $c < a < b$.

Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy $0 < a < 1$ và $b, c > 1$

$\forall x_\circ$: $\begin{cases} y_1 = b^{x_\circ} \\ y_2 = c^{x_\circ} \end{cases}$ từ đồ thị ta thấy $y_1 > y_2 \Leftrightarrow b^{x_\circ} > c^{x_\circ} \Leftrightarrow b > c$. Vậy $a < c < b$.

Chọn đáp án B □

Câu 20. Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x + (3-m)2^x - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

(A) $[3;4]$. (B) $[2;4]$. (C) $(2;4)$. (D) $(3;4)$.

Lời giải.

Ta có $6^x + (3-m)2^x - m = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{6^x + 3.2^x}{2^x + 1}$

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{6^x + 3.2^x}{2^x + 1}$

+ TXĐ: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$

+ $f'(x) = \dfrac{12^x.\ln 3 + 6^x.\ln 6 + 3.2^x.\ln 2}{(2^x+1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra $0 < x < 1 \Leftrightarrow f(0) < f(x) < f(1) \Leftrightarrow 2 < f(x) < 4$ vì $f(0) = 2, f(1) = 4$.

Vậy phương trình (1)có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$ khi $m \in (2;4)$.

Chọn đáp án C □

Câu 21. Xét các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = \log^2_{\frac{a}{b}}(a^2) + 3\log_b\left(\dfrac{a}{b}\right)$.

(A) $P_{\min} = 19$. (B) $P_{\min} = 13$. (C) $P_{\min} = 14$. (D) $P_{\min} = 15$.

Lời giải.

Ta có $P=\log_{\frac{a}{b}}^2(a^2)+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)=\left[2\log_{\frac{a}{b}}a\right]^2+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)$

$=4\left[\log_{\frac{a}{b}}\left(\frac{a}{b}.b\right)\right]^2+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right).$

$=4\left[1+\log_{\frac{a}{b}}b\right]^2+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)$

Đặt $t=\log_{\frac{a}{b}}b$, điều kiện $t>0$ (vì $a>b>1$).

Xét $P=4(1+t)^2+\dfrac{3}{t}=4t^2+8t+\dfrac{3}{t}+4=f(t)$.

Ta có$f'(t)=8t+8-\dfrac{3}{t^2}=\dfrac{8t^3+8t^2-3}{t^2}=\dfrac{(2t-1)(4t^2+6t+3)}{t^2}$

Khi đó $f'(t)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		‖		$-$	0	$+$	
y		‖	$+\infty$	↘	15	↗	$+\infty$

Ta suy ra $P_{\min}=f\left(\dfrac{1}{2}\right)=15$.

Chọn đáp án D □

Câu 22. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 2x$.

A $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$.

B $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$. .

C $\int f(x)\,\mathrm{d}x=2\sin 2x+C$. .

D $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-2\sin 2x+C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\int\cos 2x\,\mathrm{d}(2x)=\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$.

Chọn đáp án A □

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$, $f(1)=1$ và $f(2)=2$. Tính $I=\displaystyle\int_1^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$

A $I=1$.

B $I=-1$.

C $I=3$.

D $I=\dfrac{7}{2}$.

Lời giải.

$I=\int\limits_1^2 f'(x)\,\mathrm{d}x=f(x)\Big|_1^2=f(2)-f(1)=1.$

Chọn đáp án A □

Câu 24. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$ và $F(2)=1$. Tính $F(3)$.

A $F(3)=\ln 2-1$. B $F(3)=\ln 2+1$. C $F(3)=\dfrac{1}{2}$. D $F(3)=\dfrac{7}{4}$.

Lời giải.

Ta có $F(x)=\ln|x-1|+C$.
Do $F(2)=1$ nên $C=1\Rightarrow F(x)=\ln|x-1|+1$.
Khi đó $F(3)=\ln 2+1$.

Chọn đáp án B □

Câu 25. Cho $\int\limits_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x=16$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^2 f(2x)\,\mathrm{d}x$.

A $I=32$. B $I=8$. C $I=16$. D $I=4$.

Lời giải.

Đặt $t=2x\Rightarrow \mathrm{d}t=2\,\mathrm{d}x$.
Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0; x=2\Rightarrow t=4$.
$\Rightarrow I=\int\limits_0^4 \dfrac{1}{2}f(t)\,\mathrm{d}t=\dfrac{1}{2}\int\limits_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x=8.$

Chọn đáp án B □

Câu 26. Biết $I=\int\limits_3^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{x^2+x}=a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $S=a+b+c$.

A $S=6$. B $S=2$. C $S=-2$. D $S=0$.

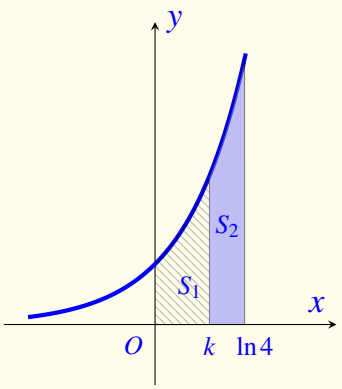
Lời giải.

Ta có $f(x)=\dfrac{1}{x^2+x}=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}\Rightarrow \int f(x)\,\mathrm{d}x=\ln|x|-\ln|x+1|+C$.
Vậy $I=(\ln|x|-\ln|x+1|)\Big|_3^4=4\ln 2-\ln 3-\ln 5$ nên $a=4, b=-1, c=-1\Rightarrow S=2$.

Chọn đáp án B □

Câu 27.

Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^x$, $y=0$, $x=0$, $x=\ln 4$. Đường thẳng $x=k\,(0<k<\ln 4)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1=2S_2$.



(A) $k=\dfrac{2}{3}\ln 4$. (B) $k=\ln 2$. (C) $k=\ln\dfrac{8}{3}$. **D** $k=\ln 3$.

Lời giải.

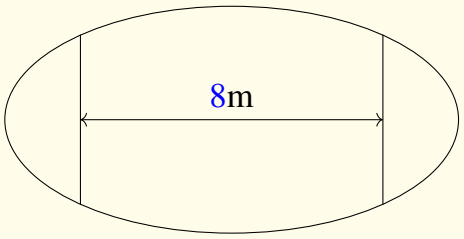
Ta có $S_1=\displaystyle\int_0^k |\mathrm{e}^x|\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^k-1$ và $S_2=\displaystyle\int_k^{\ln 4} |\mathrm{e}^x|\,\mathrm{d}x=4-\mathrm{e}^k$.

Theo đề bài $S_1=2S_2\Rightarrow \mathrm{e}^k-1=2(4-\mathrm{e}^k)\Leftrightarrow \mathrm{e}^k=3\Leftrightarrow k=\ln 3$.

Chọn đáp án D □

Câu 28.

Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng 16m và độ dài trục bé bằng10m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8m và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/1m^2. Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



(A) 7.862.000 đồng. **B** 7.653.000 đồng.

(C) 7.128.000 đồng. (D) 7.826.000 đồng.

Lời giải.

Xét hệ trục tọa độ Oxy đặt gốc tọa độ vào tâm của khu vườn, khi đó khu vườn có phương trình là $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{25}=1$.

Phần đồ thị phần phía trên trục Ox có phương trình là $y=f(x)=5\sqrt{1-\dfrac{x^2}{64}}$.

Do vậy diện tích của dải đất là $S=2\displaystyle\int_{-4}^{4}5\sqrt{1-\frac{x^2}{64}}\,\mathrm{d}x$.

Đặt $x=8\sin t\ \left(-\dfrac{\pi}{2}\leqslant t\leqslant\dfrac{\pi}{2}\right)\Rightarrow \mathrm{d}x=8\cos t\,\mathrm{d}t$ và $\cos t\geqslant 0$.

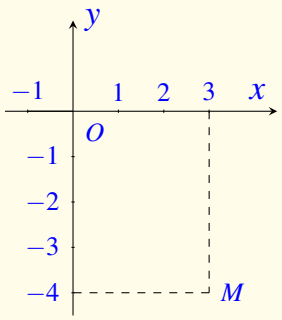
Đổi cận: $x=-4\Rightarrow t=-\dfrac{\pi}{6}$; $x=4\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{6}$

$$\Rightarrow S = 80\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \cos^2 t\,\mathrm{d}t = 40\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} (1+\cos 2t)\,\mathrm{d}t = 40\left(t+\frac{\sin 2t}{2}\right)\Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} = \frac{40\pi}{3}+20\sqrt{3}\ (\mathrm{m}^2).$$

Do đó, số tiền cần dùng là $100.000S \approx 7.653.000$ đồng.

Chọn đáp án (B) □

Câu 29.
Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.



(A) Phần thực là -4 và phần ảo là 3.

(B) Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.

(C) Phần thực là 3 và phần ảo là -4.

(D) Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.

Lời giải.

Số phức $z = a+bi, a,b \in \mathbb{R}$.
Dựa vào hình vẽ suy ra $M(3;-4) \Rightarrow$ phần thực $a=3$, phần ảo $b=-4$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 30. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i+1)$.

(A) $\overline{z} = 3-i$. (B) $\overline{z} = -3+i$. (C) $\overline{z} = 3+i$. (D) $\overline{z} = -3-i$.

Lời giải.

Ta có $z = -3+i \Rightarrow \overline{z} = -3-i$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 31. Tính môđun của số phức z thỏa mãn $z(2-i)+13i = 1$.

(A) $|z| = \sqrt{34}$. (B) $|z| = 34$. (C) $|z| = \dfrac{5\sqrt{34}}{3}$. (D) $|z| = \dfrac{\sqrt{34}}{3}$.

Lời giải.

$$z(2-i)+13i = 1 \Leftrightarrow z = \frac{1-13i}{2-i} \Leftrightarrow z = \frac{(1-13i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} \Leftrightarrow z = 3-5i.$$

$|z| = \sqrt{3^2+(-5)^2} = \sqrt{34}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 32. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2-16z+17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

A $M_1\left(\frac{1}{2};2\right)$. B $M_2\left(-\frac{1}{2};2\right)$. C $M_3\left(-\frac{1}{4};1\right)$. D $M_4\left(\frac{1}{4};1\right)$.

Lời giải.

Xét phương trình $4z^2-16z+17=0$ có $\Delta'=64-4.17=-4$.
Phương trình có hai nghiệm $z_1=\frac{8-2i}{4}=2-\frac{1}{2}i$, $z_2=\frac{8+2i}{4}=2+\frac{1}{2}i$.
Do z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương nên $z_0=2+\frac{1}{2}i$.
Ta có $w=iz_0=-\frac{1}{2}+2i$. Điểm biểu diễn $w=iz_0$ là $M_2\left(-\frac{1}{2};2\right)$.

Chọn đáp án B □

Câu 33. Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $(1+i)z+2\bar{z}=3+2i$. Tính $P=a+b$.

A $P=\frac{1}{2}$. B $P=1$. C $P=-1$. D $P=-\frac{1}{2}$.

Lời giải.

$(1+i)z+2\bar{z}=3+2i$ (1).
Ta có $z=a+bi\Rightarrow\bar{z}=a-bi$.
Thay vào (1) ta được
$(1+i)(a+bi)+2(a-bi)=3+2i$
$\Leftrightarrow(a-b)i+(3a-b)=3+2i\Leftrightarrow(a-b)i+(3a-b)=3+2i$
$\Leftrightarrow\begin{cases}a-b=2\\3a-b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\b=-\frac{3}{2}.\end{cases}\Rightarrow P=-1.$

Chọn đáp án C □

Câu 34. Xét số phức z thỏa mãn $(1+2i)|z|=\frac{\sqrt{10}}{z}-2+i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A $\frac{3}{2}<|z|<2$. B $|z|>2$. C $|z|<\frac{1}{2}$. D $\frac{1}{2}<|z|<\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $(1+2i)|z|=\frac{\sqrt{10}}{z}-2+i\Leftrightarrow(1+2i)|z|=\frac{\sqrt{10}}{z}+i(1+2i)\Leftrightarrow(1+2i)(|z|-i)=\frac{\sqrt{10}}{z}$
$\Rightarrow\left|(1+2i)(|z|-i)\right|=\left|\frac{\sqrt{10}}{z}\right|\Rightarrow|1+2i|\cdot\left||z|-i\right|=\frac{\sqrt{10}}{|z|}$ (*)

Đặt $t=|z|$ thì $t\in\mathbb{R}$, $t>0$ và (*) $\Leftrightarrow\sqrt{5}\cdot\sqrt{t^2+1}=\frac{\sqrt{10}}{t}\Leftrightarrow t^4+t^2=2\Rightarrow t=1$ (do $t>0$).

Vậy $|z| = t = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < t < \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án D □

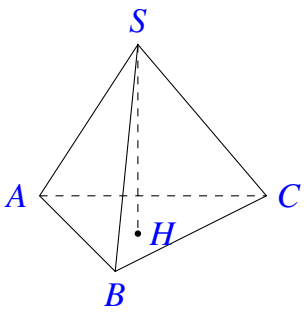
Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

(A) $h = \frac{\sqrt{3}a}{6}$. (B) $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$. (C) $h = \frac{\sqrt{3}a}{3}$. **(D)** $h = \sqrt{3}a$.

Lời giải.

Do đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$ nên $S_{\triangle ABC} = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Mà $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC}.h \Rightarrow h = \frac{3V}{S_{\triangle ABC}} = \frac{3a^3}{a^2\sqrt{3}} = \sqrt{3}a$.



Chọn đáp án D □

Câu 36. Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng?

(A) Tứ diện đều. (B) Bát diện đều.

(C) Hình lập phương. (D) Lăng trụ lục giác đều.

Lời giải.

Dễ dàng thấy bát diện đều, hình lập phương và lăng trục lục giác đều có tâm đối xứng.
Còn tứ diện đều không có tâm đối xứng.

Chọn đáp án A □

Câu 37. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm tam giác BCD. Tính thể tích V của khối chóp $A.GBC$.

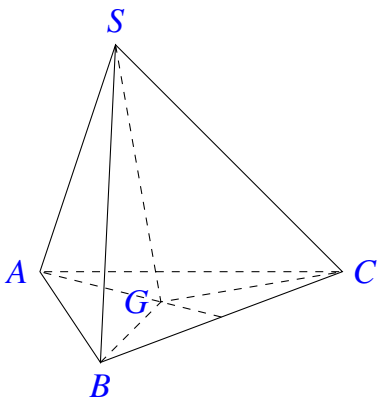
(A) $V = 3$. **(B)** $V = 4$. (C) $V = 6$. (D) $V = 5$.

Lời giải.

Ta có $\mathrm{d}(G,BC)=\dfrac{1}{3}\mathrm{d}(A,BC)\Rightarrow S_{\triangle GBC}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle ABC}$.

$V_{S.GBC}=\dfrac{1}{3}.S_{\triangle GBC}.\mathrm{d}(S,(ABC))$

$=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{3}.S_{\triangle ABC}.\mathrm{d}(S,(ABC))=\dfrac{1}{3}.V_{S.ABC}=4.$



Chọn đáp án B

Câu 38. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh $AC=2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC'=4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

A $V=\dfrac{8}{3}$. B $V=\dfrac{16}{3}$. C $V=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. D $V=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$.

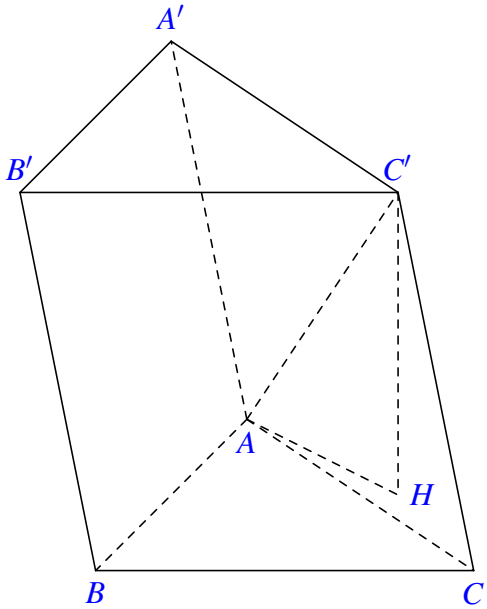
Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của C' lên đáy $(ABC)\Rightarrow \widehat{C'AH}=60^\circ\Rightarrow C'H=AC'\sin 60^\circ=2\sqrt{3}$.

Từ đó ta có

$S_{ABC}=\dfrac{1}{2}(2\sqrt{2})^2=4$

$\Rightarrow V_{ABCB'C'}=2V_{AC'BC}=2\dfrac{1}{3}C'HS_{ABC}=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án D

Câu 39. Cho khối (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π. Tính thể tích V của khối nón (N)

A $V=12\pi$. B $V=20\pi$. C $V=36\pi$. D $V=60\pi$.

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = \pi rl$ nên $15\pi = 3\pi l \Rightarrow l = 5$.
Suy ra $h = \sqrt{l^2 - r^2} = 4$.
Do đó $V = \dfrac{1}{2} h S_{\text{Đáy}} = \dfrac{1}{3} h \pi r^2 = 12\pi$.

Chọn đáp án (A) □

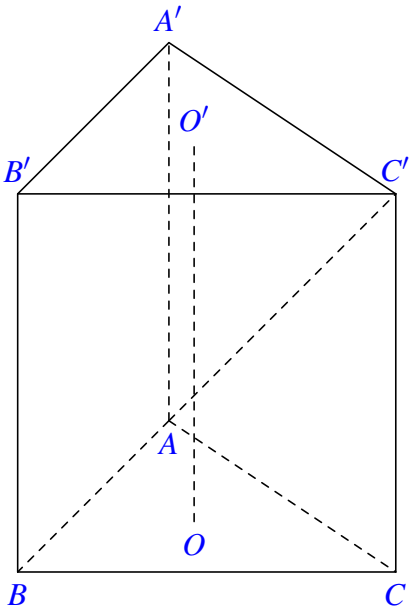
Câu 40. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

(A) $V = \dfrac{\pi a^2 h}{9}$. (B) $V = \dfrac{\pi a^2 h}{3}$. (C) $V = 3\pi a^2 h$. (D) $V = \dfrac{\pi a^2 h}{9}$.

Lời giải.

Khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho cũng có chiều cao là $h = OO'$, trong đó O, O' lần lượt là tâm của tam giác ABC và tam giác $A'B'C'$. Bán kính đáy của khối trụ chính là bán kính đường tròn ngoại tiếp của mặt đáy là $a\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Vậy thể tích lăng trụ là $V = \dfrac{\pi a^2 h}{3}$.



Chọn đáp án (B) □

Câu 41. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$ và $AA' = 2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

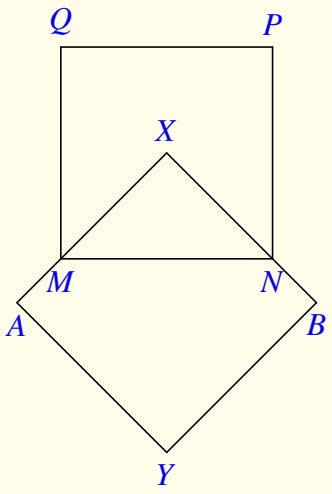
(A) $R = 3a$. (B) $R = \dfrac{3a}{4}$. (C) $R = \dfrac{3a}{2}$. (D) $R = 2a$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp$ABB'C'$ bằng với bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật đã cho và cũng bằng nửa độ dài đường chéo dài nhất của hình hộp. Suy ra $R = \dfrac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = \dfrac{3a}{2}$.

Chọn đáp án C

Câu 42.
Cho hai hình vuông có cùng cạnh bằng 5 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh X của một hình vuông là tâm của hình vuông còn lại (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục XY.



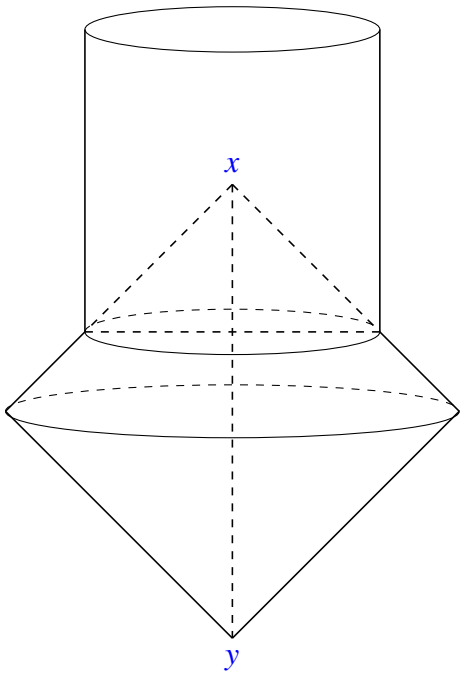
(A) $V=\dfrac{125\left(1+\sqrt{2}\right)\pi}{6}$. (B) $V=\dfrac{125\left(5+2\sqrt{2}\right)\pi}{12}$.

(C) $V=\dfrac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}$. (D) $V=\dfrac{125\left(2+\sqrt{2}\right)\pi}{4}$.

Lời giải.

Ta thấy rằng khi xoay hình xung quanh trục XY thì hình vuông ở trên sẽ tạo thành hình trụ có bán kính đáy là $\dfrac{5}{2}$ và chiều cao là 5, khi đó thể tích của nó là $V_1=5\pi\left(\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{125\pi}{4}$.

Hình vuông ở dưới sẽ tạo thành hai hình nón có chung mặt đáy và có đường kính đáy là AB như hình bên. Chiều cao và bán kính đáy của hình nón này là $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ nên thể tích của khối hai nón ghép lại là $V_2=2\cdot\dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2=\dfrac{125\pi\sqrt{2}}{6}$.



Tuy nhiên, hai hình này có chung phần hình nón tạo thành khi xoay phần màu cam xung quanh XY. Dễ thấy phần chung này cũng là hình nón nhưng chiều cao và bán kính đáy là $\dfrac{5}{2}$. Do đó, thể tích phần chung là $V_3=\dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{125\pi\sqrt{2}}{24}$.

Vậy $V=V_1+V_2-V_3=\dfrac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}$.

Chọn đáp án C

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

(A) $I(-2;2;1)$. (B) $I(1;0;4)$. (C) $I(2;0;8)$. (D) $I(2;-2;-1)$.

Lời giải.

Trung điểm AB là $(1;0;4)$.

Chọn đáp án B □

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=2+3t\\z=5-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của d ?

A $\vec{u_1}=(0;3;-1)$. B $\vec{u_2}=(1;3;-1)$. C $\vec{u_3}=(1;-3;-1)$. D $\vec{u_4}=(1;2;5)$.

Lời giải.

Véc tơ chỉ phương là $\vec{u_1}=(0;3;-1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$; $B(0;-2;0)$;$C(0;0;3)$. Phương trình nào dưới dây là phương trình mặt phẳng (ABC)?

A $\frac{x}{3}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{1}=1$. B $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1$. C $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$. D $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn đi qua 3 điểm A, B, C là $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$.

Chọn đáp án C □

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới dây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x-2y-2z-8=0$?

A $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$. B $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

C $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$. D $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$.

Lời giải.

Gọi mặt cầu cần tìm là (S).

Ta có (S) là mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính R.

Vì (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x-2y-2z-8=0$ nên ta có

$R=d(I;(P))=\dfrac{|1-2.2-2.(-1)-8|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=3$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Chọn đáp án C □

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x-3y+2z+6=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A d cắt và không vuông góc với (P). **B** d vuông góc với (P).

C d song song với (P). **D** d nằm trong (P).

Lời giải.

Ta có đường thẳng d đi qua $M(-1;0;5)$ có vtcp $\vec{u}=(1;-3;-1)$ và mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}=(3;-3;2)$. $M\notin P\Rightarrow$ loại đáp án D.
$\vec{n},\vec{u}$ không cùng phương $\Rightarrow$ loại đáp án B.
$\vec{n}.\vec{u}=10\Rightarrow \vec{n},\vec{u}$ không vuông góc $\Rightarrow$ loại đáp án C.

Chọn đáp án A □

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;6;2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M. Tính tỉ số $\dfrac{AM}{BM}$.

A $\dfrac{AM}{BM}=\dfrac{1}{2}$. **B** $\dfrac{AM}{BM}=2$. **C** $\dfrac{AM}{BM}=\dfrac{1}{3}$. **D** $\dfrac{AM}{BM}=3$.

Lời giải.

$M\in(Oxz)\Rightarrow M(x;0;z)$; $\overrightarrow{AB}=(7;3;1)\Rightarrow AB=\sqrt{59}$; $\overrightarrow{AM}=(x+2;-3;z-1)$ và A,B,M thẳng hàng $\Rightarrow \overrightarrow{AM}=k.\overrightarrow{AB}(k\in\mathbb{R})\Leftrightarrow \begin{cases} x+2=7k\\ -3=3k\\ z-1=k\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x=-9\\ -1=k\Rightarrow M(-9;0;0).\ \overrightarrow{BM}=(-14;-6;-2)\Rightarrow\\ z=0\end{cases}$

$BM=\sqrt{118}=2AB$.

Cách khác $\dfrac{AM}{BM}=\dfrac{d(A;(Oxz))}{d(B;(Oxz))}=\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2: \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

A $(P): 2x-2z+1=0$. **B** $(P): 2y-2z+1=0$.

C $(P): 2x-2y+1=0$. **D** $(P): 2y-2z-1=0$.

Lời giải.

Ta có d_1 đi qua điểm $A(2;0;0)$ và có VTCP $\vec{u}_1=(-1;1;1)$.
d_2 đi qua điểm $B(0;1;2)$ và có VTCP $\vec{u}_2=(2;-1;-1)$.
Vì (P) song song với hai đường thẳng d_1 và d_2 nên VTPT của (P) là $\vec{n}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(0;1;-1)$.
Khi đó (P) có dạng $y-z+D=0\Rightarrow$ loại đáp án A và C.

Lại có (P) cách đều d_1 và d_2 nên (P) đi qua trung điểm $M\left(0;\frac{1}{2};1\right)$ của AB.

Do đó $P: 2y-2z+1=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0;0;1)$, $B(m;0;0)$, $C(0;n;0)$, $D(1;1;1)$ với $m>0;n>0$ và $m+n=1$. Biết rằng khi m, n thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D. Tính bán kính R của mặt cầu đó?

A $R=1$. B $R=\frac{\sqrt{2}}{2}$. C $R=\frac{3}{2}$. D $R=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi $I(1;1;0)$ là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng (Oxy).

Ta có phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{m}+\frac{y}{n}+z=1$.

Suy ra phương trình tổng quát của (ABC) là $nx+my+mnz-mn=0$.

Mặt khác $\mathrm{d}(I;(ABC))=\frac{|1-mn|}{\sqrt{m^2+n^2+m^2n^2}}=1$ (vì $m+n=1$) và $ID=1$.

$\Rightarrow ID=\mathrm{d}((I;(ABC))$.

Nên tồn tại mặt cầu tâm I (là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng Oxy) tiếp xúc với (ABC) và đi qua D. Khi đó $R=1$.

Chọn đáp án A □

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 43

1. D	2. D	3. B	4. A	5. B	6. D	7. D	8. D	9. A	10. D
11. A	12. A	13. C	14. C	15. B	16. A	17. C	18. A	19. B	20. C
21. D	22. A	23. A	24. B	25. B	26. B	27. D	28. B	29. C	30. D
31. A	32. B	33. C	34. D	35. D	36. A	37. B	38. D	39. A	40. B
41. C	42. C	43. B	44. A	45. C	46. C	47. A	48. A	49. B	50. A

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ MINH HỌA

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017
Môn: TOÁN, ĐỀ MINH HỌA LẦN 3
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị (C). Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.
(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3-3x=0\Leftrightarrow x(x^2-3)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\\ x=\sqrt{3}\\ x=-\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Vậy có ba giao điểm.

Chọn đáp án B □

Câu 2. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log x$.
(A) $y'=\dfrac{1}{x}$. (B) $y'=\dfrac{\ln 10}{x}$. (C) $y'=\dfrac{1}{x\ln 10}$. (D) $y'=\dfrac{1}{10\ln x}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$, ta được $y'=\dfrac{1}{x\ln 10}$

Chọn đáp án C □

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1}-\dfrac{1}{5}>0$.
(A) $S=(1;+\infty)$. (B) $S=(-1;+\infty)$. (C) $S=(-2;+\infty)$. (D) $S=(-\infty;-2)$.

Lời giải.

Ta có $5^{x+1}-\dfrac{1}{5}>0\Leftrightarrow 5^{x+1}>5^{-1}\Leftrightarrow x+1>-1\Leftrightarrow x>-2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=(-2;+\infty)$.

Chọn đáp án C □

Câu 4. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $3-2\sqrt{2}i$. Tìm a,b.
(A) $a=3;b=2$. (B) $a=3;b=2\sqrt{2}$. (C) $a=3;b=\sqrt{2}$. (D) $a=3;b=-2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Số phức $3-2\sqrt{2}i$ có phần thực và phần ảo lần lượt là 3 và $-2\sqrt{2}$. Vậy $a=3$; $b=-2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Tính môđun của số phức z biết $\overline{z}=(4-3i)(1+i)$.

A $|z|=25\sqrt{2}$. B $|z|=7\sqrt{2}$. C $|z|=5\sqrt{2}$. D $|z|=\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $\overline{z}=(4-3i)(1+i)=7+i \Rightarrow |\overline{z}|=\sqrt{50}=5\sqrt{2} \Rightarrow |z|=5\sqrt{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 6. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

B Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

C Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

D Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0$, $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Chọn đáp án B □

Câu 7.

Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $y_{CĐ}=5$. B $y_{CT}=0$.

C $\min\limits_{\mathbb{R}} y=4$. D $\max\limits_{\mathbb{R}} y=5$.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	4	↗	5	↘	$-\infty$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

- $y_{CĐ}=5$, $y_{CT}=4$ chọn A.
- $x_{CT}=0$, $x_{CĐ}=1$ nên loại B.
- Hàm số không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ nên loại $\min\limits_{\mathbb{R}} y=4$, $\max\limits_{\mathbb{R}} y=5$.

Chọn đáp án A

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-4)^2=20$.

A $I(-1;2;-4)$, $R=5\sqrt{2}$.
B $I(-1;2;-4)$, $R=2\sqrt{5}$.
C $I(1;-2;4)$, $R=20$.
D $I(1;-2;4)$, $R=2\sqrt{5}$.

Lời giải.

- Pt mặt cầu $(x-x_\circ)^2+(y-y_\circ)^2+(z-z_\circ)^2=R^2$ có tâm là $I(x_\circ;y_\circ;z_\circ)$, bán kính là: R.
- Do đó mặt cầu $(x-1)^2+(y-(-2))^2+(z-4)^2=(2\sqrt{5})^2$ có tâm $I(1;-2;4)$ và bán kính $R=2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án D

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3t\\z=-2+t\end{cases}$?

A $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{1}$.
B $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$.
C $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$.
D $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{1}$.

Lời giải.

Dựa vào phương trình tham số ta suy ra d qua $A(1;0;-2)$ và có VTCP $\vec{u}=(2;3;1)$ nên suy ra d có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{1}$

Chọn đáp án D

Câu 10. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2+\dfrac{2}{x^2}$.

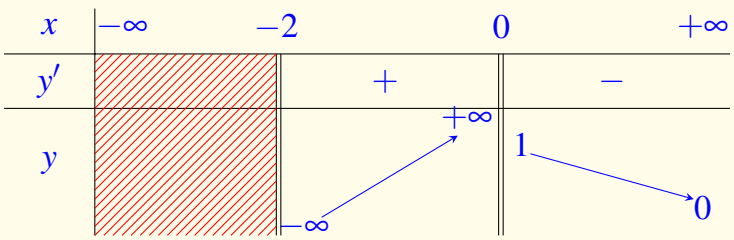
A $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{2}{x}+C$.
B $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{1}{x}+C$.
C $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{2}{x}+C$.
D $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{1}{x}+C$.

Lời giải.

Ta có $\int\left(x^2+\dfrac{2}{x^2}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{2}{x}+C$.

Chọn đáp án A

Câu 11.
Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu tiệm cận?



(A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 4.

Lời giải.

Căn cứ vào bảng biến thiên ta thấy:

- $\lim\limits_{x\to(-2)^+} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-2$.
- $\lim\limits_{x\to 0^-} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=0$.
- $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

Tóm lại, đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận.

Chọn đáp án (B) □

Câu 12. Tính giá trị của biểu thức $P=\left(7+4\sqrt{3}\right)^{2017}\left(4\sqrt{3}-7\right)^{2016}$.

(A) $P=1$. (B) $P=7-4\sqrt{3}$. (C) $P=7+4\sqrt{3}$. (D) $\left(7+4\sqrt{3}\right)^{2016}$.

Lời giải.

Ta viết lại $P=\left(7+4\sqrt{3}\right)\left(7+4\sqrt{3}\right)^{2016}\left(4\sqrt{3}-7\right)^{2016}=\left(7+4\sqrt{3}\right)\left(\left(7+4\sqrt{3}\right)\left(4\sqrt{3}-7\right)\right)^{2016}$.
Sử dụng máy tính, tính được $\left(7+4\sqrt{3}\right)\left(4\sqrt{3}-7\right)=-1$. Suy ra $P=\left(7+4\sqrt{3}\right)(-1)^{2016}=\left(7+4\sqrt{3}\right)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 13. Cho a là số thực dương, $a\neq 1$ và $P=\log_{\sqrt[3]{a}} a^3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $P=1$. (B) $P=1$. (C) $P=9$. (D) $P=\dfrac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $P=P=\log_{a^{1/3}} a^3=9\log_a a=9$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 14. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

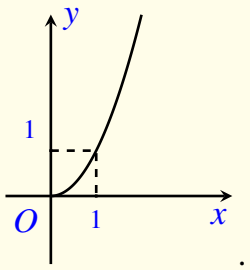
A $y=3x^3+3x-2$. **B** $y=2x^3-5x+1$. **C** $y=x^4+3x^2$. **D** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

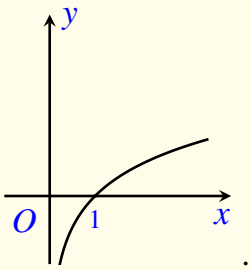
Lời giải.

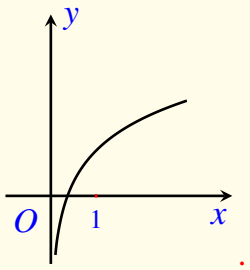
- Xét $y=3x^3+3x-2$ có $y'=9x^2+2>0, \forall x\in\mathbb{R}$ nên chọn $y=3x^3+3x-2$.
- Xét $y=2x^3-5x+1$ có $y'=6x^2-5, y'=0$ là phương trình bậc 2 có nghiệm nên không thể đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.
- Xét $y=x^4+3x^2$ có $y'=4x^3+6x; y'=0$ có nghiệm $x=0$ nên y' sẽ đổi dấu khi qua $x=0$ nên không thể đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.
- Xét $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ có tập xác định là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ nên không thể đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

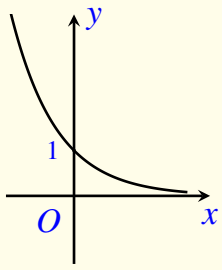
Chọn đáp án A □

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=x\ln x$. Một trong bốn đồ thị cho trong bốn phương án A, B, C, D dưới đây là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$. Tìm đồ thị đó.

A 

B 

C 

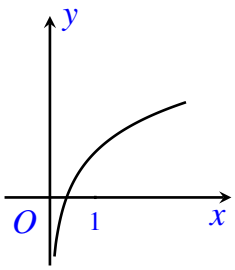
D 

Lời giải.

Chúng ta có $y=f'(x)=\ln x+1$ nên

- $y=\ln x+1$ là hàm số xác định trên $(0;+\infty)$.
- $y(1)=\ln 1+1=1$, tức là đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;1)$.

Từ đó suy ra, trong bốn đồ thị đã cho ở các phương án A, B, C, D chỉ có đồ thị hình bên là thỏa mãn các tính chất trên của hàm số $y=f'(x)$.



Chọn đáp án C

Câu 16. Tính thể tích V của khối lặng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a.

A $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Ta có: $V=B\cdot h=a\cdot\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Chọn đáp án D

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;0)$, $B(-1;1;3)$, $C(3;1;0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD=BC$.

A $D(-2;0;0)$ hoặc $D(-4;0;0)$. B $D(0;0;0)$ hoặc $D(-6;0;0)$.

C $D(6;0;0)$ hoặc $D(12;0;0)$. D $D(0;0;0)$ hoặc $D(6;0;0)$.

Lời giải.

Do $D\in Oy$ nên $D=(d;0;0)$.
Khi đó $AD=\sqrt{(d-3)^2+(16)}, BC=5$.
Theo giả thiết $AD=BC\Leftrightarrow\sqrt{(d-3)^2+(16)}=5\Leftrightarrow(d-3)^2+16=25\Leftrightarrow(d-3)^2=9$
$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d-3=-3\\d-3=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=0\\d=6\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}D(0;0;0)\\D(6;0;0)\end{array}\right.$.

Chọn đáp án D

Câu 18. Kí hiệu z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+z+1=0$. Tính giá trị của $P=z_1^2+z_2^2+z_1z_2$.

A $P=1$. B $P=2$. C $P=-1$. D $P=0$.

Lời giải.

Ta có $P=z_1^2+z_2^2+z_1z_2=(z_1+z^2)^2-z_1z_2$.Theo vi-et ta có $\begin{cases}z_1+z_2=-1\\z_2=1\end{cases}$.
Suy ra $P=1-1=0$.

Chọn đáp án D

Câu 19. Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3x+\dfrac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A $\min\limits_{(0;+\infty)}y=3\sqrt[3]{9}$. B $\min\limits_{(0;+\infty)}y=7$. C $\min\limits_{(0;+\infty)}y=\dfrac{33}{5}$. D $\min\limits_{(0;+\infty)}y=2\sqrt[3]{9}$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3 - \dfrac{8}{x^3} = \dfrac{3x^3-8}{x^3}$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^3 - 8 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\dfrac{8}{3}}$. Ta có bảng biến thiên:

x	0		$\sqrt[3]{\frac{8}{3}}$		$+\infty$
y'	‖	$-$	0	$+$	
y	‖ $+\infty$	↘	$3\sqrt[3]{9}$	↗	$+\infty$

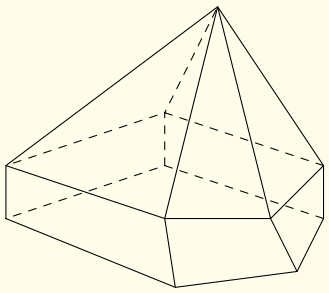
Chọn đáp án A □

Từ bảng biến thiên suy ra: $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$.

Câu 20.

Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

A 6. B 10. C 12. D 11.



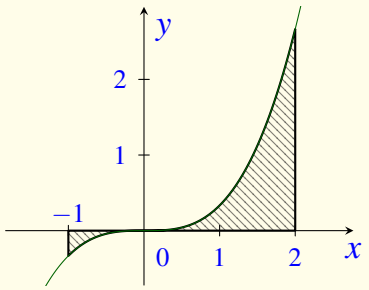
Câu 21.

Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và 2 đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ (như hình vẽ bên). Đặt $a = \displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$, $b = \displaystyle\int_{0}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A $S = b - a$. B $S = b + a$.

C $S = -b + a$. D $S = -b - a$.

; ;



Lời giải.

Ta có: $S = \displaystyle\int_{-1}^{2} |f(x)|\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^{0} |f(x)|\,\mathrm{d}x + \int_{0}^{2} |f(x)|\,\mathrm{d}x = -\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{0}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = -a + b$.

Chọn đáp án A □

Câu 22. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 3$.

A $S = \{-3; 3\}$. B $S = \{4\}$.

C $S=\{3\}$. D $S=\left\{-\sqrt{10};\sqrt{10}\right\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x>1$.
Ta có

$$\log_2(x-1)+\log_2(x+1)=3\Leftrightarrow\log_2(x-1)(x+1)=3\Leftrightarrow x^2-1=8\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-3\end{array}\right..$$

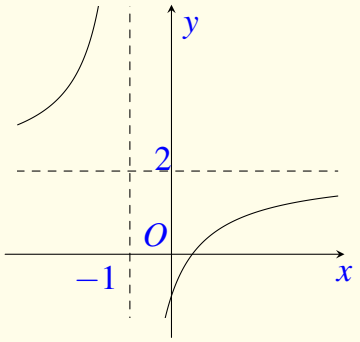
So với điều kiện, ta được: $x=3$.
Vậy phương trình trên có tập nghiệm $S=\{3\}$.

Chọn đáp án C □

Câu 23.
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong 4 hàm số được liệt kê ở 4 phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

A $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. B $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

C $y=\dfrac{2x-2}{x-1}$. D $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy $x=0$ thì $y<0$ nên loại hai hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$ và $y=\dfrac{2x-2}{x-1}$ không thỏa mãn.
Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$ và tiệm cận ngang là $y=2$ nên hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ không thỏa mãn.
Vậy, trong 4 hàm số đã cho, chỉ có hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ thỏa mãn.

Chọn đáp án B □

Câu 24. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}\,\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $u=x^2-1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

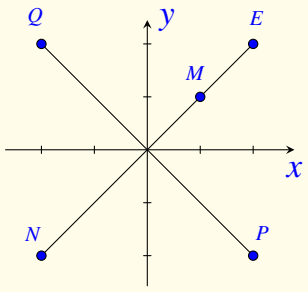
A $I=2\displaystyle\int_0^3\sqrt{u}\,\mathrm{d}u$. B $I=\displaystyle\int_1^2\sqrt{u}\,\mathrm{d}u$. C $I=\displaystyle\int_0^3\sqrt{u}\,\mathrm{d}u$. D $I=\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_1^2\sqrt{u}\,\mathrm{d}u$.

Lời giải.

Đặt $u=x^2-1\Rightarrow\mathrm{d}u=2x\,\mathrm{d}x$. Đổi cận $x=1\Rightarrow u=0$; $x=2\Rightarrow u=3$.
Do đó: $I=\displaystyle\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}\,\mathrm{d}x=\int_0^3\sqrt{u}\,\mathrm{d}u$.

Chọn đáp án C

Câu 25.
Trên mặt phẳng tọa độ, điểm M là điểm biểu diễn của số phức z (như hình vẽ bên). Điểm nào trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $2z$?



A Điểm N. B Điểm Q. C Điểm E. D Điểm P.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi\,(a, b \in \mathbb{R})$. Điểm biểu diễn của z là điểm $M(a;b)$.
$\Rightarrow 2z = 2a + 2bi$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng Oxy là $M_1(2a;2b)$.
Ta có $\overrightarrow{OM_1} = 2\overrightarrow{OM}$ suy ra $M_1 \equiv E$.

Chọn đáp án C

Câu 26. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Tính độ dài đường sinh l của hình nón đã cho.

A $l = \dfrac{\sqrt{5}a}{2}$. B $l = 2\sqrt{2}a$. C $l = \dfrac{3a}{2}$. D $l = 3a$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi rl = \pi al = 3\pi a^2 \Rightarrow l = 3a$.

Chọn đáp án D

Câu 27. Cho $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\mathrm{e}^x + 1}\,\mathrm{d}x = a + b\ln\frac{1+\mathrm{e}}{2}$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $S = a^3 + b^3$.

A $S = 2$. B $S = -2$. C $S = 0$. D $S = 1$.

Lời giải.

$$\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+1} = \int_0^1 \frac{(\mathrm{e}^x+1)-\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x+1}\,\mathrm{d}x = \int_0^1 \mathrm{d}x - \int_0^1 \frac{\mathrm{d}(\mathrm{e}^x+1)}{\mathrm{e}^x+1} = x\Big|_0^1 - \ln|\mathrm{e}^x+1|\Big|_0^1 = 1 - \ln\frac{1+e}{2}.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow S = a^3 + b^3 = 0.$$

Chọn đáp án C

Câu 28. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a.

(A) $V=\dfrac{\pi a^3}{4}$. (B) $V=\pi a^3$. (C) $V=\dfrac{\pi a^3}{6}$. **D** $V=\dfrac{\pi a^3}{2}$.

Lời giải.

Vì khối trụ ngoại tiếp hình lập phương cạnh bằng a nên $\begin{cases} R=\dfrac{a\sqrt{2}}{2} \\ h=a \end{cases}$. Do đó $V=\pi R^2 h=\dfrac{\pi a^3}{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A?

(A) $x+y-3z-8=0$. (B) $x-y-3z+3=0$.

(C) $x+y+3z-9=0$. **D** $x+y-3z+3=0$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Khi đó (P) tiếp xúc với (S) tại A khi chỉ khi (P) đi qua $A(2;1;2)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{IA}=(-1;-1;3)$ làm vectơ pháp tuyến.
Phương trình mặt phẳng (P) là $-x-y+3z-3=0 \Leftrightarrow x+y-3z+3=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+1=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Tính khoảng cách d giữa Δ và (P).

(A) $d=\dfrac{1}{3}$. (B) $d=\dfrac{5}{3}$. (C) $d=\dfrac{2}{3}$. **D** $d=2$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;-2;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;2)$.
Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-2;-1)$.
Ta có $\vec{u}.\vec{n}=2.2+1.(-2)+2.(-1)=0$.
Thế tọa độ $M(1;-2;1)$ vào phương trình của mặt phẳng (P) ta có $2+4-1+1=0$ (vô lý).
Vậy $\Delta \parallel (P)$.
Suy ra $d(\Delta,(P))=d(M,(P))=\dfrac{|2.1-2.(-2)-1+1|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}}=2$.

Chọn đáp án D □

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m-1)x^4-2(m-3)x^2+1$ **không** có cực đại.

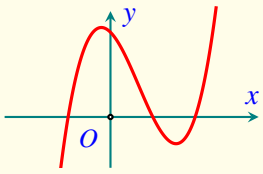
A $1 \le m \le 3$. **B** $m \le 1$. **C** $m \ge 1$. **D** $1 < m \le 3$.

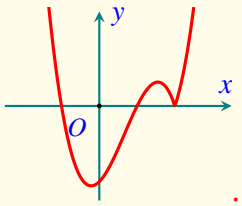
Lời giải.

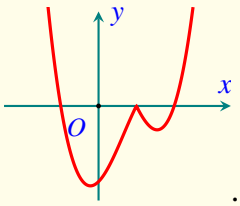
Ta có $y' = 4(m-1)x^3 - 4(m-3)x = 4x\left[(m-1)x^2 - (m-3)\right]$
Xét với $m = 1$: Khi đó $y = 4x^2 + 1$ hàm số không có cực đại. Vậy $m = 1$ thỏa mãn (1)
Xét với $m > 1$: Khi đó hàm số là hàm bậc 4 trùng phương với hệ số $a > 0$ để hàm số không có cực đại thì $y' = 0$ chỉ có một nghiệm duy nhất $x = 0$.
Hay $(m-1)x^2 - (m-3) = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $x = 0$.
$\Leftrightarrow x^2 = \dfrac{m-3}{m-1}$ vô nghiệm hoặc có nghiệm $x = 0 \Leftrightarrow \dfrac{m-3}{m-1} \leqslant 0 \Leftrightarrow 1 < m \leqslant 3$ (2)
Xét với $m < 1$: Hàm số bậc 4 trùng phương có hệ số $a < 0$ luôn có cực đại (3)
Kết luận: Từ (1), (2), (3) ta có để hàm số không có cực đại thì $1 \leqslant m \leqslant 3$.

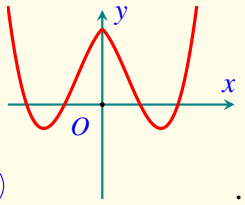
Chọn đáp án A

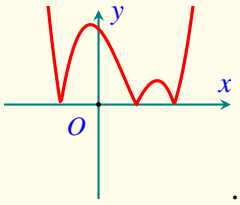
Câu 32.
Hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = |x-2|(x^2-1)$?



A


B


C


D


Lời giải.

Hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$ có đồ thị (C)
Ta có $y = |x-2|\left(x^2-1\right) = \begin{cases} (x-2)\left(x^2-1\right) & \text{khi } x \geqslant 2 \\ -(x-2)\left(x^2-1\right) & \text{khi } x < 2 \end{cases}$
Cách vẽ đồ thị hàm số $y = |x-2|\left(x^2-1\right)$ như sau:
• Giữ nguyên đồ thị (C) ứng với $x \geqslant 2$.
• Lấy đối xứng đồ thị (C) ứng với $x < 2$ qua trục Ox. Bỏ đồ thị (C) ứng với $x < 2$.
Hợp 2 phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y = |x-2|\left(x^2-1\right)$.

Chọn đáp án A

Câu 33. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \ne 1, a \ne \sqrt{b}$ và $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính

$P=\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\sqrt{\dfrac{b}{a}}$.

(A) $P=-5+3\sqrt{3}$. (B) $P=-1+\sqrt{3}$. (C) $P=-1-\sqrt{3}$. (D) $P=-5-3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Cách 1: Phương pháp tự luận.

$$P=\frac{\log_a\sqrt{\dfrac{b}{a}}}{\log_a\dfrac{\sqrt{b}}{a}}=\frac{\frac{1}{2}(\log_a b-1)}{\log_a\sqrt{b}-1}=\frac{\frac{1}{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}{\frac{1}{2}\log_a b-1}=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-2}=-1-\sqrt{3}.$$

Cách 2: Phương pháp trắc nghiệm.

Chọn $a=2$, $b=2^{\sqrt{3}}$. Bấm máy tính ta được $P=-1-\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 34. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\,(1\leqslant x\leqslant 3)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2-2}$.

(A) $V=32+2\sqrt{15}$. (B) $V=\dfrac{124\pi}{3}$.

(C) $V=\dfrac{124}{3}$. (D) $V=\left(32+2\sqrt{15}\right)\pi$.

Lời giải.

Diện tích thiết diện là $S(x)=3x\sqrt{3x^2-2}$.

Suy ra thể tích vật thể tạo thành là: $V=\displaystyle\int_1^3 S(x)\,\mathrm{d}x=\int_1^3 3x\sqrt{3x^2-2}\,\mathrm{d}x$.

Sử dụng MTCT ta được : $V=\dfrac{124}{3}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 35. Hỏi phương trình $3x^2-6x+\ln(x+1)^3+1=0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

(A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 4.

Lời giải.

Điều kiện: $x>-1$.

Phương trình đã cho tương đương với $3x^2-6x+3\ln(x+1)+1=0$.

Xét hàm số $y=3x^2-6x+3\ln(x+1)+1$ liên tục trên khoảng $(-1;+\infty)$.

$y'=6(x-1)+\dfrac{3}{x+1}=\dfrac{6x^2-3}{x+1}$.

$y'=0 \Leftrightarrow 2x^2-1=0 \Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (thỏa điều kiện).

x	-1		$-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$		$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$f\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$	↘	$f\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$	↗	$+\infty$

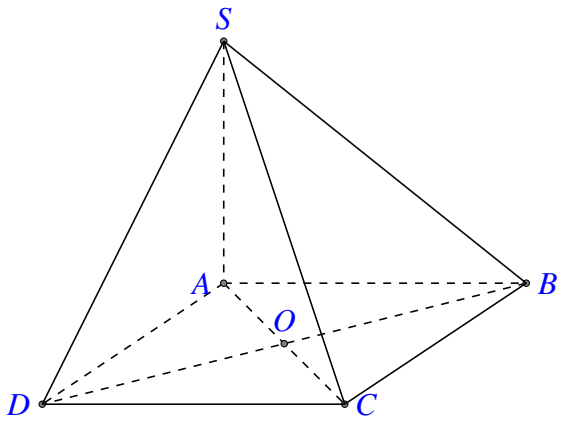
Vì $f\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)>0$, $f\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)<0$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Chọn đáp án C □

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{18}$. B $V=\sqrt{3}a^3$. C $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. D $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.



Góc giữa SD và mp (SAB) là $\widehat{ASD}=30^\circ \Rightarrow SA=a\cdot\cot 30^\circ=\sqrt{3}a$.

Khi đó $V=\dfrac{1}{3}Bh=\dfrac{1}{3}a^2a\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Chọn đáp án D □

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+5}{-1}=\dfrac{z-3}{4}$. Phương trình nào dưới đây là phương hình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng $x+3=0$?

(A) $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5-t \\ z=-3+4t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5+t \\ z=3+4t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=-3 \\ y=-5+2t \\ z=3-t \end{cases}$. **D** $\begin{cases} x=-3 \\ y=-6-t \\ z=7+4t \end{cases}$.

Lời giải.

Cách 1: Đường thẳng d đi qua điểm $M_0(1;-5;3)$ và có VTCP $\vec{u}_d=(2;-1;4)$
Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với $(P): x+3=0$.
Suy ra mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M_0(1;-5;3)$ và có VTPT là $[\vec{n}_P;\vec{u}_d]=(0;4;1)$
$\Rightarrow (Q): 4y+z+17=0$.
Phương trình hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) là

$$\begin{cases} 4y+z+17=0 \\ x+3=0 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x=-3 \\ y=-6-t \\ z=7+4t \end{cases}.$$

Cách 2. Trắc nghiệm.
Gọi $I=d\cap(\alpha)$, suy ra $I(-3;-3;-5)$.
Dễ thấy chỉ có đáp án D thỏa mãn

Chọn đáp án D □

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int\limits_0^1 (x+1)f'(x)\,\mathrm{d}x=10$ và $2f(1)-f(0)=2$. Tính $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

(A) $I=-12$. (B) $I=8$. (C) $m=1$. **D** $I=-8$.

Lời giải.

Đặt $\begin{cases} u=x+1 \\ \mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\mathrm{d}x \\ v=f(x) \end{cases}$. Khi đó $I=(x+1)f(x)\Big|_0^1-\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Suy ra $10=2f(1)-f(0)-\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x \Rightarrow \int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=-10+2=-8$.

Vậy $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=-8$.

Chọn đáp án D □

Câu 39. Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện $|z-i|=5$ và z^2 là số thuần ảo?

(A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 0.

Lời giải.

Đặt $z=x+iy$, $x,y\in\mathbb{R}$.
$|z-i|=5\Leftrightarrow|x+iy-i|=5\Leftrightarrow\sqrt{x^2+(y-1)^2}=5\Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=25$.
z^2 là số thuần ảo hay $(x+iy)^2$ là số thuần ảo
$\Leftrightarrow x^2+2ixy-y^2$ là số thuần ảo $\Rightarrow x^2-y^2=0\Leftrightarrow x=\pm y$.
Vậy ta có hệ phương trình
$$\begin{cases}x^2+(y-1)^2=25\\x=y\end{cases}\text{ hoặc }\begin{cases}x^2+(y-1)^2=25\\x=-y.\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}y^2+(y-1)^2=25\\x=y\end{cases}\text{ hoặc }\begin{cases}y^2+(y-1)^2=25\\x=-y.\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}y^2-y-12=0\\x=y\end{cases}\text{ hoặc }\begin{cases}y^2-y-12=0\\x=-y\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=4\\x=4\end{cases}\text{ hoặc }\begin{cases}y=-3\\x=-3\end{cases}\text{ hoặc }\begin{cases}y=4\\x=-4\end{cases}\text{ hoặc }\begin{cases}y=-3\\x=3.\end{cases}$$
Vậy ta có 4 số phức thỏa mãn điều kiện trên.

Chọn đáp án (C) □

Câu 40. Cho hàm số $y=\dfrac{\ln x}{x}$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $2y'+xy''=-\dfrac{1}{x^2}$. (B) $y'+xy''=\dfrac{1}{x^2}$. (C) $y'+xy''=-\dfrac{1}{x^2}$. (D) $2y'+xy''=\dfrac{1}{x^2}$.

Lời giải.

Cách 1. $y'=\dfrac{(\ln x)'\cdot x-x'\cdot\ln x}{x^2}=\dfrac{\frac{1}{x}\cdot x-\ln x}{x^2}=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$.

$y''=\dfrac{(1-\ln x)'\cdot x^2-(x^2)'(1-\ln x)}{x^4}=\dfrac{-\frac{1}{x}\cdot x^2-2x(1-\ln x)}{x^4}=\dfrac{-x-2x(1-\ln x)}{x^4}=-\dfrac{1+2(1-\ln x)}{x^3}$
$=-\dfrac{3-2\ln x}{x^3}$.

Suy ra $2y'+xy''=2\cdot\dfrac{1-\ln x}{x^2}-x\dfrac{3-2\ln x}{x^3}=\dfrac{2-2\ln x-3+2\ln x}{x^2}=-\dfrac{1}{x^2}$.

Cách 2. Ta có $xy=\ln x$, lấy đạo hàm hai vế theo biến x, ta được $y+xy'=\dfrac{1}{x}$.

Tiếp tục lấy đạo hàm hai vế theo biến x của biểu thức trên ta được $y'+y'+xy''=-\dfrac{1}{x^2}$ hay $2y'+xy''=-\dfrac{1}{x^2}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 41. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=(m^2-1)x^3+(m-1)x^2-x+4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A 2. **B** 1. **C** 0. **D** 3.

Lời giải.

TH1. $m=1$. Ta có $y=-x+4$ là phương trình của một đường thẳng có hệ số góc âm nên hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó nhận $m=1$.
TH2. $m=-1$. Ta có $y=-2x^2-x+4$ là phương trình của một đường Parabol nên hàm số không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do đó loại $m=-1$.
TH3. $m\neq\pm1$. Khi đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)\Leftrightarrow y'\leqslant 0,\forall x\in\mathbb{R}$, dấu "=" chỉ xảy ra ở hữu hạn điểm trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow 3(m^2-1)x^2+2(m-1)x-1\leqslant 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ \Delta'\leqslant 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-1<0\\ (m-1)^2+3(m^2-1)\leqslant 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-1<0\\ (m-1)(4m+2)\leqslant 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<m<1\\ -\dfrac{1}{2}\leqslant m\leqslant 1\end{cases}$$

$\Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}\leqslant m<1$. Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=0$.
Vậy có 2 giá trị m nguyên cần tìm $m=0$ hoặc $m=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 42. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P). Tính OA'.

A $OA'=3\sqrt{26}$. **B** $OA'=5\sqrt{3}$. **C** $OA'=\sqrt{46}$. **D** $OA'=\sqrt{186}$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng qua A và vuông góc với mp (P) nên d có VTCP là $\vec{u_d}=\vec{n_P}=(6;-2;1)$
PTTS của $d:\begin{cases}x=-1+6t\\ y=3-2t\\ z=6+t.\end{cases}$
Gọi H là hình chiếu của A trên mp (P). Khi đó tọa độ điểm H là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases}x=-1+6t\\ y=3-2t\\ z=6+t\\ 6x-2y+z-35=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\ x=5\\ y=1\\ z=7\end{cases}$$ Suy ra $H(5;1;7)$.

Vì A' là điểm đối xứng của A qua (P) nên H là trung điểm của AA'. Suy ra $A'(11;-1;8)$.
Vậy $OA'=\sqrt{186}$.

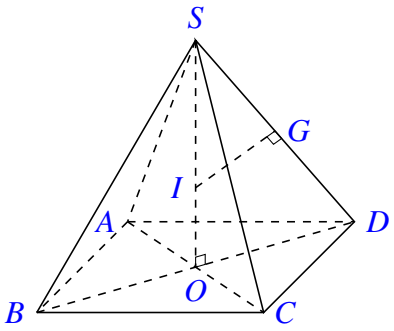
Chọn đáp án D □

Câu 43. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

(A) $R=\sqrt{3}a$. (B) $R=\sqrt{2}a$. (C) $R=\dfrac{25a}{8}$. (D) $R=2a$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, G là trung điểm SD,
$GI\perp SD, I\in SO$.
Ta có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$ nên $BD=3\sqrt{2}a.\sqrt{2}=6a$, $OD=3a$.
Xét $\triangle SOD$ vuông tại O ta có: $SO=\sqrt{SD^2-OD^2}=4a$.
Ta có $\triangle SGI$ đồng dạng với $\triangle SOD$ (g-g), suy ra
$\dfrac{SO}{SG}=\dfrac{SD}{SI}\Rightarrow 4a.R=\dfrac{1}{2}(5a)^2\Rightarrow R=\dfrac{25a}{8}$.



Chọn đáp án (C) □

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+f(-x)=\sqrt{2+2\cos 2x}, \forall x\in\mathbb{R}$. Tính $I=\displaystyle\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x$.

(A) $I=-6$. (B) $I=0$. (C) $I=-2$. (D) $I=6$.

Lời giải.

Cách 1. Tự luận.
Đặt $t=-x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$.

Đổi cận $x=-\dfrac{3\pi}{2}\Rightarrow t=\dfrac{3\pi}{2}$; $x=\dfrac{3\pi}{2}\Rightarrow t=-\dfrac{3\pi}{2}$. Suy ra $I=\displaystyle\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(-t)\,\mathrm{d}t$.

Mặt khác $f(t)+f(-t)=\sqrt{2+2\cos 2t}=\sqrt{4\cos^2 t}=2|\cos t|$ (thay $x=t$).

Ta có $2I=\displaystyle\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}[f(t)+f(-t)]\,\mathrm{d}t=\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}2|\cos t|\,\mathrm{d}t$.

Suy ra $I=\displaystyle\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}|\cos t|\,\mathrm{d}t$.

$$I=\int\limits_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}|\cos t|\,\mathrm{d}t=2\int\limits_{0}^{\frac{3\pi}{2}}|\cos t|\,\mathrm{d}t.\ \left(\text{Do } |\cos t| \text{ là hàm số chẵn trên đoạn } \left[-\frac{3\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right]\right)$$

$$=2\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}|\cos t|\,\mathrm{d}t+2\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}|\cos t|\,\mathrm{d}t=2\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\cos t\,\mathrm{d}t-2\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}\cos t\,\mathrm{d}t=2\sin t\Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}}-2\sin t\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}=6.$$

Cách 2. Trắc nghiệm.
Ta có: $f(x)+f(-x)=2|\cos x| \Leftrightarrow f(x)+f(-x)=|\cos x|+|\cos(-x)|$
nên ta có thể chọn $f(x)=|\cos x|$.

Suy ra $I=\int\limits_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}|\cos x|\,\mathrm{d}x=6$ (bấm máy).

Chọn đáp án D □

Câu 45. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong $[-2017;2017]$ để phương trình $\log(mx)=2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

A 2017. B 4014. C 2018. D 4015.

Lời giải.

Điều kiện: $x>-1$ và $x\neq 0$.

$$\log(mx)=2\log(x+1)\Leftrightarrow mx=(x+1)^2\Leftrightarrow m=\frac{(x+1)^2}{x}$$

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{(x+1)^2}{x}\ (x>-1,x\neq 0)$; $f'(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\ (\text{loại})\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên:

x	-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	0	↘	‖ $+\infty$	↘	4	↗	$+\infty$
			$-\infty$				

Dựa vào BBT, phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l}m=4\\m<0\end{array}\right.$.

Vì $m\in[-2017;2017]$ và $m\in\mathbb{Z}$ nên chỉ có 2018 giá trị m nguyên thỏa yêu cầu là $m\in\{-2017;-2016;\cdots;-1;4\}$.

Chú ý: Trong, ta đã bỏ qua điều kiện $mx>0$ vì với phương trình $\log_a f(x)=\log_a g(x)$ với $0<a\neq 1$ ta chỉ cần điều kiện $f(x)>0$ (hoặc $g(x)>0$)

Chọn đáp án C □

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-1)x$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d: y=5x-9$. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A 0. **B** 6. **C** -6. **D** 3.

Lời giải.

$y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-1)x \Rightarrow y'=x^2-2mx+(m^2-1)$

$\Delta'=m^2-(m^2-1)=1$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m+1 \\ x=m-1 \end{array}\right. \Rightarrow A\left(m+1,\frac{m^3-3m-2}{3}\right); B\left(m-1,\frac{m^3-3m+2}{3}\right)$

Hai điểm A,B khác phía với đường thẳng d và có khoảng cách tới d bằng nhau tức là trung điểm I của AB thuộc đường thẳng d, ta có:

$I\left(m,\frac{m^3-3m}{3}\right) \in (d) \Rightarrow m^3-18m+27=0$

Ta có $(m-3)(m^2+3m-9)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=\frac{-3\pm 3\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$

Vậy tổng các phần tử của S bằng 0.

Chọn đáp án A □

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+5=0$. Giả sử điểm $M \in (P)$ và $N \in (S)$ sao cho cùng phương với $\vec{u}=(1;0;1)$ và khoảng cách giữa M và N là lớn nhất. Tính MN.

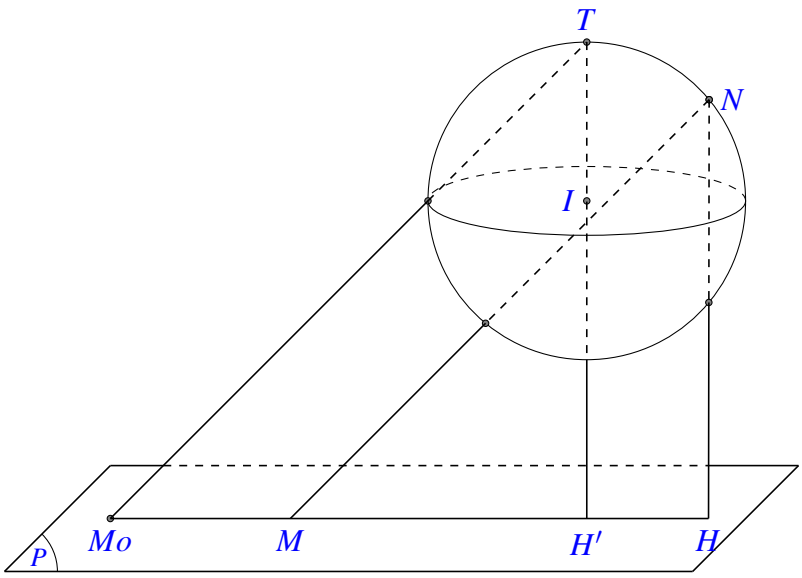
A $MN=3$. **B** $MN=1+2\sqrt{2}$. **C** $MN=3\sqrt{2}$. **D** $MN=14$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ bán kính $R=1$.

Ta có $d(I,(P))=\frac{|-1-4+2-3|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=2>R$ nên (P) không cắt (S).

Gọi d là đường thẳng qua I và vuông góc với (P). Gọi T là giao điểm của d và mặt cầu (S) thỏa $d(T;(P))>d(I;(P))$.



Ta có $d(T,(P)) = d(I,(P)) + R = 2+1 = 3$.

Ta có $\cos\left(\vec{u}, \overrightarrow{n_{(P)}}\right) = \dfrac{1.1-2.0+1.2}{\sqrt{1+(-2)^2+2^2}.\sqrt{1^2+0^2+1^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Đường thẳng MN có véctơ chỉ phương là $\vec{u}$ nên ta có

$\sin(MN,(P)) = |\cos(\vec{u}, \overrightarrow{n_P})| = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (MN,(P)) = 45^\circ$.

Gọi H là hình chiếu của N lên (P). Ta có $MN = \dfrac{NH}{\sin 45^\circ} = NH.\sqrt{2}$.

Do đó MN lớn nhất khi NH lớn nhất.

Điều này xảy ra khi $N \equiv T$ và $H \equiv H'$ với H' là hình chiếu của I lên (P).

Khi đó $NH_{\max} = TH' = 3$ và $MN_{\max} = NH_{\max}.\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 48. Xét số phức z thỏa mãn $|z+2-i|+|z-4-7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $|z-1+i|$. Tính $P = m+M$.

A $P = \sqrt{13}+\sqrt{73}$.

B $P = \dfrac{5\sqrt{2}+2\sqrt{73}}{2}$.

C $P = 5\sqrt{2}+2\sqrt{73}$.

D $P = \dfrac{5\sqrt{2}+\sqrt{73}}{2}$.

Lời giải.

Cách 1. Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của z. Các điểm $A(-2;1)$, $B(4,7)$, $C(1;-1)$.

Ta có $|z+2-i|+|z-4-7i| = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow MA+MB = 6\sqrt{2}$, mà $AB = 6\sqrt{2} \Rightarrow MA+MB = AB$.

Suy ra M thuộc đoạn thẳng AB.

Phương trình đường thẳng $AB: y = x+3$, với $x \in [-2;4]$.

Ta có $|z-1+i| = MC \Rightarrow |z-1+i|^2 = MC^2 = (x-1)^2+(y+1)^2 = (x-1)^2+(x+4)^2 = 2x^2+6x+17$

Đặt $f(x) = 2x^2+6x+17$, $x \in [-2;4]$.

$f'(x) = 4x+6$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{3}{2}$ (nhận)

Ta có $f(-2)=13$, $f\left(-\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{25}{2}$, $f(4)=73$.

Vậy $f(x)_{\max}=f(4)=73$, $f(x)_{\min}=f\left(-\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{25}{2}$.

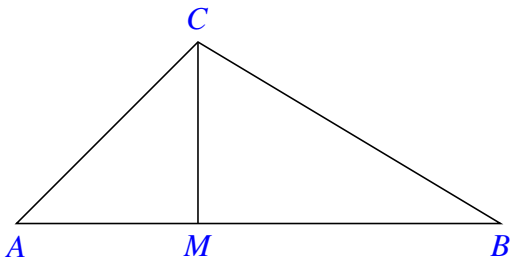
$\Rightarrow M=\sqrt{73}$, $m=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. $\Rightarrow P=\dfrac{5\sqrt{2}+2\sqrt{73}}{2}$.

Cách 2. Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của z.

Các điểm $A(-2;1)$, $B(4,7)$, $C(1;-1)$.

Ta có $|z+2-i|+|z-4-7i|=6\sqrt{2}\Leftrightarrow MA+MB=6\sqrt{2}$, mà $AB=6\sqrt{2}\Rightarrow MA+MB=AB$

Suy ra M thuộc đoạn thẳng AB.



Phương trình đường thẳng $AB: y=x+3$, với $x\in[-2;4]$.

$CM_{\min}=\mathrm{d}(C;AB)=\dfrac{5}{\sqrt{2}}$.

$CB=\sqrt{73}; CA=\sqrt{13}\Rightarrow CM_{\max}=CB=\sqrt{73}$.

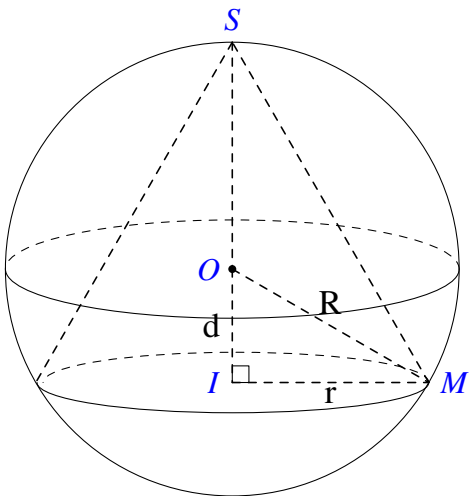
Vậy $P=\sqrt{73}+\dfrac{5}{\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{73}+5\sqrt{2}}{2}$

Chọn đáp án (B) □

Câu 49. Cho mặt cầu tâm O, bán kính R. Xét mặt phẳng (P) thay đổi cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C). Hình nón (N) có đỉnh S nằm trên mặt cầu, có đáy là đường tròn (C) và có chiều cao là $h(h>R)$. Tính h để thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) có giá trị lớn nhất.

(A) $h=\sqrt{3}R$. (B) $h=\sqrt{2}R$. (C) $h=\dfrac{4R}{3}$. (D) $h=\dfrac{3R}{2}$.

Lời giải.



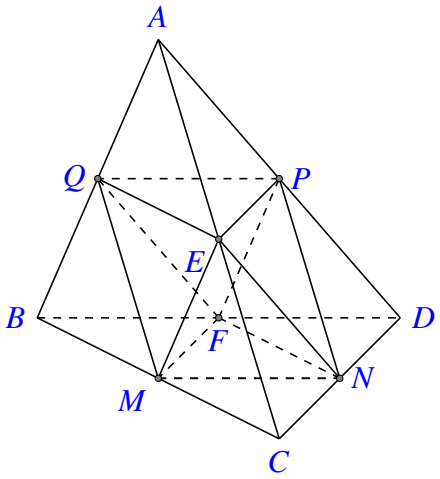
Ta biết rằng khi cho trước đường tròn (C) bất kỳ nằm trên mặt cầu, hình nón (N) có đáy là (C) sẽ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi điểm S thỏa mãn SO vuông góc với mặt phẳng chứa (C). Vậy trong bài toán này ta chỉ xét các hình nón đỉnh S với điểm S thỏa SO vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến (C).
Thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) là
$V=\frac{1}{3}h.S_{(C)}=\frac{1}{3}h.\pi.r^2=\frac{1}{3}h.\pi.\left[R^2-(h-R)^2\right]=\frac{1}{3}\pi(-h^3+2h^2R)$.
Xét hàm $f(h)=-h^3+2h^2R, h\in(R,2R)$, có $f'(h)=-3h^2+4hR$.
$f'(h)=0\Leftrightarrow -3h^2+4hR=0\Leftrightarrow h=0$ hoặc $h=\frac{4R}{3}$. Lập bảng biến thiên ta tìm được $\max f(h)=\frac{32}{27}R^3$, tại $h=\frac{4R}{3}$. Vậy thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) có giá trị lớn nhất là $V=\frac{1}{3}\pi\frac{32}{27}R^3=\frac{32}{81}\pi R^3$ khi $h=\frac{4R}{3}$.
C.ách khác:
Gọi O là tâm mặt cầu, I và r là bán kính của đường tròn (C).
Ta có $OI=h-R$ và $r^2=R^2-OI^2=2Rh-h^2$.
Thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) là
$V=\frac{1}{3}h.S_{(C)}=\frac{1}{3}h.\pi.r^2=\frac{1}{3}h.\pi.\left[R^2-(h-R)^2\right]=\frac{1}{3}\pi h^2(2R-h)$.
Ta có $h.h.(4R-2h)\leqslant\left(\frac{h+h+4R-2h}{3}\right)^3=\left(\frac{4R}{3}\right)^3\Rightarrow h^2(2R-h)\leqslant\frac{1}{2}\left(\frac{4R}{3}\right)^3$
Do đó V lớn nhất khi $h=4R-2h\Leftrightarrow h=\frac{4R}{3}$

Chọn đáp án C □

Câu 50. Cho khối tứ diện có thể tích bằng V. Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho, tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A $\frac{V'}{V}=\frac{1}{2}$. B $\frac{V'}{V}=\frac{1}{4}$. C $\frac{V'}{V}=\frac{2}{3}$. D $\frac{V'}{V}=\frac{5}{8}$.

Lời giải.



Cách 1. Đặc biệt hóa tứ diện cho là tứ diện đều cạnh a. Hình đa diện cần tính có được bằng cách cắt 4 góc của tứ diện, mỗi góc là cũng là một tứ diện đều có cạnh bằng $\frac{a}{2}$.

Do đó thể tích phần cắt bỏ là $V'' = 4.\dfrac{V}{8} = \dfrac{V}{2}$.

(Vì với tứ diện cạnh giảm nửa thì thể tích giảm $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3 = \dfrac{1}{8}$)

Vậy $V' = \dfrac{V}{2} \Leftrightarrow \dfrac{V'}{V} = \dfrac{1}{2}$.

Cách 2. Khối đa diện là hai khối chóp tứ giác (giống nhau) có cùng đáy là hình bình hành úp lại.

Suy ra: $V' = 2V_{N.MEPF} = 4.V_{N.MEP} = 4.V_{P.MNE} = 4.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{4}V = \dfrac{1}{2}V$

(Do chiều cao giảm một nửa, cạnh đáy giảm một nửa nên diện tích giảm 4)

Cách 3. Ta có $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{V - V_{A.QEP} - V_{B.QMF} - V_{C.MNE} - V_{D.NPF}}{V}$

$= 1 - \dfrac{V_{A.QEP}}{V} - \dfrac{V_{B.QMF}}{V} - \dfrac{V_{C.MNE}}{V} - \dfrac{V_{D.NPF}}{V} = 1 - \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án A □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 44

1. B	2. C	3. C	4. D	5. C	6. B	7. A	8. D	9. D	10. A
11. B	12. C	13. C	14. A	15. C	16. D	17. D	18. D	19. A	20. D
21. A	22. C	23. B	24. C	25. C	26. D	27. C	28. D	29. D	30. D
31. A	32. A	33. C	34. C	35. C	36. D	37. D	38. D	39. C	40. A
41. A	42. D	43. C	44. D	45. C	46. A	47. C	48. B	49. C	50. A

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 101
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Cho phương trình $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$. Khi đặt $t = 2^x$, ta được phương trình nào dưới đây?

(A) $2t^2 - 3 = 0$. (B) $t^2 + t - 3 = 0$. (C) $4t - 3 = 0$. **(D)** $t^2 + 2t - 3 = 0$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với $2^{2x} + 2.2^x - 3 = 0$.
Đặt $t = 2^x$ với $t > 0$, ta được: $t^2 + 2t - 3 = 0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 2. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$.

(A) $\int \cos 3x\,\mathrm{d}x = 3\sin 3x + C$. **(B)** $\int \cos 3x\,\mathrm{d}x = \dfrac{\sin 3x}{3} + C$.

(C) $\int \cos 3x\,\mathrm{d}x = -\dfrac{\sin 3x}{3} + C$. (D) $\int \cos 3x\,\mathrm{d}x = \sin 3x + C$.

Lời giải.

$$\int \cos 3x\,\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\int \cos 3x\,\mathrm{d}(3x) = \frac{\sin 3x}{3} + C$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 3. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

(A) $z = -2 + 3i$. **(B)** $z = 3i$. (C) $z = -2$. (D) $z = \sqrt{3} + i$.

Lời giải.

Số phức $0 + bi$, $(b \in \mathbb{R})$ được gọi là số thuần ảo.
Vậy số $z = 3i$ là số thuần ảo.

Chọn đáp án (B) □

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

(A) Hàm số có ba điểm cực trị.
(B) Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.
(C) Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.
(D) Hàm số có hai điểm cực tiểu.

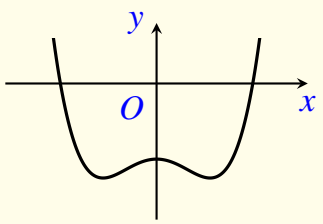
Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị cực đại bằng 3. Suy ra khẳng định **sai** là "Hàm số có giá trị cực đại bằng 0".

Chọn đáp án (C) □

Câu 5.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



(A) $y=-x^3+x^2-1$.
(B) $y=x^4-x^2-1$.
(C) $y=x^3-x^2-1$.
(D) $y=-x^4+x^2-1$.

Lời giải.

Đường cong có hình dạng là đồ thị hàm số dạng $y=ax^4+bx^2+c$ với hệ số $a>0$. Suy ra nó là đồ thị là của hàm số $y=x^4-x^2-1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 6. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I=\log_{\sqrt{a}}a$.

(A) $I=\dfrac{1}{2}$.
(B) $I=0$.
(C) $I=-2$.
(D) $I=2$.

Lời giải.

$I=\log_{\sqrt{a}}a=\log_{a^{\frac{1}{2}}}a=2\log_a a=2$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 7. Cho hai số phức $z_1=5-7i$ và $z_2=2+3i$. Tìm số phức $z=z_1+z_2$.

(A) $z=7-4i$.
(B) $z=2+5i$.
(C) $z=-2+5i$.
(D) $z=3-10i$.

Lời giải.

$z = z_1 + z_2 = (5-7i) + (2+3i) = 7-4i.$

Chọn đáp án A □

Câu 8. Cho hàm số $y = x^3 + 3x + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

D Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải.

$y = x^3 + 3x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Chọn đáp án C □

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A $Q(2;-1;5)$. B $P(0;0;-5)$. C $N(-5;0;0)$. D $M(1;1;6)$.

Lời giải.

Sử dụng chức năng CALC của MTCT tìm được $M(1;1;6)$.

Chọn đáp án D □

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy)?

A $\vec{i} = (1;0;0)$. B $\vec{k} = (0;0;1)$. C $\vec{j} = (0;1;0)$. D $\vec{m} = (1;1;1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0;0;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 11. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 4\sqrt{2}$.

A $V = 128\pi$. B $V = 64\sqrt{2}\pi$. C $V = 32\pi$. D $V = 32\sqrt{2}\pi$.

Lời giải.

Thể tích khối trụ $V = \pi r^2.h = \pi.4^2.4\sqrt{2} = 64\sqrt{2}\pi$.

Chọn đáp án B □

Câu 12. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}$.

(A) 2. (B) 3. **(C) 1.** (D) 0.

Lời giải.

$y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}=\dfrac{(x+1)(x-4)}{(x+4)(x-4)}$.

$\lim\limits_{x\to -4^+} y=+\infty \Rightarrow x=-4$ là tiệm cận đứng của đồ thị.

$\lim\limits_{x\to 4} y=\dfrac{5}{8} \Rightarrow x=-4$ không là tiệm cận đứng của đồ thị.

Vậy đồ thị có 1 tiệm cận đứng.

Chọn đáp án (C) □

Câu 13. Hàm số $y=\dfrac{2}{x^2+1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0;+\infty)$. (B) $(-1;1)$. (C) $(-\infty;+\infty)$. (D) $(-\infty;0)$.

Lời giải.

$y=\dfrac{2}{x^2+1} \Rightarrow y'=-\dfrac{4x}{(x^2+1)^2} \Rightarrow y'>0, \forall x\in(-\infty;0)$ và $y'<0, \forall x\in(0;+\infty)$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 14. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\dfrac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

(A) $V=\pi-1$. (B) $V=(\pi-1)\pi$. **(C) $V=(\pi+1)\pi$.** (D) $V=\pi+1$.

Lời giải.

Thể tích $V=\pi\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\sqrt{2+\cos x})^2\,\mathrm{d}x=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}(2+\cos x)\,\mathrm{d}x=\pi(2x+\sin x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=(\pi+1)\pi$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 15. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P=\log_a b^3+\log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $P=9\log_a b$. (B) $P=27\log_a b$. (C) $P=15\log_a b$. **(D) $P=6\log_a b$.**

Lời giải.

$P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3\log_a b + \frac{1}{2}.6\log_a b = 6\log_a b.$

Chọn đáp án D □

Câu 16. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_5 \frac{x-3}{x+2}$.

A $D = \mathbb{R}\backslash\{-2\}$.
B $D = (-\infty;-2)\cup[3;+\infty)$.
C $D = (-2;3)$.
D $D = (-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x+2 \neq 0 \\ \frac{x-3}{x+2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$.

Vậy $D = (-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$.

Chọn đáp án D □

Câu 17. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 \geq 0$.

A $S = (-\infty;2]\cup[16;+\infty)$.
B $S = [2;16]$.
C $S = (0;2]\cup[16;+\infty)$.
D $S = (-\infty;1]\cup[4;+\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

Đặt $t = \log_2 x$, bất phương trình đã cho trở thành $t^2 - 5t + 4 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \geq 4 \\ t \leq 1 \end{array}\right.$.

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x \geq 4 \\ \log_2 x \leq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 16 \\ x \leq 2 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = (0;2]\cup[16;+\infty)$.

Chọn đáp án C □

Câu 18. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A 4 mặt phẳng.
B 3 mặt phẳng.
C 6 mặt phẳng.
D 9 mặt phẳng.

Lời giải.

Hình hộp chữ nhật có các mặt phẳng đối xứng là các mặt phẳng trung trực của các cặp cạnh đối $\Rightarrow$ có 3 mặt đối xứng.

Chọn đáp án B □

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;1)$ và vuông góc đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$?

(A) $3x-2y+z+12=0$. (B) $3x+2y+z-8=0$.

(C) $3x-2y+z-12=0$. (D) $x-2y+3z+3=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng vuông góc với Δ nhận $\overrightarrow{u_\Delta}=(3;-2;1)$ làm vtpt $\Rightarrow$ phương trình mặt phẳng cần tìm có dạng $3(x-3)-2(y+1)+(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+z-12=0$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+3y-z+5=0$?

(A) $\begin{cases} x=1+3t \\ y=3t \\ z=1-t. \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x=1+t \\ y=3t \\ z=1-t. \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+3t \\ z=1-t. \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x=1+3t \\ y=3t \\ z=1+t. \end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;3;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương $\Rightarrow$ phương trình đường thẳng là $\begin{cases} x=2+t \\ y=3+3t \\ z=-t \end{cases}$.

Lấy $t=-1 \Rightarrow N(1;0;1)$ thuộc đường thẳng $\Rightarrow$ đáp án đúng là: $\begin{cases} x=1+t \\ y=3t \\ z=1-t \end{cases}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 21. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

(A) $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. (B) $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. (C) $V=\dfrac{a^3\sqrt{14}}{2}$. (D) $V=\dfrac{a^3\sqrt{14}}{6}$.

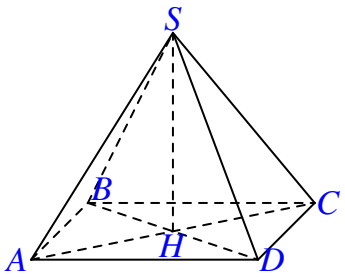
Lời giải.

Cạnh đáy $AB = a \Rightarrow$ diện tích đáy $S_{\text{ABCD}} = a^2$.

Đường chéo $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow HA = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Cạnh bên $SA = 2AB = 2a \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = \dfrac{a\sqrt{14}}{2}$.

Vậy thể tích $V = \dfrac{1}{3}.a^2.\dfrac{a\sqrt{14}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{14}}{6}$.



Chọn đáp án D ☐

Câu 22. Phương trình nào dưới đây nhận hai số phức $1+\sqrt{2}i$ và $1-\sqrt{2}i$ là nghiệm?

A $z^2+2z+3=0$. B $z^2-2z-3=0$. C $z^2-2z+3=0$. D $z^2+2z-3=0$.

Lời giải.

Áp dụng định lý Vi-et ta có tổng hai số phức là 2 và tích của chúng là $3 \Rightarrow$ hai số phức là nghiệm của phương trình $z^2-2z+3=0$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 23. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0;2]$.

A $m=11$. B $m=0$. C $m=-2$. D $m=3$.

Lời giải.

Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 14x + 11$ có nghiệm $x = 1 \in [0;2]$.
Ta có $y(0) = -2$; $y(1) = 3$; $y(2) = 0 \Rightarrow m = \min\limits_{[0;2]} y = -2$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 24. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$.

A $D = (-\infty;1)$. B $D = (1;+\infty)$. C $D = \mathbb{R}$. D $D = \mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x - 1 > 0$ (vì $\frac{1}{3}$ không nguyên) $\Rightarrow x > 1 \Rightarrow$ tập xác định $D = (1;+\infty)$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 25. Cho $\displaystyle\int_0^6 f(x)\,\mathrm{d}x = 12$. Tính $I = \displaystyle\int_0^2 f(3x)\,\mathrm{d}x$.

(A) $I=6$. (B) $I=36$. (C) $I=2$. **D** $I=4$.

Lời giải.

$$I=\int_0^2 f(3x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int_0^2 f(3x)\,\mathrm{d}(3x)=\frac{1}{3}\int_0^6 f(u)\,\mathrm{d}u \text{ (với } u=3x)$$

$\Rightarrow I=\frac{1}{3}.12=4$.

Chọn đáp án D □

Câu 26. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

(A) $R=\frac{a\sqrt{3}}{3}$. (B) $R=a$. (C) $R=2\sqrt{3}a$. **D** $R=a\sqrt{3}$.

Lời giải.

Cạnh hình lập phương bằng $2a \Rightarrow$ đường chéo hình lập phương bằng $2a\sqrt{3} \Rightarrow$ bán kính mặt cầu bằng $a\sqrt{3}$.

Chọn đáp án D □

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ thỏa $f'(x)=3-5\sin x$ và $f(0)=10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $f(x)=3x+5\cos x+5$. (B) $f(x)=3x+5\cos x+2$.

(C) $f(x)=3x-5\cos x+2$. (D) $f(x)=3x-5\cos x+15$.

Lời giải.

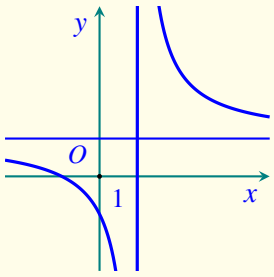
$f(x)=\int(3-5\sin x)\,\mathrm{d}x=3x+5\cos x+C$.

$f(0)=10\Rightarrow 5+C=10\Rightarrow C=5$. Vậy hàm số cần tìm: $f(x)=3x+5\cos x+5$.

Chọn đáp án A □

Câu 28.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



a) $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

b) $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$.

c) $y'>0,\forall x\neq 1$.

d $y'<0,\forall x\neq 1$.

Lời giải.

Từ đồ thị $\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.
Mặt khác hàm số không xác định tại $x=1 \Rightarrow y'<0, \forall x \neq 1$.

□

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu tâm I bán kính IM?

A $(x-1)^2+y^2+z^2=13$.
B $(x+1)^2+y^2+z^2=13$.
C $(x-1)^2+y^2+z^2=\sqrt{13}$.
D $(x+1)^2+y^2+z^2=17$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của M trên Ox là $I(1;0;0)$. Mặt khác $IM=\sqrt{13} \Rightarrow$ phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+y^2+z^2=13$.

Chọn đáp án A □

Câu 30. Cho số phức $z=1-2i$. Điểm nào dưới đây là biểu diễn của số phức $w=iz$ trên mặt phẳng tọa độ?

A $Q(1;2)$.
B $N(2;1)$.
C $M(1;-2)$.
D $P(-2;1)$.

Lời giải.

Ta có: $w=iz=i(1-2i)=2+i \Rightarrow$ điểm biểu diễn w là $N(2;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

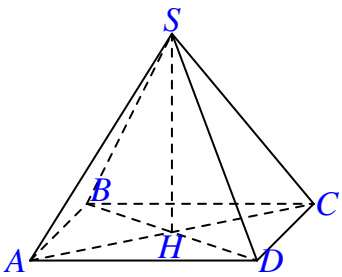
A $V=\dfrac{\pi a^3}{2}$.
B $V=\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$.
C $V=\dfrac{\pi a^3}{6}$.
D $V=\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.

Lời giải.

Bán kính đáy của hình nón $r=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Đường chéo hình vuông $ABCD$ có $AC=AB\sqrt{2}=2a \Rightarrow HA=a$. Cạnh bên $SA=a\sqrt{2} \Rightarrow SH=\sqrt{SA^2-HA^2}=a \Rightarrow$ đường cao hình nón $h=a$.

$\Rightarrow$ thể tích $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h=\dfrac{1}{3}\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.a=\dfrac{a^3\pi}{6}$.



Chọn đáp án C

Câu 32. Cho $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\mathrm{e}^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\mathrm{e}^{2x}$.

A $\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=-x^2+2x+C$.
B $\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=-x^2+x+C$.
C $\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=x^2-2x+C$.
D $\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=-2x^2+2x+C$.

Lời giải.

$F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của $f(x)\mathrm{e}^{2x}\Rightarrow 2x=f(x)\mathrm{e}^{2x}$.

Đặt $\begin{cases}u=\mathrm{e}^{2x}\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2e^{2x}\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$

$\Rightarrow\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=f(x)\mathrm{e}^{2x}-2\int f(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=2x-2x^2+C$.

Chọn đáp án D

Câu 33. Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[2;4]}y=3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $m<-1$.
B $3<m\le 4$.
C $m>4$.
D $1\le m<3$.

Lời giải.

Đạo hàm: $y'=\dfrac{-1-m}{(x-1)^2}$.

Với $-1-m>0\Rightarrow m<-1\Rightarrow\min\limits_{[2;4]}y=y(2)\Rightarrow\dfrac{2+m}{1}=3\Rightarrow m=1\Rightarrow$ loại.

Với $-1-m<0\Rightarrow m>-1\Rightarrow\min\limits_{[2;4]}y=y(4)\Rightarrow\dfrac{4+m}{3}=3\Rightarrow m=5\Rightarrow m>4$.

Chọn đáp án C

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta':\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M, vuông góc với Δ và Δ'?

A $\begin{cases}x=-1-t\\ y=1+t\\ z=1+3t.\end{cases}$
B $\begin{cases}x=-t\\ y=1+t\\ z=3+t.\end{cases}$
C $\begin{cases}x=-1-t\\ y=1-t\\ z=3+t.\end{cases}$
D $\begin{cases}x=-1-t\\ y=1+t\\ z=3+t.\end{cases}$

Lời giải.

Δ và Δ' có các véc-tơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u_1}=(3;2;1)$ và $\vec{u_2}=(1;3;-2)$.

Khi đó $[\vec{u_1},\vec{u_2}]=(-7;7;7)\Rightarrow$ đường thẳng vuông góc với d và Δ có một véc-tơ chỉ phương là

$\vec{u} = (-1;1;1) \Rightarrow$ phương trình đường thẳng $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 1+t \\ z = 3+t \end{cases}$.

Chọn đáp án D □

Câu 35. Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A 13 năm. B 14 năm. C 12 năm. D 11 năm.

Lời giải.

Tổng số tiền lĩnh ra sau n năm bằng $50.(1,06)^n$. Dùng máy tính kiểm tra thấy $n = 12$ thì số tiền lớn hơn 100. Vậy chọn phương án C.

Chọn đáp án C □

Câu 36. Cho số phức $z = a+bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $z+1+3i-|z|i = 0$. Tính $S = a+3b$.

A $S = \frac{7}{3}$. B $S = -5$. C $S = 5$. D $S = -\frac{7}{3}$.

Lời giải.

Đặt $z = a+bi$ ta có $z+1+3i-|z|i = 0 \Leftrightarrow a+1+(b+3)i-\sqrt{a^2+b^2}.i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -\frac{4}{3} \end{cases}$.

Vậy ta có $S = a+3b = -5$.

Chọn đáp án B □

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1+3t \\ y = -2+t, \\ z = 2 \end{cases}$ $d_2 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P) : 2x+2y-3z = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P), đồng thời vuông góc với d_2?

A $2x-y+2z+22 = 0$. B $2x-y+2z+13 = 0$.
C $2x-y+2z-13 = 0$. D $2x+y+2z-22 = 0$.

Lời giải.

Giao của d_1 và (P) là điểm $M(4;-1;2)$. Các mặt phẳng trong 4 phương án cùng vuông góc với d_2 nhưng chỉ có mặt phẳng ở phương án C đi qua $M(4;-1;2)$ nên chọn C.

Chọn đáp án C ☐

Câu 38. Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A 7. B 4. C 6. D 5.

Lời giải.

Đây là hàm số bậc 3 có hệ số $a=-3<0$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow b^2-3ac\le 0$ $\Leftrightarrow m^2+12m+27\le 0 \Leftrightarrow -9\le m\le -3$.
Suy ra có 7 giá trị nguyên của m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án A ☐

Câu 39. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x-m\log_3 x+2m-7=0$ có hai nghiệm thực x_1,x_2 thỏa mãn $x_1x_2=81$.

A $m=-4$. B $m=4$. C $m=81$. D $m=44$.

Lời giải.

Phương trình đã cho có hai nghiệm thực x_1,x_2 thỏa mãn $x_1x_2=81$ suy ra $\log_3(x_1.x_2)=4$ hay $\log_3 x_1+\log_3 x_2=4$. Do đó theo định lý Viét ta suy ra $m=4$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 40. Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-9x+1$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB?

A $P(1;0)$. B $M(0;-1)$. C $N(1;-10)$. D $Q(-1;10)$.

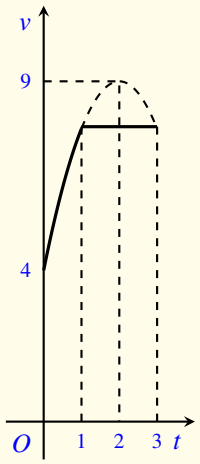
Lời giải.

Dùng máy tính tính được đường thẳng $AB: y=-8x-2$. Từ đó ta thấy chỉ có $N(1;-10)$ thuộc AB.

Chọn đáp án C ☐

Câu 41.

Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



a) $s = 23,25$ km. **b** $s = 21,58$ km.

c) $s = 15,50$ km. **d)** $s = 13,83$ km.

Lời giải.

Dễ dàng tìm được phương trình của vận tốc trong 1 giờ đầu tiên là $v = -\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4$ còn 2 giờ tiếp theo là $v = \frac{31}{4}$.
Vậy quãng đường mà vật đi được trong 3 giờ đó là

$$s = \int_0^1 \left(-\frac{5}{4}t^2 + 5t + 4\right) \mathrm{d}t + \int_1^3 \frac{31}{4}\,\mathrm{d}t = \frac{259}{12} \approx 21,58.$$

□

Câu 42. Cho $\log_a x = 3$, $\log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

A $P = \frac{7}{12}$. **B** $P = \frac{1}{12}$. **C** $P = 12$. **D** $P = \frac{12}{7}$.

Lời giải.

Ta có $P = \log_{ab} x = \dfrac{1}{\log_x ab} = \dfrac{1}{\log_x a + \log_x b} = \dfrac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \dfrac{12}{7}$.

Chọn đáp án D □

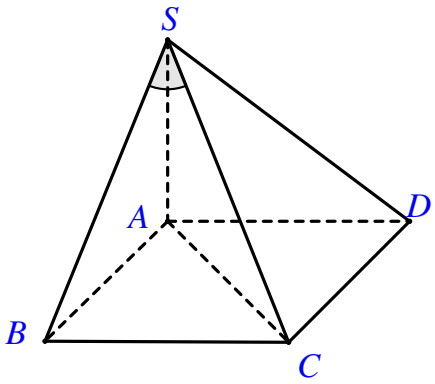
Câu 43. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **B** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **C** $V = \frac{2a^3}{3}$. **D** $V = \sqrt{2}a^3$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có góc $\widehat{BSC} = 30^\circ \Rightarrow SB = a\sqrt{3} \Rightarrow SA = \sqrt{2}a$.

Từ đó suy ra thể tích của khối chóp bằng $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.



Chọn đáp án B

Câu 44. Cho tứ diện đều $ABCD$ có các cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D. Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V. Tính V.

(A) $V = \dfrac{7\sqrt{2}a^3}{216}$. (B) $V = \dfrac{11\sqrt{2}a^3}{216}$. (C) $V = \dfrac{13\sqrt{2}a^3}{216}$. (D) $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{18}$.

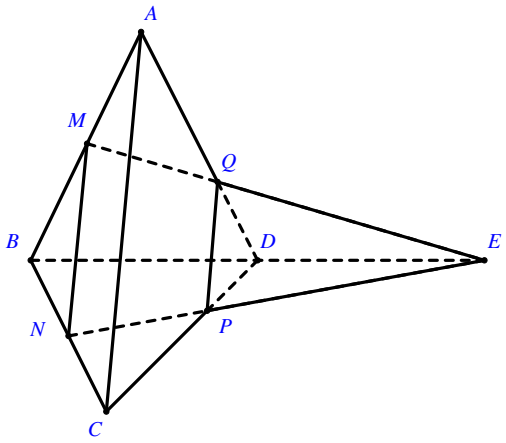
Lời giải.

Ta có thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12} = X$.

Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của NE với CD và ME với AD. Dễ thấy $AQ = CP = \dfrac{2}{3}a$.

Ta dễ dàng tính được $V_{E.BMN} = \dfrac{1}{2}X$. Áp dụng tỉ số thể tích ta có $\dfrac{V_{E.PQD}}{V_{E.BMN}} = \dfrac{2}{9}$. Suy ra $V_{E.PQD} = \dfrac{2}{9}.V_{E.BMN} \Rightarrow V_{BMNEQP} = \dfrac{7}{9}.V_{E.BMN} = \dfrac{7}{18}.X$

Tức là phần khối đa diện không chứa điểm A có thể tích bằng $\dfrac{7}{18}X$, nên phần chứa điểm A có thể tích là $\dfrac{11}{18}X = \dfrac{11\sqrt{2}a^3}{216}$.



Chọn đáp án B

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2 = 9$, điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-4 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, thuộc (P) và cắt (S) tại hai điểm A, B sao cho AB nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}(1;a;b)$. Tính $T = a-b$.

(A) $T=-2$. (B) $T=1$. (C) $T=-1$. (D) $T=0$.

Lời giải.

Ta thấy M nằm bên trong mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ và $M\in(P)$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn tâm $H(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{4}{4})$ trong đó H là hình chiếu vuông góc của O lên (P).
Đường thẳng Δ thoả mãn yêu cầu bài toán khi Δ nằm trong (P) và $\Delta\perp HM$ nên Δ nhận $\left[\overrightarrow{OH},\overrightarrow{HM}\right]=(12;-12;0)=12(1;-1;0)$ làm véctơ chỉ phương. Suy ra $\vec{u}(1;-1;0)$ nên $T=-1$.

Chọn đáp án C □

Câu 46. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-3i|=5$ và $\dfrac{z}{z-4}$ là số thuần ảo?

(A) 0. (B) Vô số. (C) 1. (D) 2.

Lời giải.

Đặt $z=x+yi$ là số phức thoả mãn yêu cầu của bài toán. Từ giả thiết suy ra x,y thoả mãn hệ $\begin{cases} x^2-4y+y^2=0 \\ y\neq 0 \\ x^2+(y-3)^2=25 \end{cases}$, ta thấy hệ có hai nghiệm trong đó nghiệm $(x;y)=(4;0)$ bị loại. Vậy chỉ có một số phức z thoả mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C □

Câu 47. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3\dfrac{1-xy}{x+2y}=3xy+x+2y-4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P=x+y$.

(A) $P_{\min}=\dfrac{9\sqrt{11}-19}{9}$. (B) $P_{\min}=\dfrac{9\sqrt{11}+19}{9}$.
(C) $P_{\min}=\dfrac{18\sqrt{11}-29}{21}$. (D) $P_{\min}=\dfrac{2\sqrt{11}-3}{3}$.

Lời giải.

Với giả thiết bài toán ta có $\log_3\dfrac{1-xy}{x+2y}=3xy+x+2y-4\Leftrightarrow\log_3 3(1-xy)+3(1-xy)=\log_3(x+2y)+x+2y$
Vì hàm số $f(x)=x+\log_3 x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên từ trên ta suy ra $3(1-xy)=x+2y\Leftrightarrow 11=(3x+2)(3y+1)$.
Dùng bất đẳng thức $AM-GM$ suy ra $3x+2+3y+1\geq 2\sqrt{11}$.

Suy ra $x+y \geq \dfrac{2\sqrt{11}-3}{3}$. Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} 3x+2=3y+1 \\ 3(1-xy)=x+2y \end{cases}$ hay $\begin{cases} x=\dfrac{\sqrt{11}-2}{3} \\ y=\dfrac{\sqrt{11}-1}{3} \end{cases}$.

Vậy phương án đúng là D.

Chọn đáp án (D) □

Câu 48. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=mx-m+1$ cắt đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2+x+2$ tại ba điểm A, B, C phân biệt sao cho $AB=BC$.

(A) $m \in (-\infty;0] \cup [4;+\infty)$.
(B) $m \in \mathbb{R}$.
(C) $m \in \left[-\dfrac{5}{4};+\infty\right)$.
D $m \in (-2;+\infty)$.

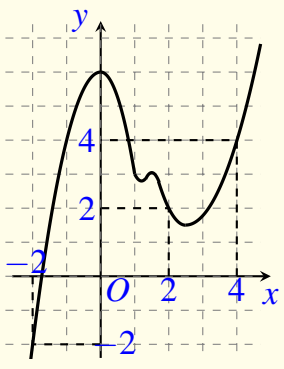
Lời giải.

Nhận thấy đường thẳng $y=mx-m+1$ luôn đi qua điểm uốn $B(1;1)$ của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+x+2$, do vậy nếu nó cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt A,B,C thì luôn thoả mãn $AB=BC$.
Thử $m=-3$ thì đường thẳng không cắt đồ thị hàm số đã cho tại 3 điểm phân biệt nên loại trừ các phương án A, B.
Thử $m=-\dfrac{3}{2}$ thì đường thẳng cắt đồ thị hàm số đã cho tại 3 điểm phân biệt nên loại trừ các phương án C.

Chọn đáp án (D) □

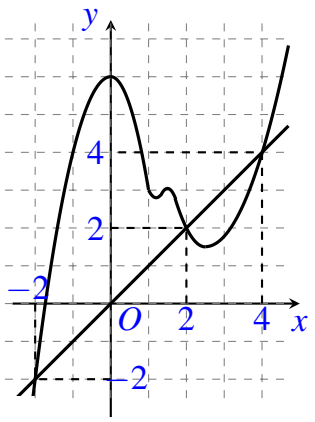
Câu 49.
Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Đặt $h(x)=2f(x)-x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

a) $h(4)=h(-2)>h(2)$.
b) $h(4)=h(-2)<h(2)$.
c $h(2)>h(4)>h(-2)$.
d) $h(2)>h(-2)>h(4)$.



Lời giải.

Ta có $h(x)=2f(x)-x^2$ nên $h'(x)=2\left(f'(x)-x\right)$.
Dựa vào hình vẽ bên và tính chất của tích phân ta thấy $h(2)-h(-2)=\int\limits_{-2}^{2}h'(x)\,\mathrm{d}x=2\int\limits_{-2}^{2}\left(f'(x)-x\right)\,\mathrm{d}x>0$ nên $h(2)>h(-2)$.
Tương tự ta có $h(4)>h(-2), h(2)>h(4)$, từ đó chọn phương án C.

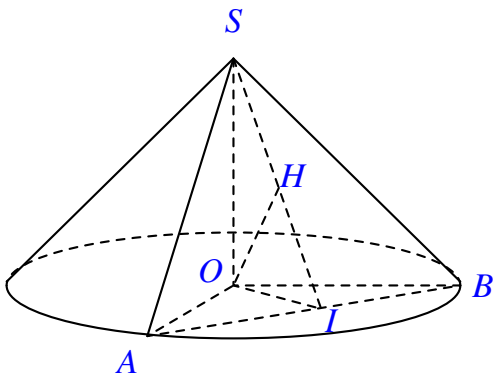


Câu 50. Cho hình nón đỉnh S có chiều cao $h=a$ và bán kính đáy $r=2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB=2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P).

(A) $d=\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. (B) $d=a$. (C) $d=\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$. **D** $d=\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của đáy hình nón, I là trung điểm của AB, H là chân đường cao của tam giác SOI. Khi đó ta có $d=OH$.
Dễ dàng tính được $OS=OI=a$ nên $d=OH=\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$.



Chọn đáp án D

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 45

1. D	2. B	3. B	4. C	5. B	6. D	7. A	8. C	9. D	10. B
11. B	12. C	13. A	14. C	15. D	16. D	17. C	18. B	19. C	20. B
21. D	22. C	23. C	24. B	25. D	26. D	27. A	28. D	29. A	30. B
31. C	32. D	33. C	34. D	35. C	36. B	37. C	38. A	39. B	40. C
41. B	42. D	43. B	44. B	45. C	46. C	47. D	48. D	49. C	50. D

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 102
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

(A) $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=-2$.
(B) $y_{CĐ}=2$ và $y_{CT}=0$.
(C) $y_{CĐ}=-2$ và $y_{CT}=2$.
(D) $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=0$.

Lời giải.

Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$, giá trị cực đại $y_{CĐ}=3$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$, giá trị cực tiểu $y_{CT}=0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 2. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{5x-2}$.

(A) $\displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}x}{5x-2}=\dfrac{1}{5}\ln|5x-2|+C$.
(B) $\displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}x}{5x-2}=-\dfrac{1}{2}\ln(5x-2)+C$.
(C) $\displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}x}{5x-2}=5\ln|5x-2|+C$.
(D) $\displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}x}{5x-2}=\ln|5x-2|+C$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int\dfrac{\mathrm{d}x}{5x-2}=\int\dfrac{1}{5(5x-2)}\mathrm{d}(5x-2)=\dfrac{1}{5}\ln|5x-2|+C$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 3. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

(A) $y=\dfrac{x+1}{x+3}$.
(B) $y=x^3+3x$.
(C) $y=\dfrac{x-1}{x-2}$.
(D) $y=-x^3-3x$.

Lời giải.

Ta có

$$\left(\frac{x+1}{x+3}\right)' = \frac{2}{(x+3)^2} > 0 \text{ với mọi } x \neq -3.$$
$$(x^3+3x)' = 3(x^2+1) > 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}.$$
$$\left(\frac{x-1}{x-2}\right)' = \frac{-1}{(x-2)^2} < 0 \text{ với mọi } x \neq 2.$$
$$(-x^3-3x)' = -3(x^2+1) < 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}.$$

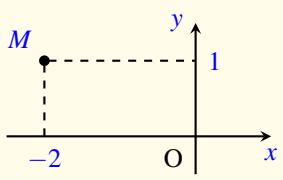
Từ đây suy ra $y = x^3+3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 4.

Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình bên?

(A) $z_4 = 2+i$. (B) $z_2 = 1+2i$. (C) $z_3 = -2+i$. (D) $z_1 = 1-2i$.



Lời giải.

Điểm M có tọa độ là $(-2,1)$ do đó M biểu diễn số phức $z_3 = -2+i$.

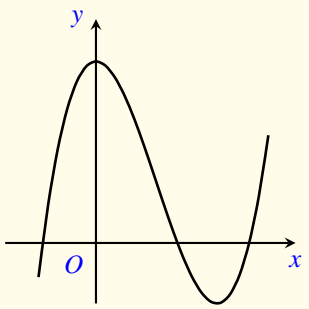
Chọn đáp án (C) □

Câu 5.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

(A) $y = x^4-2x^2+1$. (B) $y = -x^4+2x^2+1$.

(C) $y = -x^3+3x^2+1$. (D) $y = x^3-3x^2+3$.



Lời giải.

Đây là đồ thị của hàm số có dạng $y = ax^3+bx^2+cx+d$, hơn nữa ta thấy khi $x \to +\infty$ thì $y \to +\infty$ do đó $a > 0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 6. Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực dương x, y?

(A) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$. (B) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$.

(C) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x-y)$. (D) $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức sách giáo khoa $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA.

A $OA=3$. **B** $OA=9$. **C** $OA=\sqrt{5}$. **D** $OA=5$.

Lời giải.

Ta có $OA=\sqrt{2^2+2^2+1^2}=\sqrt{9}=3$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 8. Cho hai số phức $z_1=4-3i$ và $z_2=7+3i$. Tìm số phức $z=z_1-z_2$.

A $z=11$. **B** $z=3+6i$. **C** $z=-1-10i$. **D** $z=-3-6i$.

Lời giải.

$z=z_1-z_2=(4-3i)-(7+3i)=(4-7)+(-3i-3i)=-3-6i$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 9. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(1-x)=2$.

A $x=-4$. **B** $x=-3$. **C** $x=3$. **D** $x=5$.

Lời giải.

Điều kiện: $x<1$. Ta có

$$\log_2(1-x)=2\Leftrightarrow 1-x=4\Leftrightarrow x=-3.$$

Vậy phương trình có nghiệm $x=-3$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz)?

A $y=0$. **B** $x=0$. **C** $y-z=0$. **D** $z=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oyz) vuông góc với trục Ox do đó nó nhận $(1,0,0)$ là véc-tơ pháp tuyến, hơn nữa (Oyz) đi qua điểm $O(0,0,0)$. Vậy phương trình mặt phẳng (Oyz) là $1(x-0)+0(y-0)+0(z-0)=0$ hay $x=0$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 11. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A Hàm số nghịch biến trên $(0;2)$.

B Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

D Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Lời giải.

TXĐ: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0. \\ x = 2. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	∞	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên $(0,2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 12. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$. Tính $I = F(\mathrm{e}) - F(1)$.

A $I = \mathrm{e}$. **B** $I = \dfrac{1}{\mathrm{e}}$. **C** $I = \dfrac{1}{2}$. **D** $I = 1$.

Lời giải.

Ta có $I = \displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x = \int_1^{\mathrm{e}} \ln x\,\mathrm{d}(\ln x) = \left.\frac{(\ln x)^2}{2}\right|_1^{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 13. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

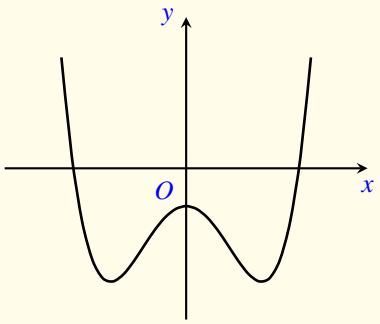
A $P = x^{\frac{1}{8}}$. **B** $P = x^2$. **C** $P = \sqrt{x}$. **D** $P = x^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải.

Ta có: $P = x^{\frac{1}{3}}x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$.

Chọn đáp án C □

Câu 14.
Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với a,b,c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A Phương trình $y'=0$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.

B Phương trình $y'=0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

C Phương trình $y'=0$ vô nghiệm trên tập số thực.

D Phương trình $y'=0$ có đúng một nghiệm thực.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số có ba điểm cực trị. Do đó phương trình $y'=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án A □

Câu 15. Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}$.

A 3. **B** 1. **C** 0. **D** 2.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=1$ do đó đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.
Lại có:

$$\lim_{x\to1^+} y=-\frac{3}{2};\ \lim_{x\to1^-} y=-\frac{3}{2}$$
$$\lim_{x\to-1^+} y=+\infty;\ \lim_{x\to-1^-} y=-\infty$$

Do đó đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=-1$.

Chọn đáp án D □

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z+m=0$ là phương trình của một mặt cầu.

A $m>6$. **B** $m\geq 6$. **C** $m\leq 6$. **D** $m<6$.

Lời giải.

Phương trình đã cho là phương trình của một mặt cầu khi $1+1+4-m>0\Leftrightarrow m<6$.

Chọn đáp án D □

Câu 17. Kí hiệu z_1,z_2 là hai nghiệm của phương trình $3z^2-z+1=0$. Tính $P=|z_1|+|z_2|$.

(A) $P=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. (B) $P=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. (C) $P=\dfrac{2}{3}$. (D) $P=\dfrac{\sqrt{14}}{3}$.

Lời giải.

Phương trình $3z^2-z+1=0$ có nghiệm $z_{1,2}=\dfrac{1\pm i\sqrt{11}}{6}$.

Do đó $|z_1|=|z_2|=\dfrac{\sqrt{1+11}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Vậy $P=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 18. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

(A) $V=a^3$. (B) $V=\dfrac{a^3}{3}$. (C) $V=\dfrac{a^3}{6}$. (D) $V=\dfrac{a^3}{2}$.

Lời giải.

Tam giác ABC vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}$ do đó $AB=BC=a$.

Thể tích khối lăng trụ là $V=BB'.S_{ABC}=a.\dfrac{1}{2}.a.a=\dfrac{a^3}{2}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 19. Cho khối nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và chiều cao $h=4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

(A) $V=\dfrac{16\pi\sqrt{3}}{3}$. (B) $V=4\pi$. (C) $V=16\pi\sqrt{3}$. (D) $V=12\pi$.

Lời giải.

Thể tích khối nón đã cho là $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2.h=\dfrac{1}{3}\pi.3.4=4\pi$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 20. Cho hình phẳng $\mathscr{D}$ giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay $\mathscr{D}$ quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

(A) $V=2(\pi+1)$. (B) $V=2\pi(\pi+1)$. (C) $V=2\pi^2$. (D) $V=2\pi$.

Lời giải.

Ta có

$-1 \le \sin x \le 1$

$\Leftrightarrow 1 \le 2+\sin x \le 3$

$\Leftrightarrow 1 \le y \le \sqrt{3}$

Do vậy đường cong $y=\sqrt{2+\sin x}$ không cắt trục hoành. Vậy, ta có

$$V=\pi\int\limits_0^{\pi}(2+\sin x)\,\mathrm{d}x=(2x-\cos x)\Big|_0^{\pi}=2\pi(\pi+1).$$

Chọn đáp án B

Câu 21. Cho $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_{-1}^{2} g(x)\,\mathrm{d}x=-1$. Tính $I=\int\limits_{-1}^{2}[x+2f(x)-3g(x)]\,\mathrm{d}x$.

A $I=\dfrac{5}{2}$. B $I=\dfrac{7}{2}$. C $I=\dfrac{17}{2}$. D $I=\dfrac{11}{2}$.

Lời giải.

$$\int\limits_{-1}^{2}[x+2f(x)-3g(x)]\,\mathrm{d}x$$

$$=\int\limits_{-1}^{2}x\,\mathrm{d}x+2\int\limits_{-1}^{2}f(x)\,\mathrm{d}x-3\int\limits_{-1}^{2}g(x)\,\mathrm{d}x$$

$$=\frac{x^2}{2}\Big|_{-1}^{2}+2.2-3.(-1)=\frac{17}{2}.$$

Chọn đáp án C

Câu 22. Cho mặt cầu bán kính R ngoại tiếp một hình lập phương cạnh a. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $a=2\sqrt{3}R$. B $a=\dfrac{\sqrt{3}R}{3}$. C $a=2R$. D $a=\dfrac{2\sqrt{3}R}{3}$.

Lời giải.

Hình lập phương có độ dài đường chéo là $a\sqrt{3}$. Từ đó bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Do vậy $a=\dfrac{2\sqrt{3}R}{3}$.

Chọn đáp án D

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;0;1)$ và $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

(A) $\begin{cases} x=-2t \\ y=-1+t \\ z=3+t. \end{cases}$ (B) $x-2y+z=0.$

(C) $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}.$ (D) $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}.$

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC}(-2;1;1)$. Vì đường thẳng cần tìm song song với đường thẳng BC nên ta chọn $\vec{u}(-2;1;1)$ làm một véc-tơ chỉ phương của nó.
Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng cần tìm là

$$\frac{x}{-2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{1}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 24. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$.

(A) $M=9$. (B) $M=8\sqrt{3}$. (C) $M=1$. (D) $M=6$.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=4x^3-4x$.

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=1. \end{array}\right.$$

$f(0)=3$, $f(1)=2$, $f(\sqrt{3})=6$.
Vậy $M=6$.

Chọn đáp án D □

Câu 25. Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

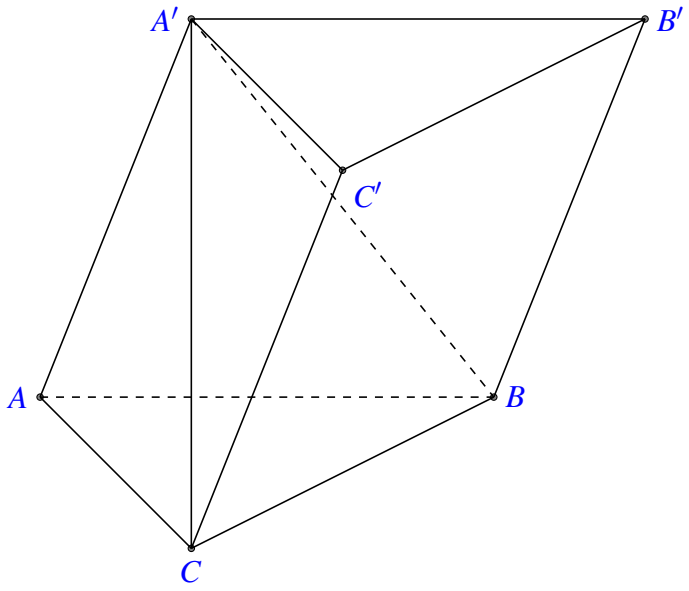
(A) Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

(B) Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.

(C) Hai khối chóp tam giác.

(D) Hai khối chóp tứ giác.

Lời giải.



Chọn đáp án B □

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB?

A $3x-y-z=0$.
B $3x+y+z-6=0$.
C $3x-y-z+1=0$.
D $6x-2y-2z-1=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}(-6;2;2)$, trung điểm của AB là $I(1;1;2)$.
Mặt phẳng trung trực của AB nhận véc-tơ $\vec{n}(3;-1;-1)$ làm véc-tơ pháp tuyến và đi qua điểm $I(1;1;2)$. Vậy phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

$$3(x-1)-(y-1)-(z-2)=0 \Leftrightarrow 3x-y-z=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 27. Cho số phức $z=1-i+i^3$. Tìm phần thực a và phần ảo b của z.

A $a=0, b=1$.
B $a=-2, b=1$.
C $a=1, b=0$.
D $a=1, b=-2$.

Lời giải.

Ta có $z=1-i+i^3=1-2i$. Vậy phần thực của z là 1, phần ảo của z là -2.

Chọn đáp án D □

Câu 28. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$.

A $y'=\dfrac{1}{(2x+1)\ln 2}$.
B $y'=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$.
C $y'=\dfrac{2}{2x+1}$.
D $y'=\dfrac{1}{2x+1}$.

Câu 29. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a\left(b^2c^3\right)$.

(A) $P = 31$. (B) $P = 13$. (C) $P = 30$. (D) $P = 108$.

Lời giải.

Ta có $P = \log_a\left(b^2c^3\right) = 2\log_a b + 3\log_a c = 2.2 + 3.3 = 13$.

Chọn đáp án B □

Câu 30. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 1$.

(A) $S = \left\{2+\sqrt{5}\right\}$. (B) $S = \left\{2-\sqrt{5}; 2+\sqrt{5}\right\}$.

(C) $S = \{3\}$. (D) $S = \left\{\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}\right\}$.

Lời giải.

Tập xác định $D = (1; +\infty)$.

Với $x \in D$, phương trình đã cho tương đương với

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 1$$

$$\Leftrightarrow 2\log_2(x-1) - \log_2(x+1) = 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{(x-1)^2}{(x+1)} = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 2x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2+\sqrt{5} \text{ (chọn)} \\ x = 2-\sqrt{5} \text{ (loại)} \end{array}\right.$$

Chọn đáp án A □

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - 2^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

(A) $m \in (-\infty; 1)$. (B) $m \in (0; +\infty)$. (C) $m \in (0; 1]$. (D) $m \in (0; 1)$.

Lời giải.

Xét phương trình $4^x - 2^{x+1} + m = 0$.

Đặt $2^x = t > 0$, phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2t + m = 0$.

Ta có $\Delta' = 1 - m$.

Phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt khi phương trình $t^2 - 2t + m = 0$ có 2 nghiệm

dương phân biệt, khi đó

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 0 \\ 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 32. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + \left(m^2 - 4\right)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.

(A) $m = 1$. (B) $m = -1$. (C) $m = 5$. (D) $m = -7$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = x^2 - 2mx + m^2 - 4$.
Điều kiện cần để hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 3$ là

$f'(3) = 0$

$\Leftrightarrow 9 - 6m + m^2 - 4 = 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 5. \end{array}\right.$

Khi $m = 1$, hàm số trở thành $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 3$ và $f'(x) = x^2 - 2x - 3$. Ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$\frac{14}{3}$	↘	-6	↗	$+\infty$

Hàm số không đạt cực đại tại $x = 3$.
Khi $m = 5$, hàm số trở thành $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 21x + 3$, $f'(x) = x^2 - 10x + 21$, Ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		3		7		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	30	↘	$\frac{58}{3}$	↗	$+\infty$

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = 3$. Do đó điều kiện để hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 3$ là $m = 5$.

Chọn đáp án C □

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=2$ và hai đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$, $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S), song song với d và Δ?

A $x+z+1=0$. B $x+y+1=0$. C $y+z+3=0$. D $x+z-1=0$.

Lời giải.

(S) có tâm $I(-1;1;-2)$ và bán kính $R=\sqrt{2}$.
d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u_1}(1;2;-1)$, Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u_2}(1;1;-1)$.
Ta có $[\vec{u_1},\vec{u_2}]=(-1;0;-1)$. Vì mặt phẳng (P) cần tìm song song với d và Δ nên nó nhận $\vec{n}(1;0;1)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Phương trình (P) có dạng $x+z+d=0$.
Vì (S) tiếp xúc với (P) nên

$$d(I,(P))=R\Leftrightarrow\frac{|d-3|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=5\\d=1\end{array}\right.$$

Vậy ta được hai mặt phẳng là $x+z+1=0$ và $x+z+5=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0$, $(Q):x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A $\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=-3-t.\end{cases}$ B $\begin{cases}x=1\\y=-2\\z=3-2t.\end{cases}$ C $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2\\z=3+2t.\end{cases}$ **D** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=3-t.\end{cases}$

Lời giải.

(P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n_1}(1;1;1)$, (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n_2}(1;-1;1)$.
Ta có $[\vec{n_1},\vec{n_2}]=(2;0;-2)$.
Đường thẳng cần tìm nhận véc-tơ $\vec{u}(1;0;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương. Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=3-t.\end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 35. Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[1;2]}y+\max\limits_{[1;2]}y=\dfrac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $m\le 0$. **B** $m>4$. C $0<m\le 2$. D $2<m\le 4$.

Lời giải.

- Do hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ liên tục và đơn điệu trên đoạn $[1;2]$ nên ta có $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{1+m}{2}+\dfrac{2+m}{3}=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow m=5$.

Chọn đáp án B □

Câu 36. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A $V=\dfrac{a^3}{3}$. B $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. C $V=a^3$. D $V=3a^3$.

Lời giải.

- Từ giả thiết ta có $\widehat{SBA}=60^\circ$ suy ra $SH=AB.\tan 60^\circ=a\sqrt{3}$. Vậy, $V=\dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2\sqrt{3}=a^3$.

Chọn đáp án C □

Câu 37. Cho x,y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2+9y^2=6xy$. Tính $M=\dfrac{1+\log_{12}x+\log_{12}y}{2\log_{12}(x+3y)}$.

A $M=\dfrac{1}{4}$. B $M=1$. C $M=\dfrac{1}{2}$. D $M=\dfrac{1}{3}$.

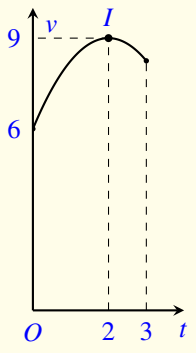
Lời giải.

- Ta có $x^2+9y^2=6xy\Leftrightarrow(x+3y)^2=12xy$ nên $M=\dfrac{1+\log_{12}x+\log_{12}y}{2\log_{12}(x+3y)}=\dfrac{\log_{12}(12xy)}{\log_{12}(x+3y)^2}=1$.

Chọn đáp án B □

Câu 38.

Một vật chuyển động trong 3 giờ đầu với vận tốc $v\,(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t\,(\text{h})$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



A $s=24{,}25\,\text{km}$. B $s=26{,}75\,\text{km}$.

C $s=24{,}75\,\text{km}$. D $s=25{,}25\,\text{km}$.

Lời giải.

- Ta có $v(t)=-\dfrac{3}{4}t^2+3t+6$.

- Quãng đường đi được $s=\int\limits_0^3 v(t)\,\mathrm{d}t=24,75$.

Chọn đáp án C

Câu 39. Cho số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z+2+i=|z|$. Tính $S=4a+b$.

A $S=4$. B $S=2$. C $S=-2$. D $S=-4$.

Lời giải.

- Ta có $\begin{cases}a+2=\sqrt{a^2+b^2}\\ b+1=0\end{cases}$. Giải ra ta được $b=-1, a=-\dfrac{3}{4}$.

Chọn đáp án D

Câu 40. Cho $F(x)=(x-1)\mathrm{e}^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\mathrm{e}^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\mathrm{e}^{2x}$.

A $\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=(4-2x)\mathrm{e}^x+C$. B $\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=\dfrac{2-x}{2}\mathrm{e}^x+C$.

C $\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=(2-x)\mathrm{e}^x+C$. D $\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=(x-2)\mathrm{e}^x+C$.

Lời giải.

- Ta có $f(x)\mathrm{e}^{2x}=F'(x)=x\mathrm{e}^x$.
- Suy ra $\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{2x}.f(x)-2\int f(x)\mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x=x\mathrm{e}^x-2(x-1)\mathrm{e}^x=(2-x)\mathrm{e}^x+C$

Chọn đáp án C

Câu 41. Đầu năm 2016, ông A thành lập một công ty. Tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong năm 2016 là 1 tỷ đồng. Biết rằng cứ sau mỗi năm thì tổng số tiền dùng để trả lương cho nhân viên trong năm đó tăng thêm 15% so với năm trước. Hỏi năm nào dưới đây là năm đầu tiên mà tổng số tiền ông A dùng để trả lương cho nhân viên trong cả năm lớn hơn 2 tỷ đồng?

A Năm 2023. B Năm 2022. C Năm 2021. D Năm 2020.

Lời giải.

- Áp dụng công thức $(1+0,15)^m>2\Leftrightarrow m>4,9594$. Vậy sau 5 năm tức là năm 2021.

Chọn đáp án C

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

(A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 5.

Lời giải.

- Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.

Chọn đáp án C □

Câu 43. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $3a$. Hình nón (N) có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của (N).

(A) $S_{\text{xq}}=6\pi a^2$. (B) $S_{\text{xq}}=3\sqrt{3}\pi a^2$. (C) $S_{\text{xq}}=12\pi a^2$. (D) $S_{\text{xq}}=6\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải.

- Bán kính đáy $R=\dfrac{2}{3}.\dfrac{3a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$.
- Suy ra diện tích xung quanh $S_{\text{xq}}=\pi Rl=\pi a\sqrt{3}.3a=\pi a^2 3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 44. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+2-i|=2\sqrt{2}$ và $(z-1)^2$ là số thuần ảo?

(A) 0. (B) 4. (C) 3. (D) 2.

Lời giải.

- Ta có hệ $\begin{cases}(x+2)^2+(y-1)^2=8\\(x-1)^2-y^2=0\end{cases}$. Giải ra ta được 3 cặp nghiệm.

Chọn đáp án C □

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=-mx$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-m+2$ tại ba điểm phân biệt A,B,C sao cho $AB=BC$.

(A) $m\in(-\infty;3)$. (B) $m\in(-\infty;-1)$. (C) $m\in(-\infty;+\infty)$. (D) $m\in(1;+\infty)$.

Lời giải.

- Để đường thẳng $y=-mx$ cắt đồ thị hàm số $(C): y=x^3-3x^2-m+2$ tại ba điểm phân biệt là phương trình hoành độ giao điểm $(x-1)(x^2-2x-2+m)=0$ có ba nghiệm phân biệt, giải ra ra được $m<3$.
- Nhận thấy (C) có điểm uốn $U(1;-m)$ luôn thuộc đường thẳng $y=-mx$ nên để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì $m<3$.

Chọn đáp án A

Câu 46. Xét các số thực dương a,b thỏa mãn $\log_2\dfrac{1-ab}{a+b}=2ab+a+b-3$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P=a+2b$.

A $P_{\min}=\dfrac{2\sqrt{10}-3}{2}$. B $P_{\min}=\dfrac{3\sqrt{10}-7}{2}$. C $P_{\min}=\dfrac{2\sqrt{10}-1}{2}$. D $P_{\min}=\dfrac{2\sqrt{10}-5}{2}$.

Lời giải.

- Giả thiết tương đương với $\log_2(2-2ab)+(2-2ab)=\log_2(a+b)+(a+b)\Leftrightarrow 2-2ab=a+b$ do hàm $f(t)=\log_2 t+t$ đồng biến trên tập xác định.
- Rút a theo b thay vào P, khi đó $P_{\min}=\dfrac{2\sqrt{10}-3}{2}$.

Chọn đáp án A

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;6;2)$, $B(2;-2;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z=0$. Xét đường thẳng d thay đổi thuộc (P) và đi qua B, gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d. Biết rằng khi d thay đổi thì H thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính R của đường tròn đó.

A $R=\sqrt{6}$. B $R=2$. C $R=1$. D $R=\sqrt{3}$.

Lời giải.

- Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(3;2;1)$ và bán kính $R'=\sqrt{18}$.
- H luôn thuộc mặt phẳng (P) và mặt cầu đường kính AB.
- Khoảng cách từ I đến (P) là $d=2\sqrt{3}$. Từ đó suy ra $R=\sqrt{6}$.

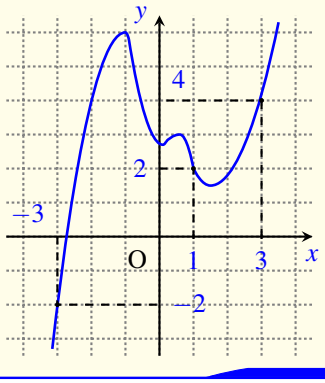
Chọn đáp án A

Câu 48.

Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x)=2f(x)-(x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $g(-3)>g(3)>g(1)$. B $g(1)>g(-3)>g(3)$.

C $g(3)>g(-3)>g(1)$. D $g(1)>g(3)>g(-3)$.



Lời giải.

- Ta có $g'(x)=2\left(f'(x)-(x+1)\right)$.
- Từ $g(3)-g(1)=\displaystyle\int_1^3 g'(x)\,\mathrm{d}x=2\int_1^3\left(f'(x)-(x+1)\right)\mathrm{d}x<0$ suy ra $g(3)<g(1)$.
- Tương tự $g(3)-g(-3)=\displaystyle\int_{-3}^3 g'(x)\,\mathrm{d}x=2\int_{-3}^3\left(f'(x)-(x+1)\right)\mathrm{d}x>0$ suy ra $g(-3)<g(3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 49. Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB=x$ và các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A $x=\sqrt{6}$. B $x=\sqrt{14}$. C $x=3\sqrt{2}$. D $x=2\sqrt{3}$.

Lời giải.

- Gọi M,N lần lượt là trung điểm của CD,AB. Khi đó ta tính được $AM=BM=3$, suy ra $MN=\sqrt{9-\dfrac{x^2}{4}}$.
- Gọi h là chiều cao của khối chóp hạ từ đỉnh A, ta có $h=\dfrac{x.\sqrt{9-\dfrac{x^2}{4}}}{3}$ và $h_{\max}$ khi $x=3\sqrt{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 50. Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 4, hình trụ (H) có chiều cao bằng 4 và hai đường tròn đáy nằm trên (S). Gọi V_1 là thể tích của khối trụ (H) và V_2 là thể tích của khối cầu (S). Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{9}{16}$. B $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{3}$. C $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{3}{16}$. D $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải.

- Ta có $V_2=\dfrac{256\pi}{3}$.
- Bán kính đáy của trụ $r=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$, suy ra $V_1=4.\pi(2\sqrt{3})^2=48\pi$.

Chọn đáp án A □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 46

1. D	2. A	3. B	4. C	5. D	6. A	7. A	8. D	9. B	10. B	11. A	12. C
13. C	14. A	15. D	16. D	17. B	18. D	19. B	20. B	21. C	22. D	23. C	24. D

25. B	26. A	27. D	28. B	29. B	30. A	31. D	32. C	33. A	34. D	35. B	36. C
37. B	38. C	39. D	40. C	41. C	42. C	43. B	44. C	45. A	46. A	47. A	48. D
49. C	50. A										

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲTHI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 103
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Cho hàm số $y=(x-2)(x^2+1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) (C) cắt trục hoành tại hai điểm.
(B) (C) cắt trục hoành tại một điểm.
(C) (C) không cắt trục hoành.
(D) (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Lời giải.

$(C)\cap Ox \Leftrightarrow y=0 \Leftrightarrow x=2$

Chọn đáp án (B) □

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-6=0$. Điểm nào dưới đây **không**thuộc (α)?

(A) $N(2;2;2)$. (B) $Q(3;3;0)$. (C) $P(1;2;3)$. (D) $M(1;-1;1)$.

Lời giải.

Thay tọa độ của M vào phương trình mặt phẳng (α) ta được $1-1+1-6=-5\neq 0 \Rightarrow M\notin(\alpha)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+1, \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.
(B) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.
(C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.
(D) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải.

Vì $f'(x)=x^2+1>0, \forall x\in\mathbb{R}$ nên Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

Chọn đáp án (D) □

Câu 4. Tìm nghiệm của phương trình $\log_{25}(x+1)=\dfrac{1}{2}$.

(A) $x=-6$. (B) $x=6$. (C) $x=4$. (D) $x=\dfrac{23}{2}$.

Lời giải.

Điều kiện $x>-1$. Phương trình tương đương với $x+1=25^{\frac{1}{2}}=5\Rightarrow x=4$

Chọn đáp án C □

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	2	↗	4	↘	5	↗	2

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số có bốn điểm cực trị. (B) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

(C) Hàm số không có cực đại. (D) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-5$.

Lời giải.

Nhìn bảng biến thiên ta dễ dàng thấy được hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$

Chọn đáp án B □

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$. Tính bán kính R của (S).

(A) $R=3$. (B) $R=18$. (C) $R=9$. (D) $R=6$.

Lời giải.

Bán kính $R=\sqrt{9}=3$

Chọn đáp án A □

Câu 7. Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=-2-5i$. Tìm phần ảo b của số phức $z=z_1-z_2$.

(A) $b=-2$. (B) $b=2$. (C) $b=3$. (D) $b=-3$.

Lời giải.

$z=z_1-z_2=1-3i-(-2-5i)=3+2i\Rightarrow b=2$

Chọn đáp án B □

Câu 8. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\sin x$.

(A) $\int 2\sin x\,\mathrm{d}x=2\cos x+C$. (B) $\int 2\sin x\,\mathrm{d}x=\sin^2 x+C$.

(C) $\int 2\sin x\,\mathrm{d}x=\sin 2x+C$. **(D)** $\int 2\sin x\,\mathrm{d}x=-2\cos x+C$.

Lời giải.

Ta có $\int 2\sin x\,\mathrm{d}x=2\int \sin x\,\mathrm{d}x=-2\cos x+C$

Chọn đáp án (D) □

Câu 9. Cho số phức $z=2-3i$. Tìm phần thực a của z.

(A) $a=2$. (B) $a=3$. (C) $a=-3$. (D) $a=-2$.

Lời giải.

$a=2$

Chọn đáp án (A) □

Câu 10. Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I=\log_{\frac{a}{2}}\left(\dfrac{a^2}{4}\right)$.

(A) $I=\dfrac{1}{2}$. **(B)** $I=2$. (C) $I=-\dfrac{1}{2}$. (D) $I=-2$.

Lời giải.

$I=\log_{\frac{a}{2}}\left(\dfrac{a}{2}\right)^2=2\log_{\frac{a}{2}}\left(\dfrac{a}{2}\right)=2$ (vì $a\neq 2$)

Chọn đáp án (B) □

Câu 11. Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+1)-\log_3(x-1)=1$.

(A) $S=\{4\}$. (B) $S=\{3\}$. (C) $S=\{-2\}$. (D) $S=\{1\}$.

Lời giải.

Điều kiện $x>1$.

Phương trình tương đương với $\log_3\dfrac{2x+1}{x-1}=1\Leftrightarrow\dfrac{2x+1}{x-1}=3\Leftrightarrow 2x+1=3x-3\Rightarrow x=4$

Chọn đáp án (A) □

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C, AB vuông góc với mặt phẳng (BCD), $AB=5a$, $BC=3a$ và $CD=4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện

$ABCD$.

(A) $R=\dfrac{5a\sqrt{2}}{3}$. (B) $R=\dfrac{5a\sqrt{3}}{3}$. **(C)** $R=\dfrac{5a\sqrt{2}}{2}$. (D) $R=\dfrac{5a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Có $DB=5a\Rightarrow R=\sqrt{\left(\dfrac{DB}{2}\right)^2+\left(\dfrac{AB^2}{2}\right)}=\dfrac{5a\sqrt{2}}{2}$

Chọn đáp án (C) □

Câu 13. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x+2x$ thỏa mãn $F(0)=\dfrac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

(A) $F(x)=\mathrm{e}^x+x^2+\dfrac{3}{2}$. (B) $F(x)=2\mathrm{e}^x+x^2-\dfrac{1}{2}$.

(C) $F(x)=\mathrm{e}^x+x^2+\dfrac{5}{2}$. **(D)** $F(x)=\mathrm{e}^x+x^2+\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int(\mathrm{e}^x+2x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+x^2+C\Rightarrow F(0)=1+C=\frac{3}{2}\Rightarrow C=\frac{1}{2}\Rightarrow F(x)=\mathrm{e}^x+x^2+\frac{1}{2}$

Chọn đáp án (D) □

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị thực x, y sao cho $x^2-1+yi=-1+2i$.

(A) $x=-\sqrt{2}, y=2$. (B) $x=\sqrt{2}, y=2$. **(C)** $x=0, y=2$. (D) $x=\sqrt{2}, y=-2$.

Lời giải.

Có $x^2-1+yi=-1+2i\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-1=-1\\ y=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=0\\ y=2\end{cases}$

Chọn đáp án (C) □

Câu 15. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-2;3]$.

(A) $m=\dfrac{51}{4}$. (B) $m=\dfrac{49}{4}$. (C) $m=13$. (D) $m=\dfrac{51}{2}$.

Lời giải.

Có $y'=4x^3-2x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.\Rightarrow\min y=\dfrac{51}{4}$ tại $x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Chọn đáp án A □

Câu 16. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA=4$, $AB=6$, $BC=10$ và $CA=8$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

(A) $V=40$. (B) $V=192$. (C) $V=32$. (D) $V=24$.

Lời giải.

Nửa chu vi của tam giác ABC là $p=12 \Rightarrow S_{\Delta ABC}=\sqrt{p(p-6)(p-10)(p-8)}=24 \Rightarrow V=\frac{1}{3}.24.4=32$

Chọn đáp án C □

Câu 17. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+6=0$. Tính $P=\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}$.

(A) $P=\frac{1}{6}$. (B) $P=\frac{1}{12}$. (C) $P=-\frac{1}{6}$. (D) $P=6$.

Lời giải.

Phương trình $z^2-z+6=0$ có nghiệm $\left[\begin{array}{l} z_1=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{23}}{2}i \\ z_2=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{23}}{2}i \end{array}\right. \Rightarrow P=\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}=\frac{1}{6}$

Chọn đáp án A □

Câu 18. Cho $\int\limits_0^1\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)\mathrm{d}x=a\ln 2+b\ln 3$ với a,b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a+b=2$. (B) $a-2b=0$. (C) $a+b=-2$. (D) $a+2b=0$.

Lời giải.

$\int\limits_0^1\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)\mathrm{d}x=(\ln|x+1|-\ln|x+2|)\Big|_0^1=2\ln 2-\ln 3 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} a=2 \\ b=-1. \end{array}\right. \Rightarrow a+2b=0.$

Chọn đáp án D □

Câu 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$, $B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB và song song với d?

(A) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{2}$.
(B) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$.
(C) $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.
(D) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Lời giải.

Trung điểm của đoạn AB là $M(0;1;-1)$, xét d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-1;2)$

$\Rightarrow$ phương trình đường thẳng qua M và song song với d là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x-y+2z+4=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α)

(A) $3x+y-2z-14=0$.
(B) $3x-y+2z+6=0$.
(C) $3x-y+2z-6=0$.
(D) $3x-y-2z+6=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng song song với (α) và qua điểm M là $3x-y+2z-6=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 21. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

(A) $V=\dfrac{\pi e^2}{2}$.
(B) $V=\dfrac{\pi\left(e^2+1\right)}{2}$.
(C) $V=\dfrac{e^2-1}{2}$.
(D) $V=\dfrac{\pi\left(e^2-1\right)}{2}$.

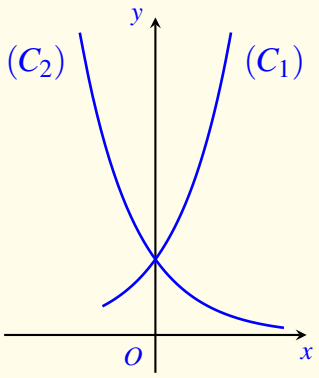
Lời giải.

$$V=\pi\int_0^1 (e^x)^2\,\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}e^{2x}\Big|_0^1=\frac{\pi\left(e^2-1\right)}{2}$$

Chọn đáp án D □

Câu 22. Cho hai hàm số $y=a^x$, $y=b^x$

với a,b là hai số thực dương khác 1, lần lượt có đồ thị là (C_1) và (C_2) như hình bên.Mệnh đề nào dưới đây đúng?



(A) $0<a<b<1$.
(B) $0<b<1<a$.
(C) $0<a<1<b$.
(D) $0<b<a<1$.

Lời giải.

Theo hình vẽ ta có hàm $y=a^x$ đồng biến $\Rightarrow a>1$ và hàm số $y=b^x$ nghịch biến $\Rightarrow b<1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 23. Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

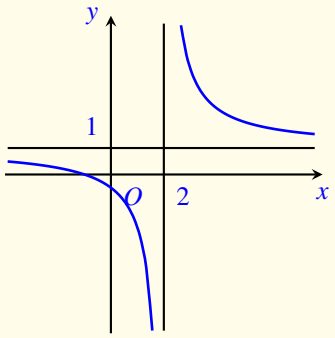
(A) 4 mặt phẳng. (B) 1 mặt phẳng. (C) 2 mặt phẳng. (D) 3 mặt phẳng.

Lời giải.

4 mặt phẳng

Chọn đáp án (A) □

Câu 24. Đường cong ở hình bên



là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$
với a,b,c,d là các số thực.
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $y'<0,\forall x\neq 2$.
(B) $y'<0,\forall x\neq 1$.
(C) $y'>0,\forall x\neq 2$.
(D) $y'>0,\forall x\neq 1$.

Lời giải.

Theo hình vẽ ta có hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định và có tiệm cận đứng là $x=2\Rightarrow y'<0,\forall x\neq 2$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 25. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

(A) $r=\dfrac{5\sqrt{2\pi}}{2}$. (B) $r=5$. (C) $r=5\sqrt{\pi}$. (D) $r=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $S_{xq}=2\pi.r.l=2\pi.r.2r=50\pi \Rightarrow r=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(2;1;0)$ và $\vec{b}=(-1;0;-2)$. Tính $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$.

(A) $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{2}{25}$. (B) $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=-\dfrac{2}{5}$.

(C) $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=-\dfrac{2}{25}$. (D) $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{2}{5}$.

Lời giải.

Ta có $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.\left|\vec{b}\right|}=\dfrac{2.(-1)+1.0+0.(-2)}{\sqrt{5}.\sqrt{5}}=-\dfrac{2}{5}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 27. Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

(A) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. (B) $y=\dfrac{1}{x^2+x+1}$. (C) $y=\dfrac{1}{x^4+1}$. (D) $y=\dfrac{1}{x^2+1}$.

Lời giải.

Hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ có mẫu thức có nghiệm $x=0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng.

Chọn đáp án (A) □

Câu 28. Cho $\log_3 a=2$ và $\log_2 b=\dfrac{1}{2}$. Tính $I=2\log_3\left[\log_3(3a)\right]+\log_{\frac{1}{4}} b^2$.

(A) $I=\dfrac{5}{4}$. (B) $I=4$. (C) $I=0$. (D) $I=\dfrac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $I=2\log_3\left[\log_3(3a)\right]+\log_{\frac{1}{4}} b^2=2\log_3\left(\log_3 3+\log_3 a\right)+\log_{2^{-2}} b^2$

$\Rightarrow I=2\log_3(1+2)-\dfrac{1}{2}.2\log_2 b=2\log_3 3-\log_2 b=2-\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 29. Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.

(A) $Q = b^2$. (B) $Q = b^{\frac{5}{9}}$. (C) $Q = b^{-\frac{4}{3}}$. **D** $Q = b^{\frac{4}{3}}$.

Lời giải.

Ta có $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b} = b^{\frac{5}{3}} : b^{\frac{1}{3}} = b^{\frac{5}{3}-\frac{1}{3}} = b^{\frac{4}{3}}$

Chọn đáp án D □

Câu 30. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

B Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

(C) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

(D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Lời giải.

Xét hàm số có $y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2-1) \Rightarrow y' > 0 \Leftrightarrow 4x(x^2-1) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1;0) \cup (1;+\infty)$ $\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 31. Cho hàm số $y = \dfrac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

(A) 5. (B) 4. (C) Vô số. **D** 3.

Lời giải.

Xét hàm số $y = \dfrac{mx-2m-3}{x-m} \Rightarrow y' = \dfrac{-m^2+2m+3}{(x-m)^2}$ hàm số đồng biến trên các khoảng xác định $\Leftrightarrow y' > 0 \Leftrightarrow -m^2+2m+3 > 0 \Leftrightarrow m \in (-1;3) \Rightarrow m = -2;-1;0 \Rightarrow$ Tập S có 3 phần tử nguyên.

Chọn đáp án D □

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

(A) $m \geq 0$. **B** $m < 0$. (C) $m \leq 2$. (D) $m > 2$.

Lời giải.

Hàm số $y = \log(x^2 - 2x - m + 1)$ xác định $\Leftrightarrow x^2 - 2x - m + 1 > 0$

Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow$ bất phương trình $x^2 - 2x - m + 1 > 0$ xảy ra với mọi x

$\Leftrightarrow \Delta = 4+4(m-1) < 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Chọn đáp án B

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y-z-4=0$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với (P) tại điểm H. Tìm tọa độ điểm H.

A $H(-1;4;4)$. B $H(-3;0;-2)$. C $H(3;0;2)$. D $H(1;-1;0)$.

Lời giải.

H là hình chiếu của điểm I lên mặt phẳng (P). Xét (P) có một vtpt là $\vec{n} = (2;-2;-1)$

Phương trình đường thẳng qua I và vuông góc với (P) là $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-3}{-1}$

Tọa độ H là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x-2y-z-4=0 \\ \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-3}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=0 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow H(3;0;2)$

Chọn đáp án C

Câu 34. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A $V = \dfrac{a^3}{2}$. B $V = a^3$. C $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{9}$. D $V = \dfrac{a^3}{3}$.

Lời giải.

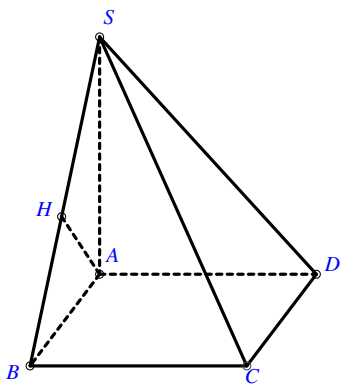
Gọi H là chân đường vuông góc của A lên cạnh SB

Ta có $SA \perp BC$ và $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

Mà $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A,(SBC)) = AH = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Xét ΔSAB vuông tại A có AH là đường cao $\Rightarrow \dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AB^2}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{a^2/2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{SA^2} \Rightarrow SA = a$

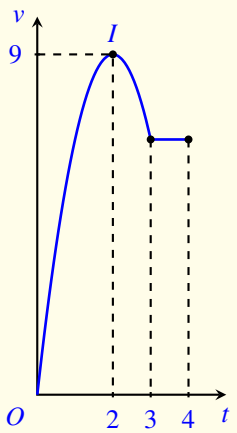


Diện tích đáy $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2 \Rightarrow$ thể tích khối chóp $S.ABCD$ $V = \dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a.a^2 = \dfrac{a^3}{3}$.

Chọn đáp án D

Câu 35. Một vật chuyển động trong 4 giờ

với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó.



(A) $s = 26,5$ km. (B) $s = 28,5$ km. (C) $s = 27$ km. (D) $s = 24$ km.

Lời giải.

Theo giả thiết, đỉnh của parabol là $I(2;9)$ nên phương trình của nó có dạng $y = 9 - a(x-2)^2$. Và do parabol đi qua gốc tọa độ nên $a = \dfrac{9}{4}$. Phần đoạn thẳng trong đồ thị có phương trình $y = \dfrac{27}{4}$ $(3 \le x \le 4)$. Quãng đường mà vật di chuyển được trong 4 giờ là $s = \displaystyle\int_0^3 \left(-\frac{9}{4}x^2 + 9x\right) \mathrm{d}x + \int_3^4 \frac{27}{4} \mathrm{d}x = 27$.

Chọn đáp án C □

Câu 36 (2H3K3). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng d : $\begin{cases} x = 2+3t \\ y = -3+t \\ z = 4-2t \end{cases}$ và d' : $\dfrac{x-4}{3} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d' đồng thời cách đều hai đường thẳng đó?

(A) $\dfrac{x-3}{3} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-2}{-2}$. (B) $\dfrac{x+3}{3} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z+2}{-2}$.

(C) $\dfrac{x+3}{3} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+2}{-2}$. (D) $\dfrac{x-3}{3} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-2}{-2}$.

Lời giải.

Từ giả thiết, d song song với d', d đi qua điểm $A(2;-3;4)$ và d' đi qua điểm $B(4;-1;0)$. Đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán là đường thẳng song song với d và đi qua trung điểm $M(3;-2;2)$ của AB.

Chọn đáp án A □

Câu 37. Cho $F(x)=-\dfrac{1}{3x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số $\dfrac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

(A) $\displaystyle\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=\frac{\ln x}{x^3}+\frac{1}{5x^5}+C$.
(B) $\displaystyle\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=\frac{\ln x}{x^3}-\frac{1}{5x^5}+C$.
(C) $\displaystyle\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=\frac{\ln x}{x^3}+\frac{1}{3x^3}+C$.
(D) $\displaystyle\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=-\frac{\ln x}{x^3}+\frac{1}{3x^3}+C$.

Lời giải.

Từ giả thiết, $\dfrac{f(x)}{x}=(F(x))'=\left(-\dfrac{1}{3x^3}\right)'=\dfrac{1}{x^4}$. Suy ra $f(x)=\dfrac{1}{x^3}$.

Để tính $\displaystyle\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x$, dùng tích phân từng phần với $u=\ln x$ và $\mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn $|z+3|=5$ và $|z-2i|=|z-2-2i|$. Tính $|z|$.

(A) $|z|=17$. (B) $|z|=\sqrt{17}$. **(C)** $|z|=\sqrt{10}$. (D) $|z|=10$.

Lời giải.

Đặt $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$. Dùng công thức tính mô-đun của số phức biến đổi giả thiết đã cho thành hệ phương trình, giải hệ phương trình ta thu được a,b và tính được $|z|$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 39. Đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2+5$ có hai điểm cực trị A và B. Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

(A) $S=9$. (B) $S=\dfrac{10}{3}$. **(C)** $S=5$. (D) $S=10$.

Lời giải.

Hai điểm cực tiểu và cực đại lần lượt là $A(0;5)$ và $B(2;9)$. Diện tích $S=\dfrac{1}{2}\cdot 2\cdot 5=5$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 40. Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=a$ và $\widehat{ACB}=30^\circ$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC.

(A) $V=\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. (B) $V=\sqrt{3}\pi a^3$. (C) $V=\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. (D) $V=\pi a^3$.

Lời giải.

Khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC có bán kính đáy là $AB=a$, đường cao là $AC=\sqrt{3}a$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 41. Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{1}{2}t^3+6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A 24 m/s. B 108 m/s. C 18 m/s. D 64 m/s.

Lời giải.

Vận tốc $v=v(t)=s'=-\frac{3}{2}t^2+12t$. Ta cần tìm giá trị lớn nhất của hàm $v(t)$ với $t\in[0;6]$. Dễ tính được giá trị lớn nhất đó bằng 24 m/s, đạt được tại thời điểm $t=4$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2^2 x-2\log_2 x+3m-2<0$ có nghiệm thực.

A $m<1$. B $m<\frac{2}{3}$. C $m<0$. D $m\le 1$.

Lời giải.

Đặt $t=\log_2 x$. Với mỗi giá trị của t, luôn có một giá trị x tương ứng. Bất phương trình đã cho trở thành $t^2-2t+3m-2<0$; $\Delta'=3-3m$.
Vì hệ số $a=1>0$, bất phương trình $t^2-2t+3m-2<0$ có nghiệm $\Leftrightarrow\Delta'>0\Leftrightarrow m<1$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 43. Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2+b^2=8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $\log(a+b)=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$. B $\log(a+b)=1+\log a+\log b$.
C $\log(a+b)=\frac{1}{2}(1+\log a+\log b)$. D $\log(a+b)=\frac{1}{2}+\log a+\log b$.

Lời giải.

$a^2+b^2=8ab\Leftrightarrow(a+b)^2=10ab\Leftrightarrow\log(a+b)^2=\log(10ab)\Leftrightarrow\log(a+b)=\frac{1}{2}(1+\log a+\log b)$

Chọn đáp án C ☐

Câu 44. Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC). Tính $\cos\alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

(A) $\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$. (B) $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. (D) $\cos\alpha=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm BC và H là chân đường cao kẻ từ A xuống SI, theo giả thiết ta có $AH=3$ và $\widehat{SIA}=\alpha$. Xét các tam giác vuông AHI, SAI (tương ứng vuông tại H và A), có $AI=\dfrac{AH}{\sin\alpha}=\dfrac{3}{\sin\alpha}$, $HI=\dfrac{AH}{\tan\alpha}=\dfrac{3}{\tan\alpha}$. Suy ra $SI=\dfrac{AI^2}{HI}=\dfrac{3}{\cos\alpha\cdot\sin\alpha}$. Diện tích tam giác SBC là $\dfrac{1}{2}SI\cdot BC=\dfrac{1}{2}SI\cdot 2AI=\dfrac{9}{\sin^2\alpha\cdot\cos\alpha}$.
Để thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất thì $S_{\triangle SBC}$ phải nhỏ nhất, tức là $\sin^2\alpha\cdot\cos\alpha$ lớn nhất. Đặt $t=\cos\alpha$, với $0\le t\le 1$, khi đó $\sin^2\alpha\cdot\cos\alpha=(1-\cos^2\alpha)\cos\alpha=t-t^3=f(t)$. Khảo sát hàm số $f(t)$ trên $[0;1]$, ta tìm được $\max\limits_{[0;1]}f(t)=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^4-2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

(A) $m>0$. (B) $m<1$. (C) $0<m<\sqrt[3]{4}$. (D) $0<m<1$.

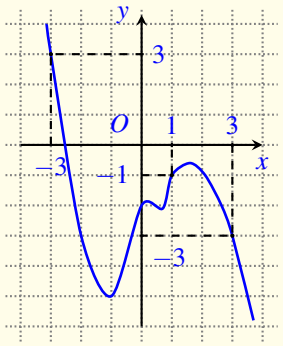
Lời giải.

$y'=4x^3-4mx=0\Leftrightarrow 4x(x^2-m)=0$.
Hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $m>0$.
Tìm được ba điểm cực trị là $O(0;0)$, $A(\sqrt{m};-m^2)$, $B(-\sqrt{m};-m^2)$.
Gọi H là trung điểm AB thì diện tích tam giác OAB là $\dfrac{1}{2}OH\cdot AB=\dfrac{1}{2}\cdot 2\sqrt{m}\cdot m^2$. Diện tích tam giác phải lớn hơn 0 và nhỏ hơn 1 theo yêu cầu bài toán, suy ra $0<m<1$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$.

Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên.
Đặt $g(x)=2f(x)+x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



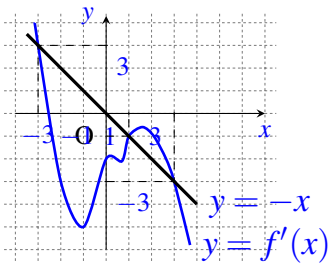
(A) $g(3)<g(-3)<g(1)$. (B) $g(1)<g(3)<g(-3)$.

Ⓒ $g(1) < g(-3) < g(3)$. Ⓓ $g(-3) < g(3) < g(1)$.

Lời giải.

Ta có $g'(x) = 2f'(x) + 2x = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -x$.

Từ hình bên suy ra $g'(x) = 0$ tại $x = -3, x = 1$ hoặc $x = 3$.
Hơn nữa, trong khoảng $(-3;1)$ đồ thị $y = f'(x)$ nằm dưới đồ thị $y = -x$ nên $g'(x)$ âm trong khoảng $(-3;1)$. Xét tương tự trong khoảng $(1;3)$, ta được bảng biến thiên của $g(x)$ như sau.



x	-3		1		3
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$g(-3)$	↘	$g(1)$	↗	$g(3)$

Cần so sánh $g(-3)$ với $g(3)$. Ta có:

$$g(3) - g(-3) = \int_{-3}^{3} g'(x)\,dx = 2\int_{-3}^{3} \left[f'(x) + x\right] dx =$$

$$= -2\int_{-3}^{1} \left[(-x) - f'(x)\right] dx + 2\int_{1}^{3} \left[f'(x) - (-x)\right] dx = 2(-S_1 + S_2) < 0 \Rightarrow g(3) < g(-3),$$

trong đó S_1, S_2 là diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = -x$, tương ứng khi $-3 < x < 1$ và $1 < x < 3$.

Chọn đáp án Ⓑ ☐

Câu 47. Cho hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy một góc 60°. Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) được thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Tính thể tích V của khối nón giới hạn bởi (N).

Ⓐ $V = 9\sqrt{3}\pi$. Ⓑ $V = 9\pi$. Ⓒ $V = 3\sqrt{3}\pi$. Ⓓ $V = 3\pi$.

Lời giải.

Thiết diện qua trục của (N) là tam giác cân ở đỉnh, đường sinh tạo với đáy một góc 60° suy ra thiết diện tam giác đều.
Tam giác đều có tâm đường tròn nội tiếp trùng với trọng tâm, từ đó tính được cạnh của tam giác thiết diện là $\dfrac{6}{\sqrt{3}}$ và đường cao là 3. $V = \dfrac{1}{3}\pi \cdot \left(\dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{6}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot 3 = 3\pi$.

Chọn đáp án Ⓓ ☐

Câu 48. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+3i|=\sqrt{13}$ và $\dfrac{z}{z+2}$ là số thuần ảo?

(A) Vô số. (B) 2. (C) 0. **D** 1.

Lời giải.

Đặt $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$. $|z+3i|=\sqrt{13}\Leftrightarrow a^2+(b+3)^2=13$.

Do đó, $\dfrac{z}{z+2}=\dfrac{a^2+b^2+2a+2bi}{(a+2)^2-b^2}$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2+2a=0\\ z\neq -2\end{cases}$.

Giải hệ phương trình $\begin{cases}a^2+(b+3)^2=13\\ a^2+b^2+2a=0\end{cases}$ ta được $z=-2$(loại) và $z=-\dfrac{1}{5}+\dfrac{3}{5}i$

Chọn đáp án D □

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;6)$, $B(0;1;0)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$. Mặt phẳng $(P):ax+by+cz-2=0$ đi qua A,B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$.

A $T=3$. (B) $T=5$. (C) $T=2$. (D) $T=4$.

Lời giải.

Điểm A nằm bên ngoài mặt cầu (S) và điểm B nằm bên trong mặt cầu (S).

Do đó để (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất thì khoảng cách từ tâm I của mặt cầu đến (P) phải lớn nhất, tức là $\overrightarrow{IM}$ phải là véctơ pháp tuyến của (P), với M là trung điểm của đoạn thẳng CD, với C và D là giao điểm của đường thẳng AB với mặt cầu (S).

Viết phương trình đường thẳng AB, tìm giao điểm với mặt cầu, sau đó ta tìm được $M(1;0;2)$ suy ra $\overrightarrow{IM}=(0;-2;-1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) qua $B(0;1;0)$ là $0(x-0)-2(y-1)-1(z-0)=0\Leftrightarrow 2y+z-2=0$

Chọn đáp án A □

Câu 50. Xét hàm số $f(t)=\dfrac{9^t}{9^t+m^2}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $f(x)+f(y)=1$ với mọi số thực x, y thỏa mãn $e^{x+y}\leq e(x+y)$. Tìm số phần tử của S.

(A) 0. (B) 1. (C) Vô số. **D** 2.

Lời giải.

$e^{x+y}\leq e(x+y)\Leftrightarrow e^{x+y-1}\leq x+y\Leftrightarrow e^{x+y-1}-1\leq x+y-1$

Xét $g(t)=e^t-t-1$ với $t\in\mathbb{R}$

$g'(t)=e^t-1=0\Leftrightarrow t=0$. Bảng biến thiên của $g(t)$ như sau.

t	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(t)$		$-$	0	$+$	
$g(t)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy $g(t) \geq 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$, tức là $e^{x+y-1} - 1 \geq x+y-1$, kết hợp với giả thiết suy ra $e^{x+y-1} = x+y \Leftrightarrow x+y = 1$. Từ đó, với $x+y=1$, $f(x)+f(y) = f(x)+f(1-x) = \dfrac{9^x}{9^x+m^2} + \dfrac{9^{1-x}}{9^{1-x}+m^2} = = \dfrac{9^x}{9^x+m^2} + \dfrac{9}{9+9^x \cdot m^2} = \dfrac{m^2u^2+18u+9m^2}{m^2u^2+(m^4+9)u+9m^2}$ với $u = 9^x > 0$.
$f(x)+f(1-x) = 1 \ \forall x \Leftrightarrow m^4+9 = 18 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (D) □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 47

1. B	2. D	3. D	4. C	5. B	6. A	7. B	8. D	9. A	10. B	11. A	12. C
13. D	14. C	15. A	16. C	17. A	18. D	19. C	20. C	21. D	22. B	23. A	24. A
25. D	26. B	27. A	28. D	29. D	30. B	31. D	32. B	33. C	34. D	35. C	36. A
37. C	38. C	39. C	40. A	41. A	42. A	43. C	44. B	45. D	46. B	47. D	48. D
49. A	50. D										

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 104
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

(B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

(C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

(D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Lời giải.

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$, $(2;+\infty)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(-2;0)$, $(0;2)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+(y+2)^2+(z-2)^2=8$. Tìm bán kính R của (S).

(A) $R=8$. (B) $R=4$. (C) $R=2\sqrt{2}$. (D) $R=64$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có bán kính $R=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(0;1;2)$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng AB?

(A) $\vec{b}=(-1;0;2)$. (B) $\vec{c}=(1;2;2)$. (C) $\vec{d}=(-1;1;2)$. (D) $\vec{a}=(-1;0;-2)$.

Lời giải.

$\overrightarrow{AB}=(-1;0;2)$ là một véctơ chỉ phương của đường thẳng AB.

Chọn đáp án (A) □

Câu 4. Cho số phức $z=2+i$. Tính $|z|$.

(A) $|z|=3$. (B) $|z|=5$. (C) $|z|=2$. **(D)** $|z|=\sqrt{5}$.

Lời giải.

$|z|=\sqrt{2^2+1}=\sqrt{5}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 5. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5)=4$.

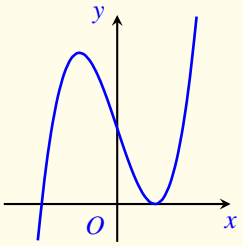
(A) $x=21$. (B) $x=3$. (C) $x=11$. (D) $x=13$.

Lời giải.

Điều kiện: $x-5>0 \Leftrightarrow x>5$.
Pt $\Leftrightarrow x-5=2^4 \Leftrightarrow x=21$ (thỏa điều kiện).

Chọn đáp án (A) □

Câu 6. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



(A) $y=x^3-3x+2$. (B) $y=x^4-x^2+1$.

(C) $y=x^4+x^2+1$. (D) $y=-x^3+3x+2$.

Lời giải.

Dựa vào hình vẽ, ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3 và hệ số $a>0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 7. Hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

(A) 3. **(B)** 0. (C) 2. (D) 1.

Lời giải.

Ta có $y'=-\dfrac{1}{(x+1)^2}<0$, với mọi $x\neq 1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 8. Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\log_2 a = \log_a 2$. (B) $\log_2 a = \dfrac{1}{\log_2 a}$. (C) $\log_2 a = \dfrac{1}{\log_a 2}$. (D) $\log_2 a = -\log_a 2$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 9. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

(A) $\int 7^x \,\mathrm{d}x = 7^x \ln 7 + C$. (B) $\int 7^x \,\mathrm{d}x = \dfrac{7^x}{\ln 7} + C$.

(C) $\int 7^x \,\mathrm{d}x = 7^{x+1} + C$. (D) $\int 7^x \,\mathrm{d}x = \dfrac{7^{x+1}}{x+1} + C$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 10. Tìm số phức z thỏa mãn $z + 2 - 3i = 3 - 2i$.

(A) $z = 1 - 5i$. (B) $z = 1 + i$. (C) $z = 5 - 5i$. (D) $z = 1 - i$.

Lời giải.

Ta có $z + 2 - 3i = 3 - 2i \Leftrightarrow z = 1 + i$.

Chọn đáp án B □

Câu 11. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \left(x^2 - x - 2\right)^{-3}$.

(A) $D = \mathbb{R}$. (B) $D = (0; +\infty)$.

(C) $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. (D) $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x^2 - x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$ và $x \neq 2$.

Chọn đáp án D □

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N.

(A) $m = -6$. (B) $m = 0$. (C) $m = -4$. (D) $m = 2$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{NM}=(3;2;-2)$ và $\overrightarrow{NP}=(2;m-2;1)$.
Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $\overrightarrow{NM}.\overrightarrow{NP}=0\Leftrightarrow m=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 13. Cho số phức $z_1=1-2i$, $z_2=-3+i$. Tìm điểm biểu diễn số phức $z=z_1+z_2$ trên mặt phẳng tọa độ.

A $N(4;-3)$. B $M(2;-5)$. C $P(-2;-1)$. D $Q(-1;7)$.

Lời giải.

Ta có $z=z_1+z_2=-2-i$.

Chọn đáp án C □

Câu 14. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{x^2+1}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A $V=\dfrac{4\pi}{3}$. B $V=2\pi$. C $V=\dfrac{4}{3}$. D $V=2$.

Lời giải.

Ta có $V=\pi\displaystyle\int_0^1\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2\mathrm{d}x=\dfrac{4\pi}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy. Véctơ nào dưới đây là véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

A $\vec{u_2}=(1;2;0)$. B $\vec{u_3}=(1;0;0)$. C $\vec{u_4}=(-1;2;0)$. D $\vec{u_1}=(0;2;0)$.

Lời giải.

Ta có $M_1(1;0;0)$ và $M_2(0;2;0)$. Do đó, $\overrightarrow{M_1M_2}=(-1;2;0)$ là một véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2.

Chọn đáp án C □

Câu 16. Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có bao nhiêu tiệm cận?

A 0. B 3. C 1. D 2.

Lời giải.

Ta có $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}=\dfrac{1}{x+2}$. Do đó, đồ thị của hàm số này có một đường tiệm cận đứng $x=-2$ và

một đường tiệm cận ngang $y=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 17. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+4=0$. Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Tính $T=OM+ON$ với O là gốc tọa độ.

A $T=2\sqrt{2}$. B $T=2$. C $T=8$. D $T=4$.

Lời giải.

Giả sử $z_1=2i$ và $z_2=-2i$, ta có $M(0;2)$ và $N(0;-2)$. Do đó, $T=OM+ON=4$.

Chọn đáp án D □

Câu 18. Cho hình nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho.

A $S_{xq}=12\pi$. B $S_{xq}=4\sqrt{3}\pi$. C $S_{xq}=\sqrt{39}\pi$. D $S_{xq}=8\sqrt{3}\pi$.

Lời giải.

$S_{xq}=\pi rl=4\sqrt{3}\pi$

Chọn đáp án B □

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $3^x=m$ có nghiệm thực.

A $m\geq 1$. B $m\geq 0$. C $m>0$. D $m\neq 0$.

Lời giải.

Vì $3^x>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ nên phương trình $3^x=m$ có nghiệm thực khi $m>0$.

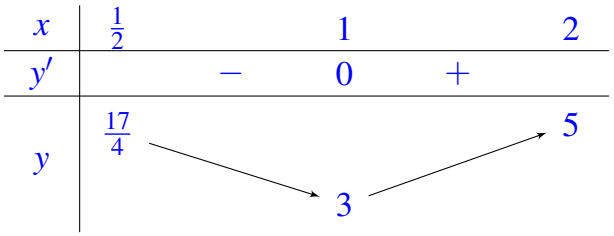
Chọn đáp án C □

Câu 20. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^2+\dfrac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

A $m=\dfrac{17}{4}$. B $m=10$. C $m=5$. D $m=3$.

Lời giải.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$. Ta có $y'=2x-\dfrac{2}{x^2}=\dfrac{2x^3-2}{x^2}$. Bảng biến thiên:



Chọn đáp án D

Câu 21. Cho hàm số $y=\sqrt{2x^2+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

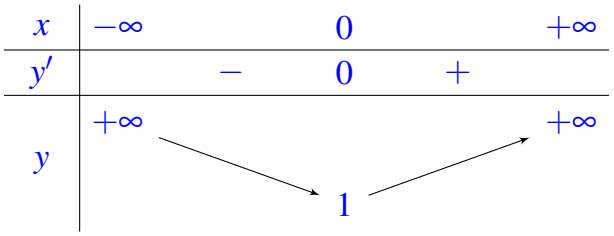
B Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

D Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=\dfrac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}$. Bảng biến thiên:



Chọn đáp án B

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2;3)$?

A $x-2y+3z-12=0$.

B $x-2y-3z+6=0$.

C $x-2y+3z+12=0$.

D $x-2y-3z-6=0$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$ ta được:
$(x-1)-2(y-2)+3(z+3)=0\Leftrightarrow x-2y+3z+12=0$.

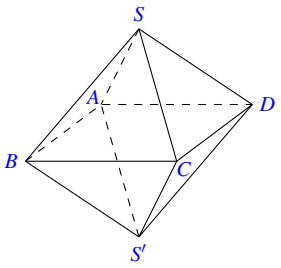
Chọn đáp án C

Câu 23. Cho hình bát diện đều cạnh a. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $S=4\sqrt{3}a^2$. (B) $S=\sqrt{3}a^2$. **(C)** $S=2\sqrt{3}a^2$. (D) $S=8a^2$.

Lời giải.

Hình bát diện đều có 8 mặt đều là các tam giác đều cạnh a nên diện tích $S=8.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=2\sqrt{3}a^2$.

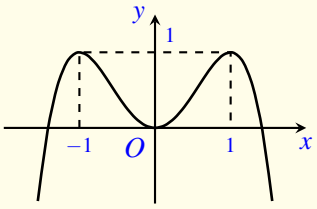


Chọn đáp án C

Câu 24. Cho hàm số $y=-x^4+2x^2$

có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

(A) $m>0$. (B) $0\le m\le 1$. **(C)** $0<m<1$. (D) $m<1$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị, phương trình có bốn nghiệm thực phân biệt khi $0<m<1$.

Chọn đáp án C

Câu 25. Cho $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x=5$. Tính $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}[f(x)+2\sin x]\,\mathrm{d}x$.

(A) 7. (B) $5+\dfrac{\pi}{2}$. (C) 3. (D) $5+\pi$.

Lời giải.

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}[f(x)+2\sin x]\,\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)\,\mathrm{d}x+\int_0^{\frac{\pi}{2}}2\sin x\,\mathrm{d}x=5-2\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=7$$

Chọn đáp án A

Câu 26. Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y=\log_3(x^2-4x+3)$.

(A) $\mathscr{D}=(2-\sqrt{2};1)\cup(3;2+\sqrt{2})$. (B) $\mathscr{D}=(1;3)$.

(C) $\mathscr{D}=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$. (D) $\mathscr{D}=(-\infty;2-\sqrt{2})\cup(2+\sqrt{2};+\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x^2-4x+3>0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$

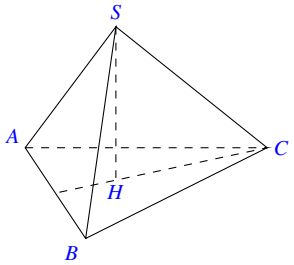
Chọn đáp án C □

Câu 27. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A $V=\dfrac{\sqrt{13}a^3}{12}$. B $V=\dfrac{\sqrt{11}a^3}{12}$. C $V=\dfrac{\sqrt{11}a^3}{6}$. D $V=\dfrac{\sqrt{11}a^3}{4}$.

Lời giải.

Gọi H là trọng tâm tam giác ABC.
Khi đó SH là chiều cao của khối chóp.



Ta có: $CH=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$, $SH=\sqrt{SC^2-CH^2}=\dfrac{\sqrt{33}}{3}$.

Do đó $V=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{\sqrt{33}}{3}=\dfrac{\sqrt{11}a^3}{12}$.

Chọn đáp án B □

Câu 28. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin x+\cos x$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=2$.

A $F(x)=\cos x-\sin x+3$. B $F(x)=-\cos x+\sin x+3$.
C $F(x)=-\cos x+\sin x-1$. D $F(x)=-\cos x+\sin x+1$.

Lời giải.

Ta có $F(x)=\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\cos x+\sin x+C$. Mà $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=2$ nên $C=1$.

Chọn đáp án D □

Câu 29. Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x=5\log_2 a+3\log_2 b$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $x=3a+5b$. B $x=5a+3b$. C $x=a^5+b^3$. D $x=a^5b^3$.

Lời giải.

Ta có $\log_2 x=5\log_2 a+3\log_2 b=\log_2 a^5+\log_2 b^3=\log_2(a^5b^3)\Rightarrow x=a^5b^3$.

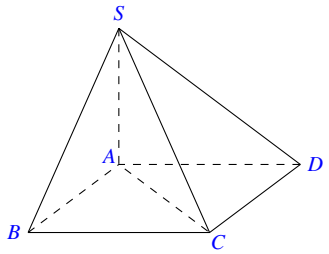
Chọn đáp án D □

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=3a$, $BC=4a$, $SA=12a$ và SA vuông góc với đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

(A) $R=\dfrac{5a}{2}$. (B) $R=\dfrac{17a}{2}$. (C) $R=\dfrac{13a}{2}$. (D) $R=6a$.

Lời giải.

Theo giả thiết ta suy ra $\widehat{SAC}=\widehat{SBC}=\widehat{SDC}=90^\circ$.
Do đó mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$ có đường kính là SC.
Ta có $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=5a$, $SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=13a$.
Vậy $R=\dfrac{SC}{2}=\dfrac{13a}{2}$



Chọn đáp án (C) □

Câu 31. Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x-2.3^{x+1}+m=0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=1$.

(A) $m=6$. (B) $m=-3$. (C) $m=3$. (D) $m=1$.

Lời giải.

Đặt $t=3^x>0$. Phương trình đã cho trở thành: $t^2-6t+m=0$ (*).

Phương trình (*) có hai nghiệm dương khi $\begin{cases}\Delta' & \geq 0\\ S & >0\\ P & >0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m & \leq 9\\ m & >0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m\leq 9$ (**).

Gọi t_1,t_2 là hai nghiệm của (*). Ta có: $x_1=\log_3 t_1$; $x_2=\log_3 t_2$.
Mà $x_1+x_2=1$ nên $\log_3 t_1+\log_3 t_2=1\Rightarrow t_1.t_2=3\Rightarrow m=3$ (thỏa (**)).

Chọn đáp án (C) □

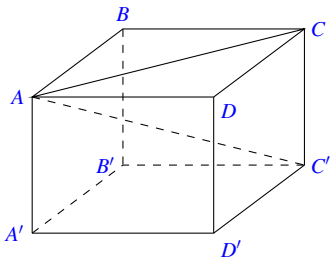
Câu 32. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD=8$, $CD=6$, $AC'=12$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

(A) $S_{tp}=576\pi$. (B) $S_{tp}=10(2\sqrt{11}+5)\pi$.

(C) $S_{tp}=26\pi$. (D) $S_{tp}=5(4\sqrt{11}+5)\pi$.

Lời giải.

Ta có $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=10$,
$CC'=\sqrt{AC'^2-AC^2}=2\sqrt{11}$.
Do đó hình trụ có bán kính đáy là $r=\dfrac{AC}{2}=5$,
đường sinh $l=CC'=2\sqrt{11}$.
Vậy $S_{tp}=2\pi rl+2\pi r^2=10(2\sqrt{11}+5)\pi$.



Chọn đáp án B □

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$, $B(-1;2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a;b;c)$ thuộc d sao cho $MA^2+MB^2=28$, biết $c<0$.

(A) $M(-1;0;-3)$. (B) $M(2;3;3)$.
(C) $M\left(\dfrac{1}{6};\dfrac{7}{6};-\dfrac{2}{3}\right)$. (D) $M\left(-\dfrac{1}{6};-\dfrac{7}{6};-\dfrac{2}{3}\right)$.

Lời giải.

Vì $M\in d$ nên tọa độ M có dạng $M(1+t;2+t;1+2t)$.
Ta có $MA^2+MB^2=28\Leftrightarrow t^2+(t+3)^2+(2t-1)^2+(t+2)^2+t^2+(2t-2)^2=28$
$\Leftrightarrow 12t^2-2t-10=0\Leftrightarrow t=1;t=-\dfrac{5}{6}$.
Với $t=1\Rightarrow M(2;3;3)$ loại vì $c<0$.
Với $t=-\dfrac{5}{6}\Rightarrow M\left(\dfrac{1}{6};\dfrac{7}{6};-\dfrac{2}{3}\right)$ thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C □

Câu 34. Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\dfrac{1}{3}t^3+6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

(A) 144 m/s. (B) 36 m/s. (C) 243 m/s. (D) 27 m/s.

Lời giải.

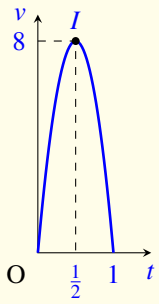
Vận tốc của vật được tính bởi: $v(t)=-t^2+12t$. Ta có $v'(t)=-2t+12$. Bảng biến thiên:

t	0		6		9
v'		+	0	−	
v	0	↗	36	↘	27

Dựa vào bảng biến thiên ta có vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng 36 m/s.

Chọn đáp án B

Câu 35. Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t(h) có đồ thị là một phần của đường parabol với đỉnh $I\left(\frac{1}{2};8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng s đường người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi bắt đầu chạy.



A $s=4,0$ km. B $s=2,3$ km. C $s=4,5$ km. D $s=5,3$ km.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có hàm vận tốc là $v(t)=-32t^2+32t$. Vậy $s=\int_0^{\frac{3}{4}}\left(-32t^2+32t\right)\mathrm{d}t=4,5$ km.

Chọn đáp án C

Câu 36. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=5$ và $|z+3|=|z+3-10i|$. Tìm số phức $w=z-4+3i$.

A $w=-3+8i$. B $w=1+3i$. C $w=-1+7i$. D $w=-4+8i$.

Lời giải.

Gọi $z=x+yi,\ (x,y\in\mathbb{R})$. Từ $|z+3|=|z+3-10i|$, ta có $y=5$, suy ra $x=0$. Vậy $w=-4+8i$.

Chọn đáp án D

Câu 37. Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d:y=(2m-1)x+3+m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$.

A $m=\frac{3}{2}$. B $m=\frac{3}{4}$. C $m=-\frac{1}{2}$. D $m=\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Phương trình d' qua hai cực trị là $y=-2x+1$. Để d,d' vuông góc với nhau thì $-2(2m-1)=-1\Longleftrightarrow m=\frac{3}{4}$.

Chọn đáp án B

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha):2x+3y-z+2=0$?

(A) $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-10=0$. (B) $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0$.

(C) $x^2+y^2+z^2+4x-2y+6z+2=0$. (D) $x^2+y^2+z^2-2x+2y-2z-2=0$.

Lời giải.

$I(2;-1;3)\in(\alpha); IM=IN=IP=4$. Vậy mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z-2=0$.

Chọn đáp án B

Câu 39. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB=AC=a$, $\widehat{BAC}=120^\circ$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60°.Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

(A) $V=\dfrac{3a^3}{8}$. (B) $V=\dfrac{9a^3}{8}$. (C) $V=\dfrac{a^3}{8}$. (D) $V=\dfrac{3a^3}{4}$.

Lời giải.

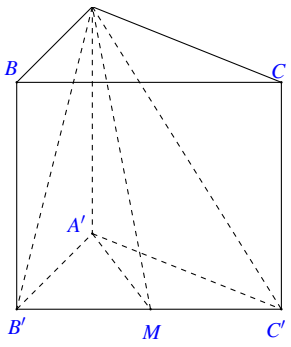
$S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi M là trung điểm $B'C'$.

Khi đó, $\widehat{AMA'}=60^\circ$, $A'M=\dfrac{a}{2}$.

Suy ra $AA'=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V=\dfrac{3a^3}{8}$.



Chọn đáp án A

Câu 40. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\ln(x^2-2x+m+1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

(A) $m=0$. (B) $0<m<3$.

(C) $m<-1$ hoặc $m>0$. (D) $m>0$.

Lời giải.

$x^2-2x+m+1>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}\Longleftrightarrow\Delta'=1-m-1<0\Longleftrightarrow m>0$.

Chọn đáp án D

Câu 41. Cho hàm số $y=\dfrac{mx+4m}{x+m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyêncủa m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

(A) 5. (B) 4. (C) Vô số. (D) 3.

Lời giải.

$y'<0 \Longleftrightarrow m^2-4m<0 \Longleftrightarrow 0<m<4$. Vậy S có 3 phần tử.

Chọn đáp án (D) □

Câu 42. Cho $F(x)=\dfrac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\dfrac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

(A) $\displaystyle\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=-\left(\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{2x^2}\right)+C$. (B) $\displaystyle\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{x^2}+C$.

(C) $\displaystyle\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=-\left(\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{x^2}\right)+C$. (D) $\displaystyle\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{2x^2}+C$.

Lời giải.

$\displaystyle\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=\int \ln x\,\mathrm{d}f(x)=f(x)\ln x-\int\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x=f(x)\ln x-\frac{1}{2x^2}+C$. Mặt khác, $\dfrac{f(x)}{x}=\left(\dfrac{1}{2x^2}\right)'\Longrightarrow f(x)\ln x=-\dfrac{\ln x}{x^2}$. Vậy $\displaystyle\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=-\left(\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{2x^2}\right)+C$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 43. Với các số thực dương x,y tùy ý, đặt $\log_3 x=\alpha,\log_3 y=\beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=9\left(\dfrac{\alpha}{2}-\beta\right)$. (B) $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\dfrac{\alpha}{2}+\beta$.

(C) $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=9\left(\dfrac{\alpha}{2}+\beta\right)$. (D) $\log_{27}\left(\dfrac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\dfrac{\alpha}{2}-\beta$.

Lời giải.

Chọn đáp án (D) □

Câu 44. Cho mặt cầu (S) tâm O, bán kính $R=3$. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng bằng 1 và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm (H). Gọi T là giao điểm của tia HO với (S), tính thể tích V của khối nón có đỉnh T và đáy là hình tròn (C).

(A) $V=\dfrac{32\pi}{3}$. (B) $V=16\pi$. (C) $V=\dfrac{16\pi}{3}$. (D) $V=32\pi$.

Lời giải.

Ta có $SH=4, r=\sqrt{R^2-HO^2}=2\sqrt{2}$. Vậy $V=\frac{1}{3}.4.\pi.8=\frac{32\pi}{3}$

Chọn đáp án A □

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^3$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 4 với O là gốc tọa độ.

A $m=-\frac{1}{\sqrt[4]{2}}; m=\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

B $m=-1; m=1$.

C $m=1$.

D $m\neq 0$.

Lời giải.

Ta có $A(0;4m^3), B(2m;0)$. Suy ra OA vuông góc với OB. Do đó $S_{\Delta OAB}=4m^4=4$. Vậy $m=1; m=-1$.

Chọn đáp án B □

Câu 46. Xét các số nguyên dương a,b sao cho phương trình $a\ln^2 x+b\ln x+5=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 và phương trình $5\log^2 x+b\log x+a=0$ có hai nghiệm phân biệt x_3,x_4 thỏa mãn $x_1x_2>x_3x_4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $S_{\min}$ của $S=2a+3b$.

A $S_{\min}=30$.

B $S_{\min}=25$.

C $S_{\min}=33$.

D $S_{\min}=17$.

Lời giải.

Xét hai phương trình $at^2+bt+5=0$ (1) và $5t^2+bt+a=0$ (2). (1) có hai nghiệm t_1,t_2 và (2) có hai nghiệm t_3,t_4. Để hai phương trình có nghiệm thì $\Delta>0\iff b^2>20a$. Giả sử $t_1=\ln x_1; t_2=\ln x_2; t_3=\log x_3; t_4=\log x_4$. Theo giả thiết $x_1x_2>x_3x_4\iff e^{t_1+t_2}>10^{t_3+t_4}$, theo Viet ta có $e^{-\frac{b}{a}}>10^{-\frac{b}{5}}$, dẫn đến $a>\frac{5}{\ln 10}>2$. Vì a nguyên, nên giá trị nhỏ nhất của $a=3$, suy ra giá trị nhỏ nhất của $b=8$. Vậy $S_{\min}=30$.

Chọn đáp án A □

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0), B(0;-2;0)$ và $C(0;0;-2)$. Gọi D là điểm khác O sao cho DA,DB,DC đôi một vuông góc với nhau và $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.Tính $S=a+b+c$.

A $S=-4$.

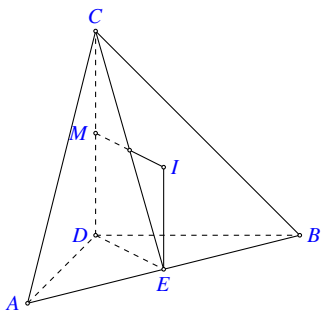
B $S=-1$.

C $S=-2$.

D $S=-3$.

Lời giải.

Nhận xét $OA=OB=OC$ và OA,OB,OC đôi một vuông góc.
Do đó ta có thể xét trường hợp D là điểm đối xứng với O qua ABC.
Khi đó $D\left(-\frac{4}{3},-\frac{4}{3},-\frac{4}{3}\right)$.
Từ $\overrightarrow{MI}=\overrightarrow{DE}$,
dẫn đến $I\left(-\frac{1}{3},-\frac{1}{3},-\frac{1}{3}\right)$.
Vậy $S=-1$.

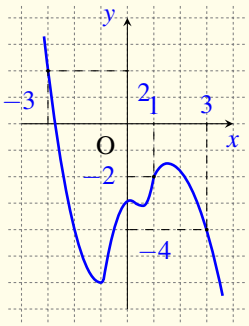


Chọn đáp án B ☐

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$.

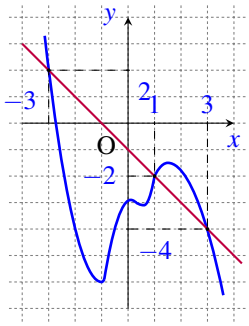
Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên.
Đặt $g(x)=2f(x)+(x+1)^2$.
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $g(1)<g(3)<g(-3)$.
B $g(1)<g(-3)<g(3)$.
C $g(3)=g(-3)<g(1)$.
D $g(3)=g(-3)>g(1)$.



Lời giải.

$g'(x)=2f(x)'+2(x+1)$.
Từ đồ thị ta có $g'(x)=0$ có 3 nghiệm là $-3;1;3$
và có $g(1)<g(3),g(-3)$.
Mặt khác cũng từ đồ thị ta có $\int_{-3}^{1}\left(-g'(x)\right)\mathrm{d}x>\int_{1}^{3}\left(-g'(x)\right)\mathrm{d}x$.
Suy ra $g(3)<g(-3)$.
Vậy ta có $g(1)<g(3)<g(-3)$.



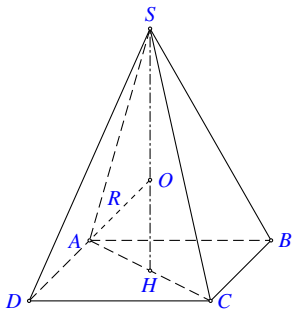
Chọn đáp án A ☐

Câu 49. Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A $V=144$.
B $V=576$.
C $V=576\sqrt{2}$.
D $V=144\sqrt{6}$.

Lời giải.

Gọi $OH = x$.
Khi đó độ dài cạnh đáy của chóp là $\sqrt{2(81-x^2)}$.
Vậy $V = f(x) = \dfrac{2}{3}(9+x)(81-x^2)$.
$f'(x) = \dfrac{2}{3}(x+9)(9-3x)$.
Vậy thể tích lớn nhất khi $x = 3$, với $V = 576$



Chọn đáp án B

Câu 50. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z.\bar{z}$ và $\left|z-\sqrt{3}+i\right| = m$. Tìm số phần tử của S.

A 2. B 4. C 1. D 3.

Lời giải.

Tập hợp z là giao hai đường tròn $x^2+y^2=1$ và $(x-\sqrt{3})^2+(y+1)^2 = m^2 (m \geq 0)$. Để có duy nhất một số phức z, nghĩa là hai đường tròn tiếp xúc $\Longleftrightarrow \begin{cases} m+1=2 \\ |m-1|=2 \end{cases}$. Vậy có 2 giá trị m thỏa mãn.

Chọn đáp án A

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 48

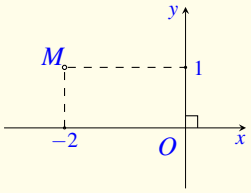
1. C	2. C	3. A	4. D	5. A	6. A	7. B	8. C	9. B	10. B	11. D	12. B
13. C	14. A	15. C	16. D	17. D	18. B	19. C	20. D	21. B	22. C	23. C	24. C
25. A	26. C	27. B	28. D	29. D	30. C	31. C	32. B	33. C	34. B	35. C	36. D
37. B	38. B	39. A	40. D	41. D	42. A	43. D	44. A	45. B	46. A	47. B	48. A
49. B	50. A										

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THAM KHẢO

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2017
Môn: TOÁN, ĐỀ THAM KHẢO
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1.
Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức
A $z=-2+i$. **B** $z=1-2i$. **C** $z=2+i$. **D** $z=1+2i$.



Lời giải.

Theo hình vẽ tọa độ điểm M là $M(-2;1)$ nên M là điểm biểu diễn số phức $z=-2+i$.

Chọn đáp án A

Câu 2. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+3}$ bằng
A $-\dfrac{2}{3}$. **B** 1. **C** 2. **D** -3.

Lời giải.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x-2}{x+3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1-\dfrac{2}{x}}{1+\dfrac{3}{x}}=1.$$

Chọn đáp án B

Câu 3. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là
A A_{10}^{8}. **B** A_{10}^{2}. **C** C_{10}^{2}. **D** 10^2.

Lời giải.

Mỗi tập con gồm 2 phần tử của tập M có 10 phần tử là một tổ hợp chập 2 của 10 phần tử. Do đó số tập con gồm 2 phần tử của M là C_{10}^{2}.

Chọn đáp án C

Câu 4. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là
A $V=\dfrac{1}{3}Bh$. **B** $V=\dfrac{1}{6}Bh$. **C** $V=Bh$. **D** $V=\dfrac{1}{2}Bh$.

Lời giải.

Theo lý thuyết (sách giáo khoa Hình học 12 - Cơ bản - trang 23) ta có thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V = \frac{1}{3}Bh$.

Chọn đáp án A

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		-2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	∞

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-2;0)$. B $(-\infty;-2)$. C $(0;2)$. D $(0;+\infty)$.

Lời giải.

Theo bảng biến thiên ta có hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$; hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Chọn đáp án A

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ $(a < b)$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$. B $V = 2\pi \int\limits_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$.

C $V = \pi^2 \int\limits_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$. D $V = \pi^2 \int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Dựa vào công thức tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng quanh trục hoành ta có $V = \pi \int\limits_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án A

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

(A) $x=1$. (B) $x=0$. (C) $x=5$. **D** $x=2$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại điểm $x=2$.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\log(3a)=3\log a$. (B) $\log(a^3)=\dfrac{1}{3}\log a$. **C** $\log(a^3)=3\log a$. (D) $\log(3a)=\dfrac{1}{3}\log a$.

Lời giải.

Ta có $\log(a^3)=3\log a$.

Chọn đáp án C □

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+1$ là

(A) x^3+C. (B) $\dfrac{x^3}{3}+x+C$. (C) $6x+C$. **D** x^3+x+C.

Lời giải.

Ta có $\int\left(3x^2+1\right)\mathrm{d}x=x^3+x+C$, với C là hằng số.

Chọn đáp án D □

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

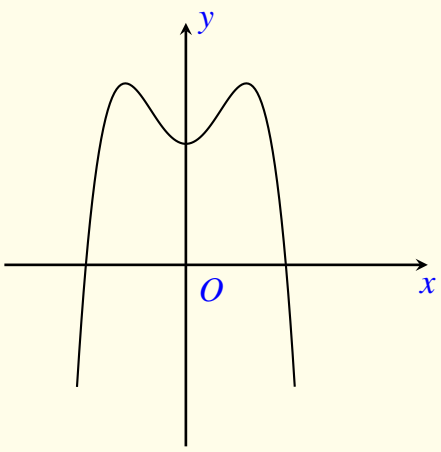
(A) $M(3;0;0)$. **B** $N(0;-1;1)$. (C) $P(0;-1;0)$. (D) $Q(0;0;1)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của $A(3;-1;1)$ trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $N(0;-1;1)$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 11.
Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A $y=-x^4+2x^2+2$. B $y=x^4-2x^2+2$.

C $y=x^3-3x^2+2$. D $y=-x^3+3x^2+2$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số đã cho là đồ thị của hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ có hệ số $a<0$. Trong các hàm số đã cho chỉ có hàm số $y=-x^4+2x^2+2$ thỏa mãn.

Chọn đáp án A ☐

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

A $\vec{u_1}=(-1;2;1)$. B $\vec{u_2}=(2;1;0)$. C $\vec{u_3}=(2;1;1)$. D $\vec{u_4}=(-1;2;0)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u_1}=(-1;2;1)$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x}<2^{x+6}$ là

A $(0;6)$. B $(-\infty;6)$. C $(0;64)$. D $(6;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $2^{2x}<2^{x+6}\Leftrightarrow 2x<x+6\Leftrightarrow x<6$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 14. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

(A) $2\sqrt{2}a$. **(B)** $3a$. (C) $2a$. (D) $\dfrac{3a}{2}$.

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = \pi r\ell \Rightarrow \ell = \dfrac{S_{xq}}{\pi r} = \dfrac{3\pi a^2}{\pi a} = 3a$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(2;0;0), N(0;-1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

(A) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=0$. (B) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=-1$.

(C) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$. **(D)** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$.

Lời giải.

Sử dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta được: $(MNP): \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 16. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

(A) $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$. (B) $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$. (C) $y=\sqrt{x^2-1}$. **(D)** $y=\dfrac{x}{x+1}$.

Lời giải.

- Hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}$ có tiệm cận đứng $x=-1$ vì $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{x}{x+1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{x}{x+1}=+\infty$.
- Hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}$ xác định trên $\mathscr{D}=(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$, nhưng không có tiệm cận đứng vì $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}(x-2)=-1$.
- Hàm số $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ nên không có tiệm cận.
- Hàm số $y=\sqrt{x^2-1}$ xác định trên $\mathscr{D}=(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$ và

$$\lim_{x\to -1^-}\sqrt{x^2-1}=\lim_{x\to 1^+}\sqrt{x^2-1}=0$$

nên không có tiệm cận.

Chọn đáp án (D) □

Câu 17.
Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

(A) 0. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

Lời giải.

Ta có $f(x)-2=0 \Leftrightarrow f(x)=2$. Vì $-2<2<4$ nên từ bảng biến thiên suy ra phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án (B) □

Câu 18. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-4x^2+5$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

(A) 50. (B) 5. (C) 1. (D) 122.

Lời giải.

Hàm xác định và liên tục trên $[-2;3]$. Ta có:

$$y'=4x^3-8x;\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2}. \end{array}\right.$$

Ta có $f(0)=5, f(-2)=5, f(3)=50, f(\pm\sqrt{2})=1$.
Vậy $\max\limits_{[-2;3]} f(x)=50$ tại $x=3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 19. Tích phân $\displaystyle\int_0^2 \frac{\mathrm{d}x}{x+3}$ bằng

(A) $\dfrac{16}{225}$. (B) $\log\dfrac{5}{3}$. (C) $\ln\dfrac{5}{3}$. (D) $\dfrac{2}{15}$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_0^2 \frac{\mathrm{d}x}{x+3}=\ln|x+3|\Big|_0^2=\ln 5-\ln 3=\ln\frac{5}{3}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 20. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2-4z+3=0$. Giá trị của biểu thức $|z_1|+|z_2|$ bằng

(A) $3\sqrt{2}$. (B) $2\sqrt{3}$. (C) 3. (D) $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $\Delta' = 4 - 12 = -8 < 0$. Vậy phương trình có hai nghiệm phức là $\begin{cases} z_1 = \dfrac{1}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ z_2 = \dfrac{1}{2} - \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{2}}{2}. \end{cases}$

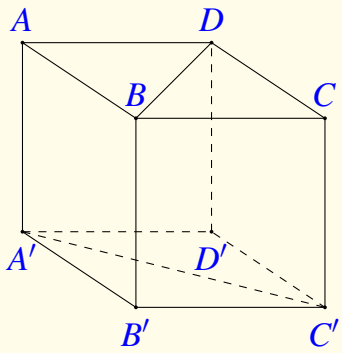
Vậy $|z_1| + |z_2| = \left|\dfrac{1}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right| + \left|\dfrac{1}{2} - \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right| = \sqrt{3}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 21.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

(A) $\sqrt{3}a$. (B) a. (C) $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. (D) $\sqrt{2}a$.



Lời giải.

Do BD và $A'C'$ lần lượt nằm trên hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ song song với nhau nên $d(A'C', BD) = d((ABCD), (A'B'C'D'))$. Mà $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên ta có $d((ABCD), (A'B'C'D')) = AA' = a$. Vậy $d(A'C', BD) = a$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 22. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $0,4\%$/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

(A) 102.424.000 đồng. (B) 102.423.000 đồng.

(C) 102.016.000 đồng. (D) 102.017.000 đồng.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính lãi kép thì số tiền được lĩnh là

$$T = 100 \cdot (1 + 0,4\%)^6 \approx 102.424.128,4 \text{ (đồng)}$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 23. Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả từ hộp đó. Xác suất để hai quả cầu chọn ra cùng màu bằng

(A) $\frac{5}{22}$. (B) $\frac{6}{11}$. (C) $\frac{5}{11}$. (D) $\frac{8}{11}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $C_{11}^2 = 55$.
Số cách chọn ra 2 quả cùng màu là $C_5^2 + C_6^2 = 25$.
Vậy xác suất cần tính bằng $\frac{25}{55} = \frac{5}{11}$.

Chọn đáp án C □

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

(A) $3x-y-z-6=0$. (B) $3x-y-z+6=0$.

(C) $x+3y+z-5=0$. (D) $x+3y+z-6=0$.

Lời giải.

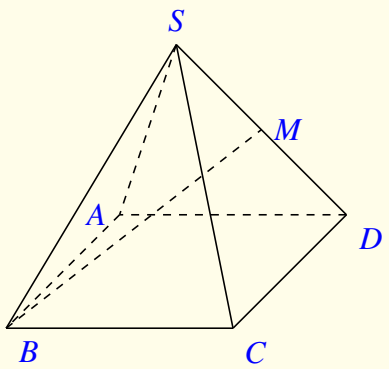
Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $A(-1;2;1)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (3;-1;-1)$ nên có phương trình $3(x+1)-(y-2)-(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-y-z+6=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 25.

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của SD (tham khảo hình vẽ bên). Tính tan của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$.

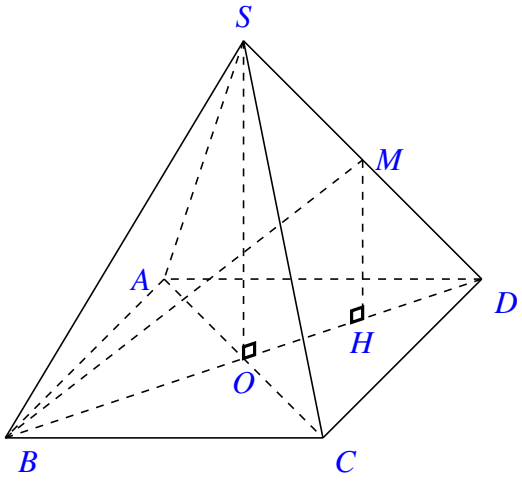
(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\frac{2}{3}$. (D) $\frac{1}{3}$.



Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$ và H là trung điểm OD.
Ta có $SO \perp (ABCD)$ và $MH \parallel SO$.
Suy ra $MH \perp (ABCD) \Rightarrow (BM,(ABCD)) = \widehat{MBH}$.
$SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow MH = \dfrac{SO}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$ và
$BH = \dfrac{3}{4}BD = \dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$.

Vậy $\tan\widehat{MBH} = \dfrac{MH}{BH} = \dfrac{\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\frac{3a\sqrt{2}}{4}} = \dfrac{1}{3}$.



Chọn đáp án (D) □

Câu 26. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 55$, số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^3 + \dfrac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

(A) 322560. (B) 3360. (C) 80640. **D** 13440.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} n \geq 2 \\ n \in \mathbb{N}^*. \end{cases}$
Ta có $C_n^1 + C_n^2 = 55 \Leftrightarrow n^2 + n - 110 = 0 \Leftrightarrow n = 10$.
Với $n = 10$ thì $\left(x^3 + \dfrac{2}{x^2}\right)^{10}$ có số hạng tổng quát là: $C_{10}^k (x^3)^{10-k} \left(\dfrac{2}{x^2}\right)^k = C_{10}^k 2^k x^{30-5k}$. Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với $30 - 5k = 0 \Leftrightarrow k = 6$. Suy ra số hạng không chứa x trong khai triển là $C_{10}^6 = 13440$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 27. Tính tổng các nghiệm thực của phương trình $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \dfrac{2}{3}$ bằng

A $\dfrac{82}{9}$. (B) $\dfrac{80}{9}$. (C) 9. (D) 0.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$. Khi đó:

$$\log_3 x.\log_9 x.\log_{27} x.\log_{81} x = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \left(1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}\right)(\log_3 x)^4 = \frac{2}{3}$$

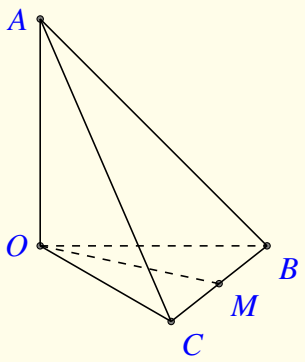
$$\Leftrightarrow (\log_3 x)^4 = 16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_3 x = 2 \\ \log_3 x = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 9 \\ x = \dfrac{1}{9}. \end{array}\right.$$

Vậy tổng các nghiệm là $9 + \dfrac{1}{9} = \dfrac{82}{9}$.

Chọn đáp án A □

Câu 28.
Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC$. Gọi M là trung điểm BC (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

(A) $90°$. (B) $30°$. (C) $60°$. (D) $45°$.

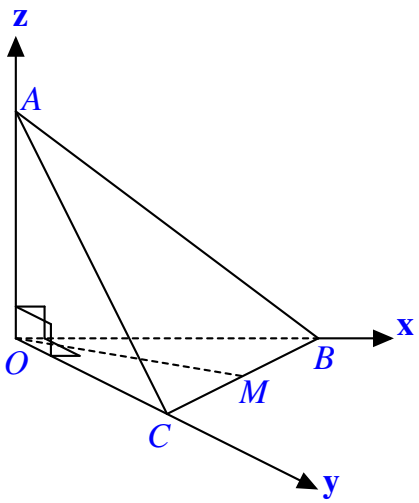


Lời giải.

Giả sử $OA = OB = OC = 1$. Chọn hệ trục tọa độ vuông góc $Oxyz$ sao cho tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với tia OB, OC, OA. Khi đó ta có $O(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B(1;0;0)$, $C(0;1;0)$. Do đó $\overrightarrow{OM} = \left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2},0\right)$, $\overrightarrow{AB} = (1;0;-1)$.

Ta có $\cos(OM,AB) = \dfrac{\left|\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\overrightarrow{OM}\right|.\left|\overrightarrow{AB}\right|} = \dfrac{1}{2}$.

Suy ra $\widehat{(OM,AB)} = 60°$.



Chọn đáp án C □

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}; d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$$

và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{3}$. (B) $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{3}$.

(C) $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$. (D) $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$.

Lời giải.

Gọi phương trình đường thẳng cần viết là Δ, A là giao của Δ và d_1, B là giao của Δ và d_2. Khi đó $A(3-t;3-2t;-2+t)$ và $B(5-3u;-1+2u;2+u)$. Suy ra

$$\overrightarrow{AB}=(2+t-3u;-4+2u+2t;4+u-t).$$

Mặt phẳng (P) có một VTPT là $\vec{n}=(1;2;3)$. Ta có $\Delta\perp(P)\Rightarrow\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}$ cùng phương. Do đó:

$$\frac{2+t-3u}{1}=\frac{-4+2u+2t}{2}=\frac{4+u-t}{3}\Rightarrow\begin{cases}t=2\\u=1.\end{cases}$$

Suy ra $A(1;-1;0)$, phương trình đường thẳng Δ: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 30. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số $y=x^3+mx-\dfrac{1}{5x^5}$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

(A) 5. (B) 3. (C) 0. (D) 4.

Lời giải.

Ta có $y'=3x^2+m+\dfrac{1}{x^6}$. Yêu cầu bài toán tương đương với:

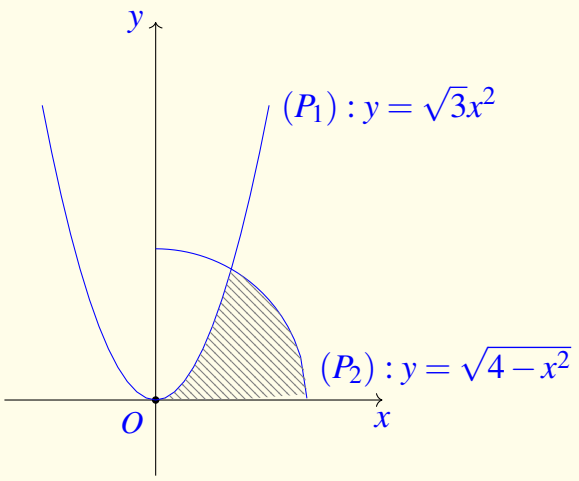
$$3x^2+m+\frac{1}{x^6}\geq 0,\forall x>0\Leftrightarrow -m\leq 3x^2+\frac{1}{x^6}=g(x),\forall x>0\Leftrightarrow -m\leq\min_{x>0}g(x).$$

Mà $g(x)=3x^2+\dfrac{1}{x^6}\geq 4\sqrt[4]{x^2\cdot x^2\cdot x^2\cdot\dfrac{1}{x^6}}=4\Rightarrow\min\limits_{x>0}g(x)=4$ khi $x=1$.
Do đó $-m\leq 4\Leftrightarrow m\geq -4$, suy ra có 4 giá trị nguyên âm thỏa mãn.

Chọn đáp án (D) □

Câu 31.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{4-x^2}$ (với $0\le x\le 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích hình (H) bằng



(A) $\dfrac{4\pi+\sqrt{3}}{12}$. (B) $\dfrac{4\pi-\sqrt{3}}{6}$.

(C) $\dfrac{4\pi+2\sqrt{3}-3}{6}$. (D) $\dfrac{5\sqrt{3}-2\pi}{3}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\sqrt{3}x^2=\sqrt{4-x^2}\Leftrightarrow 3x^4+x^2-4=0\Leftrightarrow x=1\ (\text{do } 0\le x\le 2).$$

Khi đó

$$S=\int_0^1\sqrt{3}x^2dx+\int_1^2\sqrt{4-x^2}dx=I+J.$$

Tính $I=\displaystyle\int_0^1\sqrt{3}x^2dx=\frac{\sqrt{3}x^3}{3}\Big|_0^1=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Tính $J=\displaystyle\int_1^2\sqrt{4-x^2}dx$: Đặt $x=2\sin t\Rightarrow dx=2\cos t dt$ và $\begin{cases}x=1\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{6}\\ x=2\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{2}.\end{cases}$

Khi đó

$$J=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{4-4\sin^2 t}.2\cos t\mathrm{d}t=4\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 t\mathrm{d}t=2\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2t)\,\mathrm{d}t=2\left(t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}=\frac{2\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy $S=\dfrac{\sqrt{3}}{3}+\dfrac{2\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{4\pi-\sqrt{3}}{6}$ (đvdt).

Chọn đáp án (B) □

Câu 32. Biết $\displaystyle\int_1^2\frac{\mathrm{d}x}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}}=\sqrt{a}-\sqrt{b}-c$, với a, b, c là các số nguyên dương.

Tính $P=a+b+c$.

(A) $P=24$. (B) $P=12$. (C) $P=18$. (D) $P=46$.

Lời giải.

Ta có

$$\frac{1}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}}=\frac{1}{\sqrt{x(x+1)}.\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)}=\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{\sqrt{x(x+1)}}=\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x+1}}.$$

Do đó

$$\begin{aligned}\int_1^2\frac{\mathrm{d}x}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}}&=\int_1^2\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x+1}}\right)\mathrm{d}x=\int_2^2\left(x^{-\frac{1}{2}}-(x+1)^{-\frac{1}{2}}\right)\mathrm{d}x\\&=2\left(\sqrt{x}-\sqrt{x+1}\right)\Big|_1^2=4\sqrt{2}-2\sqrt{3}-2=\sqrt{32}-\sqrt{12}-2.\end{aligned}$$

Suy ra $a=32$, $b=12$, $c=2$. Vậy $P=a+b+c=32+12+2=46$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 33. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

(A) $S_{xq}=\dfrac{16\sqrt{2}\pi}{3}$. (B) $S_{xq}=8\sqrt{2}\pi$. (C) $S_{xq}=\dfrac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. (D) $S_{xq}=8\sqrt{3}\pi$.

Lời giải.

Ta tính được bán kính đường tròn nội tiếp tam giác BCD là $r=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$, chiều cao tứ diện là $h=\dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. Từ đó $S_{xq}=2\pi\cdot r\cdot h=\dfrac{16\sqrt{2}\pi}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 34. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình sau có nghiệm dương $16^x-2\cdot 12^x+(m-2)\cdot 9^x=0$?

(A) 1. (B) 2. (C) 4. (D) 3.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương $t^2-2t-2+m=0$ với $t=\left(\dfrac{4}{3}\right)^x$. Yêu cầu bài toán trở thành, tìm m nguyên dương để phương trình $t^2-2t-2+m=0$ có nghiệm lớn hơn 1. Bằng cách khảo sát sự tương giao của hai đồ thị các hàm số $y=f(t)=t^2-2t-2$ và $g(x)=-m$ ta được $0<m<3$. Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn là $m=1$ hoặc $m=2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 35. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{m+3\sqrt[3]{m+3\sin x}}=\sin x$ có nghiệm thực.

A 5. **B** 7. **C** 3. **D** 2.

Lời giải.

Đặt $t=\sqrt[3]{m+3\sin x}$ ta có hệ

$$\begin{cases} t^3=m+3\sin x \\ \sin^3 x=m+3t. \end{cases}$$

Suy ra

$$t^3-\sin^3 x+3(t-\sin x)=0\Leftrightarrow (t-\sin x)\left(t^2+t\sin x+\sin^2 x+3\right)=0$$
$$\Leftrightarrow t=\sin x\Leftrightarrow \sin^3 x-3\sin x=m.$$

Xét hàm số $f(u)=u^3-3u,\ u\in[-1;1]$ ta có $f'(u)=3u^2-3, f'(u)=0\Leftrightarrow u=\pm 1$.
Bảng biến thiên

x	-1		1
f'	0	$-$	0
f	2	$\searrow$	-2

Từ đó, ta suy ra phương trình $\sin^3 x-3\sin x=m$ có nghiệm khi và chỉ khi $-2\le m\le 2$. Suy ra có 5 giá trị nguyên của m.

Chọn đáp án A □

Câu 36. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x+m\right|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

A 1. **B** 2. **C** 0. **D** 6.

Lời giải.

Ta có với mọi x thuộc đoạn $[0;2]$ thì $-2\le x^3-3x\le 2\Rightarrow m-2\le x^3-3x+m\le m+2$ với mọi x thuộc đoạn $[0;2]$.
Suy ra $\max\limits_{[0;2]} y=\max\{|m-2|;|m+2|\}$.

- $m\ge 0$ khi đó $\max\limits_{[0;2]} y=m+2=3\Leftrightarrow m=1$.
- $m<0$ khi đó $\max\limits_{[0;2]} y=2-m=3\Leftrightarrow m=-1$.

Chọn đáp án B □

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ thoả mãn $f'(x)=\frac{2}{2x-1}$, $f(0)=1$ và $f(1)=2$. Giá trị của biểu thức $f(-1)+f(3)$ bằng

(A) $4+\ln 15$. (B) $2+\ln 15$. (C) $3+\ln 15$. (D) $\ln 15$.

Lời giải.

Ta có với $x>\frac{1}{2}$ ta có $f(x)=\ln(2x-1)+2$. Khi $x<\frac{1}{2}$, ta có $f(x)=\ln(1-2x)+1$.
Vậy $f(-1)+f(3)=3+\ln 15$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 38. Cho số thức $z=a+bi$ với $(a,b\in\mathbb{R})$ thoả mãn $z+2+i-|z|(1+i)=0$ và $|z|>1$. Tính $P=a+b$

(A) $P=-1$. (B) $P=-5$. (C) $P=3$. (D) $P=7$.

Lời giải.

Ta có:

$$\begin{cases} a+2-\sqrt{a^2+b^2}=0 \\ b+1-\sqrt{a^2+b^2}=0 \end{cases} \Rightarrow b=a+1 \Rightarrow a^2-2a-3=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=-1 \\ a=3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \text{ (loại)} \\ b=4. \end{array}\right.$$

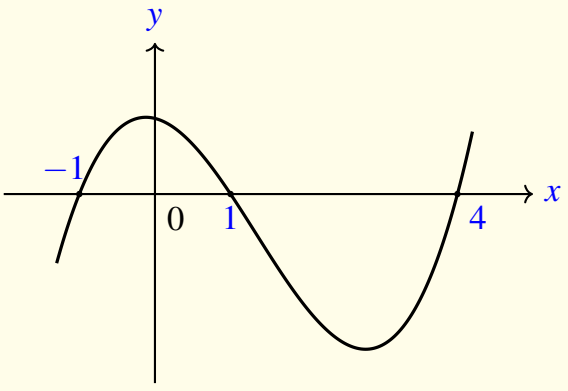
Vậy $a+b=7$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 39.

Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(2-x)$ đồng biến trên khoảng

(A) $(1;3)$. (B) $(2;+\infty)$.
(C) $(-2;1)$. (D) $(-\infty;-2)$.



Lời giải.

Xét hàm số $y=f(2-x)$. Hàm số trên xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$. Ta có $y'=-f'(2-x)$.

$$y'>0 \Leftrightarrow f'(2-x)<0.$$

Căn cứ vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ ta có

$$f'(2-x)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-x<-1 \\ 1<2-x<4 \end{array}\right. \left[\begin{array}{l} x>3 \\ -2<x<1 \end{array}\right.$$

Vậy hàm số $y=f(2-x)$ đồng biến trên từng khoảng $(-2;1)$ và $(3;+\infty)$.

Chọn đáp án C

Câu 40. Cho hàm số $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(a;1)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của a để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua A. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A 1. B $\dfrac{3}{2}$. C $\dfrac{5}{2}$. D $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại tiếp điểm $M(x_0;y_0)$. Phương trình của d là

$$y=-\frac{1}{(x_0-1)^2}\cdot(x-x_0)+\frac{-x_0+2}{x_0-1}.$$

Đường thẳng d đi qua $A(a;1)$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned}1&=-\frac{1}{(x_0-1)^2}\cdot(a-x_0)+\frac{-x_0+2}{x_0-1}\\ \Leftrightarrow&(x_0-1)^2=x_0-a+(-x_0+2)(x_0-1)\\ \Leftrightarrow&2x_0^2-6x_0+3+a=0.(1)\end{aligned}$$

Để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua A thì phương trình (1) phải có đúng một nghiệm, hay

$$\Delta'=9-2(3+a)=0\Leftrightarrow a=\frac{3}{2}.$$

hoặc

$$\begin{cases}\Delta'>0\\ 2-6+3+a=0\end{cases}\Leftrightarrow a=1.$$

Chọn đáp án C

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox,y'Oy,z'Oz$ lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho $OA=OB=OC\neq 0$?

A 3. B 1. C 4. D 8.

Lời giải.

Đặt $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$ với $abc\neq 0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A,B,C có dạng $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$. Do $OA=OB=OC$ nên ta có $|a|=|b|=|c|$. Suy ra $b=\pm a,c=\pm a$.

- Nếu $b=a$ và $c=a$ thì mặt phẳng (P) có dạng $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{a}+\dfrac{z}{a}=1$. Vì (P) đi qua M nên

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{a}+\frac{2}{a}=1\Leftrightarrow\frac{4}{a}=1\Leftrightarrow a=4.$$

Ta có $(P):x+y+z-4=0$.

- Nếu $b=a$ và $c=-a$ thì mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{a}+\frac{z}{-a}=1$. Vì (P) đi qua M nên
$$\frac{1}{a}+\frac{1}{a}-\frac{2}{a}=1\Leftrightarrow\frac{0}{a}=1 \text{ (vô nghiệm)}.$$
- Nếu $b=-a$ và $c=a$ thì mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{-a}+\frac{z}{a}=1$. Vì (P) đi qua M nên
$$\frac{1}{a}-\frac{1}{a}+\frac{2}{a}=1\Leftrightarrow\frac{2}{a}=1\Leftrightarrow a=2.$$
Ta có $(P):x-y+z-2=0$.
- Nếu $b=-a$ và $c=-a$ thì mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a}-\frac{y}{a}-\frac{z}{a}=1$. Vì (P) đi qua M nên
$$\frac{1}{a}-\frac{1}{a}-\frac{2}{a}=1\Leftrightarrow-\frac{2}{a}=1\Leftrightarrow a=-2.$$
Ta có $(P):x-y-z+2=0$.

Vậy có ba mặt phẳng thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án A □

Câu 42. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1+\sqrt{2+\log u_1-2\log u_{10}}=2\log u_{10}$ và $u_{n+1}=2u_n$ với mọi $n\geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n>5^{100}$ bằng

(A) 247. (B) 248. (C) 229. (D) 290.

Lời giải.

Ta có $u_n=u_1.2^{n-1}$ nên $u_{10}=u_1.2^9$.
Đặt $t=\log u_1$, ta có

$$t+\sqrt{2+t-2t-18\log 2}=18\log 2+2t\Leftrightarrow 18+t=\sqrt{2-t-18\log 2}\Leftrightarrow t=-18\log 2+1\Leftrightarrow u_1=2^{-17}.$$

Suy ra
$$u_n>5^{100}\Leftrightarrow 2^{n-18}.5>5^{100}\Leftrightarrow 2^{n-18}>5^{99}\Leftrightarrow n>18+99.\log_2 5.$$
Từ đó ta có $n_{\min}=248$.

Chọn đáp án B □

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ có 7 điểm cực trị

(A) 3. (B) 5. (C) 6. (D) 4.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2$ ta có
$$f'(x)=12x\left(x^2-x-2\right),\ f'(x)=0\Leftrightarrow x=-1,x=0,x=2.$$
Lập bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	0	$\searrow$	-32	$\nearrow$	$+\infty$

Ta thấy yêu cầu bài toán được thỏa mãn khi và chỉ khi đồ thị hàm số $f(x)+m$ cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt, hay $0<m<5$ nên ta có 4 số nguyên m.

Chọn đáp án D □

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2,2,1)$, $B\left(-\frac{8}{3},\frac{4}{3},\frac{8}{3}\right)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là

A $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{2}$.

B $\frac{x+1}{1}=\frac{y-8}{-2}=\frac{z-4}{2}$.

C $\frac{x+\frac{1}{3}}{1}=\frac{y-\frac{5}{3}}{-2}=\frac{z-\frac{11}{6}}{2}$.

D $\frac{x+\frac{2}{9}}{1}=\frac{y-\frac{2}{9}}{-2}=\frac{z-\frac{5}{9}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $OA=3, OB=4, AB=5$ suy ra tam giác OAB vuông tại O. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB. Khi đó ta có

$$OB.\vec{IA}+OA.\vec{IB}+AB.\vec{IO}=\vec{0}.$$

Suy ra

$$\begin{cases} x_I=\dfrac{OB.x_A+BA.x_O+AO.x_B}{OA+OB+AB}=0 \\ y_I=\dfrac{OB.y_A+BA.y_O+AO.y_B}{OA+OB+AB}=1 \\ z_I=\dfrac{OB.z_A+BA.z_O+AO.z_B}{OA+OB+AB}=1. \end{cases}$$

Do đó $I(0,1,1)$. Lại có $\left[\vec{OA},\vec{OB}\right]=4(1,-2,2)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng cần tìm. Thay tọa độ I vào phương án A thấy thỏa mãn.

Chọn đáp án A □

Câu 45. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi S là điểm đối xứng với B qua đường thẳng DE. Thể tích của khối đa diện $ABCDSEF$ bằng

(A) $\frac{7}{6}$. (B) $\frac{11}{12}$. (C) $\frac{2}{3}$. (D) $\frac{5}{6}$.

Lời giải.

Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$, sao cho $A(0;0;0)$ $B(1;0;0)$, $C(1;0;1)$, $D(0;0;1)$, $E(1;1;0)$, $F(0;1;0)$. Khi đó ta có $S\left(\frac{1}{3};\frac{4}{3};\frac{2}{3}\right)$. Suy ra thể tích cần tính

$$V = V_{S.ABCD} + V_{S.ABEF} = \frac{1}{3}.\frac{4}{3}.1 + \frac{1}{3}.\frac{2}{3}.1 = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 46. Cho số phức z thỏa mãn $|z-4-3i| = \sqrt{5}$. Tính $P = a+b$ khi $T = |z+1-3i| + |z-1+i|$ lớn nhất.

(A) $P = 10$. (B) $P = 4$. (C) $P = 6$. (D) $P = 8$.

Lời giải.

Gọi $M(z)$ và $A(-1;3)$, $B(1;-1)$, $I(4;3)$. Khi đó $M \in (I, \sqrt{5})$ và $T = MA + MB$. Gọi E là trung điểm AB, ta có $E = (\frac{5}{2};1)$ và $ME \le EI + R$. Dấu "=" có khi $M(6;4)$. Khi đó

$$k = 4(EI+R)^2 + AB^2 \le 4ME^2 + AB^2 = 2(MA^2 + MB^2) \ge (MA+MB)^2.$$

Suy ra $T \le \sqrt{k}$. Đẳng thức xảy ra khi $M(6;4)$ hay $P = 10$.

Chọn đáp án A □

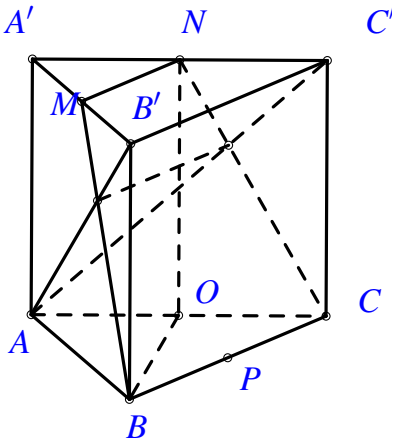
Câu 47. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $BC = 2\sqrt{3}$, $AA' = 2$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B'$, $A'C$ và BC. Cô sin của góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và $(AB'C')$ bằng

(A) $\frac{6\sqrt{13}}{65}$. (B) $\frac{\sqrt{13}}{65}$. (C) $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. (D) $\frac{18\sqrt{13}}{65}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao ch O là trung điểm cạnh AC, B thuộc tia Ox, C thuộc tia Oy, N thuộc tia Oz. Khi đó $A(0;-\sqrt{3};0)$, $C(0;\sqrt{3};0)$, $C'(0;\sqrt{3};2)$, $B(3;0;0)$, $B'(3;0;2)$ và $N(0;0;2)$. Ta có $\overrightarrow{AB'}=\left(3;\sqrt{3};2\right)$, $\overrightarrow{AC'}=\left(0;2\sqrt{3};2\right)$. Suy ra $\overrightarrow{AB'}\wedge\overrightarrow{AC'}=\left(-2\sqrt{3};-6;6\sqrt{3}\right)$. Ta chọn $\vec{n}=\left(1;\sqrt{3};-3\right)$ là VTPT của $(AB'C')$. Ta có:
$\overrightarrow{NB}=(3;0;-2)$, $\overrightarrow{NC}\left(0;\sqrt{3};-2\right)\Rightarrow\overrightarrow{NB}\wedge\overrightarrow{NC}=\left(2\sqrt{3};6;3\sqrt{3}\right)$ nên ta cho $\vec{u}=\left(2;2\sqrt{3};3\right)$ là VTPT của (MNP).

Suy ra $\cos\alpha=\dfrac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{n}|.|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{13}}{65}$.



Chọn đáp án B □

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1)$, $B(3;-1;1)$ và $C(-1;-1;1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu có tâm A, bán kính bằng 2; (S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B, C và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu (S_1), (S_2) và (S_3)

A 5. B 7. C 6. D 8.

Lời giải.

Xét (P) là mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu trên. Ta có $AB=AC=\sqrt{13}$, $BC=4$. Gọi I là trung điểm BC; J, K là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AJ}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AK}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. Ta có $I(1;-1;1)$, $J\left(\dfrac{7}{3};0;1\right)$, $K\left(-\dfrac{1}{3};0;1\right)$
Ta có các trường hợp sau

- Các điểm A, B, C nằm cùng phía so với (P): Có 2 mặt phẳng.
- Hai điểm B, C nằm cùng phía so với (P) và A, B nằm khác phía so với (P). Trường hợp này ta thấy (P) đi qua hai điểm J, K. Khi đó mặt phẳng $(P):by+c(z-1)=0$.
  Ta có $d(B,(P))=1$ nên $\dfrac{|-b|}{\sqrt{b^2+c^2}}=1\Rightarrow c=0$ nên $(P):y=0$.
- Hai điểm A, C nằm cùng phía và khác phía điểm B so với (P). Trường hợp này ta thấy (P) đi qua I, J. là tương tự như trên ta có 2 mặt phẳng.
- Hai điểm A, B nằm cùng phía và khác phía điểm C so với (P). Ta có 2 mặt phẳng.

Vậy có tất cả 7 mặt phẳng.

Chọn đáp án B □

Câu 49. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

A $\dfrac{11}{630}$. **B** $\dfrac{1}{126}$. **C** $\dfrac{1}{105}$. **D** $\dfrac{1}{42}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 10!$.
Số cách xếp 5 bạn lớp 12C là $5!$. Với mỗi cách xếp 5 bạn đó ta có hai trường hợp

- Đứng đầu hàng tính từ trái sang phải là một bạn lớp 12C và đứng cuối không phải là hs lớp 12C, tức là cách xếp có dạng $CXCXCXCXCX$, trong đó X là hs lớp A hoặc B. Khi đó ta có $5!$ các xếp 5 học sinh còn lại.

- Đứng đầu hàng từ trái sang phải không là hs lớp 12 C và đứng cuối là hs lớp 12C, tức là cách xếp có dạng $XCXCXCXCXC$. Khi đó ta cũng có $5!$ cách xếp 5 học sinh còn lại.

- Có 2 học sinh lớp C đứng hai đầu hàng, tức là cách xếp có dạng $CXCXCXCXYC$. Khi đó ta gép một học sinh lớp B với một học sinh lớp C và xem đó như một phần tử, khi đó còn lại 4 hs nên ta có $4!$ cách xếp. Do đó trường hợp này có $2.6.4!$

Do đó xác suất cần tính là $P = \dfrac{(2.5! + 12.4!).5!}{10!} = \dfrac{11}{630}$.

Chọn đáp án A □

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn

$$f(1) = 0, \int_0^1 [f'(x)]^2 \,\mathrm{d}x = 7, \int_0^1 x^2 f(x) \,\mathrm{d}x = \frac{1}{3}.$$

Tích phân $\displaystyle\int_0^1 f(x) \,\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{7}{5}$. **B** 1. **C** $\dfrac{7}{4}$. **D** 4.

Lời giải.

Cách 1. Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ \mathrm{d}v = x^2 \,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = f'(x) \,\mathrm{d}x \\ v = \dfrac{x^3}{3}. \end{cases}$

Khi đó: $\dfrac{1}{3} = \displaystyle\int_0^1 x^2 f(x) \,\mathrm{d}x = \left[\frac{x^3}{3} f(x)\right]\Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x^3}{3} f'(x) \,\mathrm{d}x.$

Suy ra $\displaystyle\int_0^1 x^3 f'(x) \,\mathrm{d}x = -1.$ (1)

Mặt khác, do $\int\limits_0^1 [f'(x)]^2\,\mathrm{d}x = 7$ nên

$$\int\limits_0^1 \left[[f'(x)]^2 + 14x^3 f'(x) + 49x^6\right]\,\mathrm{d}x = 0 = 7 - 14 + 7 = 0.$$

Hay $\int\limits_0^1 \left(f'(x) + 7x^3\right)^2\,\mathrm{d}x = 0.$ (2)

Suy ra $f'(x) + 7x^3 = 0 \Rightarrow f'(x) = -7x^3 \Rightarrow f(x) = -\dfrac{7}{4}x^4 + C.$

Mà $f(1) = 0$ nên $C = \dfrac{7}{4}$, suy ra $f(x) = \dfrac{7}{4}(1 - x^4)$. Khi đó $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{7}{5}.$

Lưu ý. Có thể giải thích vì sao từ (2) suy ra $f'(x) + 7x^3 = 0,\ \forall x \in [0;1]$ như sau: Theo giả thiết ta có hàm số $y = \left(f'(x) + 7x^3\right)^2$ liên tục và không âm trên đoạn $[0;1]$ (do đó, đồ thị hàm số này là một đường nét liền trên đoạn $[0;1]$ và không có điểm nào nằm bên dưới trục Ox). Tích phân ở (2) có giá trị bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \left(f'(x) + 7x^3\right)^2$, trục hoành, đường thẳng $x = 0$, đường thẳng $x = 1$. Mà theo (2) thì hình phẳng này có diện tích bằng 0 nên $f'(x) + 7x^3 = 0,\ \forall x \in [0;1]$.

Cách 2 (tiếp nối từ (1)). Ta có bất đẳng thức Bunhiacovski đối với tích phân: Nếu hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ thì ta luôn có

$$\left[\int\limits_a^b f(x).g(x)\mathrm{d}x\right]^2 \le \left(\int\limits_a^b f^2(x)\mathrm{d}x\right).\int\limits_a^b g^2(x)\mathrm{d}x.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $g(x) = kf(x),\ \forall x \in [a;b]$. Trở lại bài toán. Từ (1), ta có:

$$1 = \left(\int\limits_0^1 x^3 f'(x)\mathrm{d}x\right)^2 \le \int\limits_0^1 x^6\mathrm{d}x \cdot \int\limits_0^1 \left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x = \frac{1}{7}\cdot 7 = 1.$$

Như vậy dấu "=" xảy ra, tức là $f'(x) = kx^3$. Thay trở lại vào (1), ta được:

$$k\int\limits_0^1 x^6\mathrm{d}x = -1 \Rightarrow \frac{k}{7} = -1 \Rightarrow k = -7.$$

Vậy $f'(x) = -7x^3 \Rightarrow f(x) = -\dfrac{7}{4}x^4 + C \overset{\text{do } f(1)=0}{\Rightarrow} f(x) = -\dfrac{7}{4}x^4 + \dfrac{7}{4}.$

Do đó $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{7}{5}.$

Chọn đáp án (A) ..... □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 49

1. A	2. B	3. C	4. A	5. A	6. A	7. D	8. C	9. D	10. B
11. A	12. A	13. B	14. B	15. D	16. D	17. B	18. A	19. C	20. D
21. B	22. A	23. C	24. B	25. D	26. D	27. A	28. C	29. A	30. D
31. B	32. D	33. A	34. B	35. A	36. B	37. C	38. D	39. C	40. C
41. A	42. B	43. D	44. A	45. C	46. A	47. B	48. B	49. A	50. A

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2018
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 101
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?
(A) 2^{34}. (B) A_{34}^2. (C) 34^2. (D) C_{34}^2.

Lời giải.

Mỗi cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 34 phần tử nên số cách chọn là C_{34}^2.

Chọn đáp án (D) □

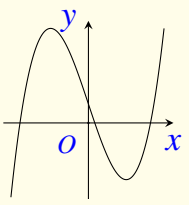
Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon\ x+2y+3z-5=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là
(A) $\vec{n}_1=(3;2;1)$. (B) $\vec{n}_3=(-1;2;3)$. (C) $\vec{n}_4=(1;2;-3)$. (D) $\vec{n}_2=(1;2;3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P)\colon\ x+2y+3z-5=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2=(1;2;3)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 3.
Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
(A) 2. (B) 0. (C) 3. (D) 1.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta khẳng định hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Chọn đáp án (A) □

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(0;1)$. **B** $(-\infty;0)$. **C** $(1;+\infty)$. **D** $(-1;0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 5. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^x$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $S=\pi\displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$. **B** $S=\displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$. **C** $S=\pi\displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$. **D** $S=\displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^x$, $y=0$, $x=0$, $x=2$ được tính theo công thức $S=\displaystyle\int_0^2 |\mathrm{e}^x|\,\mathrm{d}x=\int_0^2 \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án B □

Câu 6. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a)-\ln(3a)$ bằng

A $\dfrac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$. **B** $\ln(2a)$. **C** $\ln\dfrac{5}{3}$. **D** $\dfrac{\ln 5}{\ln 3}$.

Lời giải.

Ta có $\ln(5a)-\ln(3a)=\ln\dfrac{5a}{3a}=\ln\dfrac{5}{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 7. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+x$ là

A x^4+x^2+C. **B** $3x^2+1+C$. **C** x^3+x+C. **D** $\dfrac{1}{4}x^4+\dfrac{1}{2}x^2+C$.

Lời giải.

Ta có $\int (x^3+x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2+C$.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=2-t \\ y=1+2t \\ z=3+t \end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương là

A $\vec{u}_3=(2;1;3)$. B $\vec{u}_4=(-1;2;1)$. C $\vec{u}_2=(2;1;1)$. D $\vec{u}_1=(-1;2;3)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_4=(-1;2;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 9. Số phức $-3+7i$ có phần ảo bằng

A 3. B -7. C -3. D 7.

Lời giải.

Số phức $-3+7i$ có phần ảo bằng 7.

Chọn đáp án D □

Câu 10. Diện tích mặt cầu bán kính R bằng

A $\frac{4}{3}\pi R^2$. B $2\pi R^2$. C $4\pi R^2$. D πR^2.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu bán kính R bằng $4\pi R^2$.

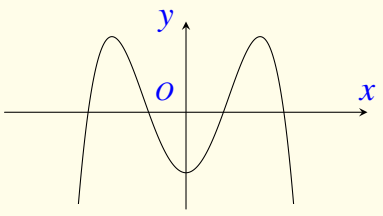
Chọn đáp án C □

Câu 11.

Đường cong trong hình vẽ bên là của hàm số nào dưới đây?

A $y=x^4-3x^2-1$. B $y=x^3-3x^2-1$.

C $y=-x^3+3x^2-1$. D $y=-x^4+3x^2-1$.



Lời giải.

Vì đồ thị có dạng hình chữ M nên không thể là đồ thị hàm số bậc ba.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=-\infty$ nên chọn $y=-x^4+3x^2-1$.

Chọn đáp án D □

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là

A $(1;3;2)$. B $(2;6;4)$. C $(2;-1;5)$. D $(4;-2;10)$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Khi đó $\begin{cases} x_M = \dfrac{x_A+x_B}{2} = 2 \\ y_M = \dfrac{y_A+y_B}{2} = -1 \\ z_M = \dfrac{z_A+z_B}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow M(2;-1;5)$.

Chọn đáp án C □

Câu 13. $\lim \dfrac{1}{5n+3}$ bằng

A 0. B $\dfrac{1}{3}$. C $+\infty$. D $\dfrac{1}{5}$.

Lời giải.

Ta có $\lim \dfrac{1}{5n+3} = 0$.

Chọn đáp án A □

Câu 14. Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là

A $x = \dfrac{5}{2}$. B $x = 2$. C $x = \dfrac{3}{2}$. D $x = 3$.

Lời giải.

Ta có $2^{2x+1} = 32 \Leftrightarrow 2x+1 = 5 \Leftrightarrow x = 2$.

Chọn đáp án B □

Câu 15. Cho khối chóp có đáy hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A $4a^3$. B $\dfrac{2}{3}a^3$. C $2a^3$. D a.

Lời giải.

Diện tích đáy của hình chóp là $S_{\text{đáy}} = a^2$.

Thể tích của khối chóp đã cho là $V = \dfrac{1}{3}S_{\text{đáy}} \times h = \dfrac{1}{3}a^2 \times 2a = \dfrac{2}{3}a^3$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 16. Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 7,5 %/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền đã gửi, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

(A) 11 năm. (B) 9 năm. (C) 10 năm. (D) 12 năm.

Lời giải.

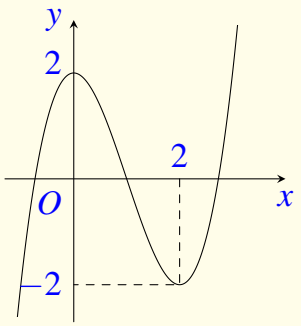
Áp dụng công thức: $S_n = A(1+r)^n \Rightarrow n = \log_{(1+r)}\left(\dfrac{S_n}{A}\right) \Rightarrow n = \log_{(1+7{,}5\%)}(2) \approx 9{,}6$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 17.

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \ (a, b, c, d \in \mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là

(A) 3. (B) 0. (C) 1. (D) 2.



Lời giải.

Ta có $3f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{4}{3}$.

Dựa vào đồ thị, đường thẳng $y = -\dfrac{4}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Chọn đáp án A ☐

Câu 18. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là

(A) 3. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = [-9;+\infty) \setminus \{-1;0\}$.

Ta có $\begin{cases} \lim\limits_{x\to -1^+} y = \lim\limits_{x\to -1^+} \dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to -1^-} y = \lim\limits_{x\to -1^-} \dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = -\infty \end{cases} \Rightarrow x = -1$ là tiệm cận đứng.

Ngoài ra $\lim\limits_{x\to 0} y = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} = \dfrac{1}{6}$ nên $x = 0$ không phải là một tiệm cận đứng.

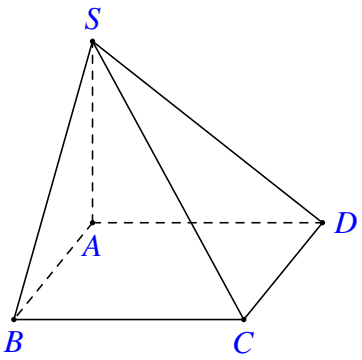
Chọn đáp án D □

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A $60°$. B $90°$. C $30°$. D $45°$.

Lời giải.

Ta có AB là hình chiếu của SB trên $(ABCD)$.
Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng góc giữa SB và AB là góc $\widehat{ABS}$.
Tam giác SAB vuông tại A, $\cos\widehat{ABS} = \dfrac{AB}{SB} = \dfrac{1}{2}$
$\Rightarrow \widehat{ABS} = 60°$.



Chọn đáp án A □

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P): 2x-y+3z+2=0$ có phương trình là

A $2x-y+3z-9=0$. B $2x-y+3z+11=0$.
C $2x-y-3z+11=0$. D $2x-y+3z-11=0$.

Lời giải.

Gọi mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P), mặt phẳng (Q) có dạng $2x-y+3z+D=0\,(D\neq 2)$.
$A(2;-1;2) \in (Q) \Rightarrow D = -11$.
Vậy mặt phẳng cần tìm là $2x-y+3z-11=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 21. Từ một hộp chứa 11 quả cầu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A $\dfrac{4}{455}$. B $\dfrac{24}{455}$. C $\dfrac{4}{165}$. D $\dfrac{33}{91}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$ (phần tử).
Gọi A là biến cố: "lấy được 3 quả cầu màu xanh".

Khi đó, $n(A) = C_4^3 = 4$ (phần tử).

Xác suất $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{4}{455}$.

Chọn đáp án A □

Câu 22. $\displaystyle\int_1^2 e^{3x-1}\,dx$ bằng

A $\dfrac{1}{3}(e^5 - e^2)$. B $\dfrac{1}{3}e^5 - e^2$. C $e^5 - e^2$. D $\dfrac{1}{3}(e^5 + e^2)$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_1^2 e^{3x-1}\,dx = \frac{1}{3}e^{3x-1}\Big|_1^2 = \frac{1}{3}(e^5 - e^2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 23. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 9$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

A 201. B 2. C 9. D 54.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[-2;3]$.

Ta có $y' = 4x^3 - 8x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [-2;3] \\ x = \pm\sqrt{2} \in [-2;3]. \end{array}\right.$

Ta có $f(-2) = 9$, $f(3) = 54$, $f(0) = 9$, $f\left(-\sqrt{2}\right) = 5$, $f\left(\sqrt{2}\right) = 5$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;3]$ bằng $f(3) = 54$.

Chọn đáp án D □

Câu 24. Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(2x - 3yi) + (1 - 3i) = x + 6i$, với i là đơn vị ảo.

A $x = -1; y = -3$. B $x = -1; y = -1$. C $x = 1; y = -1$. D $x = 1; y = -3$.

Lời giải.

Ta có $(2x - 3yi) + (1 - 3i) = x + 6i \Leftrightarrow x + 1 - (3y + 9)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \\ 3y + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -3. \end{cases}$

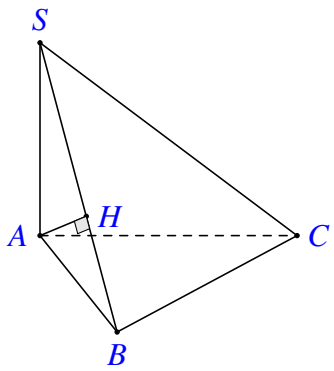
Chọn đáp án A □

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B, $AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$. **B** $\dfrac{\sqrt{5}a}{3}$. **C** $\dfrac{2\sqrt{2}a}{3}$. **D** $\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$.

Lời giải.

Trong tam giác SAB dựng AH vuông góc SB thì $AH\perp(SBC)$.
Do đó khoảng cách cần tìm là AH.
Ta có $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AB^2}=\dfrac{5}{4a^2}$ suy ra $AH=\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.



Chọn đáp án A

Câu 26. Cho $\displaystyle\int_{16}^{55}\frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x+9}}=a\ln 2+b\ln 5+c\ln 11$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $a-b=-c$. **B** $a+b=c$. **C** $a+b=3c$. **D** $a-b=-3c$.

Lời giải.

Đặt $t=\sqrt{x+9}\Rightarrow t^2=x+9\Rightarrow 2t\,\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$.
Đổi cận: $x=16\Rightarrow t=5$; $x=55\Rightarrow t=8$.

Ta có $\displaystyle\int_{16}^{55}\frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x+9}}=\int_{5}^{8}\frac{2t\,\mathrm{d}t}{(t^2-9)t}=2\int_{5}^{8}\frac{\mathrm{d}t}{t^2-9}=\frac{1}{3}\left(\int_{5}^{8}\frac{\mathrm{d}t}{t-3}-\int_{5}^{8}\frac{\mathrm{d}t}{t+3}\right)$

$$=\frac{1}{3}\left(\ln|x-3|-\ln|x+3|\right)\Big|_5^8=\frac{2}{3}\ln 2+\frac{1}{3}\ln 5-\frac{1}{3}\ln 11.$$

Vậy $a=\dfrac{2}{3}$, $b=\dfrac{1}{3}$, $c=-\dfrac{1}{3}$. Mệnh đề $a-b=-c$ đúng.

Chọn đáp án A

Câu 27. Một chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút chì và đáy là hình tròn bán kính 1 mm.

Giả định 1 m^3 gỗ có giá trị a (triệu đồng), 1 m^3 than chì có giá trị $8a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào sau đây?

(A) $9{,}7a$ (đồng). (B) $97{,}03a$ (đồng). (C) $90{,}7a$ (đồng). **(D)** $9{,}07a$ (đồng).

Lời giải.

Thể tích phần lõi được làm bằng than chì: $V_r = \pi R^2 h = \pi \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}2 = 0{,}2 \cdot 10^{-6}\pi$ m^3.
Thể tích chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều:
$V = B \cdot h = \dfrac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \left(3 \cdot 10^{-3}\right)^2 \cdot (0{,}2) = \dfrac{27\sqrt{3}}{10} \cdot 10^{-6}$ m^3.
Thể tích phần thân bút chì được làm bằng gỗ: $V_t = V - V_r = \dfrac{27\sqrt{3}}{10} \cdot 10^{-6} - 0{,}2 \cdot 10^{-6}\pi$ m^3.
Giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì:
$0{,}2 \cdot 10^{-6}\pi \cdot 8a + \left(\dfrac{27\sqrt{3}}{10} \cdot 10^{-6} - 0{,}2 \cdot 10^{-6}\pi\right) a \approx 9{,}07 \cdot 10^{-6} a$ (triệu đồng).

Chọn đáp án (D) □

Câu 28. Hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức $x(2x-1)^6 + (3x-1)^8$ bằng

(A) -13368. (B) 13368. (C) -13848. (D) 13848.

Lời giải.

$$\text{Ta có } x(2x-1)^6 + (3x-1)^8 = x\sum_{k=0}^{6} \text{C}_6^k \cdot (2x)^k \cdot (-1)^{6-k} + \sum_{l=0}^{8} \text{C}_8^l \cdot (3x)^l \cdot (-1)^{8-l}$$
$$= x\sum_{k=0}^{6} \text{C}_6^k \cdot (2x)^k \cdot (-1)^{6-k} + \sum_{l=0}^{8} \text{C}_8^l \cdot (3x)^l \cdot (-1)^{8-l}$$

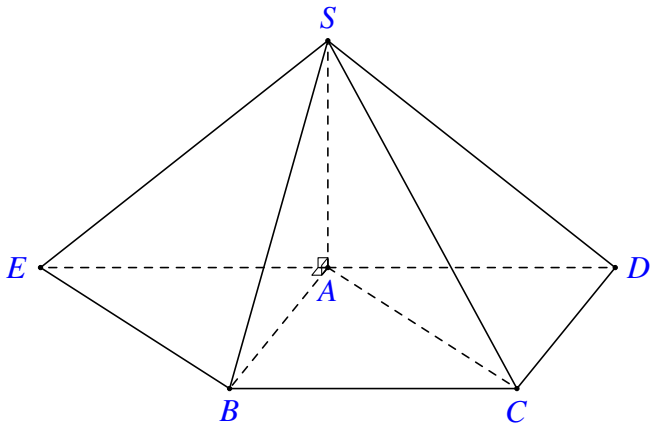
Suy ra hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức là: $\text{C}_6^4 \cdot 2^4 \cdot (-1)^{6-4} + \text{C}_8^5 \cdot 3^5 \cdot (-1)^{6-5} = -13368$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{6}a}{2}$. **(B)** $\dfrac{2a}{3}$. (C) $\dfrac{a}{2}$. (D) $\dfrac{a}{3}$.

Lời giải.



Dựng hình bình hành $ACBE$ ta có $AC \parallel (SBE)$ nên $\mathrm{d}(AC,SB) = \mathrm{d}(A,(SBE)) = h$.

Do AS, AB, AE đôi một vuông góc nhau nên $\dfrac{1}{h^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AE^2} = \dfrac{9}{4a^2}$.

Như vậy $\mathrm{d}(A,(SBE)) = h = \dfrac{2a}{3}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 30. Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z}+i)(z+2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

(A) 1. (B) $\dfrac{5}{4}$. (C) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi $z = x+yi$ $(x,y \in \mathbb{R})$.

Ta có $(\bar{z}+i)(z+2) = (x-yi+i)(x+yi+2) = (x^2+2x+y^2-y)+(x-2y+2)i$

Vì $(\bar{z}+i)(z+2)$ là số thuần ảo nên ta có: $x^2+2x+y^2-y = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + \left(y-\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{5}{4}$.

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn có bán kính bằng $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

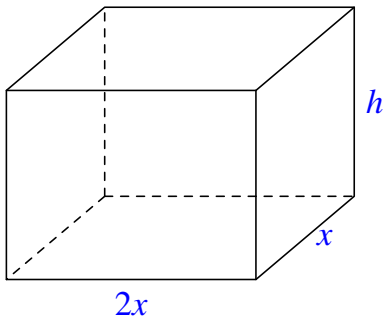
Chọn đáp án (C) □

Câu 31. Ông A dự định sử dụng hết $6{,}5$ m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

(A) $2{,}26$ m^3. (B) $1{,}61$ m^3. (C) $1{,}33$ m^3. (D) $1{,}50$ m^3.

Lời giải.

Đặt chiều rồng là x (m); chiều cao là h (m) (với $x,h>0$).



Ta có $2x^2+2xh+4xh=6{,}5 \Leftrightarrow h=\dfrac{6{,}5-2x^2}{6x}$.

Do $h>0$, $x>0$ nên $6{,}5-2x^2>0 \Leftrightarrow 0<x<\dfrac{\sqrt{13}}{2}$.

Lại có $V=2x^2h=\dfrac{6{,}5x-2x^3}{3}=f(x)$, với $x\in\left(0;\dfrac{\sqrt{13}}{2}\right)$

$f'(x)=\dfrac{13}{6}-2x^2$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\sqrt{39}}{6}$.

x	0		$\dfrac{\sqrt{39}}{6}$		$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\dfrac{13\sqrt{39}}{54}$	$\searrow$	

Vậy $V\leqslant f\left(\dfrac{\sqrt{39}}{6}\right)=\dfrac{13\sqrt{39}}{54}\approx 1{,}50$ m^3.

Chọn đáp án (D) □

Câu 32. Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t)=\dfrac{1}{180}t^2+\dfrac{11}{18}t$ m/s, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 5 giây so với A và có gia tốc bằng a m/s^2 (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 10 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

(A) 22 m/s. (B) 15 m/s. (C) 10 m/s. (D) 7 m/s.

Lời giải.

+ Từ đề bài, ta suy ra: tính từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi bị chất điểm B bắt kịp thì A đi được 15 giây, B đi được 10 giây.

+ Biểu thức vận tốc của chất điểm B có dạng

$v_B(t)=\int a\,\mathrm{d}t=at+C$, lại có $v_B(0)=0$ nên $v_B(t)=at$.

+ Từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi bị chất điểm B bắt kịp thì quãng đường hai chất điểm đi được là bằng nhau. Do đó

$$\int_0^{15}\left(\frac{1}{180}t^2+\frac{11}{18}t\right)\mathrm{d}t=\int_0^{10}at\,\mathrm{d}t \Leftrightarrow 75=50a \Leftrightarrow a=\frac{3}{2}.$$

Từ đó, vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $v_B(10)=\dfrac{3}{2}\cdot 10=15$ m/s.

Chọn đáp án (B) □

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

(A) $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2t\\z=3t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+2t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2t\\z=t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+3t\end{cases}$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $B=\Delta\cap Ox\Rightarrow B(b;0;0)$ và $\overrightarrow{BA}=(1-b;2;3)$.
Do $\Delta\perp d$, Δ qua A nên $\overrightarrow{BA}\cdot\vec{u_d}=0\Leftrightarrow 2(1-b)+2-6=0\Leftrightarrow b=-1$.

Từ đó Δ qua $B(-1;0;0)$, có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{BA}=(2;2;3)$ nên $\Delta\colon\begin{cases}x=-1+2t\\y=2t\\z=3t.\end{cases}$

Chọn đáp án (A) □

Câu 34. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x-m\cdot 4^{x+1}+5m^2-45=0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

(A) 13. (B) 3. (C) 6. (D) 4.

Lời giải.

Đặt $t=4^x$, $t>0$. Phương trình đã cho trở thành $t^2-4mt+5m^2-45=0.\qquad(*)$
Với mỗi nghiệm $t>0$ của phương trình $(*)$ sẽ tương ứng với duy nhất một nghiệm x của phương trình ban đầu. Do đó, yêu cầu bài toán tương đương phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương phân biệt. Khi đó

$$\begin{cases}\Delta'>0\\S>0\\P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-m^2+45>0\\4m>0\\5m^2-45>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3\sqrt{5}<m<3\sqrt{5}\\m>0\\\left[\begin{array}{l}m<-3\\m>3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow 3<m<3\sqrt{5}.$$

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{4;5;6\}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 35. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$?

(A) 2. (B) Vô số. (C) 1. (D) 3.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-5m\}$.

$y' = \dfrac{5m-2}{(x+5m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-10) \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-2>0 \\ -5m \geqslant -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \dfrac{2}{5} \\ m \leqslant 2 \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{2}{5} < m \leqslant 2$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1;2\}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 36. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = x^8 + (m-2)x^5 - (m^2-4)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$?

(A) 3. (B) 5. (C) 4. (D) Vô số.

Lời giải.

Ta có $y' = 8x^7 + 5(m-2)x^4 - 4(m^2-4)x^3$.
Đặt $g(x) = 8x^4 + 5(m-2)x - 4(m^2-4)$. Có 2 trường hợp cần xét liên quan (m^2-4):

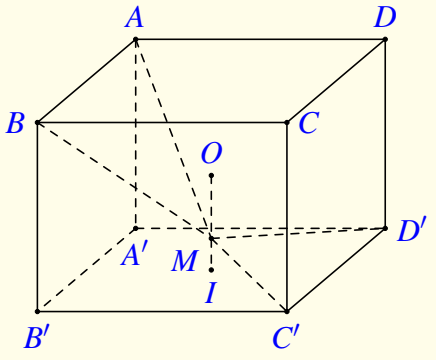
- Trường hợp 1: $m^2-4 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2$.
  - + Khi $m = 2 \Rightarrow y' = 8x^7 \Rightarrow x = 0$ là điểm cực tiểu.
  - + Khi $m = -2 \Rightarrow y' = x^4(8x^4 - 20) \Rightarrow x = 0$ không là điểm cực tiểu.
- Trường hợp 2: $m^2-4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$. Khi đó $x = 0$ không là nghiệm của $g(x)$.
  Ta có x^3 đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi qua $x_0 = 0$, do đó
  $y' = x^3 \cdot g(x)$ đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi qua $x_0 = 0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 0} g(x) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0$.

Kết hợp các trường hợp giải được ta nhận $m \in \{2;1;0;-1\}$.

Chọn đáp án (C) □

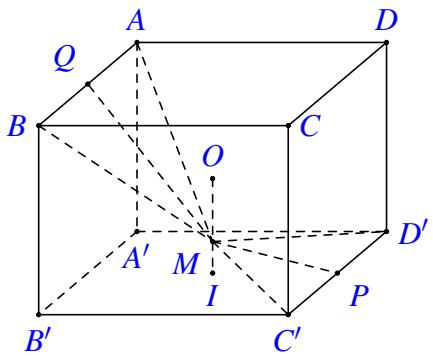
Câu 37.
Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $MO = 2MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó cô-sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

(A) $\dfrac{6\sqrt{85}}{85}$. (B) $\dfrac{7\sqrt{85}}{85}$. (C) $\dfrac{17\sqrt{13}}{65}$. (D) $\dfrac{6\sqrt{13}}{65}$.



Lời giải.

Không mất tính tổng quát, ta giả sử các cạnh của hình lập phương bằng 6.
Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của $D'C'$ và AB. Khi đó ta có
$MP = \sqrt{IM^2 + IP^2} = \sqrt{10}$, $MQ = \sqrt{34}$, $PQ = 6\sqrt{2}$.
Áp dụng định lí cô-sin ta được
$\cos \widehat{PMQ} = \dfrac{MP^2 + MQ^2 - PQ^2}{2MP \cdot MQ} = \dfrac{-14}{\sqrt{340}}$.
Góc α là góc giữa hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) ta có
$\cos \alpha = \dfrac{14}{\sqrt{340}} = \dfrac{7\sqrt{85}}{85}$.



Chọn đáp án B □

Câu 38. Có bao nhiêu số phức z thoả mãn $|z|(z-4-i)+2i=(5-i)z$?
A 2. **B** 3. C 1. D 4.

Lời giải.

Ta có
$|z|(z-4-i)+2i=(5-i)z \Leftrightarrow z(|z|-5+i)=4|z|+(|z|-2)i$.
Lấy môđun 2 vế ta được
$|z|\sqrt{(|z|-5)^2+1}=\sqrt{(4|z|)^2+(|z|-2)^2}$.
Đặt $t=|z|, t\geqslant 0$ ta được
$t\sqrt{(t-5)^2+1}=\sqrt{(4t)^2+(t-2)^2} \Leftrightarrow (t-1)(t^3-9t^2+4)=0$.
Phương trình có 3 nghiệm phân biệt $t\geqslant 0$ vậy có 3 số phức z thoả mãn.

Chọn đáp án B □

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình
A $6x+8y+11=0$. B $3x+4y+2=0$. **C** $3x+4y-2=0$. D $6x+8y-11=0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-1;-1)$ và bán kính $R=3$.
* Ta tính được $AI=5$, $AM=\sqrt{AI^2-R^2}=4$.
* Phương trình mặt cầu (S') tâm $A(2;3;-1)$, bán kính $AM=4$ là
$(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$.
* M luôn thuộc mặt phẳng $(P)=(S)\cap(S')$ có phương trình: $3x+4y-2=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 40. Cho hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-\frac{7}{2}x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1),N(x_2;y_2)$ (M,N khác A) thỏa mãn $y_1-y_2=6(x_1-x_2)$?

(A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) 3.

Lời giải.

* Nhận xét đây là hàm số trùng phương có hệ số $a>0$.

* Ta có $y'=x^3-7x$ nên suy ra hàm số có 3 điểm cực trị $\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-\sqrt{7}\\x=\sqrt{7}.\end{array}\right.$

* Phương trình tiếp tuyến tại $A(x_0;y_0)$ (là đường thẳng qua hai điểm M,N) có hệ số góc: $k=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=6$. Do đó để tiếp tuyến tại $A(x_0;y_0)$ có hệ số góc $k=6>0$ và cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1),N(x_2;y_2)$ thì $-\sqrt{7}<x_0<0$ và $x_0\neq-\frac{\sqrt{21}}{3}$ (hoành độ điểm uốn).

* Ta có phương trình: $y'(x_0)=6\Leftrightarrow x_0^3-7x_0-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=-2\\x_0=-1\\x_0=3(\text{loại}).\end{array}\right.$

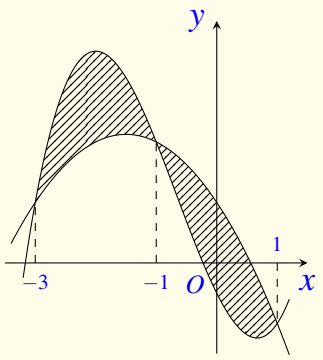
Vậy có 2 điểm A thỏa yêu cầu.

Chọn đáp án (B) □

Câu 41.

Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-\frac{1}{2}$ và $g(x)=dx^2+ex+1$ $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3;-1;1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

(A) $\frac{9}{2}$. (B) 8. (C) 4. (D) 5.



Lời giải.

Do $(C):y=f(x)$ và $(C'):y=g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt có hoành độ $-3;-1$ và 1 nên

$$f(x)-g(x)=A(x+3)(x+1)(x-1).$$

Từ giả thiết ta có $f(0)-g(0)=-\frac{3}{2}$ nên $-3A=-\frac{3}{2}\Leftrightarrow A=\frac{1}{2}$.

$$\Rightarrow f(x)-g(x)=\frac{1}{2}(x+3)(x+1)(x-1)=\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S=\int_{-3}^{-1}[f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x+\int_{-1}^{1}[g(x)-f(x)]\,\mathrm{d}x$$
$$=\int_{-3}^{-1}\left[\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}\right]\mathrm{d}x-\int_{-1}^{1}\left[\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}\right]\mathrm{d}x=2-(-2)=4.$$

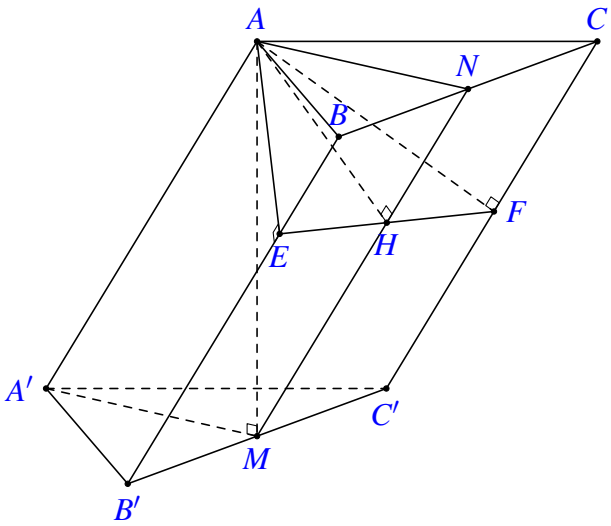
Chọn đáp án C □

Câu 42. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A 2. B 1. C $\sqrt{3}$. D $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Dựng $\triangle AEF$ như hình vẽ sao cho $AA'\perp(AEF)$.
Khi đó $V_{ABC.A'B'C'}$ bằng với thể tích của lăng trụ (T) có mặt đáy AEF và cạnh bên AA'
Tức là $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\triangle AEF}\cdot AA'$.
Từ cách dựng ta suy ra $AE=1, AF=\sqrt{3}$ và $EF=2$. Suy ra $\triangle AEF$ vuông tại A.
Từ đó $S_{\triangle AEF}=\dfrac{1}{2}AE\cdot AF=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.
Gọi N là trung điểm BC và $H=EF\cap MN$ thì $MN\parallel AA'$; H là trung điểm EF và $AH\perp MN$
Từ đó $AH=\dfrac{1}{2}EF=1$.



$\triangle AMN$ vuông tại A có $\dfrac{1}{AM^2}=\dfrac{1}{AH^2}-\dfrac{1}{AN^2}=\dfrac{1}{4}\Rightarrow AM=2$.
Cuối cùng $AA'=MN=\sqrt{AM^2+AN^2}=\dfrac{4}{\sqrt{3}}$.
Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\triangle AEF}\cdot AA'=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot\dfrac{4}{\sqrt{3}}=2$.

Chọn đáp án A □

Câu 43. Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A $\dfrac{1728}{4913}$. B $\dfrac{1079}{4913}$. C $\dfrac{23}{68}$. D $\dfrac{1637}{4913}$.

Lời giải.

Không gian mẫu có số phần tử là $17^3 = 4913$.
Lấy một số tự nhiên từ 1 đến 17 ta có các nhóm số sau:
$*$ Số chia hết cho 3: có 5 số thuộc tập $\{3;6;9;12;15\}$.
$*$ Số chia cho 3 dư 1: có 6 số thuộc tập $\{1;4;7;10;13;16\}$.
$*$ Số chia cho 3 dư 2: có 6 số thuộc tập $\{2;5;8;11;14;17\}$.
Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;17]$ thỏa mãn ba số đó có tổng chia hết cho 3 thì các khả năng xảy ra như sau:
- TH1: Ba số đều chia hết cho 3 có $5^3 = 125$ cách.
- TH2: Ba số đều chia cho 3 dư 1 có $6^3 = 216$ cách.
- TH3: Ba số đều chia cho 3 dư 2 có $6^3 = 216$ cách.
- TH4: Một số chia hết cho 3, một số chia cho 3 dư 1, chia cho 3 dư 2 có $5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3! = 1080$ cách.

Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{125+216+216+1080}{4913} = \dfrac{1637}{4913}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 44. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{3a+2b+1}(9a^2+b^2+1)+\log_{6ab+1}(3a+2b+1) = 2$. Giá trị của $a+2b$ bằng

(A) 6. (B) 9. (C) $\dfrac{7}{2}$. (D) $\dfrac{5}{2}$.

Lời giải.

Do $a > 0, b > 0$ nên ta có $\begin{cases}(9a^2+b^2)+1 \geqslant 6ab+1 \text{ (bất đẳng thức AM-GM)}\\ 3a+2b+1 > 1.\end{cases}$

$$\Rightarrow \log_{3a+2b+1}(9a^2+b^2+1) \geqslant \log_{3a+2b+1}(6ab+1)$$

Từ đó $\log_{3a+2b+1}(9a^2+b^2+1)+\log_{6ab+1}(3a+2b+1) \geqslant \log_{3a+2b+1}(6ab+1)+\log_{6ab+1}(3a+2b+1)$
$\geqslant 2$ (bất đẳng thức AM-GM).

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}3a = b > 0\\ 3a+2b+1 = 6ab+1\end{cases} \Leftrightarrow a = \dfrac{1}{2}$ và $b = \dfrac{3}{2}$.

Vậy $a+2b = \dfrac{1}{2}+3 = \dfrac{7}{2}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 45. Cho hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng

(A) $\sqrt{6}$. (B) $2\sqrt{3}$. (C) 2. (D) $2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $(C): y = \dfrac{x-1}{x+2} = 1 - \dfrac{3}{x+2}$ có $I(-2;1)$ là giao điểm của hai đường tiệm cận.

Xét $\begin{cases} A\left(a-2;1-\dfrac{3}{a}\right)\in(C) \\ B\left(b-2;1-\dfrac{3}{b}\right)\in(C) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{IA}=\left(a;-\dfrac{3}{a}\right) \\ \vec{IB}=\left(b;-\dfrac{3}{b}\right) \end{cases}$ và $\begin{cases} IA=\sqrt{a^2+\dfrac{9}{a^2}} \\ IB=\sqrt{b^2+\dfrac{9}{b^2}}. \end{cases}$

Tam giác ABI đều khi và chỉ khi $\begin{cases} IA^2=IB^2 \\ \cos\left(\vec{IA},\vec{IB}\right)=\cos 60^\circ \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+\dfrac{9}{a^2}=b^2+\dfrac{9}{b^2} \\ \dfrac{\vec{IA}\cdot\vec{IB}}{IA\cdot IB}=\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+\dfrac{9}{a^2}=b^2+\dfrac{9}{b^2} & (1) \\ \dfrac{ab+\dfrac{9}{ab}}{a^2+\dfrac{9}{a^2}}=\dfrac{1}{2}. & (2) \end{cases}$$

Từ (2) ta suy ra $ab>0$ và $a^2\neq b^2$ (do $A\not\equiv B$).

Từ (1) ta suy ra $(a^2-b^2)\left(1-\dfrac{9}{a^2b^2}\right)=0\Rightarrow ab=3$.

Với $ab=3$, thay vào (2) ta tìm được $a^2+\dfrac{9}{a^2}=12$. Vậy $AB=IA=\sqrt{a^2+\dfrac{9}{a^2}}=2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 46. Cho phương trình $5^x+m=\log_5(x-m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-20;20)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A 20. B 19. C 9. D 21.

Lời giải.

Điều kiện: $x>m$.

Ta có $5^x+m=\log_5(x-m)\Leftrightarrow 5^x+x=x-m+\log_5(x-m)$. (1)

Xét hàm số $f(t)=5^t+t$, $f'(t)=5^t\ln 5+1>0,\forall t\in\mathbb{R}$.

Do đó từ (1) suy ra $x=\log_5(x-m)\Leftrightarrow m=x-5^x$.

Xét hàm số $g(x)=x-5^x$, $g'(x)=1-5^x\cdot\ln 5$, $g'(x)=0\Leftrightarrow x=\log_5\dfrac{1}{\ln 5}=-\log_5\ln 5=x_0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\log_5\ln 5$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$g(x_0)$	↘	$-\infty$

Do đó để phương trình có nghiệm thì $m\leqslant g(x_0)\approx -0,92$.

Các giá trị nguyên của $m\in(-20;20)$ là $\{-19;-18;\ldots;-1\}$, có 19 giá trị m thỏa mãn.

Chọn đáp án B □

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2;1;2)$ và đi qua điểm $A(1;-2;-1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

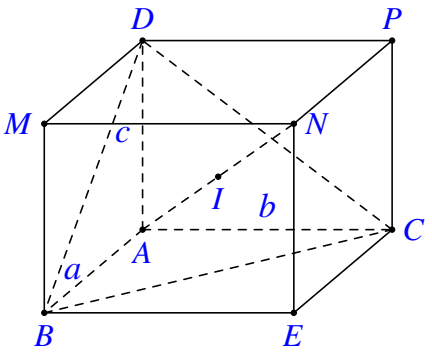
(A) 72. (B) 216. (C) 108. **D** 36.

Lời giải.

Đặt $AB=a$, $AC=b$, $AD=c$ thì $ABCD$ là tứ diện vuông đỉnh A, nội tiếp mặt cầu (S).

Khi đó $ABCD$ là tứ diện đặt ở góc A của hình hộp chữ nhật tương ứng có các cạnh AB, AC, AD và đường chéo AA' là đường kính của cầu. Ta có $a^2+b^2+c^2=4R^2$.

Xét $V=V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}abc \Leftrightarrow V^2=\dfrac{1}{36}a^2b^2c^2$.



Mà $a^2+b^2+c^2 \geqslant 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} \Leftrightarrow \left(\dfrac{a^2+b^2+c^2}{3}\right)^3 \geqslant a^2b^2c^2 \Leftrightarrow \left(\dfrac{4R^2}{3}\right)^3 \geqslant 36\cdot V^2 \Leftrightarrow V \leqslant R^3\cdot \dfrac{4\sqrt{3}}{27}$

Với $R=IA=3\sqrt{3}$.

Vậy $V_{\max}=36$.

Chọn đáp án D □

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2)=-\dfrac{2}{9}$ và $f'(x)=2x[f(x)]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

(A) $-\dfrac{35}{36}$. **B** $-\dfrac{2}{3}$. (C) $-\dfrac{19}{36}$. (D) $-\dfrac{2}{15}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=2x[f(x)]^2 \overset{f(x)\neq 0}{\Leftrightarrow} \dfrac{f'(x)}{[f(x)]^2}=2x \Leftrightarrow \left[\dfrac{1}{f(x)}\right]'=-2x \Leftrightarrow \dfrac{1}{f(x)}=-x^2+C$.

Từ $f(2)=-\dfrac{2}{9}$ suy ra $C=-\dfrac{1}{2}$.

Do đó $f(1)=\dfrac{1}{-1^2+\left(-\dfrac{1}{2}\right)}=-\dfrac{2}{3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1+3t \\ y=1+4t \\ z=1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=1+7t \\ y=1+t \\ z=1+5t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-10+11t \\ z=-6-5t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-10+11t \\ z=6-5t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1+4t \\ z=1-5t \end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình tham số đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=1+t' \\ y=1-2t' \\ z=1+2t'. \end{cases}$

Chọn điểm $B(0;3;-1)\in\Delta$ ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;2;-2)$ và $AB=3$.

Chọn điểm $C(4;5;1)\in d$ ta có $\overrightarrow{AC}=(3;4;0)$ và $AC=5$.

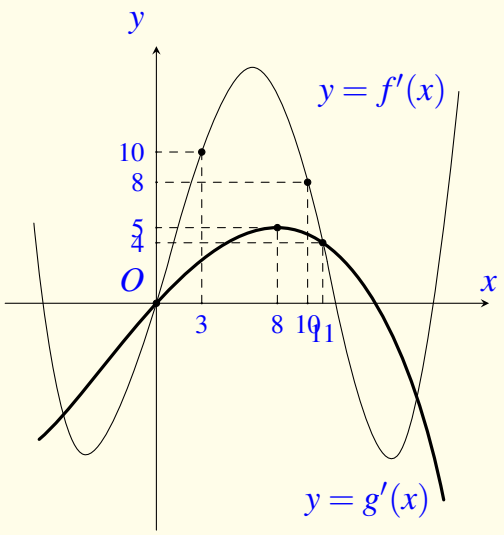
Ta có $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=5>0\Rightarrow \widehat{BAC}<90^\circ$. Phân giác của góc nhọn $\widehat{BAC}$ có véc-tơ chỉ phương

$$\vec{u}=AC\cdot\overrightarrow{AB}+AB\cdot\overrightarrow{AC}=(4;22;-10).$$

Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có một véc-tơ chỉ phương cùng phương với véc-tơ $\overrightarrow{AC}=(4;22;-10)$. Xét phương án $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-10+11t \\ z=6-5t. \end{cases}$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{v}=(2;11;-5)$ cùng phương với véc-tơ $\overrightarrow{AC}=(4;22;-10)$ và đi qua đi qua điểm $A(1;1;1)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 50. Cho hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$. Hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y=g'(x)$.



Hàm số $h(x)=f(x+4)-g\left(2x-\dfrac{3}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $\left(5;\dfrac{31}{5}\right)$. Ⓑ $\left(\dfrac{9}{4};3\right)$. Ⓒ $\left(\dfrac{31}{5};+\infty\right)$. Ⓓ $\left(6;\dfrac{25}{4}\right)$.

Lời giải.

Kẻ đường thẳng $y=10$ cắt đồ thị hàm số $y=f'(x)$ tại $A(a;10)$, $a\in(8;10)$. Khi đó ta có
$$\begin{cases} f(x+4)>10 & \text{khi } 3<x+4<a \\ g\left(2x-\dfrac{3}{2}\right)\leqslant 5 & \text{khi } 0\leqslant 2x-\dfrac{3}{2}<11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x+4)>10 & \text{khi } -1<x<4 \\ g\left(2x-\dfrac{3}{2}\right)\leqslant 5 & \text{khi } \dfrac{3}{4}\leqslant x\leqslant \dfrac{25}{4}. \end{cases}$$
Do đó $h'(x)=f'(x+4)-2g'\left(2x-\dfrac{3}{2}\right)>0$ khi $\dfrac{3}{4}\leqslant x<4$.

Kiểu đánh giá khác:

Ta có $h'(x)=f'(x+4)-2g'\left(2x-\dfrac{3}{2}\right)$.

Dựa vào đồ thị, $\forall x\in\left(\dfrac{9}{4};3\right)$, ta có $\dfrac{25}{4}<x+4<7$, $f(x+4)>f(3)=10$;

$3<2x-\dfrac{3}{2}<\dfrac{9}{2}$, do đó $g\left(2x-\dfrac{3}{2}\right)<f(8)=5$.

Suy ra $h'(x)=f'(x+4)-2g'\left(2x-\dfrac{3}{2}\right)>0, \forall x\in\left(\dfrac{9}{4};3\right)$. Do đó hàm số đồng biến trên $\left(\dfrac{9}{4};3\right)$.

Chọn đáp án Ⓑ □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 50

1. D	2. D	3. A	4. A	5. B	6. C	7. D	8. B	9. D	10. C
11. D	12. C	13. A	14. B	15. B	16. C	17. A	18. D	19. A	20. D
21. A	22. A	23. D	24. A	25. A	26. A	27. D	28. A	29. B	30. C
31. D	32. B	33. A	34. B	35. A	36. C	37. B	38. B	39. C	40. B
41. C	42. A	43. D	44. C	45. B	46. B	47. D	48. B	49. C	50. B

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2018
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 102
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. $\lim \dfrac{1}{5n+2}$ bằng

(A) $\dfrac{1}{5}$. (B) 0. (C) $\dfrac{1}{2}$. (D) $+\infty$.

Lời giải.

Ta có $\lim \dfrac{1}{5n+2} = \lim \dfrac{\frac{1}{n}}{5+\frac{2}{n}} = 0$.

Chọn đáp án B □

Câu 2. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $S = \int_0^2 2^x \mathrm{d}x$. (B) $S = \pi \int_0^2 2^{2x} \mathrm{d}x$. (C) $S = \int_0^2 2^{2x} \mathrm{d}x$. (D) $S = \pi \int_0^2 2^x \mathrm{d}x$.

Lời giải.

Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ là $S = \int_0^2 2^x \,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án A □

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2-1) = 3$ là

(A) $\{-3;3\}$. (B) $\{-3\}$. (C) $\{3\}$. (D) $\{-\sqrt{10};\sqrt{10}\}$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(x^2-1) = 3 \Leftrightarrow x^2-1 = 2^3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -3 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $\{-3;3\}$.

Chọn đáp án A □

Câu 4. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x$ là

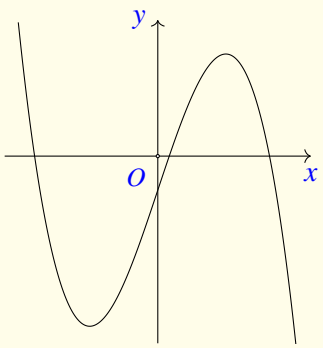
(A) $x^4 + x^2 + C$. (B) $4x^3 + 1 + C$. (C) $x^5 + x^2 + C$. (D) $\dfrac{1}{5}x^5 + \dfrac{1}{2}x^2 + C$.

Lời giải.

Ta có $\int \left(x^4+x\right)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{5}x^5+\frac{1}{2}x^2+C$.

Chọn đáp án D

Câu 5.
Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A 0. B 1. C 3. D 2.

Lời giải.

Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Chọn đáp án D

Câu 6. Số phức có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 là

A $3+4i$. B $4-3i$. C $3-4i$. D $4+3i$.

Lời giải.

Số phức có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 là $z=3+4i$.

Chọn đáp án A

Câu 7. Cho khối chóp có đáy hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A $\frac{4}{3}a^3$. B $\frac{16}{3}a^3$. C $4a^3$. D $16a^3$.

Lời giải.

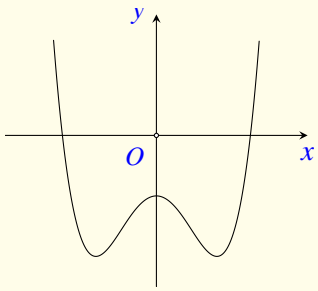
Diện tích đáy là $S=a^2$.

Thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}S\cdot h=\frac{1}{3}\cdot a^2\cdot 4a=\frac{4a^3}{3}$.

Chọn đáp án A

Câu 8.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A $y=x^4-2x^2-1$.
B $y=-x^4+2x^2-1$.
C $y=x^3-x^2-1$.
D $y=-x^3+x^2-1$.

Lời giải.

Dựa vào hình dáng đồ thị ta suy ra hàm số là hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ có

- "Đuôi thăng thiên" nên $a>0$.
- Cắt trục tung tại điểm nằm phía dưới trục hoành nên $c<0$.
- Có 3 cực trị nên $a\cdot b<0\Rightarrow b<0$.

Chọn đáp án A

Câu 9. Thể tích khối cầu bán kính R bằng

A $\frac{4}{3}\pi R^3$.
B $4\pi R^3$.
C $2\pi R^3$.
D $\frac{3}{4}\pi R^3$.

Lời giải.

Công thức tính thể tích khối cầu có bán kính R là $V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

Chọn đáp án A

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có toạ độ là

A $(3;3;-1)$.
B $(-1;-1;-3)$.
C $(3;1;1)$.
D $(1;1;3)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2-1;2-1;1-(-2))=(1;1;3)$.

Chọn đáp án D

Câu 11. Với a là số thực dương tuỳ ý, $\log_3(3a)$ bằng

A $3\log_3 a$.
B $3+\log_3 a$.
C $1+\log_3 a$.
D $1-\log_3 a$.

Lời giải.

Ta có $\log_3(3a)=\log_3 3+\log_3 a=1+\log_3 a$.

Chọn đáp án C □

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-1;+\infty)$. **B** $(1;+\infty)$. C $(-1;1)$. D $(-\infty;1)$.

Lời giải.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Chọn đáp án B □

Câu 13. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 38 học sinh?

A A_{38}^2. B 2^{38}. **C** C_{38}^2. D 38^2.

Lời giải.

Mỗi cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 38 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 38, số cách chọn là C_{38}^2.

Chọn đáp án C □

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-5}{2}$ có một véc-tơ chỉ phương là

A $\vec{u}_1=(3;-1;5)$. **B** $\vec{u}_4=(1;-1;2)$. C $\vec{u}_2=(-3;1;5)$. D $\vec{u}_3=(1;-1;-2)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của của đường thẳng d là $\vec{u}=(1;-1;2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon 3x+2y+z-4=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

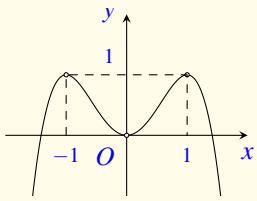
A $\vec{n}_3=(-1;2;3)$. B $\vec{n}_4=(1;2;-3)$. **C** $\vec{n}_2=(3;2;1)$. D $\vec{n}_1=(1;2;3)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(3;2;1)$.

Chọn đáp án C

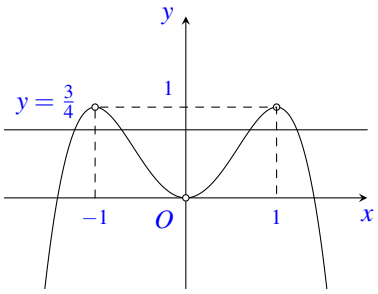
Câu 16.
Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c\ (a,b,c\in\mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $4f(x)-3=0$ là



A 4. B 3. C 2. D 0.

Lời giải.

Ta có $4f(x)-3=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{3}{4}$.
Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{3}{4}$.
Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$, suy ra số nghiệm phương trình là 4.



Chọn đáp án A

Câu 17. Từ một hộp chứa 7 quả cầu mà đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A $\dfrac{5}{12}$. B $\dfrac{7}{44}$. C $\dfrac{1}{22}$. D $\dfrac{2}{7}$.

Lời giải.

Số cách lấy 3 quả cầu từ hộp là $n(\Omega)=\mathrm{C}_{12}^3$.
Gọi A: "lấy được 3 viên bi xanh". Ta có $n(A)=\mathrm{C}_5^3$.
Xác suất cần tìm $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{\mathrm{C}_5^3}{\mathrm{C}_{12}^3}=\dfrac{1}{22}$.

Chọn đáp án C

Câu 18. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+2x^2-7x$ trên đoạn $[0;4]$ bằng

A -259. B 68. C 0. D -4.

Lời giải.

Ta có $y'=3x^2+4x-7$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\ \text{(nhận)}\\ x=-\dfrac{7}{4}\ \text{(loại)}\end{array}\right.$.
Mà $y(0)=0$, $y(1)=-4$, $y(4)=68$.
Vậy $\min\limits_{[0;4]}y=-4$.

Chọn đáp án D

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A 45°. B 60°. C 30°. D 90°.

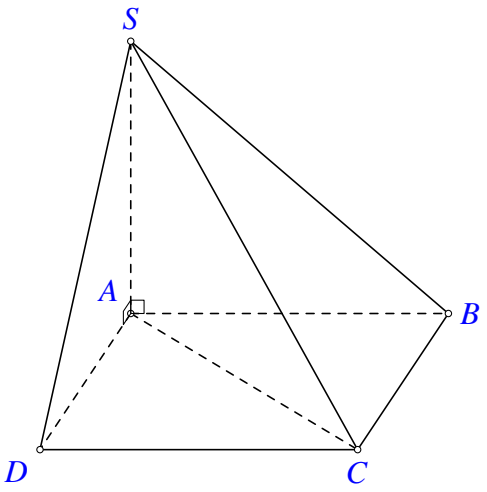
Lời giải.

Ta có $\begin{cases} SC\cap(ABCD)=C \\ SA\perp(ABCD) \text{ tại } A \end{cases}$

$\Rightarrow (SC,(ABCD))=\widehat{(SC,AC)}=\widehat{SCA}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A, ta có

$$\tan\widehat{SCA}=\frac{SA}{AC}=\frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}}=1\Rightarrow\widehat{SCA}=45^\circ.$$



Chọn đáp án A

Câu 20. $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{3x+1}\,\mathrm{d}x$ bằng

A $\frac{1}{3}\left(\mathrm{e}^4-\mathrm{e}\right)$. B $\mathrm{e}^4-\mathrm{e}$. C $\frac{1}{3}\left(\mathrm{e}^4+\mathrm{e}\right)$. D $\mathrm{e}^3-\mathrm{e}$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{3x+1}\,\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x+1}\Big|_0^1=\frac{1}{3}(\mathrm{e}^4-\mathrm{e})$.

Chọn đáp án A

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta\colon \frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{3}$ có phương trình là

A $3x+2y+z-5=0$. B $2x+y+3z+2=0$.

C $x+2y+3z+1=0$. D $2x+y+3z-2=0$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}=(2;1;3)$.
Vì mặt phẳng cần tìm vuông góc với đường thẳng Δ nên có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\vec{u}=(2;1;3)$.
Phương trình mặt phẳng cần tìm là $2(x-1)+1(y-2)+3(z+2)=0 \Leftrightarrow 2x+y+3z+2=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 22. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

(A) 3. (B) 0. (C) 2. **D** 1.

Lời giải.

Tập xác định hàm số $\mathscr{D}=[-4;+\infty)\setminus\{-1;0\}$.
Ta có $\lim\limits_{x\to -1^+} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to 0^+} y=1$ và $\lim\limits_{x\to 0^-} y=1$.
Suy ra đồ thị hàm số chỉ có 1 tiệm cận đứng là $x=-1$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B, $AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $\dfrac{a}{2}$. (B) a. (C) $\dfrac{\sqrt{6}a}{3}$. **D** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải.

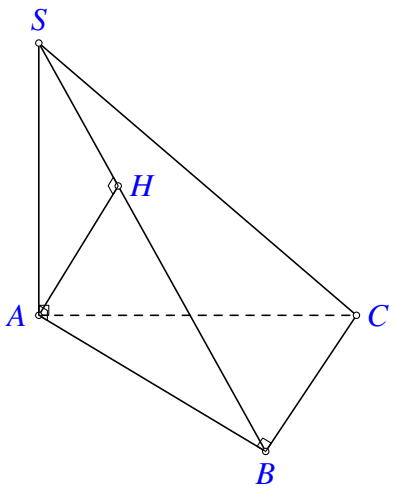
Gọi H là hình chiếu của A lên SB.
Ta có

$$\begin{cases} BC\perp AB \\ BC\perp SA \end{cases} \Rightarrow BC\perp (SAB).$$

$$\begin{cases} AH\perp SB \\ AH\perp BC \text{ (vì } BC\perp (SAB), AH\subset (SAB)) \end{cases}$$

$\Rightarrow AH\perp (SBC)$ tại $H \Rightarrow \mathrm{d}(A,(SBC))=AH$.
Tam giác SAB vuông tại A có AH là đường cao nên

$$AH=\frac{SA\cdot AB}{\sqrt{SA^2+AB^2}}=\frac{a^2}{a\sqrt{2}}=\frac{a\sqrt{2}}{2}.$$



Chọn đáp án (D) □

Câu 24. Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 7,2%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để

tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

(A) 11 năm. (B) 12 năm. (C) 9 năm. **D** 10 năm.

Lời giải.

Giả sử người ấy gửi số tiền M_0 vào ngân hàng. Khi đó, sau n năm số tiền của người ấy được tính bằng công thức $M = M_0(1+7{,}2\%)^n = M_0 \cdot 1{,}072^n$.
Theo đề bài, ta tìm n thỏa mãn $M \geq 2M_0 \Leftrightarrow M_0 \cdot 1{,}072^n \geq 2M_0 \Leftrightarrow n \geq \log_{1{,}072} 2 \approx 9{,}969602105$.
Vậy sau ít nhất 10 năm người ấy mới thu được số tiền nhiều gấp đôi số tiền vốn ban đầu.

Chọn đáp án D □

Câu 25. Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x+2yi)+(2+i)=2x-3i$ với i là đơn vị ảo.

A $x=-2;\ y=-2$. (B) $x=-2;\ y=-1$. (C) $x=2;\ y=-2$. (D) $x=2;\ y=-1$.

Lời giải.

Ta có

$$(3x+2yi)+(2+i)=2x-3i \Leftrightarrow (3x+2)+(2y+1)i=2x-3i$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+2=2x \\ 2y+1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-2. \end{cases}$$

Chọn đáp án A □

Câu 26. Ông A dự định sử dụng hết $6{,}7$ m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

A $1{,}57$ m^3. (B) $1{,}11$ m^3. (C) $1{,}23$ m^3. (D) $2{,}48$ m^3.

Lời giải.

Gọi a, b, c lần lượt là chiều dài, chiều rộng và chiều cao của bể cá $(a,b,c>0)$.

Theo đề bài, ta có $\begin{cases} a=2b \\ 2ac+2bc+ab=6{,}7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2b \\ c=\dfrac{6{,}7-2b^2}{6b}. \end{cases}$

Thể tích bể cá là $V=abc=\dfrac{2b^2(6{,}7-2b^2)}{6b}=\dfrac{6{,}7b-2b^3}{3}=f(b)$.

Xét hàm số $f(b)=\dfrac{6{,}7b-2b^3}{3}$ với $b>0$.

Ta có $f'(b)=\dfrac{6{,}7-6b^2}{3}$, $f'(b)=0 \Leftrightarrow b=\sqrt{\dfrac{67}{60}}, f(b)\approx 1{,}57$.

Bảng biến thiên

b	0		$\sqrt{\frac{67}{60}}$		$+\infty$
$f'(b)$		$+$	0	$-$	
$f(b)$	0	↗	$1{,}57$	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, dung tích lớn nhất của bể cá gần bằng $1{,}57$.

Chọn đáp án A □

Câu 27. Cho $\displaystyle\int_5^{21} \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x+4}} = a\ln 3 + b\ln 5 + c\ln 7$ với a,b,c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $a+b=-2c$. B $a+b=c$. C $a-b=-c$. D $a-b=-2c$.

Lời giải.

Đặt $t=\sqrt{x+4} \Rightarrow \begin{cases} x=t^2-4 \\ \mathrm{d}x=2t\,\mathrm{d}t. \end{cases}$

Đổi cận $\begin{cases} x=5 \Rightarrow t=3 \\ x=21 \Rightarrow t=5. \end{cases}$

Do đó

$$\begin{aligned} I &= \int_3^5 \frac{2\,\mathrm{d}t}{(t-2)(t+2)} = \frac{1}{2}\int_3^5 \left(\frac{1}{t-2}-\frac{1}{t+2}\right)\mathrm{d}t \\ &= \frac{1}{2}\left(\ln|t-2|-\ln|t+2|\right)\Big|_3^5 \\ &= \frac{1}{2}(\ln 3-\ln 7+\ln 5). \end{aligned}$$

$\Rightarrow a=\frac{1}{2}, b=\frac{1}{2}, c=-\frac{1}{2}$.

Do đó $a+b=-2c$.

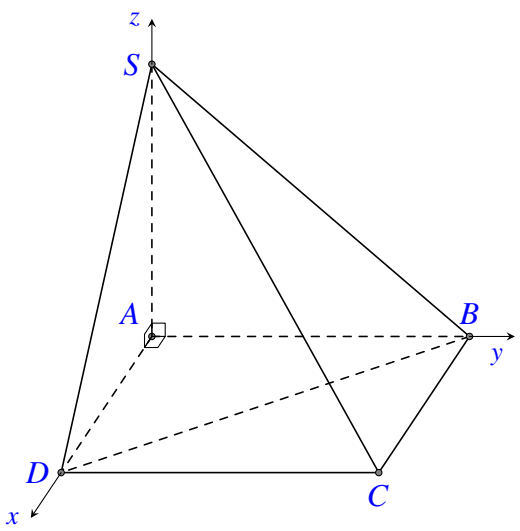
Chọn đáp án A □

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a$, $BC=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng

A $\frac{\sqrt{30}a}{6}$. B $\frac{4\sqrt{21}a}{21}$. C $\frac{2\sqrt{21}a}{21}$. D $\frac{\sqrt{30}a}{12}$.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, ta có $A(0;0;0)$, $B(0;a;0)$, $D(2a;0;0)$, $C(2a;a;0)$ và $S(0;0;a)$.
Ta có



- $\overrightarrow{BD} = (2a;-a;0)$.
- $\overrightarrow{SC} = (2a;a;-a)$.
- $\overrightarrow{SB} = (0;a;-a)$.
- $[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{SC}] = (a^2;2a^2;4a^2)$
  $\Rightarrow \left|[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{SC}]\right| = a^2\sqrt{21}$.
- $\left|[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{SC}]\cdot\overrightarrow{SB}\right| = 2a^3$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC là

$$\mathrm{d}(SC,BD) = \frac{\left|[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{SC}]\cdot\overrightarrow{SB}\right|}{\left|[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{SC}]\right|} = \frac{2a\sqrt{21}}{21}.$$

Chọn đáp án C ☐

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là

A $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3+4t \\ z = 3t \end{cases}$. B $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = 1+t \\ z = 3+3t \end{cases}$. C $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = 1+3t \\ z = 3+2t \end{cases}$. D $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3+3t \\ z = 2t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ.
Đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-2}{2}$ có VTCP là $\vec{u} = (1;-2;2)$.
Gọi $M(0;m;0) \in Oy$, ta có $\overrightarrow{AM} = (-2;m-1;-3)$.
Vì $\Delta \perp d$ nên $\overrightarrow{AM}\cdot\vec{u} = 0 \Leftrightarrow -2-2(m-1)-6 = 0 \Leftrightarrow m = -3$.
Do đó, Δ có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AM} = (-2;-4;-3)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3+4t \\ z = 3t \end{cases}$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 30. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(10;+\infty)$?

(A) 3. (B) Vô số. (C) 4. (D) 5.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}$.

Ta có $y' = \dfrac{5m-6}{(x+5m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên $(10;+\infty)$ khi chỉ khi $\begin{cases} y' < 0,\ \forall x \in \mathscr{D} \\ -5m \notin (10;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-6<0 \\ -5m \le 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \dfrac{6}{5} \\ m \ge -2. \end{cases}$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2;-1;0;1\}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 31. Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3mm và chiều cao bằng 200mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính 1mm. Giả định 1m^3 gỗ có giá a (triệu đồng), 1m^3 than chì có giá $6a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

(A) $84{,}5a$ (đồng). (B) $78{,}2a$ (đồng). (C) $8{,}45a$ (đồng). (D) $7{,}82a$ (đồng).

Lời giải.

Thể tích phần phần lõi được làm bằng than chì là

$$V_r = \pi \cdot (10^{-3})^2 \cdot 0{,}2 = 0{,}2 \cdot 10^{-6}\pi \text{ m}^3.$$

Thể tích chiếc bút chì khối lăng trụ lục giác đều là

$$V = B \cdot h = \frac{3\sqrt{3}}{2}(3 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 0{,}2 = \frac{27\sqrt{3}}{10} \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Thể tích phần thân bút chì được làm bằng gỗ là

$$V_t = V - V_r = \frac{27\sqrt{3}}{10} \cdot 10^{-6} - 0{,}2 \cdot 10^{-6}\pi \text{ m}^3.$$

Giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì là

$$0{,}2 \cdot 10^{-6}\pi \cdot 6a + \left(\frac{27\sqrt{3}}{10} \cdot 10^{-6} - 0{,}2 \cdot 10^{-6}\pi\right) a \approx 7{,}82 \cdot 10^{-6}a \text{ (triệu đồng)}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 32. Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \dfrac{1}{150}t^2 + \dfrac{59}{75}t$ (m/s), trong đó t (s) là khoảng thời gian tính từ lúc

A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

(A) 20 (m/s). (B) 16 (m/s). (C) 13 (m/s). (D) 15 (m/s).

Lời giải.

Từ đề bài, ta suy ra từ lúc chất điểm A chuyển động đến lúc bị chất điểm B bắt kịp thì A đi được 15 giây, B đi được 12 giây.

Biểu thức vận tốc của chất điểm B có dạng $v_B(t) = \int a\,\mathrm{d}t = a\cdot t + C$, lại có $v_B(0) = 0$ nên $v_B(t) = at$.

Từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến lúc bị chất điểm B bắt kịp thì quãng đường hai chất điểm đi được là bằng nhau, nghĩa là

$$\int_0^{15}\left(\frac{1}{150}t^2+\frac{59}{75}t\right)\mathrm{d}t = \int_0^{12} at\,\mathrm{d}t \Leftrightarrow 96 = 72a \Leftrightarrow a = \frac{4}{3}.$$

Do đó, vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $v_B(12) = \frac{4}{3}\cdot 12 = 16$ (m/s).

Chọn đáp án (B) □

Câu 33. Xét các số phức z thỏa mãn $(\overline{z}+3i)(z-3)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

(A) $\frac{9}{2}$. (B) $3\sqrt{2}$. (C) 3. (D) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x+yi \Rightarrow \overline{z} = x-yi$ trong đó $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có $(\overline{z}+3i)(z-3) = x^2+y^2-3x-3y+(3x+3y-9)i$.

Số phức $(\overline{z}+3i)(z-3)$ là số thuần ảo khi chỉ khi $x^2+y^2-3x-3y=0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{2}$.

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán là đường tròn có bán kính bằng $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 34. Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(3x-1)^6+(2x-1)^8$ bằng

(A) -3007. (B) -577. (C) 3007. (D) 577.

Lời giải.

Ta có $(3x-1)^6=\sum\limits_{k=0}^{6}C_6^k3^kx^k(-1)^{6-k}$. Hệ số của số hạng chứa x^4 là $C_6^43^4(-1)^{6-4}=1215$.

Ta lại có $(2x-1)^8=\sum\limits_{k=0}^{8}C_8^k2^kx^k(-1)^{8-k}$. Hệ số của số hạng chứa x^5 là $C_8^52^5(-1)^{8-5}=-1792$.

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển $x(3x-1)^6+(2x-1)^8$ là $1215-1792=-577$.

Chọn đáp án B □

Câu 35. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $25^x-m\cdot5^{x+1}+7m^2-7=0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A 7. B 1. C 2. D 3.

Lời giải.

Đặt $t=5^x$, điều kiện $t>0$. Phương trình trở thành $t^2-5mt+7m^2-7=0$ $(*)$.
Yêu cầu bài toán trở thành: tìm m để phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta=-3m^2+28>0\\5m>0\\7m^2-7>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\sqrt{\dfrac{28}{3}}<m<\sqrt{\dfrac{28}{3}}\\m>0\\\left[\begin{array}{l}m>1\\m<-1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow1<m<\sqrt{\frac{28}{3}}.$$

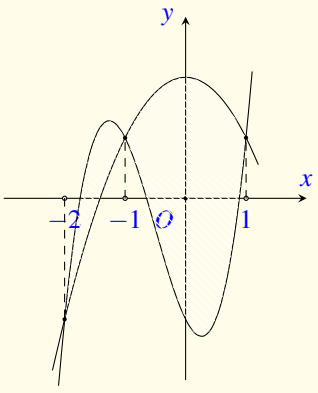
Suy ra $S=\{2;3\}$. Vậy có 2 giá trị tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C □

Câu 36.

Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-2$ và $g(x)=dx^2+ex+2$ $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2;-1;1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A $\frac{37}{6}$. B $\frac{13}{2}$. C $\frac{9}{2}$. D $\frac{37}{12}$.



Lời giải.

Ta có $f(x)-g(x)=ax^3+(b-d)x^2+(c-e)x-4$ (1).
Mặt khác phương trình $f(x)-g(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt $x=-2$, $x=-1$, $x=1$ nên

$$f(x)-g(x)=0\Leftrightarrow(x+2)(x+1)(x-1)=0\Leftrightarrow x^3+2x^2-x-2=0\ (2).$$

Từ (1) và (2), suy ra $f(x)-g(x)=2x^3+4x^2-2x-4$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S=\int_{-2}^{-1}(2x^3+4x^2-2x-4)\,\mathrm{d}x-\int_{-1}^{1}(2x^3+4x^2-2x-4)\,\mathrm{d}x=\frac{37}{6}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 37. Cho $a>0$, $b>0$ thỏa mãn

$$\log_{10a+3b+1}(25a^2+b^2+1)+\log_{10ab+1}(10a+3b+1)=2.$$

Giá trị của $a+2b$ bằng

(A) $\frac{5}{2}$. (B) 6. (C) 22. (D) $\frac{11}{2}$.

Lời giải.

Từ giả thuyết bài toán, ta suy ra $25a^2+b^2+1>1$, $10a+3b+1>1$ và $10ab+1>1$.
Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có $25a^2+b^2+1\geq 2\sqrt{25a^2b^2}+1=10ab+1$.
Khi đó,

$$\begin{aligned}&\log_{10a+3b+1}(25a^2+b^2+1)+\log_{10ab+1}(10a+3b+1)\\ \geq\ &\log_{10a+3b+1}(10ab+1)+\log_{10ab+1}(10a+3b+1)\\ \geq\ &2\sqrt{\log_{10a+3b+1}(10ab+1)\cdot\log_{10ab+1}(10a+3b+1)}=2.\end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra khi chỉ khi

$$\begin{cases}5a=b\\ \log_{10a+3b+1}(10ab+1)=\log_{10ab+1}(10a+3b+1)=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=5a\\ 10ab+1=10a+3b+1\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}b=5a\\ 50a^2-25a=0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}b=5a\\ \left[\begin{array}{l}a=0\ \text{(loại)}\\ a=\frac{1}{2}\ \text{(nhận)}\end{array}\right.\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}b=\frac{5}{2}\\ a=\frac{1}{2}.\end{cases}$$

$\Rightarrow a+2b=\frac{11}{2}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số

$$y = x^8 + (m-1)x^5 - (m^2-1)x^4 + 1$$

đạt cực tiểu tại $x = 0$?

(A) 3. (B) 2. (C) Vô số. (D) 1.

Lời giải.

Ta có $y' = 8x^7 + 5(m-1)x^4 - 4(m^2-1)x^3 + 1 = x^3\left[8x^4 + 5(m-1)x - 4(m^2-1)\right]$,

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ 8x^4 + 5(m-1)x - 4(m^2-1) = 0 \quad (*) \end{bmatrix}$$

- Nếu $m = 1$ thì $y' = 8x^7$, suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.
- Nếu $m = -1$ thì $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ 8x^4 - 10x = 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \text{ (nghiệm kép)} \\ x = \sqrt[3]{\dfrac{5}{4}} \end{bmatrix}$ $\Rightarrow x = 0$ không phải là cực trị.
- Nếu $m \neq \pm 1$ thì $x = 0$ là nghiệm đơn.
  Đặt $g(x) = 8x^4 + 5(m-1)x - 4(m^2-1)$. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 0$ khi chỉ khi

$$\lim_{x \to 0^-} g(x) > 0 \Leftrightarrow -4(m^2-1) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1.$$

  Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 0$.

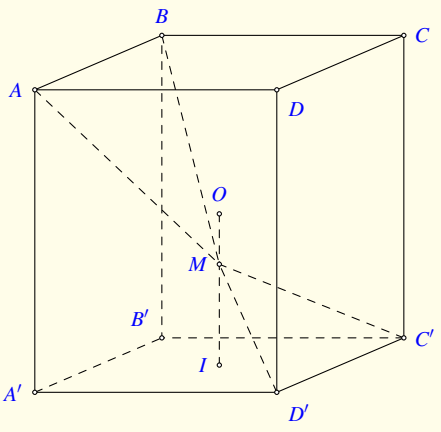
Vậy giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m = 0$, $m = 1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 39.

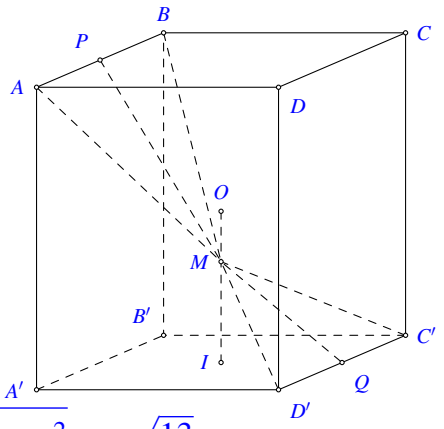
Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $ABCD$ và M là điểm thuộc OI sao cho $MO = \dfrac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó, cô-sin góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

(A) $\dfrac{6\sqrt{13}}{65}$. (B) $\dfrac{7\sqrt{85}}{85}$. (C) $\dfrac{6\sqrt{85}}{85}$. (D) $\dfrac{17\sqrt{13}}{65}$.



Lời giải.

Giả sử hình lập phương có độ dài cạnh bằng a.
Hai mặt phẳng $(MC'D')$, (MAB) lần lượt chứa hai đường thẳng $C'D'$, AB và $AB \parallel C'D'$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng này là đường thẳng đi qua M và song song với AB.
Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB, $C'D'$. Các tam giác $MC'D'$, MAB cân ở M nên $MP \perp C'D'$, $MQ \perp AB$.
Do đó, nếu α là góc giữa hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) thì $\cos\alpha = |\cos\widehat{PMQ}|$ (1)
Ta có



$$MQ = \sqrt{MI^2 + IQ^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}OI\right)^2 + IQ^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{6};$$

$$MP = \sqrt{\left(\frac{4}{3}OI\right)^2 + IQ^2} = \frac{5a}{6}; PQ = AD' = a\sqrt{2};$$

$$\cos\alpha = |\cos\widehat{PMQ}| = \left|\frac{MP^2 + MQ^2 - PQ^2}{2\cdot MP\cdot MQ}\right| = \left|\frac{\frac{25a^2}{36} + \frac{13a^2}{36} - 2a^2}{2\cdot\frac{5a}{6}\cdot\frac{a\sqrt{13}}{6}}\right| = \frac{17\sqrt{13}}{65}.$$

Chọn đáp án D ☐

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{3}$ và $f'(x) = x[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A $-\frac{11}{6}$. B $-\frac{2}{3}$. C $-\frac{2}{9}$. D $-\frac{7}{6}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = x[f(x)]^2 \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = x$.
Do đó,

$$\int \frac{f'(x)}{f^2(x)}\,\mathrm{d}x = \int x\,\mathrm{d}x$$
$$\Leftrightarrow -\int \mathrm{d}\left(\frac{1}{f(x)}\right) = \int x\,\mathrm{d}x$$
$$\Leftrightarrow -\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{2}x^2 + C$$
$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{\frac{1}{2}x^2 + C}.$$

Theo giả thuyết, $f(2) = -\frac{1}{3} \Rightarrow C = 1 \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{\frac{1}{2}x^2 + 1}$.
Suy ra $f(1) = -\frac{2}{3}$.
Chọn đáp án B ☐

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và đi qua điểm $A(1;0;-1)$. Xét các điểm B,C,D thuộc (S) sao cho AB,AC,AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất bằng

(A) $\dfrac{64}{3}$. (B) 32. (C) 64. (D) $\dfrac{32}{3}$.

Lời giải.

Đặt $AD=a$, $AB=b$, $AC=c$.

Khi đó, $V_{ABCD}=\dfrac{1}{6}AB\cdot AC\cdot AD=\dfrac{1}{6}abc$.

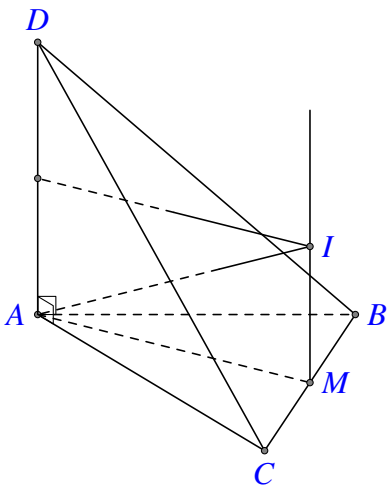
Ta có bán kính mặt cầu (S) là $R=IA=2\sqrt{3}$.

Gọi M là trung điểm BC. Khi đó, $AM=\dfrac{b^2+c^2}{2}$.

Vì tứ diện $ABCD$ nội tiếp trong mặt cầu (S) nên ta có $IM\parallel AD$ và $IM=\dfrac{1}{2}AD=\dfrac{1}{2}a$.

Xét tam giác AIM vuông tại M, ta có

$$AI^2=AM^2+IM^2\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2=48$$



Suy ra $V_{ABCD}^2=\dfrac{1}{36}a^2b^2c^2\le\dfrac{1}{36}\dfrac{(a^2+b^2+c^2)^3}{27}=\dfrac{1024}{9}$ hay $V_{ABCD}\le\dfrac{32}{3}$.

Chọn đáp án (D) □

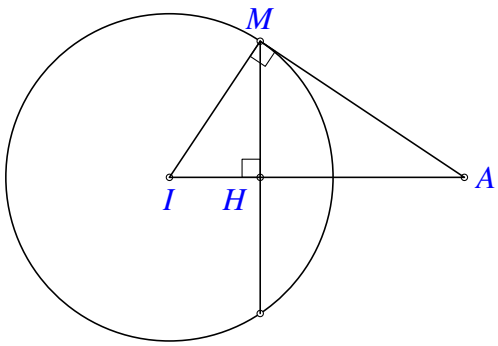
Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=2$ và điểm $A(1;2;3)$. Xét điểm M thuộc mặt cầu (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

(A) $2x+2y+2z+15=0$. (B) $2x+2y+2z-15=0$.

(C) $x+y+z+7=0$. (D) $x+y+z-7=0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;4)$ bán kính $R=\sqrt{2}$.
Ta có $\overrightarrow{IA}=(-1;-1;-1)\Rightarrow IA=\sqrt{3}$.
Suy ra điểm A nằm ngoài mặt cầu (S).
Do đó tập hợp tất cả các điểm M nằm trên mặt phẳng cố định (α). Mặt phẳng cố định (α) đi qua điểm H là hình chiếu của điểm M xuống IA và nhận $\overrightarrow{IA}=(-1;-1;-1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Do hai tam giác MHI và AMI đồng dạng nên suy ra



$$IM^2=IH\cdot IA\Rightarrow IH=\frac{IM^2}{IA}=\frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Suy ra $\overrightarrow{IA}=\frac{2}{3}\overrightarrow{IA}\Rightarrow H\left(\frac{4}{3};\frac{7}{3};\frac{10}{3}\right)$.

Mặt phẳng cần tìm có phương trình là $-\left(x-\frac{4}{3}\right)-\left(y-\frac{7}{3}\right)-\left(z-\frac{10}{3}\right)=0\Leftrightarrow x+y+z-7=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 43. Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết lên bảng một số ngẫu nhiên thuộc đoạn $[1;19]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A $\frac{1027}{6859}$. B $\frac{2539}{6859}$. C $\frac{2287}{6859}$. D $\frac{109}{323}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega)=19^3$.
Trong các số tự nhiên thuộc đoạn $[1;19]$ có 6 số chia hết cho 3, đó là $\{3;6;9;12;15;18\}$, có 7 số chia cho 3 dư 1, đó là $\{1;4;7;10;13;16;19\}$ và có 6 số chia cho 3 dư 2, đó là $\{2;5;8;11;14;17\}$.
Để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 cần phải xảy ra các trường hợp sau

- **Trường hợp 1.** Cả ba số viết ra đều chia hết cho 3: có 6^3 cách viết.
- **Trường hợp 2.** Cả 3 số viết ra đều chia cho 3 dư 1: có 7^3 cách viết.
- **Trường hợp 3.** Cả 3 số viết ra đều chia cho 3 dư 2: có 6^3 cách viết.
- **Trường hợp 4.** Trong ba số viết ra có 1 số chia hết cho 3, 1 số chia cho 3 dư 1 và 1 chia cho 3 dư 2: có $6\cdot 7\cdot 6\cdot 3!$ cách viết.

Vậy xác suất cần tìm là $p=\frac{6^3+7^3+6^3+6\cdot 7\cdot 6\cdot 3!}{19^3}=\frac{2287}{6859}$.

Chọn đáp án C □

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-3\\z=5+4t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3;5)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;-2)$. Đường phân giác góc nhọn

tạo bởi hai đường thẳng d và Δ là

(A) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-5t \\ z=6+11t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-5t \\ z=-6+11t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1+7t \\ y=3-5t \\ z=5+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1-t \\ y=-3 \\ z=5+7t \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có điểm $A(1;-3;5)$ thuộc đường thẳng d nên A là giao điểm của d và Δ.
Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{v}=(-3;0;-4)$.
Đặt $\vec{u'}=\dfrac{1}{|\vec{u}|}\vec{u}=\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$, $\vec{v'}=\dfrac{1}{|\vec{v}|}\vec{v}=\left(-\dfrac{3}{5};0;-\dfrac{4}{5}\right)$. Ta có $\vec{u'}\cdot\vec{v'}>0$ nên góc tạo bởi hai véc-tơ $\vec{u'}$, $\vec{v'}$ là góc nhọn tạo bởi d và Δ.
Suy ra $\vec{w}=\vec{u'}+\vec{v'}=\left(-\dfrac{4}{15};\dfrac{10}{15};-\dfrac{22}{15}\right)=-\dfrac{2}{15}(2;-5;11)$ là véc-tơ chỉ phương của đường phân giác cần tìm. Phương trình đường phân giác cần tìm là

$$\begin{cases} x=1+2t \\ y=-3-5t \\ z=5+11t. \end{cases}$$

Chọn $t=-2$ suy ra điểm $M(-1;2;-6)$ thuộc đường phân giác. Khi đó, đường phân giác có phương trình

$$\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-5t \\ z=-6+11t. \end{cases}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 45. Cho phương trình $3^x+m=\log_3(x-m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-15;15)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

(A) 16. (B) 9. (C) 14. (D) 15.

Lời giải.

Ta có $3^x+m=\log_3(x-m)\Leftrightarrow 3^x+x=\log_3(x-m)+x-m$ $(*)$.
Xét hàm số $f(t)=3^t+t$ với $t\in\mathbb{R}$, ta có $f'(t)=3^t\ln 3+1>0,\forall t\in\mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên tập xác định. Mặt khác, phương trình $(*)$ có dạng $f(x)=f(\log_3(x-m))$. Do đó,

$$f(x)=f(\log_3(x-m))\Leftrightarrow x=\log_3(x-m)\Leftrightarrow 3^x=x-m\Leftrightarrow 3^x-x=-m\ (**)$$

Xét hàm số $g(x)=3^x-x$ với $x\in\mathbb{R}$, ta có $g'(x)=3^x\ln 3-1$, $g'(x)=0\Leftrightarrow x=\log_3\left(\dfrac{1}{\ln 3}\right)=a$.
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		a		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(a)$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta suy ra phương trình $(**)$ có nghiệm khi chỉ khi $m \in (-\infty; -g(a))$.
Mặt khác, $m \in \mathbb{Z} \cap (-15;15)$ nên $m \in \{-14;-13;-12;\ldots;-1\}$ (vì $-g(a) \approx -0{,}9958452485$).
Do đó, có 14 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C □

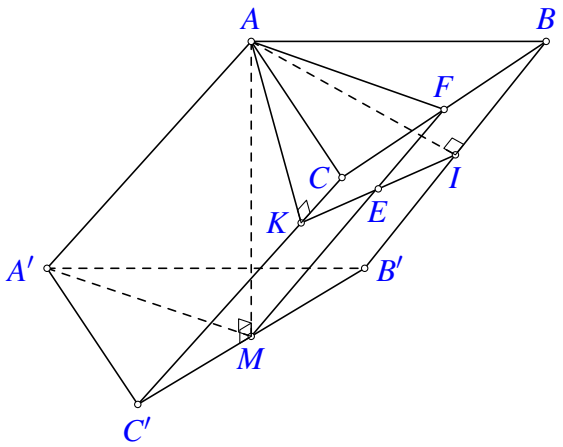
Câu 46. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng BB' bằng $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và 2, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \dfrac{\sqrt{15}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A $\dfrac{\sqrt{15}}{3}$. B $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. C $\sqrt{5}$. D $\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải.

Kẻ $AI \perp BB'$, $AK \perp CC'$. Khoảng cách từ A đến BB', CC' lần lượt là 1; 2 nên $AI = 1$, $AK = 2$.
Gọi F là trung điểm của BC.
Vì $A'M = \dfrac{\sqrt{15}}{3} \Rightarrow AF = \dfrac{\sqrt{15}}{3}$.
Ta có $\begin{cases} AI \perp BB' \\ BB' \perp AK \end{cases} \Rightarrow BB' \perp (AIK)$
$\Rightarrow BB' \perp IK$.
Vì $CC' \parallel BB'$ nên

$$\mathrm{d}(C,BB') = \mathrm{d}(K,BB') = IK = \sqrt{5}$$



$\Rightarrow \triangle AIK$ vuông tại A.
Gọi E là trung điểm của $IK \Rightarrow EF \parallel BB' \Rightarrow EF \perp (AIK) \Rightarrow EF \perp AE$.
Mà $AM \perp (ABC)$ nên $((ABC),(AIK)) = \widehat{(EF,AM)} = \widehat{AME} = \widehat{FAE}$ ($\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{AM}$ là véc-tơ pháp tuyến của của (AKI), (ABC)).
Ta có $\cos\widehat{FAE} = \dfrac{AE}{AF} = \dfrac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{\sqrt{15}}{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{FAE} = 30^\circ$ (AE là đường trung tuyến của tam giác AKI vuông tại A).
Hình chiếu vuông góc của tam giác ABC lên mặt phẳng (AIK) là tam giác AIK nên

$$S_{\triangle AIK} = S_{\triangle ABC} \cdot \cos\widehat{EAF} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{S_{\triangle AIK}}{\cos\widehat{EAF}} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Xét tam giác AMF vuông tại A, ta có $\tan\widehat{AMF} = \dfrac{AF}{AM} \Rightarrow AM = \dfrac{AF}{\tan\widehat{AMF}} = \sqrt{5}$.

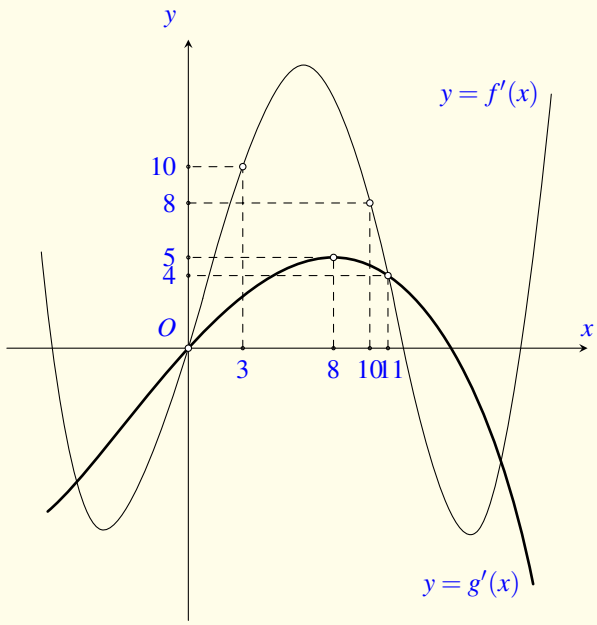
Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = \sqrt{5} \cdot \dfrac{2}{\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{15}}{3}$.

Chọn đáp án D

Câu 47.
Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$. Hai hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị hàm số $y = g'(x)$. Hàm số $h(x) = f(x+7) - g\left(2x + \dfrac{9}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $\left(2; \dfrac{16}{5}\right)$. B $\left(-\dfrac{3}{4}; 0\right)$.

C $\left(\dfrac{16}{5}; +\infty\right)$. D $\left(3; \dfrac{13}{4}\right)$.



Lời giải.

Kẻ đường thẳng $y = 10$ cắt đồ thị hàm số $y = f'(x)$ tại $A(a; 10)$ với $a \in (8; 10)$. Khi đó,

$$\begin{cases} f'(x+7) > 10 \text{ khi } 3 < x+7 < a \\ g'\left(2x+\dfrac{9}{2}\right) \le 5 \text{ khi } 0 \le 2x+\dfrac{9}{2} \le 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(x+7) > 10 \text{ khi } -4 < x < 1 \\ g'\left(2x+\dfrac{9}{2}\right) \le 5 \text{ khi } -\dfrac{9}{4} \le x \le \dfrac{13}{4}. \end{cases}$$

Do đó, $h'(x) = f'(x+7) - 2g'\left(2x - \dfrac{3}{2}\right) > 0$ khi $-\dfrac{9}{4} \le x < 1$.

Chọn đáp án B

Câu 48. Cho hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn AB có độ dài bằng

A 3. B 2. C $2\sqrt{2}$. D $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Giao điểm hai đường tiệm cận của (C) là $I(-1; 1)$. Hàm số đã cho được viết lại $y = 1 - \dfrac{2}{x+1}$.

Giả sử $A\left(a; 1 - \dfrac{2}{a+1}\right) \in (C), A\left(b; 1 - \dfrac{2}{b+1}\right) \in (C)$. Ta có $\vec{IA} = \left(a+1; -\dfrac{2}{a+1}\right), \vec{IB} = \left(b+1; -\dfrac{2}{b+\right.$

Đặt $a_1 = a+1$, $b_1 = b+1$ (hiển nhiên $a_1 \ne 0$, $b_1 \ne 0$ và $a_1 \ne b_1$).

Tam giác ABI đều khi chỉ khi

$$\begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ \cos(\vec{IA},\vec{IB}) = \cos 60^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1^2 + \dfrac{4}{a_1^2} = b_1^2 + \dfrac{4}{b_1^2} \\ \dfrac{\vec{IA}\cdot\vec{IB}}{IA\cdot IB} = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a_1^2 - b_1^2)\left(1 - \dfrac{4}{a_1^2 b_1^2}\right) = 0 & (1) \\ \dfrac{a_1 b_1 + \frac{4}{a_1 b_1}}{a_1^2 + \frac{4}{a_1^2}} = \dfrac{1}{2} & (2) \end{cases}$$

Phương trình $(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a_1 = b_1, \text{ loại vì } A \equiv B. \\ a_1 = -b_1, \text{ loại vì không thỏa mãn } (2). \\ a_1 b_1 = -2, \text{ loại vì không thỏa mãn } (2). \\ a_1 b_1 = 2. \end{array}\right.$

Với $a_1 b_1 = 2$, thay vào (2), ta được $\dfrac{2 + \frac{4}{2}}{a_1^2 + \frac{4}{a_1^2}} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow a_1^2 + \dfrac{4}{a_1^2} = 8.$

Vậy $AB = IA = \sqrt{a_1^2 + \dfrac{4}{a_1^2}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}.$

Chọn đáp án (C) □

Câu 49. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-3-i)+2i = (4-i)z$?

(A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 4.

Lời giải.

Ta có $|z|(z-3-i)+2i = (4-i)z \Leftrightarrow z(4-|z|-i) = -3|z| + (2-|z|)i.$
Đặt $t = |z|$, điều kiện $t \geq 0, t \in \mathbb{R}$. Lấy mô-đun hai vế ta được

$$\begin{aligned} t|4-t-i| = |-3t+(2-t)i| &\Leftrightarrow t\sqrt{(4-t)^2+1} = \sqrt{9t^2+(2-t)^2} \\ &\Leftrightarrow t^4 - 8t^3 + 6t^2 + 4t - 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow (t-1)(t^3 - 7t^2 - t + 3) = 0 \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t \approx 7{,}081 \\ t \approx 0{,}61146 \\ t \approx -0{,}6928. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Do đó, có 3 giá trị t thỏa mãn.

Mặt khác, với mỗi $t \geq 0$, ta có $z = \dfrac{-3t+(2-t)i}{4-t-i}$ nên có duy nhất một số phức z thỏa mãn.

Vậy có 3 số phức thõa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (B) □

Câu 50. Cho hàm số $y = \dfrac{1}{8}x^4 - \dfrac{7}{4}x^2$ có đồ thị là (C). Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1); N(x_2;y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1 - y_2 = 3(x_1 - x_2)$?

(A) 0. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng MN có dạng $\dfrac{x-x_2}{x_1-x_2}=\dfrac{y-y_2}{y_1-y_2}\Rightarrow$ hệ số góc của đường thẳng MN là $k=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=3$.

Suy ra tiếp tuyến của (C) tại $A\left(x_0;\dfrac{1}{8}x_0^4-\dfrac{7}{4}x_0^2\right)$ có hệ số góc bằng 3. Suy ra

$$f'(x_0)=3\Leftrightarrow\frac{1}{2}x_0^3-\frac{7}{2}x_0=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=-1\\x_0=3\\x_0=-2.\end{array}\right.$$

- Với $x_0=-1$, ta có $A\left(-1;\dfrac{13}{8}\right)$. Phương trình tiếp tuyến là $y=3x+\dfrac{11}{8}$.
  Xét phương trình hoành độ giao điểm
  $$\frac{1}{8}x^4-\frac{7}{4}x^2=3x+\frac{11}{8}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1+\sqrt{3}\\x=1-\sqrt{3}\end{array}\right.\Rightarrow A\left(-1;\frac{13}{8}\right)\text{ thỏa yêu cầu bài toán.}$$

- Với $x_0=3$ ta có $A\left(3;-\dfrac{171}{8}\right)$. Phương trình tiếp tuyến $y=3x-\dfrac{195}{8}$.
  Xét phương trình hoành độ giao điểm
  $$\frac{1}{8}x^4-\frac{7}{4}x^2=3x-\frac{195}{8}\Leftrightarrow x=3\Rightarrow A\left(3;-\frac{171}{8}\right)\text{ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.}$$

- Với $x_0=-2$, ta có $A(-2;-5)$. Phương trình tiếp tuyến $y=3x+1$.
  Xét phương trình hoành độ giao điểm
  $$\frac{1}{8}x^4-\frac{7}{4}x^2=3x-\frac{195}{8}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=2+\sqrt{6}\\x=2-\sqrt{6}\end{array}\right.\Rightarrow A(-2;-5)\text{ thỏa mãn yêu cầu bài toán.}$$

Vậy có 2 điểm A thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (B) □

— HẾT —

1. B	2. A	3. A	4. D	5. D	6. A	7. A	8. A	9. A	10. D
11. C	12. B	13. C	14. B	15. C	16. A	17. C	18. D	19. A	20. A
21. B	22. D	23. D	24. D	25. A	26. A	27. A	28. C	29. A	30. C
31. D	32. B	33. D	34. B	35. C	36. A	37. D	38. B	39. D	40. B
41. D	42. D	43. C	44. B	45. C	46. D	47. B	48. C	49. B	50. B

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2018
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 103
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

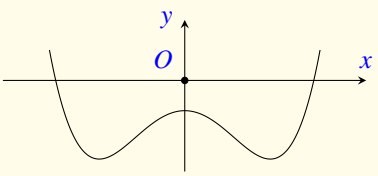
Câu 1. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(7a)-\ln(3a)$ bằng
(A) $\dfrac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$. (B) $\dfrac{\ln 7}{\ln 3}$. (C) $\ln\dfrac{7}{3}$. (D) $\ln(4a)$.

Lời giải.

Ta có $\ln(7a)-\ln(3a)=\ln\left(\dfrac{7a}{3a}\right)=\ln\dfrac{7}{3}$.

Chọn đáp án C

Câu 2.
Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
(A) 2. (B) 3. (C) 0. (D) 1.



Lời giải.

Chọn đáp án B

Câu 3. Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h bằng
(A) $\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. (B) $2\pi rh$. (C) $\dfrac{4}{3}\pi r^2h$. (D) πr^2h.

Lời giải.

Công thức tính thể tích khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là $V=\pi r^2h$.

Chọn đáp án D

Câu 4. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2+3$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
(A) $V=\pi\displaystyle\int_0^2(x^2+3)^2\,\mathrm{d}x$. (B) $V=\pi\displaystyle\int_0^2(x^2+3)\,\mathrm{d}x$.

Ⓒ $V=\displaystyle\int_0^2 (x^2+3)^2\,\mathrm{d}x$. Ⓓ $V=\displaystyle\int_0^2 (x^2+3)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Thể tích của khối tròn xoay cần tìm là $V=\pi\displaystyle\int_0^2 (x^2+3)^2\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án A □

Câu 5. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?

Ⓐ C_7^2. Ⓑ 2^7. Ⓒ 7^2. Ⓓ A_7^2.

Lời giải.

Số các số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau được lấy ra từ 7 chữ số trên là A_7^2.

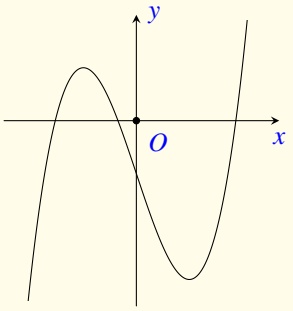
Chọn đáp án D □

Câu 6.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

Ⓐ $y=-x^4+x^2-1$. Ⓑ $y=x^4-3x^2-1$.

Ⓒ $y=-x^3-3x-1$. Ⓓ $y=x^3-3x-1$.



Lời giải.

Đường cong trên hình là đồ thị của hàm số bậc ba với hệ số $a>0$ nên chỉ có $y=x^3-3x-1$ là đúng.

Chọn đáp án D □

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	-1	↘	-2	↗	-1	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-1;0)$. Ⓑ $(1;+\infty)$. Ⓒ $(-\infty;1)$. **D** $(0;1)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A $4a^3$. Ⓑ $\frac{16}{3}a^3$. Ⓒ $\frac{4}{3}a^3$. Ⓓ $16a^3$.

Lời giải.

Mặt đáy của lăng trụ là hình vuông cạnh a nên có diện tích $S_{\text{đáy}} = a^2$.
Và do lăng trụ có chiều cao $h = 4a$ nên có thể tích $V = S_{\text{đáy}} \times h = a^2 \times 4a = 4a^3$.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2+(y+1)^2+(z-1)^2 = 2$. Tâm của (S) có tọa độ là

Ⓐ $(3;1;-1)$. Ⓑ $(3;-1;1)$. **C** $(-3;-1;1)$. Ⓓ $(-3;1;-1)$.

Lời giải.

Tâm của $(S): (x+3)^2+(y+1)^2+(z-1)^2 = 2$ có tọa độ là $(-3;-1;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 10. $\lim \frac{1}{2n+7}$ bằng

Ⓐ $\frac{1}{7}$. Ⓑ $+\infty$. Ⓒ $\frac{1}{2}$. **D** 0.

Lời giải.

Ta có $\lim \frac{1}{2n+7} = \lim \frac{\frac{1}{n}}{2+\frac{7}{n}} = \frac{0}{2} = 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 11. Số phức $5+6i$ có phần thực bằng

(A) -5. (B) 5. (C) -6. (D) 6.

Lời giải.

Số phức $5+6i$ có phần thực bằng 5.

Chọn đáp án B □

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon 2x+3y+z-1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

(A) $\vec{n}_1=(2;3;-1)$. (B) $\vec{n}_3=(1;3;2)$. (C) $\vec{n}_4=(2;3;1)$. (D) $\vec{n}_2=(-1;3;2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P)\colon 2x+3y+z-1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;3;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 13. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-7)=2$ là

(A) $\left\{-\sqrt{15};\sqrt{15}\right\}$. (B) $\{-4;4\}$. (C) $\{4\}$. (D) $\{-4\}$.

Lời giải.

Với điều kiện $x^2-7>0$ ta có $\log_3(x^2-7)=2\Leftrightarrow x^2-7=9\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4\\ x=-4.\end{array}\right.$

So với điều kiện ta nhận cả 2 nghiệm.

Chọn đáp án B □

Câu 14. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^4+x^2$ là

(A) $4x^3+2x+C$. (B) $\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{3}x^3+C$. (C) x^4+x^2+C. (D) x^5+x^3+C.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int(x^4+x^2)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{3}x^3+C$.

Chọn đáp án B □

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d\colon \frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{2}$?

(A) $P(1;1;2)$. (B) $N(2;-1;2)$. (C) $Q(-2;1;-2)$. (D) $M(-2;-2;1)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d\colon \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{2}$ đi qua điểm $Q(-2;1;-2)$.

Chọn đáp án C □

Câu 16. Từ một hộp chứa 9 quả cầu đỏ và 6 quả cầu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A $\dfrac{12}{65}$. B $\dfrac{5}{21}$. C $\dfrac{24}{91}$. D $\dfrac{4}{91}$.

Lời giải.

Phép thử "lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ 15 quả cầu" có $n(\Omega)=\mathrm{C}_{15}^{3}$.
Biến cố A: "lấy được 3 quả cầu màu xanh từ 6 quả cầu xanh" có $n(A)=\mathrm{C}_{6}^{3}$.

Vậy xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh là $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{\mathrm{C}_{6}^{3}}{\mathrm{C}_{15}^{3}}=\dfrac{4}{91}$.

Chọn đáp án D □

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;1;0)$, $C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A $x+2y-2z+1=0$. B $x+2y-2z-1=0$.

C $3x+2z-1=0$. D $3x+2z+1=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-1;-2;2)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) cần tìm.
$\Rightarrow \vec{n}=-\overrightarrow{BC}=(1;2;-2)$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $1(x+1)+2(y-1)-2(z-1)\Leftrightarrow x+2y-2z+1=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 18. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+x}$ là

A 2. B 0. C 1. D 3.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathscr{D}=[-25;+\infty)\setminus\{-1;0\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 0} y=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{x(x+1)\left(\sqrt{x+25}+5\right)}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+25}+5\right)}=\dfrac{1}{10}$: hữu hạn.

Và $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+25}+5\right)}=+\infty$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho chỉ có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

Chọn đáp án C □

Câu 19. $\displaystyle\int_1^2 \frac{\mathrm{d}x}{3x-2}$ bằng

(A) $2\ln 2$. (B) $\frac{1}{3}\ln 2$. (C) $\frac{2}{3}\ln 2$. (D) $\ln 2$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_1^2 \frac{\mathrm{d}x}{3x-2} = \frac{1}{3}\ln|3x-2|\Big|_1^2 = \frac{1}{3}(\ln 4 - \ln 1) = \frac{2}{3}\ln 2$.

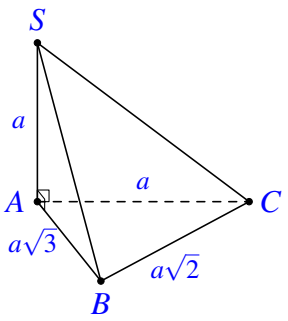
Chọn đáp án C □

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C, $AC = a$, $BC = \sqrt{2}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

(A) $60°$. (B) $90°$. (C) $30°$. (D) $45°$.

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu của SA trên mặt phẳng (ABC)
$\Rightarrow (SB,(ABC)) = (SB,AB) = \widehat{SBA}$.
Mặt khác có $\triangle ABC$ vuông tại C nên $AB = \sqrt{AC^2+BC^2} = a\sqrt{3}$.
Khi đó $\tan\widehat{SBA} = \dfrac{SA}{AB} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.
Vậy $(SB,(ABC)) = 30°$.



Chọn đáp án C □

Câu 21. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2$ trên đoạn $[-4;-1]$ bằng

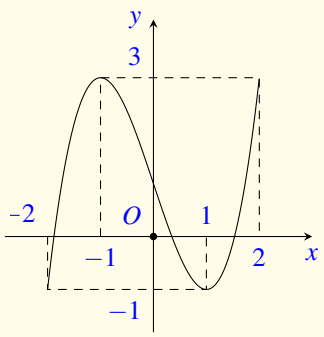
(A) -4. (B) -16. (C) 0. (D) 4.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2+6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2+6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 0 & \notin [-4;-1] \\ x = -2 & \in [-4;-1]. \end{array}\right.$
Khi đó $y(-4) = -16$; $y(-2) = 4$; $y(-1) = 2$ nên $\min\limits_{[-4;-1]} y = -16$.

Chọn đáp án B □

Câu 22.
Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-2;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0$ trên đoạn $[-2;2]$ là



A 3. **B** 1. **C** 2. **D** 4.

Lời giải.

Ta có $3f(x)-4=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{4}{3}$.

Dựa vào đồ thị, ta thấy đường thẳng $y=\dfrac{4}{3}$ cắt $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án A □

Câu 23. Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x+yi)+(4-2i)=5x+2i$ với i là đơn vị ảo.

A $x=-2;\ y=4$. **B** $x=2;\ y=4$. **C** $x=-2;\ y=0$. **D** $x=2;\ y=0$.

Lời giải.

Ta có $(3x+yi)+(4-2i)=5x+2i \Leftrightarrow 2x-4+(4-y)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases}2x-4=0\\4-y=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\y=4.\end{cases}$

Chọn đáp án B □

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A $\dfrac{\sqrt{5}a}{3}$. **B** $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **C** $\dfrac{\sqrt{6}a}{6}$. **D** $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$.

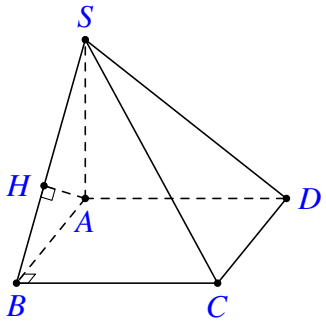
Lời giải.

Ta có $\begin{cases}BC\perp AB\\BC\perp SA\end{cases} \Rightarrow BC\perp(SAB) \Rightarrow (SAB)\perp(SBC)$.

Trong mặt phẳng (SAB), kẻ $AH\perp SB$ tại $B\in SB$ thì $AH\perp(SBC)$. Suy ra $AH=\mathrm{d}(A;(SBC))$.

$\triangle SAB$ có $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AB^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{3a^2}=\dfrac{4}{3a^2}$.

Vậy $\mathrm{d}(A,(SBC))=AH=\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$.



Chọn đáp án B □

Câu 25. Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 6,6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A 11 năm. B 10 năm. C 13 năm. D 12 năm.

Lời giải.

Với số tiền gửi ban đầu là A, lãi suất cố định là r/năm, sau n năm gửi tiền, số tiền có được là:

$$T_n = A(1+r)^n.$$

Theo giả thiết: $T_n = 2A$ nên $(1+r)^n = 2$.

Thay số ta được: $(1+0{,}066)^n = 2 \Rightarrow n = \log_{1{,}066} 2 \Rightarrow n \approx 10{,}85$.

Vậy sau ít nhất 11 năm gửi tiền số tiền của người gửi đạt gấp đôi số tiền vốn ban đầu.

Chọn đáp án A □

Câu 26. Cho $\int\limits_1^{\mathrm{e}} (1+x\ln x)\,\mathrm{d}x = a\mathrm{e}^2 + b\mathrm{e} + c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $a+b=c$. B $a+b=-c$. C $a-b=c$. D $a-b=-c$.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_1^{\mathrm{e}} (1+x\ln x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_1^{\mathrm{e}} 1\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^{\mathrm{e}} x\ln x\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}-1+\int\limits_1^{\mathrm{e}} x\ln x\,\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ \mathrm{d}v = x\,\mathrm{d}x \end{cases}$, ta chọn $\begin{cases} \mathrm{d}u = \dfrac{1}{x}\,\mathrm{d}x \\ v = \dfrac{x^2}{2}. \end{cases}$

Khi đó $\int\limits_1^{\mathrm{e}} x\ln x\,\mathrm{d}x = \dfrac{x^2}{2}\ln x\Big|_1^{\mathrm{e}} - \dfrac{1}{2}\int\limits_1^{\mathrm{e}} x\,\mathrm{d}x = \dfrac{\mathrm{e}^2}{2} - \dfrac{1}{4}x^2\Big|_1^{\mathrm{e}} = \dfrac{\mathrm{e}^2}{2} - \dfrac{\mathrm{e}^2}{4} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{\mathrm{e}^2}{4} + \dfrac{1}{4}$.

Suy ra $\int\limits_1^{\mathrm{e}} (1+x\ln x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}-1+\dfrac{\mathrm{e}^2}{4}+\dfrac{1}{4} = \dfrac{\mathrm{e}^2}{4}+\mathrm{e}-\dfrac{3}{4}$ nên $a=\dfrac{1}{4}$, $b=1$, $c=-\dfrac{3}{4}$.

Vậy $a-b=c$.

Chọn đáp án C □

Câu 27. Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \dfrac{1}{100}t^2 + \dfrac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ

lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

(A) 15 (m/s). (B) 9 (m/s). (C) 42 (m/s). (D) 25 (m/s).

Lời giải.

Ta có $v_B(t) = \int a\,\mathrm{d}t = at + C$. Do $v_B(0) = 0$ nên $C = 0 \Rightarrow v_B(t) = at$.

Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là

$$S_A = \int_0^{25} \left(\frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t\right)\mathrm{d}t = \left(\frac{1}{300}t^3 + \frac{13}{60}t^2\right)\Big|_0^{25} = \frac{375}{2}.$$

Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là

$$S_B = \int_0^{15} at\,\mathrm{d}t = \frac{at^2}{2}\Big|_0^{15} = \frac{225a}{2}.$$

Ta có $\dfrac{375}{2} = \dfrac{225a}{2} \Leftrightarrow a = \dfrac{5}{3}$.

Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $v_B(15) = \dfrac{5}{3}\cdot 15 = 25$ (m/s).

Chọn đáp án (D) □

Câu 28. Xét các số phức z thỏa mãn $(\overline{z}+2i)(z-2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

(A) 2. (B) $2\sqrt{2}$. (C) 4. (D) $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Giả sử $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Đặt $Z = (\overline{z}+2i)(z-2) = [x+(2-y)i][(x-2)+yi] = [x(x-2)-y(2-y)]+[xy+(x-2)(2-y)]i$.

Vì Z là số thuần ảo nên có phần thực bằng không do đó

$$x(x-2)-y(2-y) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2 = 2.$$

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 29. Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6+(x-3)^8$ bằng

(A) -1272. (B) 1272. (C) -1752. (D) 1752.

Lời giải.

Ta có $x(2x-1)^6+(x-3)^8 = x\sum\limits_{k=0}^{6} \mathrm{C}_6^k 2^k x^k (-1)^{6-k} + \sum\limits_{l=0}^{8} \mathrm{C}_8^l x^l (-3)^{8-l}$

$= \sum\limits_{k=0}^{6} \mathrm{C}_6^k 2^k (-1)^{6-k} x^{k+1} + \sum\limits_{h=0}^{8} \mathrm{C}_8^h (-3)^{8-h} x^h.$

Vì số hạng chứa x^5 nên ta chọn $\begin{cases} k=4 \\ h=5. \end{cases}$

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển là $\mathrm{C}_6^4 \cdot 2^4 + \mathrm{C}_8^5 \cdot (-3)^3 = -1272$.

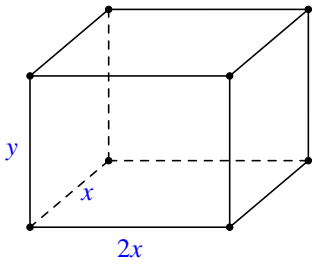
Chọn đáp án A □

Câu 30. Ông A dự định sử dụng hết 5 m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

A 1,01 m^3. B 0,96 m^3. C 1,33 m^3. D 1,51 m^3.

Lời giải.

Gọi x, y lần lượt là chiều rộng và chiều cao của bể cá (điều kiện $x, y > 0$).



Với giả thiết của bài toán, thể tích bể cá là $V = 2x^2y$.

Tổng diện tích các mặt kính: $S = 2xy + 2\cdot 2xy + 2x^2 = 5$.

$$\Leftrightarrow 6xy + 2x^2 = 5 \Leftrightarrow y = \frac{5-2x^2}{6x}.$$

Do $x, y > 0$ nên $x > 0$ và $5-2x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \sqrt{\frac{5}{2}}$.

Như vậy $V = 2x^2y = \frac{5x-2x^3}{3} \Rightarrow V' = \frac{5-6x^2}{3}$.

Cho $V' = 0 \Leftrightarrow 5-6x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{5}{6}}$.

x	0		$\sqrt{\frac{5}{6}}$		$\sqrt{\frac{5}{2}}$
V'		$+$	0	$-$	
V	0	↗	$\frac{5\sqrt{30}}{27}$	↘	0

Vậy dung tích lớn nhất của bể cá là $\max V = \frac{5\sqrt{30}}{27} \approx 1{,}01$ m^3.

Chọn đáp án A □

Câu 31. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$?

A 3. **B** Vô số. **C** 0. **D** 6.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-3m\}$; $y'=\dfrac{3m-1}{(x+3m)^2}$.

Hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} y'<0 \\ (6;+\infty)\subset\mathscr{D} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-1<0 \\ -3m\leqslant 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<\dfrac{1}{3} \\ m\geqslant -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2\leqslant m<\frac{1}{3}.$$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2;-1;0\}$.

Chọn đáp án A □

Câu 32. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, và $OA=OB=a$, $OC=2a$. Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC bằng

A $\dfrac{\sqrt{2}a}{3}$. **B** $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$. **C** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **D** $\dfrac{2a}{3}$.

Lời giải.

Lấy điểm B' đối xứng với B qua O ta có ngay $OM\ /\!/\ AB'$.

Suy ra $OM\ /\!/\ (AB'C)$.

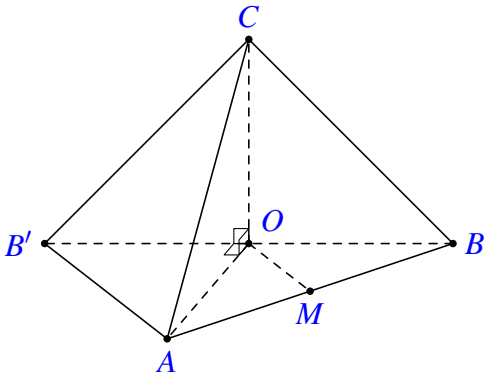
$\Rightarrow \mathrm{d}(OM,AC)=\mathrm{d}(OM,(AB'C))=\mathrm{d}(O,(AB'C))=h$.

Dễ thấy OA,OB',OC đôi một vuông góc với nhau do đó

$$\frac{1}{h^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB'^2}+\frac{1}{OC^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a^2}+\frac{1}{4a^2}=\frac{9}{4a^2}.$$

$$\Rightarrow h^2=\frac{4a^2}{9}.$$

Vậy $\mathrm{d}(OM,AC)=h=\dfrac{2a}{3}$.



Lưu ý:

Với tứ diện $O.ABC$ ban đầu có OA,OB,OC đôi một vuông góc với nhau, việc giải bài toán này bằng phương pháp toạ độ hoá cũng là một lựa chọn dễ dàng thực hiện được với học sinh.

Tóm tắt: gắn hệ toạ độ để $O(0;0;0),A(a;0;0),B(0;a;0),C(0;0;2a)\Rightarrow M\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{a}{2};0\right)$.

Dùng công thức $\mathrm{d}(OM,AC)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{AC}\right]\cdot\overrightarrow{OA}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{AC}\right]\right|}$ sẽ được đáp số $\dfrac{2a}{3}$.

Chọn đáp án D □

Câu 33. Gọi S là tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $4^x-m\cdot 2^{x+1}+2m^2-5=0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

(A) 3. (B) 5. (C) 2. **D** 1.

Lời giải.

Ta có $4^x - m\cdot 2^{x+1} + 2m^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow 4^x - 2m\cdot 2^x + 2m^2 - 5 = 0$. (1)
Đặt $t = 2^x$, $t > 0$. Phương trình (1) thành: $t^2 - 2m\cdot t + 2m^2 - 5 = 0$. (2)
Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ (2) có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m^2 + 5 > 0 \\ 2m > 0 \\ 2m^2 - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{5} < m < \sqrt{5} \\ m > 0 \\ m < -\sqrt{\dfrac{5}{2}} \vee m > \sqrt{\dfrac{5}{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{10}}{2} < m < \sqrt{5}.$$

Do m là số nguyên nên $m = 2$.
Vậy S chỉ có một phần tử duy nhất.

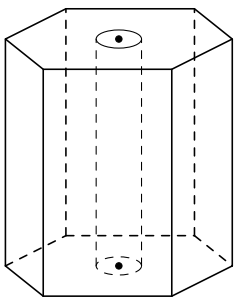
Chọn đáp án D □

Câu 34. Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 mm. Giả định 1 m^3 gỗ có giá a (triệu đồng); 1 m^3 than chì có giá $9a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

(A) $97{,}03a$ đồng. (B) $10{,}33a$ đồng. **C** $9{,}7a$ đồng. (D) $103{,}3a$ đồng.

Lời giải.

Tính theo đơn vị đo chiều dài là mm, ta có:



Diện tích lục giác đều có cạnh bằng 3 là $6\cdot\dfrac{3^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{27\sqrt{3}}{2}$.
Lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng 3 và chiều cao bằng 200 có thể tích

$$V_1 = \frac{27\sqrt{3}}{2}\cdot 200 = 2700\sqrt{3}.$$

Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng 200 và bán kính $r = 1$ có thể tích

$$V_2 = \pi\cdot 1^2\cdot 200 = 200\pi.$$

Thể tích phần thân bút chì làm bằng gỗ là

$$V_3 = V_1 - V_2 = \left(2700\sqrt{3} - 200\pi\right) \text{ mm}^3.$$

Khi đó giá nguyên vật liệu làm 1 chiếc bút chì là $V_3\cdot a\cdot 10^{-9} + V_2\cdot 9a\cdot 10^{-9} \approx 9{,}703a$ (đồng).

Chọn đáp án C □

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y-z+1=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với

Δ có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=-1+t \\ y=-4t \\ z=-3t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=3+t \\ y=-2+4t \\ z=2+t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=3+t \\ y=-2-4t \\ z=2-3t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-2+6t \\ z=2+t \end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-t \\ z=-2+2t. \end{cases}$

Giải phương trình $-1+2t-t-(-2+2t)+1=0$ ta được $t=2$.

Suy ra giao điểm của Δ và (P) là $I(3;-2;2)$.

Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1;2)$; (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;-1)$.

Ta có $[\vec{n},\vec{u}]=(1;-4;-3)$.

Đường thẳng d nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ sẽ đi qua I đồng thời nhận $[\vec{n},\vec{u}]$ làm một véc-tơ chỉ phương, do đó d có phương trình là $\begin{cases} x=3+t \\ y=-2-4t \\ z=2-3t. \end{cases}$

Chọn đáp án (C) □

Câu 36. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-6-i)+2i=(7-i)z$?

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 4.

Lời giải.

Ta có $|z|(z-6-i)+2i=(7-i)z \Leftrightarrow (|z|-7+i)z=6|z|+(|z|-2)i.$ (*)

$\Rightarrow \left|(|z|-7+i)z\right|=\left|6|z|+(|z|-2)i\right| \Leftrightarrow \left[(|z|-7)^2+1\right]|z|^2=36|z|^2+(|z|-2)^2$ (**)

Đặt $t=|z|$ thì $t\in\mathbb{R}$, $t\geqslant 0$ và (**) trở thành $t^4-14t^3+13t^2+4t-4=0$.

$$\Leftrightarrow (t-1)(t^3-13t^2+4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t\approx 12{,}96 \\ t\approx 0{,}56 \\ t\approx -0{,}5 \end{array}\right. \text{(chỉ nhận 3 giá trị } t\geqslant 0).$$

Thay vào (*) ta được 3 số phức z.

Lưu ý:

Để chứng minh phương trình cuối cùng theo t có 3 nghiệm $t\geqslant 0$ ta cần dùng đến phương pháp hàm số: chứng minh $f(t)=t^3-13t^2+4=0$ có 2 nghiệm không âm đều khác 1.

Bảng biến thiên của $f(t)$ trên nửa khoảng $[0;\infty)$ như sau:

t	0	1	$\frac{26}{3}$	$+\infty$
$f'(t)$		$\dagger$	0	$+$
$f(t)$	4	$\searrow -8$	$\searrow -\frac{8680}{27}$	$\nearrow +\infty$

Chọn đáp án B □

Câu 37. Cho $a>0, b>0$ thỏa mãn $\log_{4a+5b+1}(16a^2+b^2+1)+\log_{8ab+1}(4a+5b+1)=2$. Giá trị của $a+2b$ bằng

A 9. B 6. C $\frac{27}{4}$. D $\frac{20}{3}$.

Lời giải.

Do $a,b>0$ nên $\begin{cases}16a^2+b^2\geqslant 2\sqrt{16a^2b^2}\\ 4a+5b+1>1\end{cases}\Rightarrow \log_{4a+5b+1}(16a^2+b^2+1)\geqslant \log_{4a+5b+1}(8ab+1)$.

Do đó $\log_{4a+5b+1}(16a^2+b^2+1)+\log_{8ab+1}(4a+5b+1)\geqslant \log_{4a+5b+1}(8ab+1)+\log_{8ab+1}(4a+5b+1)$
$\geqslant 2$ (áp dụng BĐT Cô-si).

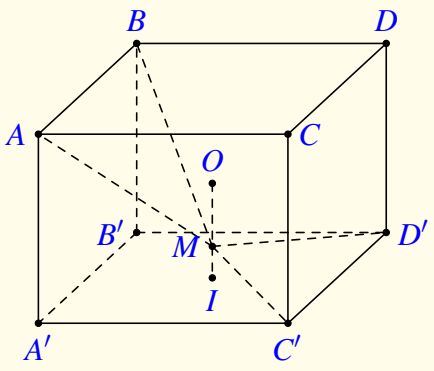
Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases}16a^2=b^2\,;a>0,b>0\\ 8ab+1=4a+5b+1\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}4a=b>0\\ 2b^2+1=6b+1\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}a=\frac{3}{4}\\ b=3.\end{cases}$

Vậy $a+2b=\frac{27}{4}$.

Chọn đáp án C □

Câu 38.
Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và điểm M thuộc đoạn OI sao cho $MO=2MI$ (tham khảo hình vẽ). Khi đó sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

A $\frac{6\sqrt{13}}{65}$. B $\frac{7\sqrt{85}}{85}$. C $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. D $\frac{6\sqrt{85}}{85}$.



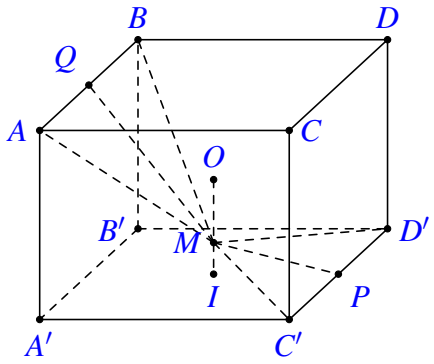
Lời giải.

Do $AB\parallel C'D'$ nên giao tuyến của (MAB) và $(MC'D')$ là đường thẳng $\Delta\parallel AB\parallel C'D'$.

Gọi P,Q lần lượt là trung điểm của $D'C'$ và AB ta có $\begin{cases}MP\perp C'D'\\ MQ\perp AB\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}MP\perp\Delta\\ MQ\perp\Delta.\end{cases}$

Như vậy góc giữa (MAB) và $(MC'D')$ là góc giữa MP và MQ.

Không mất tính tổng quát, ta cho cạnh hình lập phương là 6.



Khi đó $\begin{cases} MP = \sqrt{IM^2 + IP^2} = \sqrt{10} \\ MQ = \sqrt{34}, PQ = 6\sqrt{2}. \end{cases}$

Áp dụng định lí cô-sin cho $\triangle MPQ$ ta được

$$\cos\widehat{PMQ} = \frac{MP^2 + MQ^2 - PQ^2}{2MP \cdot MQ} = \frac{-14}{\sqrt{340}}.$$

Góc α là góc giữa hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) ta có

$$\cos\alpha = \frac{14}{\sqrt{340}} = \frac{7\sqrt{85}}{85} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{6\sqrt{85}}{85}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \\ z = 3 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (0;-7;-1)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = 1+6t \\ y = 2+11t \\ z = 3+8t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -4+5t \\ y = -10+12t \\ z = 2+t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -4+5t \\ y = -10+12t \\ z = -2+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1+5t \\ y = 2-2t \\ z = 3-t \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua $A(1;2;3)$ và có 1 véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (1;1;0) \Rightarrow |\vec{u}_d| = \sqrt{2}$.

Đường thẳng Δ có 1 véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (0;-7;-1) \Rightarrow |\vec{u}_\Delta| = 5\sqrt{2}$.

Ta có $\vec{u}_d \cdot \vec{u}_\Delta = -7 < 0 \Rightarrow (\vec{u}_d, \vec{u}_\Delta) > 90°$.

Đường phân giác p của góc nhọn tạo bởi d và Δ có véc-tơ chỉ phương:

$$\vec{a} = |\vec{u}_d| \cdot \vec{u}_\Delta - |\vec{u}_\Delta| \cdot \vec{u}_d = \left(-5\sqrt{2}; -12\sqrt{2}; -\sqrt{2}\right) \text{ hay } \vec{a'} = (5;12;1).$$

Vì d và Δ cùng đi qua $A(1;2;3)$ nên đường phân giác p đi qua A.

Trong 4 phương án, chỉ có đường thẳng $\begin{cases} x = -4+5t \\ y = -10+12t \\ z = 2+t \end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{a'} = (5;12;1)$ và đi qua điểm $A(1;2;3)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 40. Cho hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+2}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng

(A) $2\sqrt{2}$. (B) 4. (C) 2. (D) $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Đồ thị $(C): y=\dfrac{x-2}{x+2}=1-\dfrac{4}{x+2}$ có $I(-2;1)$ là giao điểm của 2 đường tiệm cận.

Xét $\begin{cases} A\left(a-2;1-\dfrac{4}{a}\right)\in(C) \\ B\left(b-2;1-\dfrac{4}{b}\right)\in(C) \end{cases} (a\neq b)$ ta có $\begin{cases} \overrightarrow{IA}=\left(a;-\dfrac{4}{a}\right) \\ \overrightarrow{IB}=\left(b;-\dfrac{4}{b}\right) \end{cases}$ và $\begin{cases} IA^2=a^2+\dfrac{16}{a^2} \\ IB^2=b^2+\dfrac{16}{b^2}. \end{cases}$

Tam giác IAB đều $\Leftrightarrow \begin{cases} IA=IB \\ \cos(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IB})=\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA=IB & (1) \\ IA^2=2\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IB}. & (2) \end{cases}$

$(2)\Leftrightarrow a^2+\dfrac{16}{a^2}=2ab+\dfrac{32}{ab}\Rightarrow ab>0.$

$(1)\Leftrightarrow a^2+\dfrac{16}{a^2}=b^2+\dfrac{16}{b^2}\Leftrightarrow (a^2-b^2)(a^2b^2-16)=0\Leftrightarrow ab=4$ (do $a\neq b$ và $ab>0$).

Như vậy $IA^2=a^2+\dfrac{16}{a^2}=2ab+\dfrac{32}{ab}=16\Rightarrow AB=IA=4.$

Chọn đáp án B □

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2)=-\dfrac{1}{25}$ và $f'(x)=4x^3[f(x)]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A $-\dfrac{41}{400}$. B $-\dfrac{1}{10}$. C $-\dfrac{391}{400}$. D $-\dfrac{1}{40}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=4x^3[f(x)]^2\Rightarrow -\dfrac{f'(x)}{[f(x)]^2}=-4x^3\Rightarrow \left[\dfrac{1}{f(x)}\right]'=-4x^3\Rightarrow \dfrac{1}{f(x)}=-x^4+C.$

Do $f(2)=-\dfrac{1}{25}$ nên ta có $C=-9$. Do đó $f(x)=-\dfrac{1}{x^4+9}\Rightarrow f(1)=-\dfrac{1}{10}.$

Chọn đáp án B □

Câu 42. Cho phương trình $7^x+m=\log_7(x-m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-25;25)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A 9. B 25. C 24. D 26.

Lời giải.

Điều kiện: $x>m$.

Đặt $t=\log_7(x-m)$ ta có $\begin{cases} 7^x+m=t \\ 7^t+m=x \end{cases}\Rightarrow 7^x+x=7^t+t.$ (1)

Do hàm số $f(u)=7^u+u$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên ta có $(1)\Leftrightarrow t=x$. Tức là

$$7^x+m=x\Leftrightarrow m=x-7^x.$$

Xét hàm số $g(x)=x-7^x\Rightarrow g'(x)=1-7^x\ln 7=0\Leftrightarrow x=-\log_7(\ln 7)=x_0.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\log_7(\ln 7)$	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$g(x_0)$	↘ $-\infty$

Từ đó phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $m \leqslant g\left(-\log_7(\ln 7)\right) \approx -0{,}856$.

(các nghiệm này đều thỏa mãn điều kiện vì $x-m=7^x>0$)

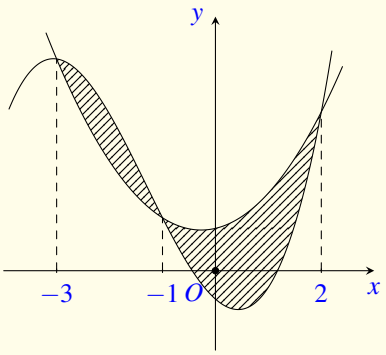
Do m nguyên thuộc khoảng $(-25;25)$ nên $m \in \{-24;-16;\ldots;-1\}$.

Chọn đáp án C □

Câu 43.

Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-1$ và $g(x)=dx^2+ex+\frac{1}{2}$ $(a,b,c,d,e \in \mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt $-3;-1;2$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A $\frac{253}{12}$. B $\frac{125}{12}$. C $\frac{253}{48}$. D $\frac{125}{48}$.



Lời giải.

Do $(C): y=f(x)$ và $(C'): y=g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt có hoành độ $-3;-1;2$ nên

$$f(x)-g(x)=A(x+3)(x+1)(x-2).$$

Do $f(0)-g(0)=-\frac{3}{2}$ nên $-6A=-\frac{3}{2} \Rightarrow A=-\frac{1}{4}$.

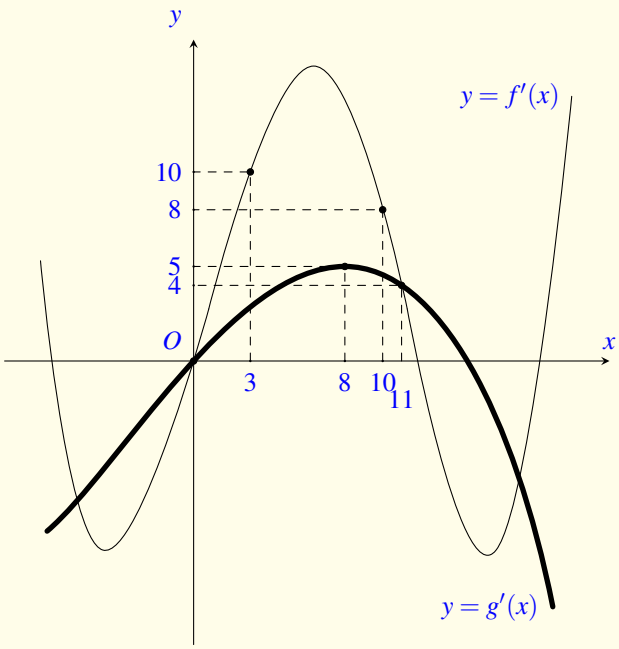
Từ đó $f(x)-g(x)=\frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2)=\frac{1}{4}(x^3+2x^2-5x-6)$.

Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S=\left|\int_{-3}^{-1}\frac{1}{4}(x^3+2x^2-5x-6)\,\mathrm{d}x\right|+\left|\int_{-1}^{2}\frac{1}{4}(x^3+2x^2-5x-6)\,\mathrm{d}x\right|=\frac{253}{48}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 44. Cho hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$. Hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y=g'(x)$. Hàm số $h(x)=f(x+3)-g\left(2x-\dfrac{7}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $\left(\dfrac{13}{4};4\right)$. **B** $\left(7;\dfrac{29}{4}\right)$. **C** $\left(6;\dfrac{36}{5}\right)$. **D** $\left(\dfrac{36}{5};+\infty\right)$.

Lời giải.

Ta có $h'(x)=f'(x+3)-2g'\left(2x-\dfrac{7}{2}\right)$ (chú ý: $h'(x)$ có dạng $f'(X)-2g'(Y)$).

Nhận xét:
Ta cần tìm điều kiện đủ của x để $h'(x)>0$, tức là $f'(X)>2g'(Y)$.
Dựa trên đồ thị thì $g'(Y)$ lớn nhất bằng 5 nên $2g'(Y)$ lớn nhất bằng 10.
Như vậy với các X mà $f'(X)>10$ ta có ngay $f'(X)>2g'(Y)$.
Dựa vào đồ thị thì với $3<X<8$ ta có $f'(X)>10$,
tức là với $3<x+3<8\Leftrightarrow 0<x<5$ ta có $h'(x)>0$.
Vậy hàm số $h(x)$ đồng biến ít nhất trên khoảng $(0;5)$ nên đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{13}{4};4\right)$.

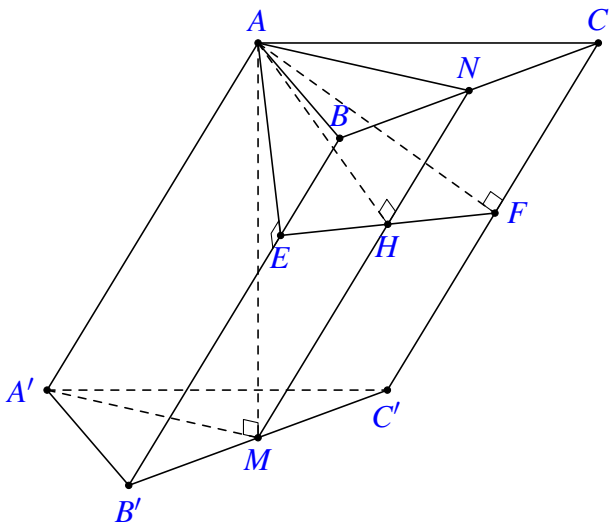
Chọn đáp án A □

Câu 45. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M=2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A $\sqrt{3}$. **B** 2. **C** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D** 1.

Lời giải.

Dựng $\triangle AEF$ như hình vẽ sao cho $AA' \perp (AEF)$.
Khi đó $V_{ABC.A'B'C'}$ bằng với thể tích của lăng trụ (T) có mặt đáy AEF và cạnh bên AA'.
Tức là $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle AEF} \cdot AA'$.
Từ cách dựng ta suy ra $AE = 1, AF = \sqrt{3}$ và $EF = 2$. Suy ra $\triangle AEF$ vuông tại A.
Từ đó $S_{\triangle AEF} = \dfrac{1}{2} AE \cdot AF = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.
Gọi N là trung điểm BC và $H = EF \cap MN$ thì $MN \parallel AA'$; H là trung điểm EF và $AH \perp MN$.
Từ đó $AH = \dfrac{1}{2} EF = 1$.



$\triangle AMN$ vuông tại A có $\dfrac{1}{AM^2} = \dfrac{1}{AH^2} - \dfrac{1}{AN^2} = \dfrac{3}{4} \Rightarrow AM = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$.
Cuối cùng $AA' = MN = \sqrt{AM^2 + AN^2} = \dfrac{4}{\sqrt{3}}$.
Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle AEF} \cdot AA' = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{4}{\sqrt{3}} = 2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$ và điểm $A(2;3;4)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

(A) $2x + 2y + 2z - 15 = 0$.
(B) $x + y + z - 7 = 0$.
(C) $2x + 2y + 2z + 15 = 0$.
(D) $x + y + z + 7 = 0$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $I(1;2;3)$ là tâm của mặt cầu (S); điểm $A(2;3;4)$ nằm ngoài (S).
Do IA tiếp xúc với (S) tại M nên $IM \perp AM$.
Lấy $M(x_0;y_0;z_0) \in (S)$ ta có $\overrightarrow{IM} = (x_0-1; y_0-2; z_0-3)$; $\overrightarrow{AM} = (x_0-2; y_0-3; z_0-4)$.

$$\text{Do } \begin{cases} M \in (S) \\ IM \perp AM \end{cases} \text{ nên } \begin{cases} (x_0-1)^2 + (y_0-2)^2 + (z_0-3)^2 = 1 \\ (x_0-1)(x_0-2) + (y_0-2)(y_0-3) + (z_0-3)(z_0-4) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x_0-1)^2 + (y_0-2)^2 + (z_0-3)^2 = 1 \\ (x_0-1)^2 - (x_0-1) + (y_0-2)^2 - (y_0-2) + (z_0-3)^2 - (z_0-3) = 0. \end{cases} \quad (*)$$

Từ $(*)$ ta có $x_0 - 1 + y_0 - 2 + z_0 - 3 = 1 \Leftrightarrow x_0 + y_0 + z_0 - 7 = 0$.
Vậy $M \in (P)\colon x + y + z - 7 = 0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 47. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-4)x^5 - (m^2-16)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

A 8. **B** Vô số. **C** 7. **D** 9.

Lời giải.

Ta có $y' = 8x^7 + 5(m-4)x^4 - 4(m^2-16)x^3$.
Đặt $g(x) = 8x^4 + 5(m-4)x - 4(m^2-16)$. Có 2 trường hợp cần xét liên quan (m^2-16):

- Trường hợp 1: $m^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 4$.
  - + Khi $m = 4$ ta có $y' = 8x^7 \Rightarrow x = 0$ là điểm cực tiểu.
  - + Khi $m = -4$ ta có $y' = x^4(8x^4 - 40) \Rightarrow x = 0$ không là điểm cực tiểu.
- Trường hợp 2: $m^2 - 16 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 4$. Khi đó $x = 0$ không là nghiệm của $g(x)$.
  Ta có x^3 đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi qua $x_0 = 0$, do đó
  $y' = x^3 \cdot g(x)$ đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi qua $x_0 = 0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 0} g(x) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 < 0$.

Kết hợp các trường hợp giải được ta nhận $m \in \{-3;-2;-1;0;1;2;3;4\}$.

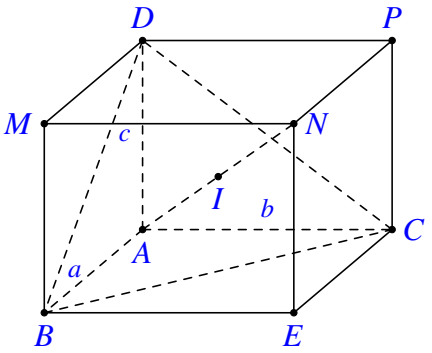
Chọn đáp án **A** □

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và đi qua điểm $A(5;-2;-1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A 256. **B** 128. **C** $\dfrac{256}{3}$. **D** $\dfrac{128}{3}$.

Lời giải.

Đặt $AB = a$, $AC = b$, $AD = c$ thì $ABCD$ là tứ diện vuông đỉnh A, nội tiếp mặt cầu (S) bán kính R.
Khi đó $ABCD$ là tứ diện đặt ở góc A của hình hộp chữ nhật tương ứng có các cạnh AB, AC, AD và đường chéo AN là đường kính của cầu. Ta có $a^2 + b^2 + c^2 = 4R^2$.
Xét $V = V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}abc \Leftrightarrow V^2 = \dfrac{1}{36}a^2b^2c^2$.



Mà $a^2+b^2+c^2 \geqslant 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} \Leftrightarrow \left(\dfrac{a^2+b^2+c^2}{3}\right)^3 \geqslant a^2b^2c^2 \Leftrightarrow \left(\dfrac{4R^2}{3}\right)^3 \geqslant 36V^2 \Leftrightarrow V \leqslant R^3 \cdot \dfrac{4\sqrt{3}}{27}$.

Do $R = IA = 4\sqrt{3}$ nên ta có $V \leqslant \dfrac{256}{3}$ (Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = 8$).

Vậy $\max V_{ABCD} = \dfrac{256}{3}$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 49. Ba bạn A,B,C viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;14]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A $\dfrac{457}{1372}$. **B** $\dfrac{307}{1372}$. **C** $\dfrac{207}{1372}$. **D** $\dfrac{31}{91}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=14^3$.
Trong 14 số tự nhiên thuộc đoạn $[1;14]$ có:

(i). 5 số chia cho 3 dư 1. (i). 5 số chia cho 3 dư 2. (i). 4 số chia hết cho 3.

Để tổng 3 số chia hết cho 3 ta có các trường hợp sau:

TH1: Cả 3 chữ số đều chia hết cho 3 có: 4^3 (cách).

TH1: Cả 3 số chia cho 3 dư 1 có: 5^3 (cách).

TH1: Cả 3 số chia cho 3 dư 2 có: 5^3 (cách).

TH1: Trong 3 số có một số chia hết cho 3; một số chia cho 3 dư 1; một số chia 3 dư 2 được ba người viết lên bảng nên có: $4\cdot5\cdot5\cdot3!$ (cách).

Gọi biến cố E: "Tổng 3 số chia hết cho 3".
Ta có $n(E)=4^3+5^3+5^3+4\cdot5\cdot5\cdot3!=914$.
Vậy xác suất cần tìm: $\mathrm{P}(E)=\dfrac{914}{14^3}=\dfrac{457}{1372}$.

Chọn đáp án A □

Câu 50. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^4-\dfrac{14}{3}x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1)$, $N(x_2;y_2)$ (M, N khác A) thỏa mãn $y_1-y_2=8(x_1-x_2)$?

A 1. **B** 2. **C** 0. **D** 3.

Lời giải.

Hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^4-\dfrac{14}{3}x^2$ có $y'=\dfrac{4}{3}x^3-\dfrac{28}{3}x^2$. Cho $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{7}.\end{array}\right.$

Do $y_1-y_2=8(x_1-x_2)\Leftrightarrow\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=8$ nên tiếp tuyến của (C) tại A có hệ số góc $k=8$.

Cho $y'(x_A)=8$ ta được $\dfrac{4}{3}x_A^3-\dfrac{28}{3}x_A^2=8\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_A=3\\x_A=-1\\x_A=-2\end{array}\right.$ (đến đây có 3 điểm A cần xét).

Tiếp tuyến của (C) tại mỗi điểm A tìm được có dạng $d:\ y=8x+b$.
Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và tiếp tuyến d:

$$\frac{1}{3}x^4-\frac{14}{3}x^2=8x+b \Leftrightarrow b=\frac{1}{3}x^4-\frac{14}{3}x^2-8x=g(x).$$

Cho $g'(x)=0$ ta được $x=3 \vee x=-1 \vee x=-2$.

Bảng biến thiên của $g(x)$:

x	$-\infty$		-2		-1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{8}{3}$	$\nearrow$	$\frac{11}{3}$	$\searrow$	-39	$\nearrow$	$+\infty$

Như vậy (C) và d có 3 điểm chung khi $b=\frac{8}{3}$ hoặc $b=\frac{11}{3}$ ứng với $x_A=-2$ hoặc $x_A=-1$.

Vậy có 2 điểm A thoả mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (B) □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 52

1. C	2. B	3. D	4. A	5. D	6. D	7. D	8. A	9. C	10. D
11. B	12. C	13. B	14. B	15. C	16. D	17. A	18. C	19. C	20. C
21. B	22. A	23. B	24. B	25. A	26. C	27. D	28. D	29. A	30. A
31. A	32. D	33. D	34. C	35. C	36. B	37. C	38. D	39. B	40. B
41. B	42. C	43. C	44. A	45. B	46. B	47. A	48. C	49. A	50. B

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2018
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 104
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?
(A) 2^8. (B) C_8^2. (C) A_8^2. (D) 8^2.

Lời giải.

Số các số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau được lập từ 8 số đã cho là số các chỉnh hợp chập 2 của 8 phần tử là A_8^2.

Chọn đáp án C □

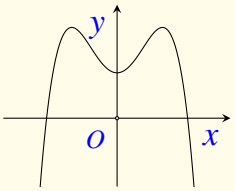
Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x+y+3z-1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là
(A) $\vec{n}_4=(1;3;2)$. (B) $\vec{n}_1=(3;1;2)$. (C) $\vec{n}_3=(2;1;3)$. (D) $\vec{n}_2=(-1;3;2)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): 2x+y+3z-1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n_3}=(2;1;3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 3.
Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

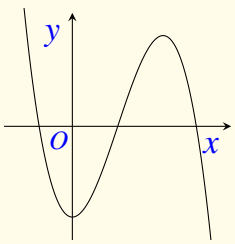


Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

Chọn đáp án D □

Câu 4.
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?
(A) $y=x^3-3x^2-2$. (B) $y=x^4-x^2-2$.
(C) $y=-x^4+x^2-2$. (D) $y=-x^3+3x^2-2$.



Lời giải.

Quan sát hình vẽ ta thấy đồ thị là của hàm bậc ba và có hệ số $a<0$.
Suy ra đồ thị hàm số đã cho là của hàm $y=-x^3+3x^2-2$.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3\left(\frac{3}{a}\right)$ bằng

A $1-\log_3 a$. B $3-\log_3 a$. C $\frac{1}{\log_3 a}$. D $1+\log_3 a$.

Lời giải.

Ta có $\log_3\left(\frac{3}{a}\right)=\log_3 3-\log_3 a=1-\log_3 a$.

Chọn đáp án A □

Câu 6. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+x^2$ là

A x^4+x^3+C. B $\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3+C$. C $3x^2+2x+C$. D x^3+x^2+C.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int(x^3+x^2)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3+C$.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-2;+\infty)$. B $(-2;3)$. C $(3;+\infty)$. D $(-\infty;-2)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):\ (x-5)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=3$ có bán kính bằng

(A) $\sqrt{3}$. (B) $2\sqrt{3}$. (C) 3. (D) 9.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu $R=\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 9. Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 3 là

(A) $-1-3i$. (B) $1-3i$. (C) $-1+3i$. (D) $1+3i$.

Lời giải.

Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 3 là $1+3i$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$?

(A) $P(1;2;5)$. (B) $N(1;5;2)$. (C) $Q(-1;1;3)$. (D) $M(1;1;3)$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $N(1;5;2)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 11. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\frac{2}{3}a^3$. (B) $\frac{4}{3}a^3$. (C) $2a^3$. (D) $4a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ $V=B\cdot h=a^2\cdot 2a=2a^3$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 12. Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l bằng

(A) πrl. (B) $4\pi rl$. (C) $2\pi rl$. (D) $\frac{4}{3}\pi rl$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay $S_{xq} = 2\pi rl$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 13. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = x^2+2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $V = \pi \int_1^2 (x^2+2)^2\,\mathrm{d}x$. (B) $V = \int_1^2 (x^2+2)^2\,\mathrm{d}x$.

(C) $V = \pi \int_1^2 (x^2+2)\,\mathrm{d}x$. (D) $V = \int_1^2 (x^2+2)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh Ox là $V = \pi \int_1^2 (x^2+2)^2\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 14. Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

(A) $x = \frac{3}{2}$. (B) $x = \frac{5}{2}$. (C) $x = 1$. (D) $x = 3$.

Lời giải.

Phương trình $5^{2x+1} = 125 \Leftrightarrow 2x+1 = \log_5 125 \Leftrightarrow 2x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 15. Giá trị của $\lim \frac{1}{2n+5}$ bằng

(A) $\frac{1}{2}$. (B) 0. (C) $+\infty$. (D) $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Ta có $\lim \frac{1}{2n+5} = \lim \frac{\frac{1}{n}}{2+\frac{5}{n}} = 0$.

Chọn đáp án B

Câu 16. Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất 6,1 %/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A 13 năm. B 10 năm. C 11 năm. D 12 năm.

Lời giải.

Gọi số tiền ban đầu người đó gửi là A_0.
Số tiền người đó thu được sau n năm gửi là $A_n = A_0 \cdot (1+6{,}1\%)^n$.
Số tiền người đó thu được gấp đôi số tiền gửi ban đầu khi và chỉ khi

$$A_n = 2A_0 \Leftrightarrow A_0 \cdot (1+6{,}1\%)^n = 2A_0 \Leftrightarrow n = \log_{(1+6{,}1\%)} 2 \approx 11{,}7.$$

Vì n là số tự nhiên nên $n = 12$.

Chọn đáp án D

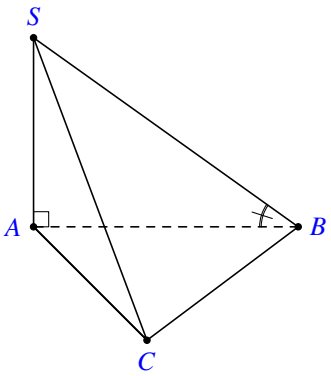
Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = a$ và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A $60°$. B $45°$. C $30°$. D $90°$.

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABC)$ tại A nên AB là hình chiếu của SB lên mặt phẳng đáy.
Suy ra góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy là góc $\widehat{SBA}$.
Tam giác SAB vuông tại A nên

$$\cos\widehat{SBA} = \frac{AB}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60°.$$



Chọn đáp án A

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $BC = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A $\sqrt{2}a$. B $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. C $\dfrac{a}{2}$. D $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$.

Lời giải.

Vì $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC)$.

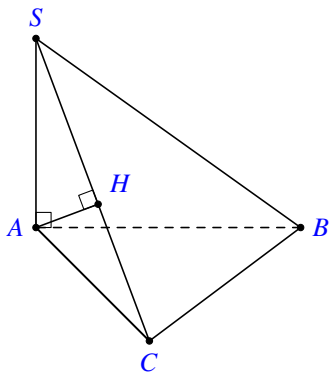
Khi đó $(SBC) \perp (SAC)$ theo giao tuyến là SC.

Trong (SAC), kẻ $AH \perp SC$ tại H suy ra $AB \perp (SBC)$ tại H.

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng AH.

Ta có $AC = BC = a$, $SA = a$ nên tam giác SAC vuông cân tại A.

Suy ra $AH = \dfrac{1}{2}SC = \dfrac{1}{2}a\sqrt{2}$.



Chọn đáp án B

Câu 19. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ là

A 0. B 3. C 2. D 1.

Lời giải.

Phương trình $x^2 + x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1. \end{array}\right.$

Khi đó

- $\lim\limits_{x\to 0^{\pm}} \dfrac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x} = \dfrac{1}{8}$.
- $\lim\limits_{x\to (-1)^{+}} \dfrac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x} = +\infty$.

Suy ra đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x = -1$.

Chọn đáp án D

Câu 20. $\displaystyle\int_1^2 \dfrac{\mathrm{d}x}{2x+3}$ bằng

A $2\ln\dfrac{7}{5}$. B $\dfrac{1}{2}\ln 35$. C $\ln\dfrac{7}{5}$. D $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{7}{5}$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_1^2 \dfrac{\mathrm{d}x}{2x+3} = \dfrac{1}{2}\ln|2x+3|\Big|_1^2 = \dfrac{1}{2}(\ln 7 - \ln 5) = \dfrac{1}{2}\ln\dfrac{7}{5}$.

Chọn đáp án D

Câu 21. Từ một hộp chứa 10 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A $\frac{2}{91}$. **B** $\frac{12}{91}$. **C** $\frac{1}{12}$. **D** $\frac{24}{91}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố lấy được ba quả cầu màu xanh.
Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_{15}^{3}$.
Số phần tử của biến cố A là $n(A) = \mathrm{C}_{5}^{3}$.
Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{2}{91}$.

Chọn đáp án A □

Câu 22. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A 25. **B** $\frac{51}{4}$. **C** 13. **D** 85.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 4x^3 - 2x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right.$.

Khi đó $y(-1) = 13$; $y(2) = 25$; $y(0) = 13$; $y\left(\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) = \dfrac{51}{4}$.

Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;2]$ là 25.

Chọn đáp án A □

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A $2x - 3y - z + 8 = 0$. **B** $3x - y + 3z - 13 = 0$.
C $2x - 3y - z - 20 = 0$. **D** $3x - y + 3z - 25 = 0$.

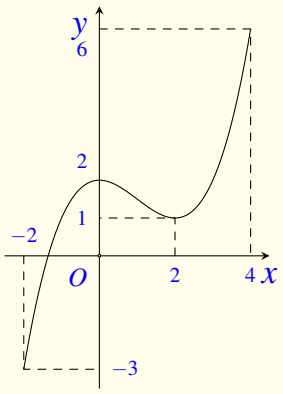
Lời giải.

Có $\overrightarrow{AB} = (-4;6;2)$.
Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là

$$-4(x-5) + 6(y+4) + 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y - z - 20 = 0.$$

Chọn đáp án C □

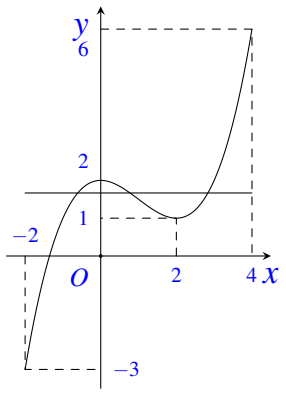
Câu 24.
Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-5=0$ trên đoạn $[-2;4]$ là



(A) 0. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Lời giải.

Phương trình $f(x)=\dfrac{5}{3}$.
Số nghiệm của phương trình này là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{5}{3}$. Quan sát hình bên ta thấy có 3 giao điểm do đó phương trình đã cho có ba nghiệm.



Chọn đáp án (B) □

Câu 25. Tìm hai số x và y thỏa mãn $(2x-3yi)+(3-i)=5x-4i$ với i là đơn vị ảo.
(A) $x=-1;\ y=-1$. (B) $x=-1;\ y=1$. (C) $x=1;\ y=-1$. (D) $x=1;\ y=1$.

Lời giải.

Ta có

$$(2x-3yi)+(3-i)=5x-4i \Leftrightarrow 3x-3+(3y-3)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases}3x-3=0\\3y-3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\y=1.\end{cases}$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 26. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+3m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$?
(A) 2. (B) 6. (C) Vô số. (D) 1.

Lời giải.

Điều kiện $x \neq -3m$.
Có $y' = \dfrac{3m-2}{(x+3m)^3}$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 3m-2>0 \\ -3m \geq -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \dfrac{2}{3} \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < m \leq 2.$$

Suy ra có hai giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án A □

Câu 27. Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \dfrac{1}{120}t^2 + \dfrac{58}{45}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có giá tốc bằng a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A 25 (m/s). B 36 (m/s). C 30 (m/s). D 21 (m/s).

Lời giải.

Thời điểm chất điểm B đuổi kịp chất điểm A thì chất điểm B đi được 15 giây, chất điểm A đi được 18 giây.
Biểu thức vận tốc của chất điểm B có dạng $v_B(t) = \int a\,\mathrm{d}t = at + C$ mà $v_B(0) = 0 \Rightarrow v_B(t) = at$.
Do từ lúc chất điểm A bắt đầu chuyển động cho đến khi chất điểm B đuổi kịp thì quãng đường hai chất điểm bằng nhau do đó

$$\int_0^{18} \left(\frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}\right)\mathrm{d}t = \int_0^{15} at\,\mathrm{d}t \Leftrightarrow 225 = a \cdot \frac{225}{2} \Leftrightarrow a = 2.$$

Vậy vận tốc của chất điểm B tại thời điểm đuổi kịp A bằng $v_B(t) = 2 \cdot 15 = 30$ (m/s).

Chọn đáp án C □

Câu 28. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $9^x - m3^{x+1} + 3m^2 - 75 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A 8. B 4. C 19. D 5.

Lời giải.

Phương trình $9^x - m3^{x+1} + 3m^2 - 75 = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 3m \cdot 3^x + 3m^2 - 75 = 0$. Đặt $t = 3^x$, $t > 0$.
Phương trình trở thành $t^2 - 3mt + 3m^2 - 75 = 0$ (1). Phương trình đã cho có hai nghiệm phân

biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 300 - 3m^2 > 0 \\ 3m > 0 \\ 3m^2 - 75 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10 < m < 10 \\ m > 0 \\ \left[\begin{array}{l} m < -5 \\ m > 5 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow 5 < m < 10.$$

Do m nguyên nên $S = \{6;7;8;9\}$.

Chọn đáp án B

Câu 29. Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} - 2i)(z+2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A $2\sqrt{2}$. B $\sqrt{2}$. C 2. D 4.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.
Ta có $(\bar{z} - 2i)(z+2) = a^2 + 2a + b^2 + 2b - 2(a+b+2)i$. Vì $(\bar{z} - 2i)(z+2)$ là số thuần ảo nên $a^2 + 2a + b^2 + 2b = 0 \Leftrightarrow (a+1)^2 + (b+1)^2 = 2$.
Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp các số điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn bán kính bằng $\sqrt{2}$.

Chọn đáp án B

Câu 30. Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy 3 mm và chiều cao 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi được làm bằng than chì. Phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính 1 mm. Giả định 1 m^3 gỗ có giá α (triệu đồng), 1m^3 than chì có giá 7α (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A $84{,}5 \cdot \alpha$ (đồng). B $9{,}07 \cdot \alpha$ (đồng). C $8{,}45 \cdot \alpha$ (đồng). D $90{,}07 \cdot \alpha$ (đồng).

Lời giải.

Thể tích phần lõi than chì $V_1 = \pi \cdot 0{,}001^2 \cdot 0{,}2 = 2\pi \cdot 10^{-7}$ m^3.
Số tiền làm lõi than chì $T_1 = V_1 \cdot 7\alpha \cdot 10^6 = 1{,}4\pi a$ (đồng).
Thể tích phần thân bằng gỗ của bút chì là

$$V_2 = 6 \cdot \frac{0{,}003^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot 0{,}2 - 2\pi \cdot 10^{-7} = (\sqrt{3} \cdot 27 \cdot 10^{-7} - 2\pi \cdot 10^{-7})\text{m}^3.$$

Số tiền làm phần thân bằng gỗ của bút chì $T_2 = V_2 \cdot \alpha \cdot 10^6 = (2{,}7\sqrt{3} - \pi \cdot 0{,}2)\alpha$ (đồng).
Giá vật liệu làm bút trì $T = T_1 + T_2 \approx 8{,}45\alpha$ (đồng).

Chọn đáp án C

Câu 31. Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(x-2)^6+(3x-1)^8$ bằng

(A) 13548. (B) 13668. (C) -13668. (D) -13548.

Lời giải.

Hệ số của x^4 trong khai triển $(x-2)^6$ là $C_6^4\cdot 2^2=60$.
Hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức $(3x-1)^8$ là $C_8^5\cdot(-3)^5=-13608$.
Vậy hệ số của x^5 trong khai triển $x(x-2)^6+(3x-1)^8$ bằng $-13608+60=-13548$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 32. Ông A dự định sử dụng hết $5{,}5\text{m}^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

(A) $1{,}17\ \text{m}^3$. (B) $1{,}01\ \text{m}^3$. (C) $1{,}51\ \text{m}^3$. (D) $1{,}40\ \text{m}^3$.

Lời giải.

Gọi x; $2x$; h lần lượt là chiều rộng, dài và cao của bể cá.

Ta có diện tích toàn phần của bể cá là $2x^2+2(xh+2xh)=5{,}5\Leftrightarrow h=\dfrac{5{,}5-2x^2}{6x}$.

Điều kiện $0<x<\sqrt{\dfrac{5{,}5}{2}}$.

Thể tích bể cá $V(x)=2x^2\cdot\dfrac{5{,}5-2x^2}{6x}=\dfrac{1}{3}(5{,}5x-2x^3)$.

Khi đó $V'(x)=\dfrac{1}{3}(5{,}5-6x^2)\Rightarrow V'(x)=0\Leftrightarrow x=\sqrt{\dfrac{5{,}5}{6}}$.

Do đó $V_{\max}=\dfrac{11\sqrt{33}}{54}\approx 1{,}17\ \text{m}^3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 33. Cho $\displaystyle\int_1^{\text{e}}(2+x\ln x)\,\text{d}x=a\text{e}^2+b\cdot\text{e}+c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a+b=-c$. (B) $a+b=c$. (C) $a-b=c$. (D) $a-b=-c$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_1^{\text{e}}(2+x\ln x)\,\text{d}x=\int_1^{\text{e}}2\,\text{d}x+\int_1^{\text{e}}x\ln x\,\text{d}x=2x\Big|_1^{\text{e}}+I=2\text{e}-2+I$ với $\displaystyle I=\int_1^{\text{e}}x\ln x\,\text{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ \mathrm{d}v = x\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x \\ v = \dfrac{x^2}{2}. \end{cases}$

Khi đó $I = \dfrac{x^2}{2}\ln x\Big|_1^{\mathrm{e}} - \displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} \frac{x}{2}\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{e}^2+1}{4}$.

Suy ra $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} (2+x\ln x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{4}\mathrm{e}^2 + 2\mathrm{e} - \frac{7}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{4} \\ b = 2 \\ c = -\dfrac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow a - b = c.$

Chọn đáp án C □

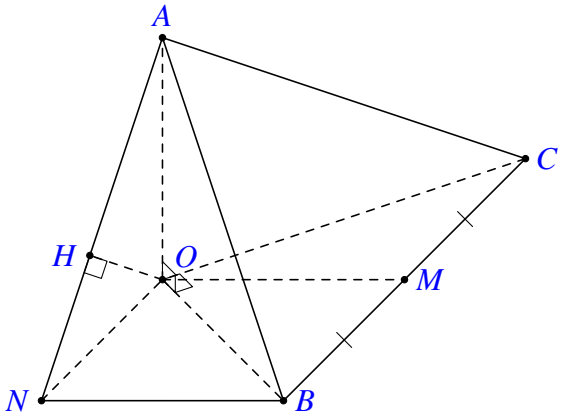
Câu 34. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = a$ và $OB = OC = 2a$. Gọi M là trung điểm của BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

A $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. B a. C $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$. D $\dfrac{\sqrt{6}a}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\triangle OBC$ vuông cân tại O, M là trung điểm $BC \Rightarrow OM \perp BC$.

Dựng hình chữ nhật $OMBN$, ta có $\begin{cases} OM \parallel BN \\ BC \subset (ABN) \end{cases} \Rightarrow OM \parallel (ABN)$.



Suy ra

$$\mathrm{d}(AB, OM) = \mathrm{d}(OM, (ABN)) = \mathrm{d}(O, (ABN)).$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên AN ta có

$$\begin{cases} BN \perp ON \\ BN \perp OA \end{cases} \Rightarrow BN \perp (OAN) \Rightarrow OH \perp BN.$$

Mà $OH \perp AN \Rightarrow OH \perp (ABN) \Rightarrow \mathrm{d}(O, (ABN)) = OH$.

Tam giác OAN vuông tại O, đường cao OH.

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{1}{OH^2} &= \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{ON^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{BM^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{4}{BC^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{4}{OB^2 + OC^2} \\ &= \frac{1}{a^2} + \frac{4}{4a^2 + 4a^2} = \frac{3}{2a^2} \\ \Rightarrow OH &= \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \mathrm{d}(AB, OM) = OH = \frac{a\sqrt{6}}{3}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án D □

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A $\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+2t\end{cases}$. **B** $\begin{cases}x=-3\\y=-t\\z=2t\end{cases}$. **C** $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=2+3t\end{cases}$. **D** $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=2\end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $\Delta\colon \begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=1+t.\end{cases}$

Gọi $M=\Delta\cap(P)\Rightarrow M\in\Delta\Rightarrow M(t;2t-1;t+1)$.

Mặt khác $M\in(P)\Rightarrow t-2(2t-1)-(t+1)+3=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow M(1;1;2)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;-2;-1)$.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}=(1;2;1)$.

Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d=[\vec{n},\vec{u}]=(0;-2;4)$ hay $\dfrac{1}{2}\vec{u}_d=(0;-1;2)$.

Phương trình đường thẳng $d\colon \begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+2t.\end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 36. Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1;16]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A $\dfrac{683}{2048}$. **B** $\dfrac{1457}{4096}$. **C** $\dfrac{19}{56}$. **D** $\dfrac{77}{512}$.

Lời giải.

Gọi 3 số cần viết ra là a, b, c. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=16^3$.

Chia các số tự nhiên thuộc đoạn $[1;16]$ thành ba tập

- $X=\{3;6;9;12;15\}$ là những số chia hết cho 3 có 5 số.
- $Y=\{1;4;7;10;13;16\}$ là những số chia cho 3 dư 1, có 6 số.
- $Z=\{2,5,8,11,14\}$ là những số chia cho 3 dư 2, có 5 số.

Ta thấy ba số a, b, c do A, B, C viết ra có tổng chia hết cho 3 ứng với hai trường hợp sau

- Cả ba số a, b, c thuộc cùng một tập, số cách chọn là $5^3+5^3+6^3=466$.
- Cả ba số a, b, c thuộc ba tập khác nhau, số cách chọn là $3!\cdot5\cdot5\cdot6=900$.

Xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A)=\dfrac{466+900}{16^3}=\dfrac{683}{2048}$.

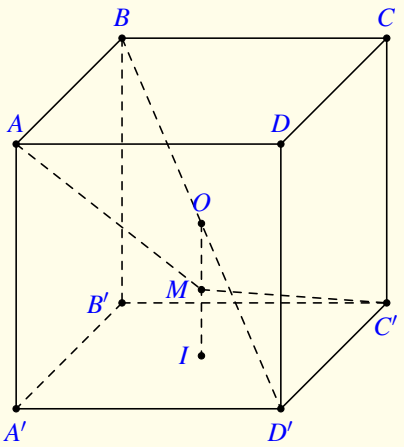
Chọn đáp án A

Câu 37. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O.

Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $OM=\dfrac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ).

Khi đó sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng

A $\dfrac{17\sqrt{13}}{65}$. B $\dfrac{6\sqrt{85}}{85}$. C $\dfrac{7\sqrt{85}}{85}$. D $\dfrac{6\sqrt{13}}{65}$.



Lời giải.

Không mất tính tổng quát ta chọn cạnh của hình lập phương bằng 6. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của $C'D'$ và AB.

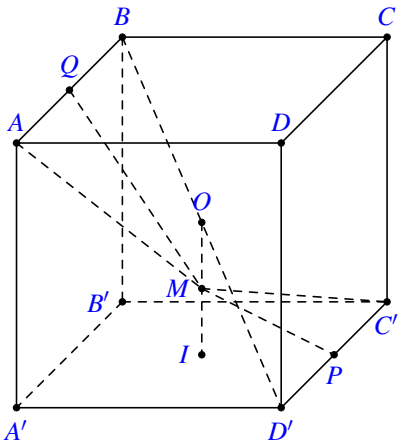
Suy ra $\begin{cases}MP\perp C'D'\\ MQ\perp AB\end{cases}$

$\Rightarrow((MC'D');(MAB))=(MH;MK)=\alpha$.

Khi đó $\begin{cases}MP=\sqrt{MI^2+IP^2}=\sqrt{13}\\ MQ=5;PQ=6\sqrt{2}.\end{cases}$

Suy ra $\cos\widehat{PMQ}=\dfrac{MP^2+MQ^2-PQ^2}{2MP\cdot MQ}=-\dfrac{17\sqrt{13}}{65}$.

Khi đó α là góc giữa $(MC'D')$ và (MAB): $\sin\alpha=\dfrac{6\sqrt{13}}{65}$.



Chọn đáp án D

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\ y=1+4t\\ z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;1;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A $\begin{cases}x=1+27t\\ y=1+t\\ z=1+t\end{cases}$. B $\begin{cases}x=-18+19t\\ y=-6+7t\\ z=11-10t\end{cases}$. C $\begin{cases}x=-18+19t\\ y=-6+7t\\ z=-11-10t\end{cases}$. D $\begin{cases}x=1-t\\ y=1+17t\\ z=1+10t\end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình tham số của Δ: $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = 1+t \\ z = 1+2t. \end{cases}$

Dễ thấy $A = d \cap \Delta$. Chọn $B(-1;2;3) \in \Delta \Rightarrow AB = 3$.

Gọi $C \in d$ thỏa mãn $AB = AC \Rightarrow C\left(\frac{14}{5};\frac{17}{5};1\right)$ hoặc $C\left(-\frac{4}{5};-\frac{7}{5};1\right)$.

Ta thấy với $C\left(-\frac{4}{5};-\frac{7}{5};1\right)$ thì $\widehat{BAC}$ nhọn.

Trung điểm của đoạn BC là $I\left(-\frac{9}{10};\frac{3}{10};1\right)$. Đường phân giác cần tìm là IA có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (19;7;-10)$.

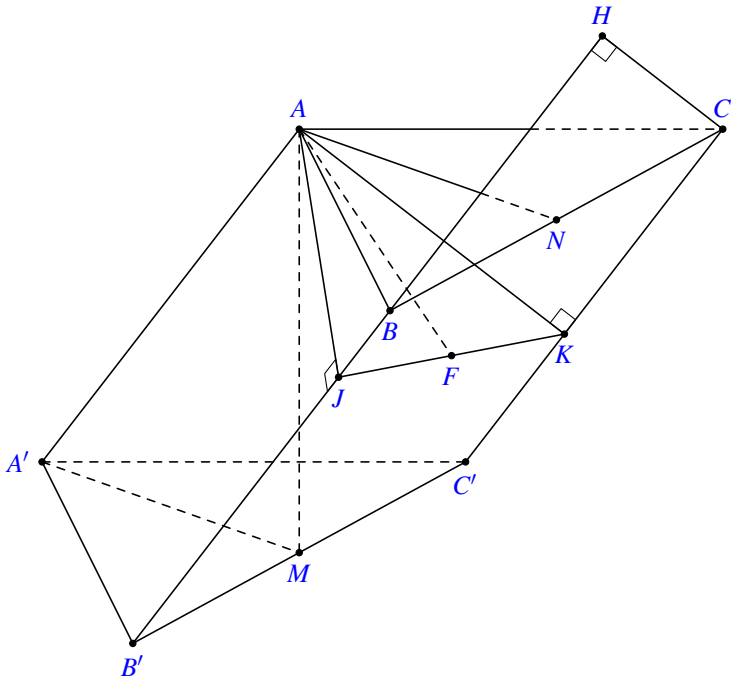
Suy ra đường phân giác có phương trình $\begin{cases} x = 1+19t \\ y = 1+7t \\ z = 1-10t \end{cases}$ dễ thấy đường thẳng này trùng với đường thẳng $\begin{cases} x = -18+19t \\ y = -6+7t \\ z = 11-10t. \end{cases}$

Chọn đáp án (B) □

Câu 39. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và 2, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \sqrt{5}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. (B) $\frac{2\sqrt{15}}{3}$. (C) $\sqrt{5}$. (D) $\frac{\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải.



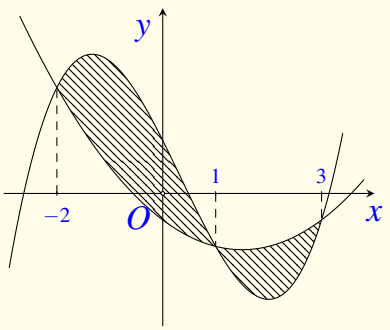
Gọi J, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A nên BB' và CC', H là hình chiếu vuông góc của C lên BB'.
Ta có $AJ \perp BB'$ và $AK \perp CC' \Rightarrow AK \perp BB' \Rightarrow BB' \perp (AJK)$.
Suy ra $BB' \perp JK \Rightarrow JK \parallel CH \Rightarrow JK = CH = \sqrt{5}$.
Xét $\triangle AJK$ có $JK^2 = AJ^2 + AK^2 = 5 \Rightarrow \triangle AJK$ vuông tại A.
Gọi F là trung điểm JK khi đó $AF = JF = FK = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$.
Gọi N là trung điểm BC, khi đó $A'M = AN = \sqrt{5}$. Xét tam giác vuông ANF

$$\cos\widehat{NAF} = \frac{AF}{AN} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{NAF} = 60^\circ.$$

Vậy ta có $S_{\triangle AJK} = \dfrac{1}{2} AJ \cdot AK = 1 \Rightarrow S_{\triangle AJK} = S_{\triangle ABC} \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \dfrac{S_{\triangle AJK}}{\cos 60^\circ} = 2$.
Xét $\triangle AMA'$ vuông tại M có $\widehat{MAA'} = \widehat{AMF} = 30^\circ$ hay $AM = A'M \cdot \tan 30^\circ = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$.
Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = AM \cdot S_{\triangle ABC} = \dfrac{2\sqrt{15}}{3}$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 40.

Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + \dfrac{3}{4}$ và $g(x) = dx^2 + ex - \dfrac{3}{4}$ $(a,b,c,d,e \in \mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là -2; 1; 3 (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



(A) $\dfrac{253}{48}$. (B) $\dfrac{125}{24}$. (C) $\dfrac{125}{48}$. (D) $\dfrac{253}{24}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $ax^3+bx^2+cx+\frac{3}{4}=dx^2+ex-\frac{3}{4} \Leftrightarrow ax^3+(b-d)x^2+(c-e)x+\frac{3}{2}=0$.

Đặt $h(x)=ax^3+(b-d)x^2+(c-e)x+\frac{3}{2}$.

Dựa vào đồ thị ta có $h(x)=0$ có ba nghiệm là $x=-2$; $x=1$; $x=3$.

Khi đó ta có hệ

$$\begin{cases} -8a+4(b-d)-2(c-e)=-\frac{3}{2} \\ a+(b-d)+(c-e)=-\frac{3}{2} \\ 27a+9(b-d)+3(c-e)=-\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{4} \\ b-d=-\frac{1}{2} \\ c-e=-\frac{5}{4}. \end{cases}$$

Khi đó diện tích hình phẳng cần tính là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^{3}|f(x)-g(x)|\,\mathrm{d}x=\int_{-2}^{1}\left|\frac{1}{4}x^3-\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{4}x+\frac{3}{2}\right|\mathrm{d}x+\int_{1}^{3}\left|\frac{1}{4}x^3-\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{4}x+\frac{3}{2}\right|\mathrm{d}x \\ &= \frac{63}{16}+\frac{4}{3}=\frac{253}{48}. \end{aligned}$$

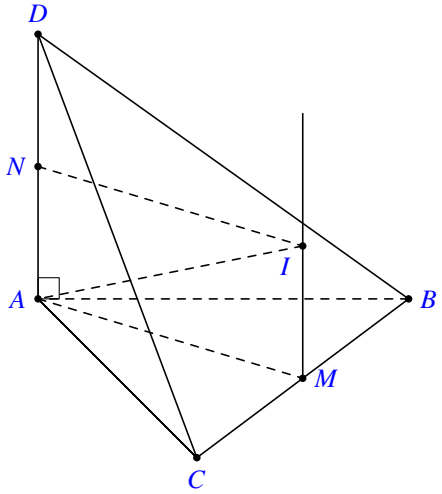
Chọn đáp án A □

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;0;2)$ và đi qua điểm $A(0;1;1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

(A) $\frac{8}{3}$. (B) 4. (C) $\frac{4}{3}$. (D) 8.

Lời giải.

Đặt $AD=a$, $AB=b$, $AC=c$, Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC, AD. Qua M kẻ đường thẳng d song song với AD, qua N dựng đường thẳng vuông góc với AD cắt d tại I. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.



Ta có

- $R=IA=\sqrt{3}$.
- $AM=\frac{\sqrt{b^2+c^2}}{2}$; $IM=\frac{a}{2}$

  $\Rightarrow R^2=IA^2=\frac{a^2+b^2+c^2}{4}=3$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có $a^2+b^2+c^2 \geq 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} \Rightarrow abc \leq 8$.
Suy ra $V_{ABCD} = \dfrac{1}{6}abc \leq \dfrac{1}{6}\cdot 8 = \dfrac{4}{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^8 + (m-3)x^5 - (m^2-9)x^4 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$

A 4. B 7. C 6. D Vô số.

Lời giải.

Ta có $y' = 8x^7 + 5(m-3)x^4 - 4(m^2-9)x^3$.

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x^3\left(8x^4 + 5(m-3)x - 4(m^2-9)\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ g(x) = 8x^4 + 5(m-3)x - 4(m^2-9) = 0. \end{bmatrix}$$

Xét hàm số $g(x) = 8x^4 + 5(m-3)x - 4(m^2-9)$ có $g'(x) = 32x^3 + 5(m-3)$.
Ta thấy $g'(x) = 0$ có một nghiệm nên $g(x) = 0$ có tối đa hai nghiệm.

- Nếu $g(x) = 0$ có nghiệm $x = 0 \Rightarrow m = 3$ hoặc $m = -3$.
  Với $m = 3$ thì $x = 0$ là nghiệm bội 4 của $g(x)$. Khi đó $x = 0$ là nghiệm bội 7 của y' và y' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua điểm $x = 0$ nên $x = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số. Vậy $m = 3$ thỏa mãn.
  Với $m = -3$ thì $g(x) = 8x^4 - 30x = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = \sqrt[3]{\dfrac{15}{4}}. \end{bmatrix}$
  Bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		$\sqrt[3]{\frac{15}{4}}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	

  Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $x = 0$ không là điểm cực tiểu do đó $m = -3$ không thỏa mãn.
- Nếu $g(0) \neq 0 \Rightarrow m \neq \pm 3$.
  Để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0 \Rightarrow g(0) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 3$.
  Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2;-1;0;1;2\}$.

Vậy cả hai trường hợp có 6 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Chọn đáp án C □

Câu 43. Cho hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng

A $2\sqrt{3}$. B $2\sqrt{2}$. C $\sqrt{3}$. D $\sqrt{6}$.

Lời giải.

Tịnh tiến hệ trục theo véc-tơ $\overrightarrow{OI}=(-1;1)\Rightarrow I(0;0)$ và $(C)\colon Y=\dfrac{-3}{X}$.

Gọi $A\left(a;\dfrac{-3}{a}\right)$, $B\left(b;\dfrac{-3}{b}\right)\in(C)$, điều kiện $a\neq b$.

Tam giác IAB đều

$$\begin{cases}IA=IB\\ \cos(\overrightarrow{IA};\overrightarrow{IB})=\cos 60^\circ\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+\dfrac{9}{a^2}=b^2+\dfrac{9}{b^2}\quad(1)\\ \dfrac{ab+\dfrac{9}{ab}}{\sqrt{a^2+\dfrac{9}{a^2}}\cdot\sqrt{b^2+\dfrac{9}{b^2}}}=\dfrac{1}{2}\quad(2).\end{cases}$$

Từ $(2)\Rightarrow ab>0$ do đó $(1)\Leftrightarrow(a^2-b^2)(a^2b^2-9)=0\Rightarrow ab=3$.

Suy ra $AB^2=2\left(3+\dfrac{9}{3}\right)=12\Rightarrow AB=2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2)=-\dfrac{1}{5}$ và $f'(x)=x^3[f(x)]^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

(A) $-\dfrac{4}{35}$. (B) $-\dfrac{71}{20}$. (C) $-\dfrac{79}{20}$. (D) $-\dfrac{4}{5}$.

Lời giải.

Ta có

$$f'(x)=x^3[f(x)]^2\Rightarrow\frac{f'(x)}{f^2(x)}=x^3\Rightarrow\int_1^2\frac{f'(x)}{f^2(x)}\,\mathrm{d}x=\int_1^2x^3\,\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow\ -\frac{1}{f(x)}\Big|_1^2=\frac{15}{4}\Leftrightarrow-\frac{1}{f(2)}+\frac{1}{f(1)}=\frac{15}{4}\Leftrightarrow f(1)=-\frac{4}{5}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 45. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{6}x^4-\dfrac{7}{3}x^2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm A thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1)$, $N(x_2;y_2)$ thỏa mãn $y_1-y_2=4(x_1-x_2)$?

(A) 3. (B) 0. (C) 1. (D) 2.

Lời giải.

Đường thẳng MN có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN}=(x_1-x_2;y_1-y_2)=(x_1-x_2;4(x_1-x_2))$.

Chọn véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;4)\Rightarrow$ véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(4;-1)$.

Phương trình đường thẳng MN: $4(x-x_1)-(y-y_1)=0 \Leftrightarrow y=4x-4x_1+\frac{1}{6}x_1^4-\frac{7}{3}x_1^2$.

Đường thẳng MN tiếp xúc với (C) tại điểm A. Như vậy, nếu A có hoành độ là x_0 thì x_0 là nghiệm của phương trình $\frac{2}{3}x^3-\frac{14}{3}x=4 \Leftrightarrow x^3-7x-6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-2 \\ x=3. \end{array}\right.$

- Với $x=-1 \Rightarrow A\left(-1;-\frac{13}{6}\right)$. Vì đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A nên ta có

$$-\frac{13}{6}=-4+\frac{1}{6}x_1^4-\frac{7}{3}x_1^2-4x_1 \Leftrightarrow (x_1+1)^2(x_1^2-2x_1-11)=0 \quad (1).$$

  Phương trình (1) có nghiệm kép và hai nghiệm đơn phân biệt nên đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A và cắt đồ thị tại hai điểm phân biệt M, N khác A.

- Với $x=-2 \Rightarrow A\left(-2;-\frac{20}{3}\right)$. Vì đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A nên ta có

$$-\frac{20}{3}=-8+\frac{1}{6}x_1^4-\frac{7}{3}x_1^2-4x_1 \Leftrightarrow (x_1+2)^2(x_1^2-4x_1-4)=0 \quad (2).$$

  Phương trình (2) có một nghiệm kép và hai nghiệm đơn nên đường thẳng MN tiếp xúc với đồ thị (C) tại A và cắt đồ thị tại 2 điểm phân biệt M, N khác A.

- Với $x=3 \Rightarrow A\left(3;-\frac{15}{2}\right)$. Vì MN tiếp xúc với (C) tại A nên ta có

$$-\frac{15}{2}=12+\frac{1}{6}x_1^4-\frac{7}{3}x_1^2-4x_1 \Leftrightarrow (x_1-3)^2(x_1^2+6x_1+13)=0 \quad (3).$$

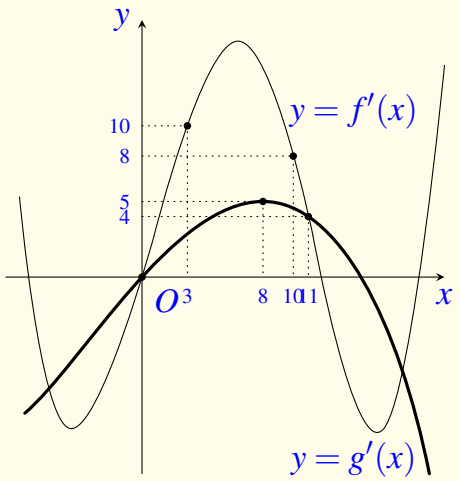
  Phương trình (3) chỉ có một nghiệm kép nên đường thẳng MN chỉ tiếp xúc với đồ thị (C) tại A nên trường hợp này loại.

Vậy có hai điểm A thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án D □

Câu 46.

Cho hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$. Hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số $y=g'(x)$. Hàm số $h(x)=f(x+6)-g\left(2x+\frac{5}{2}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A $\left(\frac{21}{5};+\infty\right)$.

B $\left(\frac{1}{4};1\right)$.

C $\left(3;\frac{21}{5}\right)$.

D $\left(4;\frac{17}{4}\right)$.

Lời giải.

Ta có $h'(x)=f'(x+6)-2g'\left(2x+\dfrac{5}{2}\right)$.

Nhìn vào đồ thị của hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ ta thấy trên khoảng $(3;8)$ thì $g'(x)<5$ và $f'(x)>10$ do đó $f'(x)>2g'(x)$.

Suy ra $g'\left(2x+\dfrac{5}{2}\right)<5$ nếu $3<2x+\dfrac{5}{2}<8\Leftrightarrow\dfrac{1}{4}<x<\dfrac{11}{4}$.

$f'(x+6)>10$ nếu $3<x+6<8\Leftrightarrow -3<x<2$.

Suy ra trên khoảng $\left(\dfrac{1}{4};2\right)$ thì $g'\left(2x+\dfrac{5}{2}\right)<5$ và $f'(x+6)>10$ hay $h'(x)>0$.

Do đó hàm số $h(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{4};1\right)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 47. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-5-i)+2i=(6-i)z$?

(A) 1. (B) 3. (C) 4. (D) 2.

Lời giải.

Ta có $|z|(z-5-i)+2i=(6-i)z\Leftrightarrow(|z|-6+i)z=5|z|+(|z|-2)i\quad(1)$.

Lấy mô-đun hai vế của (1) ta có $\sqrt{(|z|-6)^2+1}\cdot|z|=\sqrt{25|z|^2+(|z|-2)^2}$.

Bình phương hai vế và rút gọn ta được

$$|z|^4-12|z|^3+11|z|^2+4|z|-4=0\Leftrightarrow(|z|-1)(|z|^3-11|z|^2+4)=0$$

$$\Leftrightarrow\ \left[\begin{array}{l}|z|=1\\|z|^3-11|z|^2+4=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|z|=1\\|z|\approx 10{,}967\\|z|\approx 0{,}62\\|z|\approx -0{,}587.\end{array}\right.$$

Mà $|z|(z-5-i)+2i=(6-i)z\Leftrightarrow z=\dfrac{(5+i)|z|+2i}{|z|-6+i}$.

Do $|z|\geq 0$ nên ta có ba số phức thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án (B) □

Câu 48. Cho phương trình $2^x+m=\log_2(x-m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-18;18)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

(A) 9. (B) 19. (C) 17. (D) 18.

Lời giải.

Điều kiện $x>m$.

Đặt $t=\log_2(x-m)$ ta có $\begin{cases}2^x+m=t\\2^t+m=x\end{cases}\Rightarrow 2^x+x=2^t+t\quad(1)$.

Do hàm số $f(u)=2^u+u$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên ta có $(1)\Leftrightarrow x=t$.

Khi đó $2^x+m=x\Leftrightarrow m=x-2^x$.

Xét hàm $g(x)=x-2^x \Rightarrow g'(x)=1-2^x\ln 2=0 \Leftrightarrow x=-\log_2(\ln 2)$.
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\log_2(\ln 2)$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$g(-\log_2(\ln 2))$	↘	$-\infty$

Từ đó phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $m \le g(-\log_2(\ln 2)) \approx -0{,}914$.
Do m nguyên thuộc khoảng $(-18;18)$ nên $m \in \{-17;-16;\ldots;-1\}$.

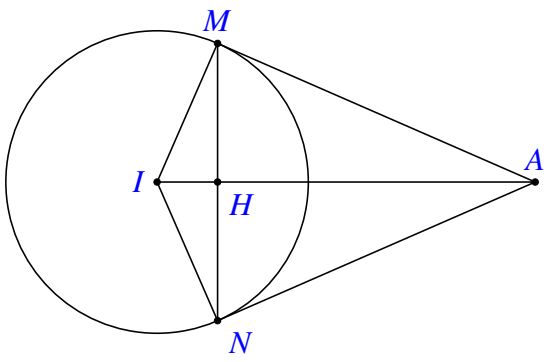
Chọn đáp án C □

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$ và điểm $A(-1;-1;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A $3x+4y-2=0$. B $3x+4y+2=0$. C $6x+8y+11=0$. D $6x+8y-11=0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;-1)$ bán kính $R=4$.
Có $\overrightarrow{IA}=(-3;-4;0) \Rightarrow IA=5$.
Mặt phẳng cố định đi qua điểm H là hình chiếu của M xuống IA và nhận $\overrightarrow{IA}$ làm véc-tơ pháp tuyến
Do hai $\triangle MHI$ và $\triangle AMI$ đồng dạng nên $IM^2=IH\cdot IA$
$\Rightarrow IH=\dfrac{IM^2}{IA}=\dfrac{16}{5}$.
Suy ra $\overrightarrow{IH}=\dfrac{16}{25}\overrightarrow{IA} \Rightarrow H\left(\dfrac{2}{25};\dfrac{11}{25};-1\right)$.



Mặt phẳng cần tìm có phương trình $-3\left(x-\dfrac{2}{25}\right)-4\left(y-\dfrac{11}{25}\right)=0 \Leftrightarrow 3x+4y-2=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 50. Cho $a>0, b>0$ thỏa mãn $\log_{2a+2b+1}\left(4a^2+b^2+1\right)+\log_{4ab+1}(2a+2b+1)=2$. Giá trị của $a+2b$ bằng

A $\dfrac{15}{4}$. B 5. C 4. D $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $4a^2+b^2 \ge 4ab$, với mọi $a,b>0$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $b=2a$ (1).

Khi đó

$$2 = \log_{2a+2b+1}\left(4a^2+b^2+1\right) + \log_{4ab+1}(2a+2b+1) \geq \log_{2a+2b+1}(4ab+1) + \log_{4ab+1}(2a+2b+$$

Mặt khác theo bất đẳng thức Cauchy ta có $\log_{2a+2b+1}(4ab+1) + \log_{4ab+1}(2a+2b+1) \geq 2$.
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\log_{2a+2b+1}(4ab+1) = 1 \Leftrightarrow 4ab+1 = 2a+2b+1 \quad (2)$.

Từ (1) và (2) ta có $8a^2 - 6a = 0 \Rightarrow a = \dfrac{3}{4} \Rightarrow b = \dfrac{3}{2} \Rightarrow a+2b = \dfrac{15}{4}$.

Chọn đáp án A ..... □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 53

1. C	2. C	3. D	4. D	5. A	6. B	7. B	8. A	9. D	10. B
11. C	12. C	13. A	14. C	15. B	16. D	17. A	18. B	19. D	20. D
21. A	22. A	23. C	24. B	25. D	26. A	27. C	28. B	29. B	30. C
31. D	32. A	33. C	34. D	35. A	36. A	37. D	38. B	39. B	40. A
41. C	42. C	43. A	44. D	45. D	46. B	47. B	48. C	49. A	50. A

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THAM KHẢO

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019
Môn: TOÁN, ĐỀ THAM KHẢO
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng
A $8a^3$. B $2a^3$. C a^3. D $6a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng $(2a)^3 = 8a^3$.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng
A 1. B 2. C 0. D 5.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 5.

Chọn đáp án D □

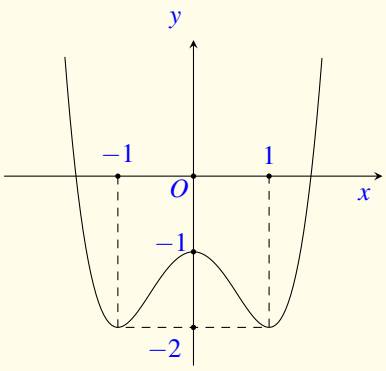
Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
A $(1;2;3)$. B $(-1;-2;3)$. C $(3;5;1)$. D $(3;4;1)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2-1;3-1;2+1) = (1;2;3)$.

Chọn đáp án A □

Câu 4.
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



(A) $(0;1)$. (B) $(-\infty;-1)$. (C) $(-1;1)$. (D) $(-1;0)$.

Lời giải.

Hàm số đồng biến trên khoảng nào thì đồ thị có hướng đi lên trên khoảng đó.
Dựa vào đồ thị đã cho, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Chọn đáp án D

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=5$. Giá trị của u_4 bằng

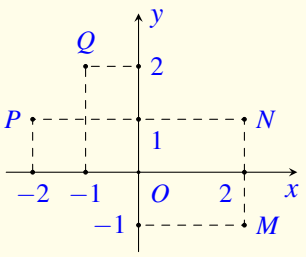
(A) 22. (B) 17. (C) 12. (D) 250.

Lời giải.

Ta có $u_4=u_1+3d=2+3\cdot 5=17$.

Chọn đáp án B

Câu 6.
Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z=-1+2i$?



(A) N. (B) P. (C) M. (D) Q.

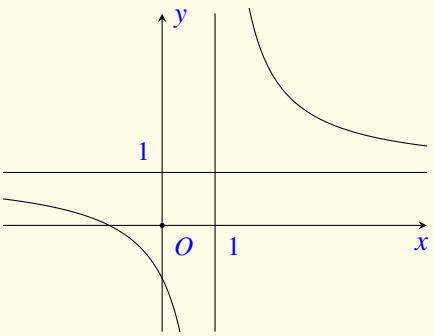
Lời giải.

Vì $z=-1+2i$ nên điểm biểu diễn của số phức z có tọa độ $(-1;2)$.

Chọn đáp án D

Câu 7.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



(A) $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. (B) $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

(C) $y=x^4+x^2+1$. (D) $y=x^3-3x-1$.

Lời giải.

Đường cong có đường tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$ nên nó không thể là đồ thị của hàm đa thức. Ta xét các trường hợp sau:

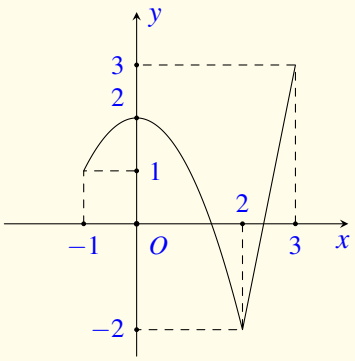
1) Xét $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$, có
$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-1}{x-1}=2\Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. Do đó đường cong trên không thể là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

2) Xét $y=\dfrac{x+1}{x-1}$, có
$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{x-1}=1\Rightarrow y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x+1}{x-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x+1}{x-1}=-\infty\Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
Do đó đường cong trên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 8.

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục tên đoạn $[-1;3]$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M-m$ bằng



(A) 0. (B) 1. (C) 4. (D) 5.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có $M=3$, $m=-2$. Do đó $M-m=5$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A 3. **B** 2. **C** 5. **D** 1.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có ba điểm cực trị.

Chọn đáp án A □

Câu 10. Tìm các số thực a và b thỏa mãn $2a+(b+i)i=1+2i$ với i là đơn vị ảo.

A $a=0, b=2$. **B** $a=\dfrac{1}{2}, b=1$. **C** $a=0, b=1$. **D** $a=1, b=2$.

Lời giải.

Ta có $2a+(b+i)i=1+2i \Leftrightarrow 2a-1+bi=1+2i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a-1=1 \\ b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2. \end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu tâm I và đi qua A là

A $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=29$. **B** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.

C $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$. **D** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=5$.

Lời giải.

Mặt cầu tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R=IA=\sqrt{5}$ có phương trình là

$$(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5.$$

Chọn đáp án B □

Câu 12. Đặt $\log_3 2 = a$, khi đó $\log_{16} 27$ bằng

(A) $\dfrac{3a}{4}$. (B) $\dfrac{3}{4a}$. (C) $\dfrac{4}{3a}$. (D) $\dfrac{4a}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\log_{16} 27 = \log_{2^4} 3^3 = \dfrac{3}{4}\log_2 3 = \dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{1}{\log_3 2} = \dfrac{3}{4a}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 13. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Giá trị của $|z_1| + |z_2|$ bằng

(A) $2\sqrt{5}$. (B) $\sqrt{5}$. (C) 3. (D) 10.

Lời giải.

$$z^2 - 3z + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = \dfrac{3+\sqrt{11}i}{2} \\ z = \dfrac{3-\sqrt{11}i}{2} \end{array}\right. \Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{5} \Rightarrow |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{5}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng

(A) $\dfrac{8}{3}$. (B) $\dfrac{7}{3}$. (C) 3. (D) $\dfrac{4}{3}$.

Lời giải.

Xét thấy $(P) \parallel (Q)$.
Trên (P) lấy $M(0;0;5)$. Khi đó, khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là:

$$\mathrm{d}((P),(Q)) = \mathrm{d}(M,(Q)) = \frac{|0 + 2\cdot 0 + 2\cdot 5 - 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{7}{3}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là

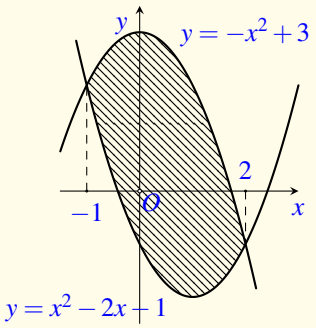
(A) $(-\infty;-1)$. (B) $(3;+\infty)$.
(C) $(-1;3)$. (D) $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải.

$3^{x^2-2x} < 27 \Leftrightarrow 3^{x^2-2x} < 3^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x < 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$.

Chọn đáp án C

Câu 16.
Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A $\int_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)\mathrm{d}x$.
B $\int_{-1}^{2}(-2x+2)\,\mathrm{d}x$.
C $\int_{-1}^{2}(2x-2)\,\mathrm{d}x$.
D $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải.

$S=\int_{-1}^{2}\left[\left(-x^2+3\right)-\left(x^2-2x-1\right)\right]\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$.

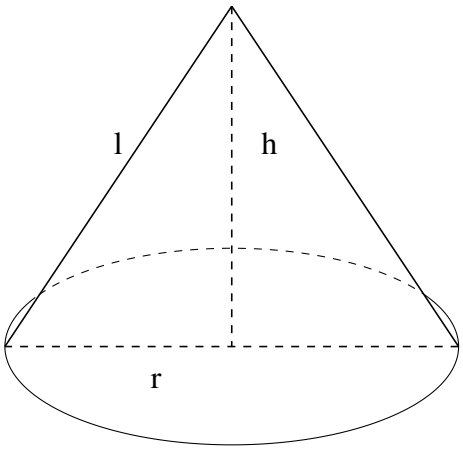
Chọn đáp án D

Câu 17. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.
B $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$.
C $\frac{2\pi a^3}{3}$.
D $\frac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Ta có $l=2a; r=a$, suy ra $h=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{3}a$.
Thể tích của khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.



Chọn đáp án A

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ / 5	$\nearrow$	3

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

(A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có

- $\lim\limits_{x\to-\infty} y = 2$ suy ra $y = 2$ là tiệm cận ngang.
- $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 5$ suy ra $y = 5$ là tiệm cận ngang.
- $\lim\limits_{x\to1^-} y = +\infty$ suy ra $x = 1$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số tổng cộng có 3 đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

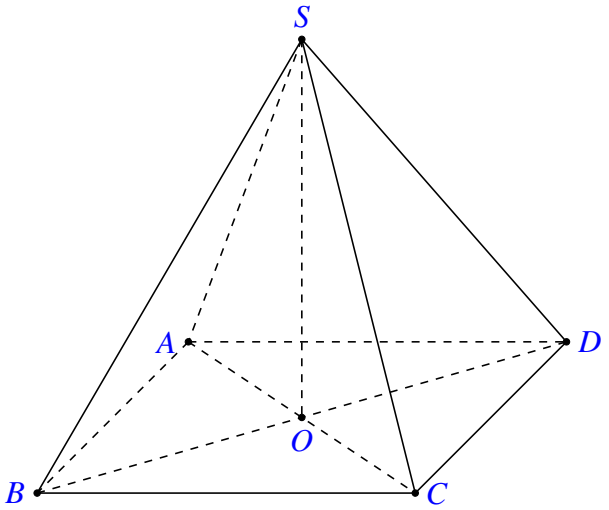
Chọn đáp án (C) □

Câu 19. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. (B) $\dfrac{8a^3}{3}$. (C) $\dfrac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm hai đường chéo. Do chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$.
Ta có $AC = BD = 2a\sqrt{2}$. Suy ra $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = \sqrt{2}a$.
Thể tích khối chóp là $V = \dfrac{1}{3}4a^2 \cdot a\sqrt{2} = \dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.



Chọn đáp án A □

Câu 20. Hàm số $f(x)=\log_2\left(x^2-2x\right)$ có đạo hàm là

(A) $f'(x)=\dfrac{\ln 2}{x^2-2x}$.
(B) $f'(x)=\dfrac{1}{(x^2-2x)\ln 2}$.
(C) $f'(x)=\dfrac{(2x-2)\ln 2}{x^2-2x}$.
D $f'(x)=\dfrac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 2}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=\dfrac{\left(x^2-2x\right)'}{(x^2-2x)\ln 2}=\dfrac{2x-2}{(x^2-2x)\ln 2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A 4.
(B) 3.
(C) 2.
(D) 1.

Lời giải.

$2f(x)+3=0\Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-\dfrac{3}{2}$.

Mà $-2<-\dfrac{3}{2}<1$ nên số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+3=0$ là 4.

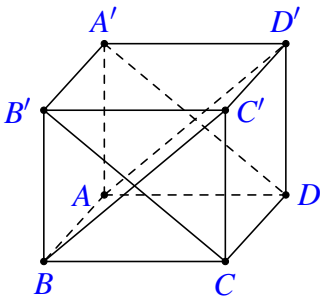
Chọn đáp án A □

Câu 22. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ bằng

(A) 30°.
(B) 60°.
(C) 45°.
D 90°.

Lời giải.

Ta có $CD \perp (BCC'B') \Rightarrow CD \perp BC'$.
$\begin{cases} BC' \perp CD \\ BC' \perp B'C \end{cases} \Rightarrow BC' \perp (A'B'CD) \Rightarrow (ABC'D') \perp (A'B'CD)$.
Vậy góc giữa $(A'B'CD)$ và $(ABC'D')$ là 90°.



Chọn đáp án D □

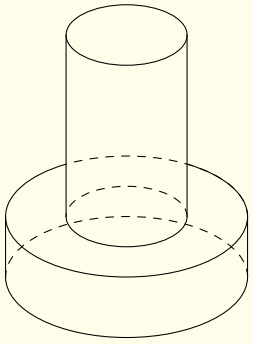
Câu 23. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3(7-3^x) = 2-x$ bằng
A 2. B 1. C 7. D 3.

Lời giải.

$\log_3(7-3^x) = 2-x \Leftrightarrow 7-3^x = 3^{2-x} \Leftrightarrow 7-3^x = \dfrac{9}{3^x} \Leftrightarrow (3^x)^2 - 7\cdot 3^x + 9 = 0.$ $(*)$
Phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn $\begin{cases} 3^{x_1} + 3^{x_2} = 7 \\ 3^{x_1}\cdot 3^{x_2} = 9 \end{cases} \Rightarrow 3^{x_1+x_2} = 3^2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 2.$

Chọn đáp án A □

Câu 24.
Một khối đồ chơi gồm hai khối trụ (H_1), (H_2) xếp chồng lên nhau, lần lượt có bán kính đáy và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_2 = \dfrac{1}{2}r_1$, $h_2 = 2h_1$ (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng thể tích của toàn bộ khối đồ chơi bằng $30\,\text{cm}^3$, thể tích khối trụ (H_1) bằng
A $24\,\text{cm}^3$. B $15\,\text{cm}^3$. C $20\,\text{cm}^3$. D $10\,\text{cm}^3$.



Lời giải.

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối trụ (H_1), (H_2).
Ta có $V_2 = h_2\pi r_2^2 = 2h_1\pi\dfrac{1}{4}r_1^2 = \dfrac{1}{2}h_1\pi r_1^2 = \dfrac{1}{2}V_1$. Mà $V_1 + \dfrac{1}{2}V_1 = 30$ nên $V_1 = 20$.

Chọn đáp án C □

Câu 25. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x(1+\ln x)$ là
A $2x^2\ln x + 3x^2$. B $2x^2\ln x + x^2$. C $2x^2\ln x + 3x^2 + C$. D $2x^2\ln x + x^2 + C$.

Lời giải.

Đặt $\begin{cases} u = 1+\ln x \\ \mathrm{d}v = 4x\,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x \\ v = 2x^2. \end{cases}$

Khi đó $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = 2x^2(1+\ln x) - \int 2x\,\mathrm{d}x = 2x^2(1+\ln x) - x^2 + C = 2x^2\ln x + x^2 + C.$

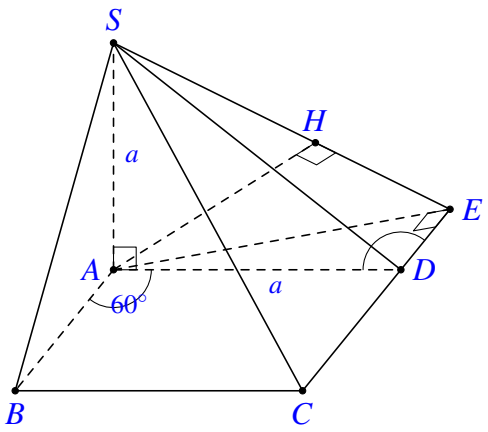
Chọn đáp án (D) □

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$. (B) $\dfrac{\sqrt{15}a}{7}$. (C) $\dfrac{\sqrt{21}a}{3}$. (D) $\dfrac{\sqrt{15}a}{3}$.

Lời giải.

Ta có $AB \parallel (SCD) \Rightarrow \mathrm{d}(B,(SCD)) = \mathrm{d}(A,(SCD))$.
Trong $(ABCD)$, kẻ $AE \perp CD$ tại E.
Trong (SAE), kẻ $AH \perp SE$ tại H (1).
Ta có $\begin{cases} CD \perp AE \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAE) \Rightarrow CD \perp AH$ (2).
Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (SCD)$
$\Rightarrow \mathrm{d}(A,(SCD)) = AH$.
Xét tam giác AED vuông tại E
$\Rightarrow AE = AD \cdot \sin 60^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.
Xét $\triangle SAE$ vuông tại $A \Rightarrow \dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AS^2} + \dfrac{1}{AE^2}$
$\Rightarrow \dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.
Vậy $\mathrm{d}(B,(SCD)) = \mathrm{d}(A,(SCD)) = AH = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.



Chọn đáp án (A) □

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y+1}{-4} = \dfrac{z+1}{5}$. (B) $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{-1}$.
(C) $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z-1}{-5}$. (D) $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-4}{1} = \dfrac{z+5}{1}$.

Lời giải.

Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=2-t. \end{cases}$

Gọi A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P). Khi đó, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=2-t \\ x+y+z-3=0 \end{cases} \Rightarrow t+(-1+2t)+(2-t)-3=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow A(1;1;1).$$

Ta có đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(1;2;-1)$, mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(1;1;1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với (P). Khi đó (Q) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)}=\left[\vec{u}_d,\vec{n}_{(P)}\right]=(3;-2;-1)$.

Gọi đường thẳng Δ là hình chiếu vuông góc của d lên (P). Khi đó Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q).

Suy ra véc-tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(1;4;-5)$.

Vậy hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$.

Chọn đáp án C □

Câu 28. Tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=-x^3-6x^2+(4m-9)x+4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ là

A $(-\infty;0]$. B $\left[-\dfrac{3}{4};+\infty\right)$. C $\left(-\infty;-\dfrac{3}{4}\right]$. D $[0;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y'=-3x^2-12x+4m-9$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ khi và chỉ khi $y'\le 0,\ \forall x\in(-\infty;-1)$

$$\Leftrightarrow -3x^2-12x+4m-9\le 0 \Leftrightarrow 4m\le 3x^2+12x+9,\ \forall x\in(-\infty;-1).$$

Đặt $g(x)=3x^2+12x+9 \Rightarrow g'(x)=6x+12$. Giải $g'(x)=0\Leftrightarrow x=-2$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên $(-\infty;-1)$.

x	$-\infty$		-2		-1
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	0

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $4m\le g(x),\ \forall x\in(-\infty;-1)\Leftrightarrow 4m\le -3\Leftrightarrow m\le -\dfrac{3}{4}$.

Chọn đáp án C □

Câu 29. Xét số phức z thỏa mãn $(z+2i)(\bar{z}+2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn, tâm đường tròn đó có tọa độ là

(A) $(1;-1)$. (B) $(1;1)$. (C) $(-1;1)$. (D) $(-1;-1)$.

Lời giải.

Giả sử $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$, ta có

$$(z+2i)(\bar{z}+2)=[a+(b+2)i][(a+2)-bi]=[a(a+2)+b(b+2)]+[(a+2)(b+2)-ab]i.$$

$(z+2i)(\bar{z}+2)$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow a(a+2)+b(b+2)=0\Leftrightarrow (a+1)^2+(b+1)^2=2$.
Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của z là một đường tròn có phương trình $(x+1)^2+(y+1)^2=2$ có tâm $I(-1;-1)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 30. Cho $\displaystyle\int_0^1 \frac{x\,\mathrm{d}x}{(x+2)^2}=a+b\ln 2+c\ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a+b+c$ bằng

(A) -2. (B) -1. (C) 2. (D) 1.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\int_0^1 \frac{x\,\mathrm{d}x}{(x+2)^2} &= \int_0^1 \frac{1}{x+2}\,\mathrm{d}x-\int_0^1 \frac{2}{(x+2)^2}\,\mathrm{d}x\\ &= \ln|x+2|\Big|_0^1+\frac{2}{x+2}\Big|_0^1=\ln 3-\ln 2-\frac{1}{3}.\end{aligned}$$

Nên $a=-\dfrac{1}{3}$, $b=-1$, $c=1$. Suy ra $3a+b+c=-1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Bất phương trình $f(x)<\mathrm{e}^x+m$ đúng với mọi $x\in(-1;1)$ khi và chỉ khi

(A) $m \geq f(1) - \mathrm{e}$. (B) $m > f(-1) - \dfrac{1}{\mathrm{e}}$. (C) $m \geq f(-1) - \dfrac{1}{\mathrm{e}}$. (D) $m > f(1) - \mathrm{e}$.

Lời giải.

$f(x) < \mathrm{e}^x + m \Leftrightarrow f(x) - \mathrm{e}^x < m$.
Xét $h(x) = f(x) - \mathrm{e}^x, \forall x \in (-1;1)$.
$h'(x) = f'(x) - \mathrm{e}^x < 0, \forall x \in (-1;1)$ (Vì $f'(x) < 0, \forall x \in (-1;1)$ và $\mathrm{e}^x > 0, \forall x \in (-1;1)$).
$\Rightarrow h(x)$ nghịch biến trên $(-1;1) \Rightarrow h(-1) > h(x) > h(1), \forall x \in (-1;1)$.
Bất phương trình $f(x) < \mathrm{e}^x + m$ đúng với mọi $x \in (-1;1) \Leftrightarrow m \geq h(-1) \Leftrightarrow m \geq f(-1) - \dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

Chọn đáp án C □

Câu 32. Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có ba ghế. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 nam và 3 nữ ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

(A) $\dfrac{2}{5}$. (B) $\dfrac{1}{20}$. (C) $\dfrac{3}{5}$. (D) $\dfrac{1}{10}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $6!$.
Xếp học sinh nam thứ nhất có 6 cách, học sinh nam thứ nhì có 4 cách, học sinh nam thứ ba có 2 cách.
Xếp 3 học sinh nữ vào 3 ghế còn lại có $3!$ cách.
Vậy xác suất là $\dfrac{6 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 3!}{6!} = \dfrac{288}{720} = \dfrac{2}{5}$.

Chọn đáp án A □

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P), giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2$ bằng

(A) 135. (B) 105. (C) 108. (D) 145.

Lời giải.

Gọi I là điểm thỏa mãn đẳng thức $2\vec{IA} + 3\vec{IB} = \vec{0}$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2(x_I - 2) + 3(x_I + 3) = 0 \\ 2(y_I + 2) + 3(y_I - 3) = 0 \\ 2(z_I - 4) + 3(z_I + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x_1 + 5 = 0 \\ 5y_1 - 5 = 0 \\ 5z_1 - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = 1 \\ z_1 = 1 \end{cases} \Rightarrow I(-1;1;1).$$

Khi đó

$$\begin{aligned} 2MA^2+3MB^2 &= 2\overrightarrow{MA}^2+3\overrightarrow{MB}^2 \\ &= 2(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA})^2+3(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB})^2 \\ &= 5\overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{MI}\cdot(2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB})+2\overrightarrow{IA}^2+3\overrightarrow{IB}^2 = 5MI^2+2IA^2+3IB^2. \end{aligned}$$

Vì A, B, I cố định nên $2MA^2+3MB^2$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất hay M là hình chiếu của điểm I trên mặt phẳng (P).

$$\Rightarrow \exists k\in\mathbb{R}, \overrightarrow{IM}=k\vec{n}_{(P)} \Rightarrow \begin{cases} x_M = 2k-1 \\ y_M = -k+1 \\ z_M = 2k+1. \end{cases}$$

Mà $M\in(P) \Rightarrow 2(2k-1)-(-k+1)+2(2k+1)-8=0 \Leftrightarrow 9k-9=0 \Leftrightarrow k=1 \Rightarrow M(1;0;3)$.
Vậy giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2=5MI^2+2IA^2+3IB^2=135$.

Chọn đáp án A □

Câu 34. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2=2|z+\bar{z}|+4$ và $|z-1-i|=|z-3+3i|$?

A 4. B 3. C 1. D 2.

Lời giải.

Gọi $z=x+yi$ $(x;y\in\mathbb{R})$.

$$|z|^2=2|z+\bar{z}|+4 \Leftrightarrow x^2+y^2=4|x|+4 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2-4x-4=0, x\geq 0 & (1) \\ x^2+y^2+4x-4=0, x<0 & (2). \end{cases}$$

Theo đề ta có

$$\begin{aligned} |z-1-i|=|z-3+3i| &\Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2=(x-3)^2+(y+3)^2 \\ &\Leftrightarrow 4x=8y+16 \\ &\Leftrightarrow x=2y+4 \quad (3). \end{aligned}$$

+ Thay (3) vào (1) ta được

$$(2y+4)^2+y^2-4(2y+4)-4=0 \Leftrightarrow 5y^2+8y-4=0 \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{2}{5} \Rightarrow x=\dfrac{24}{5} \text{ (nhận)} \\ y=-2 \Rightarrow x=0 \text{ (nhận).} \end{cases}$$

+ Thay (3) vào (2) ta được

$$(2y+4)^2+y^2+4(2y+4)-4=0 \Leftrightarrow 5y^2+24y+28=0 \Leftrightarrow \begin{cases} y=-2 \Rightarrow x=0 \text{ (loại)} \\ y=-\dfrac{14}{5} \Rightarrow x=-\dfrac{8}{5} \text{ (nhận).} \end{cases}$$

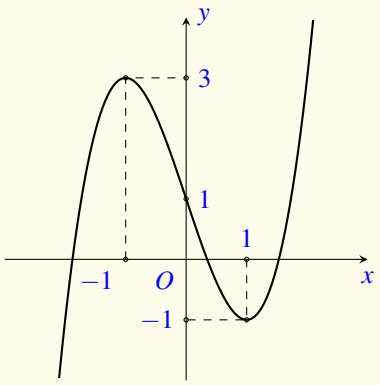
Vậy có 3 số phức thỏa điều kiện.

Chọn đáp án B □

Câu 35.

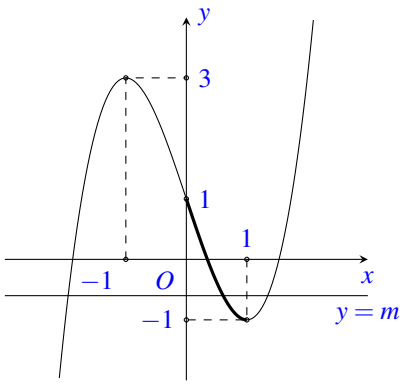
Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\sin x)=m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ là

(A) $[-1;3)$. (B) $(-1;3)$. (C) $(-1;3)$. (D) $[-1;1)$.



Lời giải.

Đặt $t=\sin x$. Với $x\in(0;\pi)$ thì $t\in(0;1]$.
Do đó phương trình $f(\sin x)=m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ khi và chỉ khi phương trình $f(t)=m$ có nghiệm thuộc nửa khoảng $(0;1]$.
Quan sát đồ thị ta suy ra điều kiện của tham số m là $m\in[-1;1)$.



Chọn đáp án (D) □

Câu 36. Ông A vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất 1%/tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau và ông A trả hết nợ sau đúng 5 năm kể từ ngày vay. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi số tiền mỗi tháng ông ta cần trả cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây?

(A) 2,22 triệu đồng. (B) 3,03 triệu đồng. (C) 2,25 triệu đồng. (D) 2,20 triệu đồng.

Lời giải.

Gọi số tiền vay ban đầu là M, số tiền hoàn nợ mỗi tháng là m, lãi suất một tháng là r.
Hết tháng thứ nhất, số tiền cả vốn lẫn lãi ông A nợ ngân hàng là $M+Mr=M(1+r)$.
Ngay sau đó ông A hoàn nợ số tiền m nên số tiền để tính lãi cho tháng thứ hai là $M(1+r)-m$.
Do đó hết tháng thứ hai, số tiền cả vốn lẫn lãi ông A nợ ngân hàng là

$$[M(1+r)-m](1+r)=M(1+r)^2-m(1+r).$$

Ngay sau đó ông A lại hoàn nợ số tiền m nên số tiền để tính lãi cho tháng thứ ba là

$$M(1+r)^2-m(1+r)-m.$$

Do đó hết tháng thứ ba, số tiền cả vốn lẫn lãi ông A nợ ngân hàng là

$$\left[M(1+r)^2-m(1+r)-m\right](1+r)=M(1+r)^3-m(1+r)^2-m(1+r)-m.$$

Cứ tiếp tục lập luận như vậy ta thấy sau tháng thứ n, $n\geq 2$, số tiền cả vốn lẫn lãi ông A nợ ngân hàng là

$$M(1+r)^n-m(1+r)^{n-1}-m(1+r)^{n-2}-\ldots-m(1+r)-m=M(1+r)^n-\frac{m\left[(1+r)^n-1\right]}{r}.$$

Sau tháng thứ n trả hết nợ thì ta có

$$M(1+r)^n-\frac{m\left[(1+r)^{n-1}-1\right]}{r}=0\Leftrightarrow m=\frac{M(1+r)^n r}{(1+r)^n-1}.$$

Thay số với $M=100.000.000$, $r=1\%$, $n=5\times 12=60$ ta được $m\approx 2,22$ (triệu đồng).

Chọn đáp án A □

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S)\colon (x-3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

A $\begin{cases}x=2+9t\\y=1+9t\\z=3+8t\end{cases}$. B $\begin{cases}x=2-5t\\y=1+3t\\z=3\end{cases}$. C $\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=3\end{cases}$. D $\begin{cases}x=2+4t\\y=1+3t\\z=3-3t\end{cases}$.

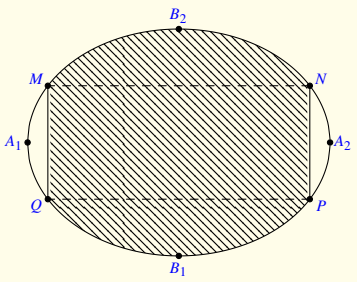
Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;5)$ và bán kính $R=6$.
$IE=\sqrt{1^2+1^2+2^2}=\sqrt{6}<R$, suy ra điểm E nằm trong mặt cầu (S).
Gọi H là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P), A và B là hai giao điểm của Δ với (S).
Khi đó, AB nhỏ nhất $\Leftrightarrow \mathrm{d}(J,\Delta)$ lớn nhất (với J là tâm đường tròn giao tuyến của (P) và (S)), mà $\mathrm{d}(J,\Delta)\leq EJ$.
Do đó AB nhỏ nhất $\Leftrightarrow AB\perp OE$, mà $AB\perp IH$ nên $AB\perp(HIE)\Rightarrow AB\perp IE$.
Suy ra: $\vec{u_\Delta}=\left[\vec{n_P};\vec{EI}\right]=(5;-5;0)=5(1;-1;0)$.
Vậy phương trình của Δ là $\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=3\end{cases}$.

Chọn đáp án C □

Câu 38. Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên.

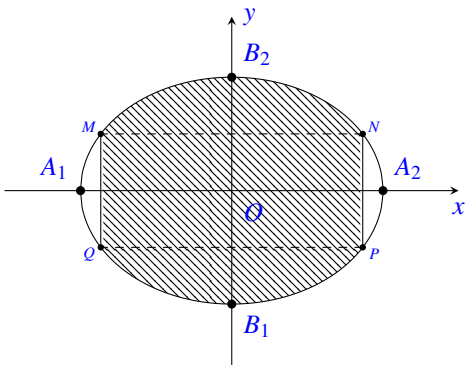
Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200.000 đồng/m^2 và phần còn lại là 100.000 đồng/m^2. Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8$m, $B_1B_2 = 6$m và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3$ m?



A 7.322.000 đồng. **B** 7.213.000 đồng. **C** 5.526.000 đồng. **D** 5.782.000 đồng.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho trục hoành trùng với trục lớn, trục tung trùng với trục bé của biển quảng cáo.
Khi đó, đường viền của biển quảng cáo có phương trình của dạng elip sau $(E): \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.



Theo giả thiết ta có $\begin{cases} A_1A_2 = 8 \\ B_1B_2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 8 \\ 2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow$
$(E): \dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow y = \pm\dfrac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$.

Ta có: $MQ = 3 \Rightarrow \begin{cases} M = d \cap (E) \\ N = d \cap (E) \end{cases}$ với $d: y = \dfrac{3}{2} \Rightarrow M\left(-2\sqrt{3}; \dfrac{3}{2}\right)$ và $N\left(2\sqrt{3}; \dfrac{3}{2}\right)$.

Do Elip nhận trục Ox và Oy làm trục đối xứng nên diện tích phần tô màu gấp 4 diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = \dfrac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$ và các đường thẳng $x = 2\sqrt{3}$, trục tung, trục hoành, chính là

$$S = 4\int_0^{2\sqrt{3}} \left(\frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}\right) \mathrm{d}x = 3\int_0^{2\sqrt{3}} \left(\sqrt{16 - x^2}\right) \mathrm{d}x.$$

Đặt $x = 4\sin t$, khi đó $\mathrm{d}x = 4\cos t\,\mathrm{d}t$. Và với $x = 0 \Rightarrow t = 0$; với $x = 2\sqrt{3} \Rightarrow t = \dfrac{\pi}{3}$.

$$S = 3\int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\sqrt{16 - 16\sin^2 t} \cdot 4 \cdot \cos t\right) \mathrm{d}t = 48\int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\cos^2 t\right) \mathrm{d}t = 24\int_0^{\frac{\pi}{3}} (1 + \cos 2t)\,\mathrm{d}t = (24t + 12\sin 2t)\Big|_0^{\frac{\pi}{3}} =$$

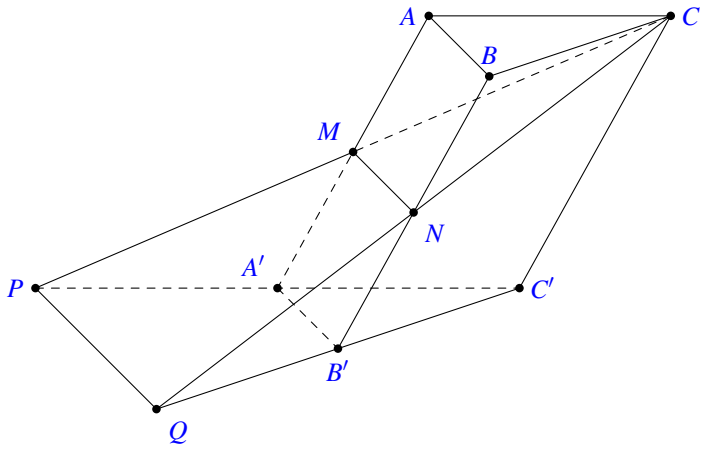
$8\pi + 6\sqrt{3}$ m^2.
Số tiền để sơn theo yêu cầu bài toán là $T = 100.000 \times \left(4\pi - 6\sqrt{3}\right) + 200.000 \times \left(8\pi + 6\sqrt{3}\right) \approx$ 7.322.000 đồng.

Chọn đáp án A □

Câu 39. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA' và BB'. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P, đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q. Thể tích của khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng

(A) 1. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{2}{3}$.

Lời giải.



Ta có $V_{C.ABNM} = \frac{1}{2}V_{C.A'B'BA} = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{CMNA'B'C'} = \frac{2}{3}$.
Do M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AA', BB' nên A', B' lần lượt là trung điểm của các đoạn $C'P$, $C'Q$. Do vậy, tam giác $C'QP$ đồng dạng với tam giác $C'B'A'$ với tỉ số 2 nên $S_{\triangle C'QP} = 4\cdot S_{\triangle A'B'C'}$. Suy ra

$$V_{C.CQP} = \frac{1}{3}\cdot \mathrm{d}\left(C,(A'B'C)\right)\cdot S_{\triangle C'QP} = 4\cdot\frac{1}{3}\mathrm{d}\left(C,(A'B'C)\right)\cdot S_{\triangle A'B'C} = 4\cdot V_{C.A'B'C} = \frac{4}{3}.$$

Khi đó

$$V_{A'MPB'NQ} = V_{C.C'PQ} - V_{CMNA'B'C} = \frac{4}{3} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

(A) $(1;+\infty)$. (B) $(-\infty;-1)$. (C) $(-1;0)$. (D) $(0;2)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3\cdot\left[f'(x+2) + (1-x^2)\right]$.
Dựa vào bảng biến thiên, suy ra

$$f'(x+2) \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 \leq x+2 \leq 3 \\ x+2 \geq 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 \leq x \leq 1 \\ x \geq 2. \end{array}\right.$$

Xét trên khoảng $(-1;1)$, ta có

$$\begin{cases} f'(x+2) \geq 0 \\ 1-x^2 > 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x+2)+(1-x^2) > 0 \Rightarrow y' > 0, \forall x \in (-1;1).$$

Do đó, hàm số $y = 3f(x+2) - x^3 + 3x$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 41. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2\left(x^4-1\right)+m\left(x^2-1\right)-6(x-1) \geq 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

A $-\frac{3}{2}$. B 1. C $-\frac{1}{2}$. D $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Bất phương trình

$$\begin{aligned} & m^2\left(x^4-1\right)+m\left(x^2-1\right)-6(x-1) \geq 0 \\ \Leftrightarrow \quad & (x-1)\left[m^2\left(x^3+x^2+x+1\right)+m(x+1)-6\right] \geq 0. \end{aligned}$$

Đặt $f(x) = (x-1)\left[m^2\left(x^3+x^2+x+1\right)+m(x+1)-6\right]$.

Ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ m^2\left(x^3+x^2+x+1\right)+m(x+1)-6 = 0 \quad (1). \end{array}\right.$

Nếu $x = 1$ không là nghiệm của phương trình (1) thì $x = 1$ là nghiệm đơn của phương trình $f(x) = 0$. Do vậy $f(x)$ đổi dấu khi qua nghiệm $x = 1$.

Suy ra mệnh đề $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là mệnh đề sai.

Do đó điều kiện cần để $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là $x = 1$ là nghiệm của phương trình (1).

Khi đó ta có $4m^2+2m-6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -\frac{3}{2}. \end{array}\right.$

- Với $m = 1$, ta có $f(x) = (x-1)^2\left(x^2+2x+4\right) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow m = 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.
- Với $m = -\frac{3}{2}$, ta có $f(x) = \frac{3}{4}(x-1)^2\left(3x^2+6x+7\right) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow m = -\frac{3}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

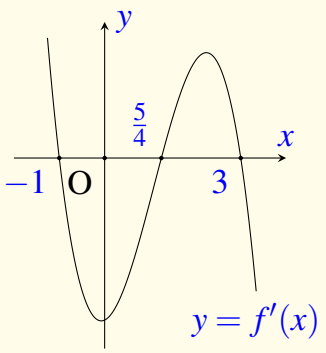
Vậy $S = \left\{1; -\frac{3}{2}\right\} \Rightarrow$ Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng $-\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = mx^4+nx^3+px^2+qx+r$ $(m,n,p,q,r \in \mathbb{R})$.

Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình $f(x)=r$ có số phần tử là

(A) 4. (B) 3. (C) 1. (D) 2.



Lời giải.

Ta có $f'(x)=4mx^3+3nx^2+2px+q$ (1).

Dựa vào đồ thị $y=f'(x)$ ta thấy phương trình $f'(x)=0$ có ba nghiệm đơn là -1, $\frac{5}{4}$, 3.

Do đó $f'(x)=m(x+1)(4x-5)(x-3)$ và $m\neq 0$ hay $f'(x)=4mx^3-13mx^2-2mx+15m$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $n=-\frac{13}{3}m$, $p=-m$ và $q=15m$. Khi đó

$$\begin{aligned} f(x)=r &\Leftrightarrow mx^4+nx^3+px^2+qx=0\\ &\Leftrightarrow x^4-\frac{13}{3}x^3-x^2+15x=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\\ x=3\\ x=-\frac{5}{3}. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $f(x)=r$ là $S=\left\{-\frac{5}{3};0;3\right\}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 43. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log\left(ab^2\right)$ bằng

(A) $2\log a+\log b$. (B) $\log a+2\log b$. (C) $2(\log a+\log b)$. (D) $\log a+\frac{1}{2}\log b$.

Lời giải.

Ta có $\log\left(ab^2\right)=\log a+\log b^2=\log a+2\log b$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 44. Cho $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x=5$, khi đó $\int\limits_0^1 [f(x)-2g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -3. (B) 12. (C) -8. (D) 1.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_0^1 [f(x)-2g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x - 2\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 2-2\cdot 5 = -8.$

Chọn đáp án C

Câu 45. Thể tích khối cầu bán kính a bằng

A $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. B $4\pi a^3$. C $\dfrac{\pi a^3}{3}$. D $2\pi a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối cầu bán kính a là $V = \dfrac{4}{3}\pi a^3$.

Chọn đáp án A

Câu 46. Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-x+2\right)=1$ là

A $\{0\}$. B $\{0;1\}$. C $\{-1;0\}$. D $\{1\}$.

Lời giải.

Điều kiện: $x^2-x+2>0$, đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Ta có $\log_2\left(x^2-x+2\right)=1 \Leftrightarrow x^2-x+2=2 \Leftrightarrow x(x-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1. \end{array}\right.$

Chọn đáp án B

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A $z=0$. B $x+y+z=0$. C $y=0$. D $x=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxz) đi qua điểm $O(0;0;0)$ và nhận $\vec{j}=(0;1;0)$ là một véc-tơ pháp tuyến nên phương trình của mặt phẳng (Oxz) là $y=0$.

Chọn đáp án C

Câu 48. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x+x$ là

A e^x+x^2+C. B $\mathrm{e}^x+\dfrac{1}{2}x^2+C$.

C $\dfrac{1}{x+1}\mathrm{e}^x+\dfrac{1}{2}x^2+C$. D e^x+1+C.

Lời giải.

Ta có

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int (\mathrm{e}^x + x)\,\mathrm{d}x = \int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x + \int x\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + \frac{1}{2}x^2 + C, \text{ với } C \text{ là hằng số.}$$

Chọn đáp án B □

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A $Q(2;-1;2)$. B $M(-1;-2;-3)$. C $P(1;2;3)$. D $N(-2;1;-2)$.

Lời giải.

Thay lần lượt tọa độ các điểm đã cho vào phương trình của đường thẳng d, ta có

- Với $M(-1;-2;-3)$ thì $\dfrac{-1-1}{2} \neq \dfrac{-2-2}{-1}$, suy ra d không đi qua điểm M.
- Với $N(-2;1;-2)$ thì $\dfrac{-2-1}{2} \neq \dfrac{1-2}{-1}$, suy ra d không đi qua điểm N.
- Với $P(1;2;3)$ thì $\dfrac{1-1}{2} = \dfrac{2-2}{-1} = \dfrac{3-3}{2} = 0$, suy ra d đi qua điểm P.
- Với $Q(2;-1;2)$ thì $\dfrac{2-1}{2} \neq \dfrac{-1-2}{-1}$, suy ra d không đi qua điểm Q.

Chọn đáp án C □

Câu 50. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. B $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{k!}$. C $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$. D $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{k!(n-k)!}{n!}$.

Lời giải.

Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, số tổ hợp chập k của n phần tử là C_n^k và $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

Chọn đáp án A □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 54

1. A	2. D	3. A	4. D	5. B	6. D	7. B	8. D	9. A	10. D
11. B	12. B	13. A	14. B	15. C	16. D	17. A	18. C	19. A	20. D

21. A	22. D	23. A	24. C	25. D	26. A	27. C	28. C	29. D	30. B
31. C	32. A	33. A	34. B	35. D	36. A	37. C	38. A	39. D	40. C
41. C	42. B	43. B	44. C	45. A	46. B	47. C	48. B	49. C	50. A

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 101
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

(A) $\vec{n}_3=(1;2;-1)$. (B) $\vec{n}_4=(1;2;3)$. (C) $\vec{n}_1=(1;3;-1)$. (D) $\vec{n}_2=(2;3;-1)$.

Lời giải.

Từ phương trình mặt phẳng (P) suy ra một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n}_4=(1;2;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 2. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^2$ bằng

(A) $2\log_5 a$. (B) $2+\log_5 a$. (C) $\frac{1}{2}+\log_5 a$. (D) $\frac{1}{2}\log_5 a$.

Lời giải.

Vì a là số thực dương nên ta có $\log_5 a^2=2\log_5 a$.

Chọn đáp án A □

Câu 3. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-2;0)$. (B) $(2;+\infty)$. (C) $(0;2)$. (D) $(0;+\infty)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy trên khoảng $f'(x)<0, \forall x\in(0;2)$.
Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Chọn đáp án C □

Câu 4. Nghiệm của phương trình $3^{2x-1}=27$ là

(A) $x=5$. (B) $x=1$. (C) $x=2$. (D) $x=4$.

Lời giải.

Ta có $3^{2x-1}=27 \Leftrightarrow 3^{2x-1}=3^3 \Leftrightarrow 2x-1=3 \Leftrightarrow x=2$.

Chọn đáp án C □

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

(A) -6. (B) 3. (C) 12. (D) 6.

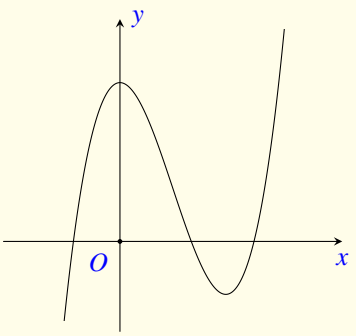
Lời giải.

Ta có $d=u_2-u_1=6$.

Chọn đáp án D □

Câu 6.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



(A) $y=x^3-3x^2+3$. (B) $y=-x^3+3x^2+3$.

(C) $y=x^4-2x^2+3$. (D) $y=-x^4+2x^2+3$.

Lời giải.

Đường cong đã cho là đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a>0$.
Vậy hàm số thỏa mãn là $y=x^3-3x^2+3$.

Chọn đáp án A □

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{1}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_2=(2;1;1)$. (B) $\vec{u}_4=(1;2;-3)$. (C) $\vec{u}_3=(-1;2;1)$. (D) $\vec{u}_1=(2;1;-3)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_3=(-1;2;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **B** $\pi r^2 h$. **C** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. **D** $2\pi r^2 h$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

A 2^7. **B** A_7^2. **C** C_7^2. **D** 7^2.

Lời giải.

Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 7 phần tử.
Vậy số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là C_7^2.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

A $(2;1;0)$. **B** $(0;0;-1)$. **C** $(2;0;0)$. **D** $(0;1;0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ trên trục Oz là $M'(0;0;z_0)$.
Suy ra hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz là $(0;0;-1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 11. Biết $\int_0^1 f(x)\,dx = -2$ và $\int_0^1 g(x)\,dx = 3$, khi đó $\int_0^1 [f(x)-g(x)]\,dx$ bằng

A -5. **B** 5. **C** -1. **D** 1.

Lời giải.

Ta có $\int_0^1 [f(x)-g(x)]\,dx = \int_0^1 f(x)\,dx - \int_0^1 g(x)\,dx = -2-3 = -5$.

Chọn đáp án A □

Câu 12. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là

A $3Bh$. B Bh. C $\frac{4}{3}Bh$. D $\frac{1}{3}Bh$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là $V = Bh$.

Chọn đáp án B □

Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $3-4i$ là

A $-3-4i$. B $-3+4i$. C $3+4i$. D $-4+3i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $a+bi$ là số phức $a-bi$.
Vậy số phức liên hợp của số phức $3-4i$ là số phức $3+4i$.

Chọn đáp án C □

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	1	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A $x = 2$. B $x = 1$. C $x = -1$. D $x = -3$.

Lời giải.

Theo bảng biến thiên, ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua điểm $x = -1$.
Vậy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.

Chọn đáp án C □

Câu 15. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x+5$ là

A x^2+5x+C. B $2x^2+5x+C$. C $2x^2+C$. D x^2+C.

Lời giải.

Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x+5$ là $F(x) = x^2+5x+C$.

Chọn đáp án A □

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

(A) 2. (B) 1. (C) 4. (D) 3.

Lời giải.

Ta có $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$.

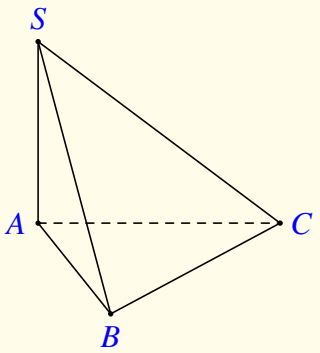
Dựa vào bảng biến thiên của $f(x)$ ta có số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$ là 4. Do đó phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Chọn đáp án C □

Câu 17.

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB=a\sqrt{3}$ và $BC=a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

(A) $90°$. (B) $45°$. (C) $30°$. (D) $60°$.



Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABC)$ nên AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (ABC).

Do đó $(SC,(ABC))=(SC,AC)=\widehat{SCA}$.

Tam giác ABC vuông tại B, $AB=a\sqrt{3}$ và $BC=a$ nên $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{4a^2}=2a$.

Do đó tam giác SAC vuông cân tại A nên $\widehat{SCA}=45°$.

Vậy $(SC,(ABC))=45°$.

Chọn đáp án B □

Câu 18. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-6z+10=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

A 16. **B** 56. **C** 20. **D** 26.

Lời giải.

Áp dụng định lý Vi-ét cho phương trình trên ta được $\begin{cases} z_1+z_2=6 \\ z_1z_2=10. \end{cases}$

Khi đó ta có $z_1^2+z_2^2=(z_1+z_2)^2-2z_1z_2=36-20=16$.

Chọn đáp án A □

Câu 19. Hàm số $y=2^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

A $(2x-3)\cdot 2^{x^2-3x}\cdot \ln 2$. **B** $2^{x^2-3x}\cdot \ln 2$.

C $(2x-3)\cdot 2^{x^2-3x}$. **D** $(x^2-3x)\cdot 2^{x^2-3x+1}$.

Lời giải.

Ta có $y'=\left(2^{x^2-3x}\right)'=(2x-3)\cdot 2^{x^2-3x}\cdot \ln 2$.

Chọn đáp án A □

Câu 20. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[-3;3]$ là

A -16. **B** 20. **C** 0. **D** 4.

Lời giải.

Hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ có tập xác định $\mathbb{R}$, $f'(x)=3x^2-3$.
Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow x=\pm 1\in[-3;3]$.
Ta có $f(1)=0; f(-1)=4; f(3)=20; f(-3)=-16$.
Từ đó suy ra $\max\limits_{[-3;3]} f(x)=f(3)=20$.

Chọn đáp án B □

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+2x-2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A $\sqrt{7}$. **B** 9. **C** 3. **D** $\sqrt{15}$.

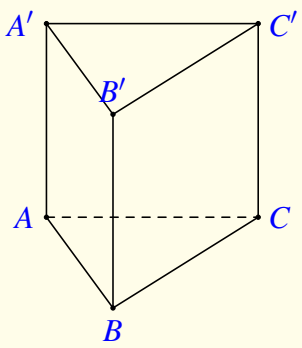
Lời giải.

$$x^2+y^2+z^2+2x-2z-7=0\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2\cdot(-1)\cdot x+2\cdot 0\cdot y-2\cdot 1\cdot z-7=0.$$

Suy ra $a=-1, b=0, c=1, d=-7$.
Vậy tâm mặt cầu $I(-1;0;1)$ bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{(-1)^2+0^2+1^2+7}=3$.

Chọn đáp án C □

Câu 22.
Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{3}a$ (minh họa hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng



a $\dfrac{3a^3}{4}$.
b) $\dfrac{3a^3}{2}$.
c) $\dfrac{a^3}{4}$.
d) $\dfrac{a^3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $AA' = a\sqrt{3}$.

Từ đó suy ra $V = a\sqrt{3} \cdot a^2 \dfrac{\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3a^3}{4}$.

□

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+2)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
A 0. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

Lời giải.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘		↘	f_{CT}	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị đó là điểm cực tiểu $x = 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 24. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4 b = 16$. Giá trị của $4\log_2 a + \log_2 b$ bằng
A 4. **B** 2. **C** 16. **D** 8.

Lời giải.

Ta có $4\log_2 a + \log_2 b = \log_2 a^4 + \log_2 b = \log_2(a^4 b) = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$.

Chọn đáp án A □

Câu 25. Cho hai số phức $z_1 = 1-i$ và $z_2 = 1+2i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $3z_1 + z_2$ có tọa độ là

A $(4;-1)$. **B** $(-1;4)$. **C** $(4;1)$. **D** $(1;4)$.

Lời giải.

Ta có $3z_1 + z_2 = 3(1-i) + (1+2i) = 4-i$. Suy ra, tọa độ điểm biểu diễn là $(4;-1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 26. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1)+1 = \log_3(4x+1)$ là

A $x = 3$. **B** $x = -3$. **C** $x = 4$. **D** $x = 2$.

Lời giải.

Điều kiện $x > -\dfrac{1}{4}$. Ta có

$$\log_3(x+1)+1 = \log_3(4x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x > \dfrac{-1}{4} \\ 3(x+1) = 4x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \dfrac{-1}{4} \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 2$.

Chọn đáp án D □

Câu 27. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1 m và 1,2 m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?

A 1,8 m. **B** 1,4 m. **C** 2,2 m. **D** 1,6 m.

Lời giải.

Gọi R_1, R_2, R lần lượt là bán kính của trụ thứ nhất, thứ hai và dự kiến sẽ làm, ta có

$$V = V_1 + V_2 = \pi R^2 h \Leftrightarrow \pi R_1^2 h + \pi R_2^2 h \Leftrightarrow R^2 = R_1^2 + R_2^2$$
$$\Rightarrow \quad R = \sqrt{R_1^2 + R_2^2} = \sqrt{1^2 + (1{,}2)^2} \approx 1{,}56 \ \ (\text{m}).$$

Vậy giá trị cần tìm là 1,6 m.

Chọn đáp án D □

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	2	↘	‖ $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$
			‖ -4				

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

(A) 4. (B) 1. (C) 3. **D** 2.

Lời giải.

Hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Ta có

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ suy ra không tồn tại tiệm cận ngang khi $x\to+\infty$.

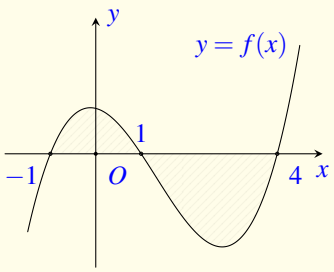
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$, suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận ngang $y=2$.

$\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to0^-} f(x)=-4$, suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận đứng $x=0$.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và ngang là 2.

Chọn đáp án D □

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=-1$ và $x=4$ (như hình vẽ bên dưới). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



(A) $S=-\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$.

B $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$.

(C) $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$.

(D) $S=-\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Ta có hàm số $f(x)\geq 0\forall x\in[-1;1]; f(x)\leq 0\forall x\in[1;4]$, nên

$$S=\int_{-1}^{4}|f(x)|\,\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1}|f(x)|\,\mathrm{d}x+\int_{1}^{4}|f(x)|\,\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1}f(x)\,\mathrm{d}x-\int_{1}^{4}f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Chọn đáp án B □

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A $2x-y-z+5=0$. B $2x-y-z-5=0$.

C $x+y+2z-3=0$. D $3x+2y-z-14=0$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB, do đó (P) đi qua trung điểm $I(3;2;-1)$ của AB, có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(2;-1;-1)$.

Suy ra $(P)\colon 2(x-3)-1(y-2)-1(z+1)=0\Leftrightarrow 2x-y-z-5=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 31. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{(x+1)^2}$ trên khoảng$(-1;+\infty)$ là

A $2\ln(x+1)+\dfrac{2}{x+1}+C$. B $2\ln(x+1)+\dfrac{3}{x+1}+C$.

C $2\ln(x+1)-\dfrac{2}{x+1}+C$. D $2\ln(x+1)-\dfrac{3}{x+1}+C$.

Lời giải.

Ta có

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int\frac{2x-1}{(x+1)^2}\,\mathrm{d}x=\int\frac{2(x+1)-3}{(x+1)^2}\,\mathrm{d}x$$
$$=\int\left[\frac{2}{x+1}-\frac{3}{(x+1)^2}\right]\mathrm{d}x=2\ln(x+1)+\frac{3}{x+1}+C.$$

Chọn đáp án B □

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\cos^2 x+1,\ \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{\pi^2+4}{16}$. B $\dfrac{\pi^2+14\pi}{16}$. C $\dfrac{\pi^2+16\pi+4}{16}$. D $\dfrac{\pi^2+16\pi+16}{16}$.

Lời giải.

Ta có $f(x)=\displaystyle\int f'(x)\,\mathrm{d}x=\int\left(2\cos^2 x+1\right)\mathrm{d}x=\int(2+\cos 2x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sin 2x+2x+C$.

Vì $f(0)=4\Rightarrow C=4\Rightarrow f(x)=\dfrac{1}{2}\sin 2x+2x+4$.

Vậy $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{2}\sin 2x + 2x + 4\right)\mathrm{d}x = \left(-\frac{1}{4}cos2x + x^2 + 4x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2 + 16\pi + 4}{16}$.

Chọn đáp án C □

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;2)$, $C(2;-1;3)$, $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A $\begin{cases} x = -2-4t \\ y = -2-3t \\ z = 2-t \end{cases}$. B $\begin{cases} x = 2+4t \\ y = -1+3t \\ z = 3-t \end{cases}$. C $\begin{cases} x = -2+4t \\ y = -4+3t \\ z = 2+t \end{cases}$. D $\begin{cases} x = 4+2t \\ y = 3-t \\ z = 1+3t \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;-2;2)$, $\overrightarrow{AD} = (0;-1;3) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right] = (-4;-3;-1)$.

Đường thẳng qua $C(2;-1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình

$$\begin{cases} x = 2+4t \\ y = -4+3t \\ z = 2+t. \end{cases}$$

Chọn đáp án C □

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z}+i) - (2-i)z = 3+10i$. Mô-đun của z bằng

A 3. B 5. C $\sqrt{5}$. D $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Đặt $z = x+yi$, $(x,\ y \in \mathbb{R})$

$3(\bar{z}+i) - (2-i)z = 3+10i$

$\Leftrightarrow 3(x-yi+i) - (2-i)(x+yi) = 3+10i$

$\Leftrightarrow x-y+(x-5y+3)i = 3+10i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y = 3 \\ x-5y+3 = 10 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

Do đó $z = 2-i$

Vậy $|z| = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án C □

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(4;+\infty)$. (B) $(-2;1)$. (C) $(2;4)$. (D) $(1;2)$.

Lời giải.

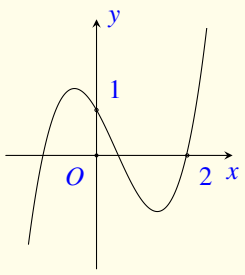
Ta có $y'=-2\cdot f'(3-2x)$.
Hàm số nghịch biến khi

$$y'\le 0\Leftrightarrow -2\cdot f'(3-2x)\le 0\Leftrightarrow f'(3-2x)\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-3\le 3-2x\le -1\\ 3-2x\ge 1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2\le x\le 3\\ x\le 1.\end{array}\right.$$

Vì hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ nên nghịch biến trên $(-2;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 36.
Cho hàm số $y=f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x)<x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi



(A) $m\ge f(2)-2$. (B) $m\ge f(0)$.

(C) $m>f(2)-2$. (D) $m>f(0)$.

Lời giải.

Ta có $f(x)<x+m\Leftrightarrow f(x)-x<m$.
Đặt $g(x)=f(x)-x$ xét trên khoảng $(0;2)$. Do đó $g'(x)=f'(x)-1$.
Từ đồ thị ta thấy $g'(x)=f'(x)-1<0$ với mọi $x\in(0;2)$. Suy ra hàm số $g(x)=f(x)-x$ luôn nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.
Bất phương trình $f(x)<x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi $m\ge\lim\limits_{x\to 0}g(x)=f(0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 37. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là

(A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{13}{25}$. (C) $\frac{12}{25}$. (D) $\frac{313}{625}$.

Lời giải.

Số cách chọn hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên là $C_{25}^2=300\Rightarrow n(\Omega)=300$.
Gọi A là biến cố "Tổng hai số được chọn là một số chẵn". Ta có hai trường hợp

- Trường hợp 1: Chọn 2 số chẵn từ 12 số chẵn có $C_{12}^2 = 66$ cách.

- Trường hợp 2: Chọn 2 số lẻ từ 13 số lẻ có $C_{13}^2 = 78$ cách.

Do đó $n(A) = 66 + 78 = 144$.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{144}{300} = \dfrac{12}{25}$.

Chọn đáp án C □

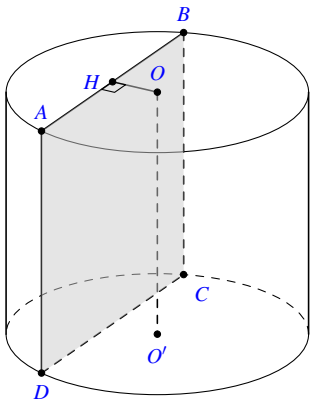
Câu 38. Cho hình trụ có chiều cao bằng $5\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 30. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A $10\sqrt{3}\pi$. B $5\sqrt{39}\pi$. C $20\sqrt{3}\pi$. D $10\sqrt{39}\pi$.

Lời giải.

Gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy và $ABCD$ là thiết diện song song với trục với $A,\ B \in (O)$; $C,\ D \in (O')$.
Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow OH = \mathrm{d}(OO', (ABCD)) = 1$.
Vì $S_{ABCD} = 30 \Leftrightarrow AB \cdot BC = 30$.
Suy ra $AB = \dfrac{30}{5\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \Rightarrow HA = HB = \sqrt{3}$.
Bán kính của đáy là $r = \sqrt{OH^2 + HA^2} = \sqrt{3+1} = 2$.
Diện tích xung quanh của hình trụ

$$S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 2 \cdot 5\sqrt{3} = 20\sqrt{3}\pi.$$



Chọn đáp án C □

Câu 39. Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(3x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm?

A 2. B 4. C 3. D Vô số.

Lời giải.

Điều kiện $x > \dfrac{1}{3}$ và $m > 0$.

Phương trình đã cho tương đương: $\log_3 x - \log_3(3x-1) = \log_3 \dfrac{1}{m} \Leftrightarrow \dfrac{x}{3x-1} = \dfrac{1}{m}$

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{x}{3x-1}$ với $x > \dfrac{1}{3}$.

Có $f'(x) = -\dfrac{1}{(3x-1)^2} < 0,\ \forall x > \dfrac{1}{3}$

x	$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	$\searrow$	$\frac{1}{3}$

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình có nghiệm khi $\frac{1}{m} > \frac{1}{3} \Leftrightarrow 0 < m < 3$.

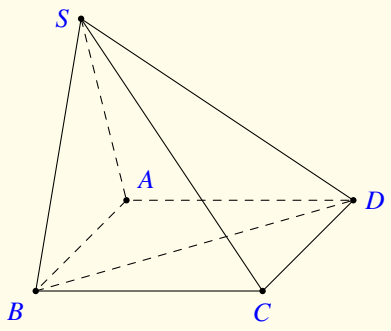
Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1, 2\}$.

Chọn đáp án (A) ☐

Câu 40.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

(A) $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. (B) $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. (C) $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{21}a}{28}$.



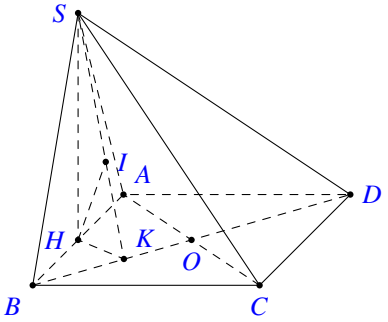
Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB. Khi đó, $SH \perp (ABCD)$.
Gọi O là giao điểm của AC và BD suy ra $AC \perp BD$. Kẻ $HK \perp BD$ tại K (K là trung điểm BO).
Kẻ $HI \perp SH$ tại I. Khi đó: $\mathrm{d}(A,(SBD)) = 2\mathrm{d}(H,(SBD)) = 2HI$.

Xét tam giác SHK, có: $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $HK = \frac{1}{2}AO = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Khi đó: $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{28}{3a^2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Suy ra: $\mathrm{d}(A,(SBD)) = 2HI = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.



Chọn đáp án (B) ☐

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(4) = 1$ và $\int_0^1 xf(4x)\,\mathrm{d}x = 1$, khi đó $\int_0^4 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\frac{31}{2}$. (B) -16. (C) 8. (D) 14.

Lời giải.

Xét $\int\limits_0^1 xf(4x)\,\mathrm{d}x = 1$. Đặt $t = 4x \Rightarrow \int\limits_0^4 \frac{1}{4}t \cdot f(t) \cdot \frac{1}{4}\,\mathrm{d}t = 1 \Rightarrow \int\limits_0^4 t \cdot f(t)\,\mathrm{d}t = 16 \Rightarrow \int\limits_0^4 x \cdot f(x)\,\mathrm{d}x = 16$.

Xét $I = \int\limits_0^4 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^4 x^2 \mathrm{d}f(x)$

Suy ra: $I = x^2 \cdot f(x)\Big|_0^4 - \int\limits_0^4 2x \cdot f(x)\,\mathrm{d}x = 4^2 f(4) - 2 \cdot 16 = -16$.

Chọn đáp án B

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

(A) $P(-3;0;-3)$. (B) $M(0;-3;-5)$. (C) $N(0;3;-5)$. (D) $Q(0;5;-3)$.

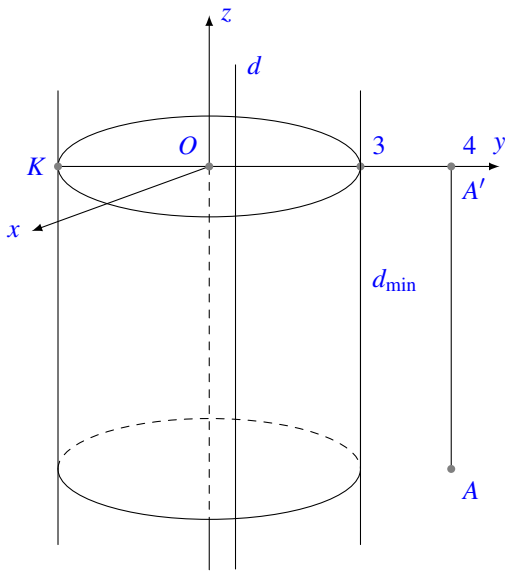
Lời giải.

Đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3 nên d nằm trên mặt trụ tròn xoay có trục là Oz và bán kính bằng 3.

Gọi I là hình chiếu của A lên Oy, khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất khi d đi qua giao điểm của Oy với mặt trụ là điểm $I(0;3;0)$

Phương trình đường thẳng d: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \\ z = t. \end{cases}$

Nên d đi qua điểm $N(0;3;-5)$

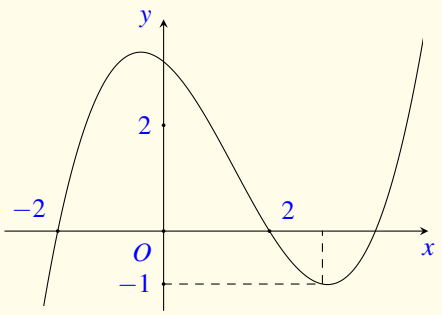


Chọn đáp án C

Câu 43.

Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3-3x)|=\dfrac{4}{3}$ là

(A) 3. (B) 8. (C) 7. (D) 4.



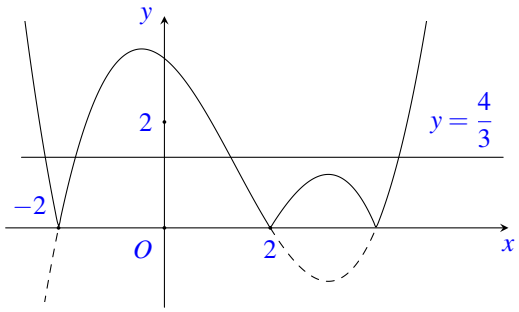
Lời giải.

Đặt $t=x^3-3x \Rightarrow t'=3x^2-3$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
t'		$+$	0	$-$	0	$+$	
t	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Khi đó $|f(t)|=\dfrac{4}{3}$ (1). Đồ thị hàm số $y=|f(t)|$ được vẽ thành 2 phần

- Phần 1 giữ nguyên đồ thị hàm số $y=f(x)$ phía trên trục Ox khi $f(x)\geq 0$.
- Phần 2 lấy đối xứng của phần còn lại qua trục Ox.



Dựa vào đồ thị hàm số $|f(t)|$ ta thấy phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $t_1<-2$, $-2<t_2<0$, $0<t_3<2$, $t_4>2$.
Mỗi nghiệm t của phương trình (1), ta thay vào phương trình $t=x^3-3x$ để tìm nghiệm x. Khi đó

- $t_1<-2 \Rightarrow$ phương trình $t=x^3-3x$ có 1 nghiệm.
- $-2<t_2<0 \Rightarrow$ phương trình $t=x^3-3x$ có 3 nghiệm.
- $0<t_3<2 \Rightarrow$ phương trình $t=x^3-3x$ có 3 nghiệm.
- $t_4>2 \Rightarrow$ phương trình $t=x^3-3x$ có 1 nghiệm.

Vậy phương trình $|f(x^3-3x)|=\dfrac{4}{3}$ có 8 nghiệm.

Chọn đáp án (B) □

Câu 44. Xét số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w=\dfrac{4+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A $\sqrt{34}$. **B** 26. **C** 34. **D** $\sqrt{26}$.

Lời giải.

$$w=\frac{4+iz}{1+z}\Leftrightarrow (1+z)w=4+iz\Leftrightarrow z(w-i)=4-w$$
$$\Leftrightarrow \ |z|\cdot|w-i|=|4-w|\Leftrightarrow \sqrt{2}\cdot|w-i|=|4-w|. \quad (*)$$

Gọi $w=x+yi$, $(x,y\in\mathbb{R})$ khi đó thay vào $(*)$ ta có:

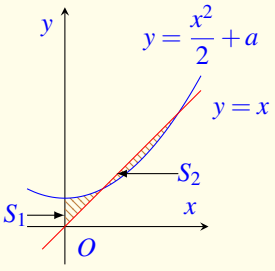
$$\sqrt{2}\cdot|x+yi-i|=|4-x-yi|\Leftrightarrow 2[x^2+(y-1)^2]=(x-4)^2+y^2$$
$$\Leftrightarrow \ x^2+y^2+8x-4y-14=0\Leftrightarrow (x+4)^2+(y-2)^2=34.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w=\dfrac{4+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{34}$.

Chọn đáp án A □

Câu 45.

Cho đường thẳng $y=x$ và parabol $y=\dfrac{1}{2}x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ dưới đây. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



A $\left(\dfrac{3}{7};\dfrac{1}{2}\right)$. **B** $\left(0;\dfrac{1}{3}\right)$. **C** $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{5}\right)$. **D** $\left(\dfrac{2}{5};\dfrac{3}{7}\right)$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm:
$\dfrac{1}{2}x^2+a=x\Leftrightarrow x^2-2x+2a=0$ (1)

Phương trình trên có 2 nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta>0\\ S>0\\ P>0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}1-2a>0\\ 2>0\\ 2a>0\end{cases}\Leftrightarrow 0<a<\dfrac{1}{2}$.

Khi $0<a<\dfrac{1}{2}$ phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt $x_1<x_2$,

$$S_1=S_2\Leftrightarrow \int_0^{x_1}\left(\frac{1}{2}x^2+a-x\right)\mathrm{d}x=\int_{x_1}^{x_2}\left(-\frac{1}{2}x^2-a+x\right)\mathrm{d}x$$
$$\Leftrightarrow \ \frac{1}{6}x_1^3+ax_1-\frac{1}{2}x_1^2=-\frac{1}{6}x_2^3-ax_2+\frac{1}{2}x_2^2+\frac{1}{6}x_1^3+ax_1-\frac{1}{2}x_1^2$$
$$\Leftrightarrow \ -\frac{1}{6}x_2^3-ax_2+\frac{1}{2}x_2^2=0\Leftrightarrow x_2^2+6a-3x_2=0.$$

Từ (1) suy ra $2a = -x_2^2 + 2x_2$

Thế vào (2) ta được: $2x_2^2 - 3x_2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x_2 = 0 & \text{(loại)} \\ x_2 = \dfrac{3}{2} & \end{array}\right. \Rightarrow a = \dfrac{3}{8} = 0,375 \in \left(\dfrac{1}{3}; \dfrac{2}{5}\right).$

Chọn đáp án C □

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là

(A) 9. (B) 3. C 7. (D) 5.

Lời giải.

Ta có $y' = 2(x-1) \cdot f'(x^2 - 2x)$. Từ bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$, ta có

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ f'(x^2 - 2x) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - 2x = a \in (-\infty; -1) \\ x^2 - 2x = b \in (-1; 0) \\ x^2 - 2x = c \in (0; 1) \\ x^2 - 2x = d \in (1; +\infty) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 1 & \\ x^2 - 2x - a = 0,\ a \in (-\infty; -1) & (1) \\ x^2 - 2x - b = 0,\ b \in (-1; 0) & (2) \\ x^2 - 2x - c = 0,\ c \in (0; 1) & (3) \\ x^2 - 2x - d = 0,\ d \in (1; +\infty) & (4). \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = x^2 - 2x$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$-\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy phương trình (1) vô nghiệm, các phương trình (2), (3), (4) đều có hai nghiệm đơn phân biệt khác 1 và do b, c, d đôi một khác nhau nên các nghiệm của phương trình (2), (3), (4) cũng đôi một khác nhau. Do đó $f'(x^2 - 2x) = 0$ có 6 nghiệm đơn phân biệt.
Vậy $y' = 0$ có 7 nghiệm đơn phân biệt, do đó số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là 7.

Chọn đáp án C □

Câu 47. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 6. Gọi M, N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

A $27\sqrt{3}$. (B) $21\sqrt{3}$. C $30\sqrt{3}$. (D) $36\sqrt{3}$.

Lời giải.

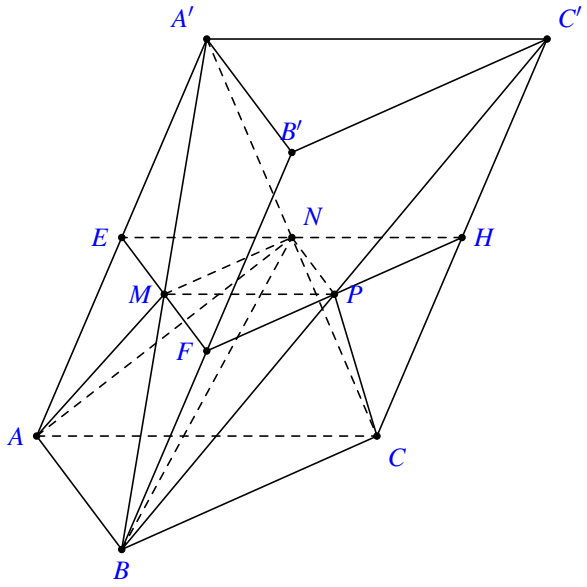
Gọi h là chiều cao của hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
Vì $\triangle ABC$ đều có độ dài cạnh bằng 6 nên

$$S_{\triangle ABC} = 6^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}.$$

Thể tích lặng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = h \cdot S_{\triangle ABC} = 8 \cdot 9\sqrt{3} = 72\sqrt{3}.$$

Gọi E, F, H lần lượt là trung điểm của các cạnh AA', BB', CC'.
Thể tích khối chóp $A.EMN$ là



$$V_{A.EMN} = \frac{1}{3}\mathrm{d}(A,(EMN)) \cdot S_{\triangle EMN} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}h \cdot \frac{1}{4}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{24}V.$$

Tương tự, ta có $V_{B.FMP} = V_{C.HNP} = \dfrac{1}{24}V$.
Thể tích khối đa diện $ABCMNP$ là

$$V_{ABCMNP} = \frac{1}{2}V - 3V_{A.EMN} = \frac{1}{2}V - 3 \cdot \frac{1}{24}V = \frac{3}{8}V = 27\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+\left(z+\sqrt{2}\right)^2 = 3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A 12. B 8. C 16. D 4.

Lời giải.

Mặt cầu $(S): x^2+y^2+\left(z+\sqrt{2}\right)^2 = 3$ có tâm $I\left(0;0;-\sqrt{2}\right)$, bán kính $R = \sqrt{3}$.
Ta có $A(a;b;c) \in (Oxy) \Rightarrow A(a;b;0)$.
Dễ thấy (S) cắt mặt phẳng (Oxy) nên từ một điểm A bất kỳ thuộc mặt phẳng (Oxy) và nằm ngoài (S) kẻ tiếp tuyến tới (S) thì các tiếp tuyến đó nằm trên một mặt nón đỉnh A, các tiếp điểm nằm trên một đường tròn được xác định. Còn nếu A thuộc (S) thì ta kẻ các tiếp tuyến đó sẽ thuộc một mặt phẳng tiếp diện của (S) tại điểm A. Để có ít nhất hai tiếp tuyến qua A thỏa mãn bài toán khi và chỉ khi

- Hoặc A thuộc $(S) \Leftrightarrow IA = R = \sqrt{3}$.
- Hoặc các tiếp tuyến tạo thành mặt nón và góc ở đỉnh của mặt nón là $\widehat{MAN} \geq 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{MAI} \geq$

45°.

Suy ra $\sin\widehat{MAI} \geq \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \dfrac{IM}{IA} \geq \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{IA} \geq \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow IA \leq \sqrt{6}$.

Vậy điều kiện bài toán là $\sqrt{3} \leq IA \leq \sqrt{6} \Leftrightarrow 3 \leq IA^2 \leq 6$.
Ta có $3 \leq IA^2 \leq 6 \Leftrightarrow 3 \leq a^2+b^2+2 \leq 6 \Leftrightarrow 1 \leq a^2+b^2 \leq 4$ (*).
Do $A(a;b;0)$ có tọa độ nguyên nên ta có điểm thỏa mãn $(*)$ là
$(0;2;0)$, $(0;-2;0)$, $(2;0;0)$, $(-2;0;0)$, $(0;1;0)$, $(0;-1;0)$, $(1;0;0)$, $(-1;0;0)$, $(1;1;0)$, $(1;-1;0)$, $(-1;1;0)$, $(-1;-1;0)$.
Vậy có 12 điểm A thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án A □

Câu 49. Cho hai hàm số $y = \dfrac{x-3}{x-2} + \dfrac{x-2}{x-1} + \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1}$ và $y = |x+2| - x + m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

A $(-\infty;2]$. B $[2;+\infty)$. C $(-\infty;2)$. D $(2;+\infty)$.

Lời giải.

Xét phương trình

$$\begin{aligned} &\frac{x-3}{x-2} + \frac{x-2}{x-1} + \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} = |x+2| - x + m \\ \Leftrightarrow\ &\frac{x-3}{x-2} + \frac{x-2}{x-1} + \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1} - |x+2| + x = m \quad (1) \end{aligned}$$

Hàm số $g(x) = \dfrac{x-3}{x-2} + \dfrac{x-2}{x-1} + \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} - |x+2| + x$

$$= \begin{cases} \dfrac{x-3}{x-2} + \dfrac{x-2}{x-1} + \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} - 2 & \text{nếu } x \geq -2 \\ \dfrac{x-3}{x-2} + \dfrac{x-2}{x-1} + \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} + 2x + 2 & \text{nếu } x < -2. \end{cases}$$

Ta có $g'(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{(x-2)^2} + \dfrac{1}{(x-1)^2} + \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in (-2;+\infty) \setminus \{-1;0;1;2\} \\ \dfrac{1}{(x-2)^2} + \dfrac{1}{(x-1)^2} + \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{(x+1)^2} + 2 > 0, \forall x < -2. \end{cases}$

Nên hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$, $(-1;0)$, $(0;1)$, $(1;2)$, $(2;+\infty)$.
Mặt khác ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = 2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$.
Bảng biến thiên của hàm số $y = g(x)$

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$		$+$		$+$		$+$		$+$		$+$	
y	$-\infty$	↗	$\frac{49}{12}$	↗	$+\infty$ $-\infty$	↗	$+\infty$ $-\infty$	↗	$+\infty$ $-\infty$	↗	$+\infty$ $-\infty$	↗	2

Do đó để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt thì phương trình (1) phải có 4 nghiệm phân biệt. Điều này xảy ra khi và chỉ khi đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=g(x)$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow m \geq 2$.

Chọn đáp án B □

Câu 50. Cho phương trình $\left(4\log_2^2 x+\log_2 x-5\right)\sqrt{7^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A 49. B 47. C Vô số. D 48.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x>0 \\ 7^x-m\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ 7^x \geq m. \end{cases}$

Với m nguyên dương ta có

$$\left(4\log_2^2 x+\log_2 x-5\right)\sqrt{7^x-m}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4\log_2^2 x+\log_2 x-5=0 \\ \sqrt{7^x-m}=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=2^{-\frac{5}{4}} \\ x=\log_7 m. \end{array}\right.$$

Để phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm phân biệt có hai trường hợp

- $2>\log_7 m \geq 2^{-\frac{5}{4}} \Leftrightarrow 7^{2^{-\frac{5}{4}}} \leq m < 7^2$.
  Trường hợp này $m \in \{3;4;5;\ldots;48\}$, có 46 giá trị nguyên dương của m.
- $\log_7 m=0 \Leftrightarrow m=1$. Trường hợp này có 1 giá trị của m thỏa mãn.

Vậy có tất cả 47 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

Chọn đáp án B □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 55

1. B	2. A	3. C	4. C	5. D	6. A	7. C	8. A	9. C	10. B
11. A	12. B	13. C	14. C	15. A	16. C	17. B	18. A	19. A	20. B
21. C	22. A	23. D	24. A	25. A	26. D	27. D	28. D	29. B	30. B
31. B	32. C	33. C	34. C	35. B	36. B	37. C	38. C	39. A	40. B
41. B	42. C	43. B	44. A	45. C	46. C	47. C	48. A	49. B	50. B

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 102
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+6$ là
(A) x^2+6x+C. (B) $2x^2+C$. (C) $2x^2+6x+C$. (D) x^2+C.

Lời giải.

$\int (2x+6)\,\mathrm{d}x = x^2+6x+C$.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z+1=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?
(A) $\vec{n_1}=(2;-1;-3)$. (B) $\vec{n_4}=(2;1;3)$. (C) $\vec{n_2}=(2;-1;3)$. (D) $\vec{n_3}=(2;3;1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z+1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n_2}=(2;-1;3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 3. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là
(A) $\pi r^2 h$. (B) $2\pi r^2 h$. (C) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. (D) $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Chọn đáp án C □

Câu 4. Số phức liên hợp của số phức $5-3i$ là
(A) $-5+3i$. (B) $-3+5i$. (C) $-5-3i$. (D) $5+3i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $5-3i$ là $5+3i$.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

(A) $\frac{1}{3}\log_5 a$. (B) $\frac{1}{3}+\log_5 a$. (C) $3+\log_5 a$. (D) $3\log_5 a$.

Lời giải.

$\log_5 a^3 = 3\log_5 a$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là

(A) $(3;0;0)$. (B) $(3;-1;0)$. (C) $(0;0;1)$. (D) $(0;-1;0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0;0;1)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 7. Số cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là

(A) 5^2. (B) 2^5. (C) C_5^2. (D) A_5^2.

Lời giải.

Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 5 phần tử. Vậy có C_5^2 cách.

Chọn đáp án (C) □

Câu 8. Biết tích phân $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = -4$. Khi đó $\int_0^1 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -7. (B) 7. (C) -1. (D) 1.

Lời giải.

Ta có $\int_0^1 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 3+(-4) = -1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z+2}{3}$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d

(A) $\vec{u}=(2;5;3)$. (B) $\vec{u}=(2;-5;3)$. (C) $\vec{u}=(1;3;2)$. (D) $\vec{u}=(1;3;-2)$.

Lời giải.

Dựa vào phương trình đường thẳng suy ra một véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(2;-5;3)$.

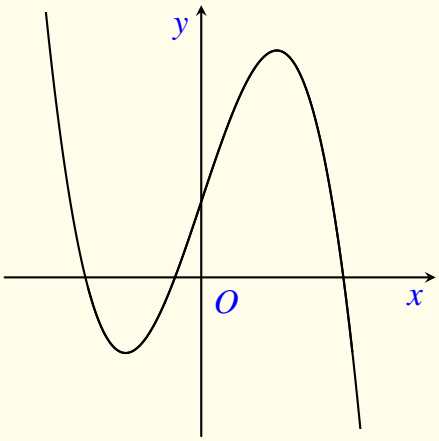
Chọn đáp án B □

Câu 10.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên

(A) $y=-x^4+2x^2+1$. (B) $y=-x^3+3x+1$.

(C) $y=x^3-3x+1$. (D) $y=x^4-2x^2+1$.



Lời giải.

Trong bốn hàm số đã cho thì chỉ có hàm số $y=-x^3+3x+1$ (hàm số đa thức bậc ba với hệ số $a<0$) có dạng đồ thị như đường cong trong hình.

Chọn đáp án B □

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=8$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

(A) 4. (B) -6. (C) 10. (D) 6.

Lời giải.

Vì (u_n) là cấp số cộng nên ta có $u_2=u_1+d \Leftrightarrow d=u_2-u_1=8-2=6$.

Chọn đáp án D □

Câu 12. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

(A) $V=3Bh$. (B) $V=Bh$. (C) $V=\frac{4}{3}Bh$. (D) $V=\frac{1}{3}Bh$.

Lời giải.

Ta có công thức tính thể tích lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=Bh$.

Chọn đáp án B □

Câu 13. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1}=27$ là

(A) 2. (B) 1. (C) 5. (D) 4.

Lời giải.

Ta có $3^{2x+1}=27 \Leftrightarrow 3^{2x+1}=3^3 \Leftrightarrow 2x+1=3 \Leftrightarrow x=1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

(A) $(0;+\infty)$. (B) $(0;2)$. (C) $(-2;0)$. (D) $(-\infty;-2)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên, suy ra trên khoảng $(-2;0)$ hàm số đồng biến.

Chọn đáp án (C) □

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại

(A) $x=2$. (B) $x=-2$. (C) $x=3$. (D) $x=1$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=3$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 16. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1)=1+\log_2(x-1)$ là

(A) $x=1$. (B) $x=-2$. (C) $x=3$. (D) $x=2$.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x>-1 \\ x>1 \end{cases} \Leftrightarrow x>1$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\log_2(x+1)=1+\log_2(x-1) \Leftrightarrow \log_2(x+1)=\log_2[2\cdot(x-1)] \Leftrightarrow x+1=2x-2 \Leftrightarrow x=3.$$

Chọn đáp án C □

Câu 17. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

(A) 20. (B) 4. (C) 0. (D) -16.

Lời giải.

$f'(x)=3x^2-3$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\pm 1 \in [-3;3]$.

Ta có $f(-3)=-16$; $f(-1)=4$; $f(1)=0$; $f(3)=20$.

$\Rightarrow \min\limits_{[-3;3]} f(x)=-16$.

Chọn đáp án D □

Câu 18. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1m và 1,4m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây

(A) 1,7m. (B) 1,5m. (C) 1,9m. (D) 2,4m.

Lời giải.

Gọi chiều cao của các hình trụ là h.

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hình trụ có bán kính đáy $R_1=1$m, $R_2=1{,}4$m.

Gọi V là thể tích của hình trụ dự định làm và có bán kính đáy là R.

Ta có $V=V_1+V_2 \Leftrightarrow \pi R^2h=\pi R_1^2h+\pi R_2^2h \Leftrightarrow R^2=R_1^2+R_2^2 \Leftrightarrow R=\sqrt{2{,}96}\approx 1{,}72$ m.

Chọn đáp án A □

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-2)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 2. (B) 1. (C) 0. (D) 3.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x-2)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có 1 điểm cực trị $x=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 20. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-6z+14=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

(A) 36. **(B) 8.** (C) 28. (D) 18.

Lời giải.

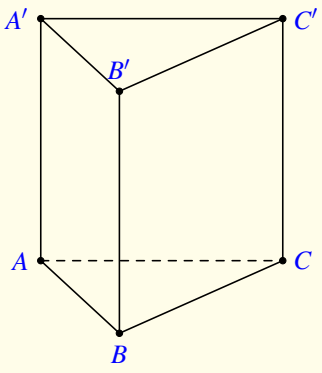
Ta có $z^2-6z+14=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=3+\sqrt{5}i \\ z=3-\sqrt{5}i \end{array}\right. \Rightarrow z_1^2+z_2^2=\left(3+\sqrt{5}i\right)^2+\left(3-\sqrt{5}i\right)^2=8.$

Chọn đáp án (B) □

Câu 21.

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=2a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. (B) $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. (C) $\sqrt{3}a^3$. **(D)** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$.



Lời giải.

Tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{\triangle ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Do khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên đường cao của lăng trụ là $AA'=2a$

Thể tích khối lăng trụ là $V=AA'\cdot S_{\triangle ABC}=2a\cdot\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+2y-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A 3. **B** 9. **C** $\sqrt{15}$. **D** $\sqrt{7}$.

Lời giải.

Ta có $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+2y-7=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+1)^2+z^2=9$
Vậy bán kính của mặt cầu bằng 3.

Chọn đáp án A □

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	2	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
			-1				-1		

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-5=0$ là

A 2. **B** 3. **C** 4. **D** 0.

Lời giải.

Xét phương trình $3f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{5}{3}$.
Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị (C) của hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $d\colon y=\dfrac{5}{3}$.
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại bốn điểm phân biệt nên phương trình $3f(x)-5=0$ có bốn nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án C □

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$		2		$\nearrow$	$+\infty$
		$-\infty$			-2		

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

(A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 4.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên đã cho ta có
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ nên đường thẳng $y=0$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
$\lim\limits_{x\to0^-} f(x)=-\infty$ nên đường thẳng $x=0$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận.

Chọn đáp án (C) □

Câu 25. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3b^2=32$. Giá trị của $3\log_2 a+2\log_2 b$ bằng

(A) 5. (B) 2. (C) 32. (D) 4.

Lời giải.

Ta có: $\log_2 a^3b^2=\log_2 32 \Leftrightarrow 3\log_2 a+2\log_2 b=5$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 26. Hàm số $y=3^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

(A) $(2x-3)\cdot 3^{x^2-3x}$. (B) $3^{x^2-3x}\cdot\ln 3$.
(C) $(x^2-3x)\cdot 3^{x^2-3x-1}$. (D) $(2x-3)\cdot 3^{x^2-3x}\cdot\ln 3$.

Lời giải.

Ta có: $y'=\left(3^{x^2-3x}\right)'=(2x-3)\cdot 3^{x^2-3x}\cdot\ln 3$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0)$ và $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

(A) $2x+y+z-4=0$. (B) $2x-y+z-2=0$.
(C) $x+y+z-3=0$. (D) $2x-y+z+2=0$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Suy ra $I(1;1;1)$.
Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-2;2)$.
Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm I của AB và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm véc-tơ pháp tuyến, nên có phương trình là $(\alpha)\colon 2x-y+z-2=0$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 28. Cho hai số phức $z_1 = -2+i$ và $z_2 = 1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là

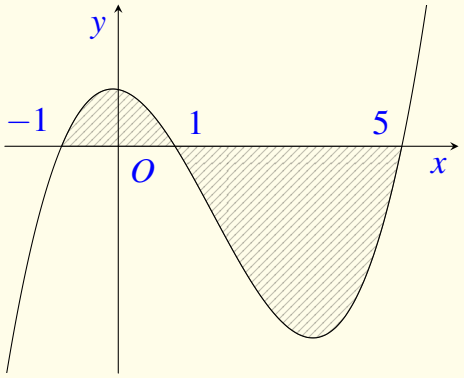
A $(3;-3)$. B $(2;-3)$. C $(-3;3)$. D $(-3;2)$.

Lời giải.

Ta có: $2z_1+z_2 = -4+2i+1+i = -3+3i$.
Vậy điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là $(-3;3)$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=-1$ và $x=5$ (như hình vẽ sau). Mệnh đề nào sau đây đúng?



A $S=\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

B $S=\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

C $S=-\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

D $S=-\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

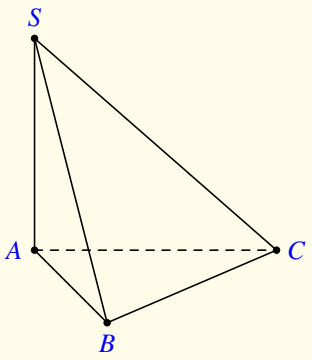
Ta có: $S=\int_{-1}^{1}|f(x)|\,\mathrm{d}x+\int_{1}^{5}|f(x)|\,\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 30.

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$ và $BC=\sqrt{3}a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A $90°$. B $30°$. C $60°$. D $45°$.



Lời giải.

Vì SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), suy ra góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{SCA}$.
Mà $\tan\widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{2a}{\sqrt{a^2+3a^2}} = 1$. Vậy $\widehat{SCA} = 45^\circ$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 31. Cho số phức z thoả mãn $3(\bar{z}-i)-(2+3i)z = 7-16i$. Mô-đun của z bằng
(A) $\sqrt{5}$. (B) 5. (C) $\sqrt{3}$. (D) 3.

Lời giải.

Đặt $z = a+bi\,(a;b\in\mathbb{R})$. Theo đề ta có

$$\begin{aligned}
&3(a-bi-i)-(2+3i)(a+bi) = 7-16i\\
\Leftrightarrow\ &3a-3bi-3i-2a-2bi-3ai+3b = 7-16i\\
\Leftrightarrow\ &(a+3b)+(-3a-5b-3) = 7-16i\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases} a+3b = 7\\ -3a-5b-3 = -16\end{cases}\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases} a+3b = 7\\ -3a-5b = -13\end{cases}\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases} a = 1\\ b = 2.\end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy $|z| = \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2)$, $B(1;2;1)$, $C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là
(A) $\begin{cases} x = 1-t\\ y = 4t\\ z = 2+2t\end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 1+t\\ y = 4\\ z = 2+2t\end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 2+t\\ y = 4+4t\\ z = 4+2t\end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 1-t\\ y = 2-4t\\ z = 2-2t\end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (2;0;-1)$, $\overrightarrow{BD} = (0;-1;2)$ và $\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right] = (-1;-4;-2)$.
Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) thì vuông góc với hai đường thẳng BC, BD nên nhận véc-tơ $\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right] = (-1;-4;-2)$ là véc-tơ chỉ phương.
Có 2 phương án bị loại. Thay điểm $A(1;0;2)$ vào phương trình của một trong hai phương án còn lại, chẳng hạn thay vào phương trình $\begin{cases} x = 2+t\\ y = 4+4t\\ z = 4+2t\end{cases}$ ta được $\begin{cases} 1 = 2+t\\ 0 = 4+4t\\ 2 = 4+2t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1\\ t = -1\\ t = -1\end{cases}$ (thỏa mãn).

Vậy đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) là $\begin{cases} x=2+t \\ y=4+4t \\ z=4+2t \end{cases}$

Chọn đáp án C □

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\cos^2 x+3, \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng?

A $\dfrac{\pi^2+2}{8}$. B $\dfrac{\pi^2+8\pi+8}{8}$. C $\dfrac{\pi^2+8\pi+2}{8}$. D $\dfrac{\pi^2+6\pi+8}{8}$.

Lời giải.

Ta có

$$\int f'(x)\,\mathrm{d}x=\int\left(2\cos^2 x+3\right)\mathrm{d}x=\int(1+\cos 2x+3)\,\mathrm{d}x=\int(\cos 2x+4)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sin 2x+4x+C.$$

Nên $f(x)=\dfrac{1}{2}\sin 2x+4x+C$.

Lại có $f(0)=4\Rightarrow C=4$. Suy ra $f(x)=\dfrac{1}{2}\sin 2x+4x+4$.

$$\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\frac{1}{2}\sin 2x+4x+4\right)\mathrm{d}x=\left(-\frac{1}{4}\cos 2x+2x^2+4x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi^2+8\pi+2}{8}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 34. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{3x-1}{(x-1)^2}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

A $3\ln(x-1)-\dfrac{2}{x-1}+C$. B $3\ln(x-1)+\dfrac{1}{x-1}+C$.

C $3\ln(x-1)-\dfrac{1}{x-1}+C$. D $3\ln(x-1)+\dfrac{2}{x-1}+C$.

Lời giải.

Ta có $f(x)=\dfrac{3x-1}{(x-1)^2}=\dfrac{3(x-1)+2}{(x-1)^2}=\dfrac{3}{x-1}+\dfrac{2}{(x-1)^2}$

Với $x>1$ ta có

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int\left(\frac{3}{x-1}+\frac{2}{(x-1)^2}\right)\mathrm{d}x=3\int\frac{\mathrm{d}(x-1)}{x-1}+2\int\frac{\mathrm{d}(x-1)}{(x-1)^2}=3\ln(x-1)-\frac{2}{x-1}+C.$$

Chọn đáp án A □

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ có bảng dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(2;3)$. (B) $(0;2)$. (C) $(3;5)$. (D) $(5;+\infty)$.

Lời giải.

Từ bảng xét dấu $f'(x)$ ta thấy rằng hàm số $y=f(x)$ có xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, suy ra hàm số $y=f(5-2x)$ có xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.
Hàm số $y=f(5-2x)$ có $y'=-2f'(5-2x),\forall x\in\mathbb{R}$.

$$y'\le 0\Leftrightarrow f'(5-2x)\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-3\le 5-2x\le -1\\ 5-2x\ge 1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3\le x\le 4\\ x\le 2.\end{array}\right.$$

Vậy hàm số $y=f(5-2x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(3;4)$. Suy ra hàm số $y=f(5-2x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Chọn đáp án (B) □

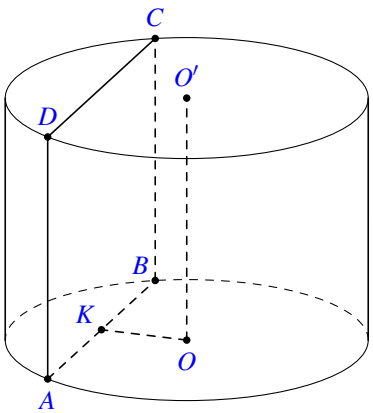
Câu 36. Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) $24\sqrt{2}\pi$. (B) $8\sqrt{2}\pi$. (C) $12\sqrt{2}\pi$. (D) $16\sqrt{2}\pi$.

Lời giải.

Giả sử hình trụ có hai đáy là các hình tròn tâm O và tâm O'. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục, ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ (với AB là dây cung của hình tròn đáy tâm O).
Do hình trụ có chiều cao là $h=OO'=4\sqrt{2}\Rightarrow$ nên có độ dài đường sinh $\ell=AD=4\sqrt{2}$.
Theo bài ra, diện tích hình chữ nhật $ABCD$ bằng 16 nên

$$AB\cdot CD=16\Leftrightarrow AB=\frac{16}{AD}=\frac{16}{4\sqrt{2}}=2\sqrt{2}.$$



Gọi K là trung điểm đoạn AB thì $OK\perp AB$, mà $OK\perp AD$ nên $OK\perp(ABCD)$.
Suy ra khoảng cách giữa OO' và $(ABCD)$ là $OK=\sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông AOK có

$$R = OA = \sqrt{OK^2 + AK^2} = \sqrt{OK^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2} = 2.$$

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi R\ell = 2\pi \cdot 2 \cdot 4\sqrt{2} = 16\pi\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 37. Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

(A) 6. (B) 5. (C) Vô số. (D) 7.

Lời giải.

Xét phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$.

Điều kiện: $\begin{cases} x > \dfrac{1}{6} \\ m > 0. \end{cases}$

$$\begin{aligned} & \log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m \\ \Leftrightarrow\ & \log_3 x + \log_3 m = \log_3(6x-1) \\ \Leftrightarrow\ & mx = 6x - 1 \Leftrightarrow x(6-m) = 1 \qquad (1) \end{aligned}$$

- Với $m = 6$, phương trình (1) trở thành $0 = 1$ (vô lý).
- Với $m \neq 6$, phương trình (1) có nghiệm $x = \dfrac{1}{6-m}$ nên

$$\frac{1}{6-m} > \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{6-m} - \frac{1}{6} > 0 \Leftrightarrow \frac{m}{6-m} > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 6 \text{ (thỏa mãn).}$$

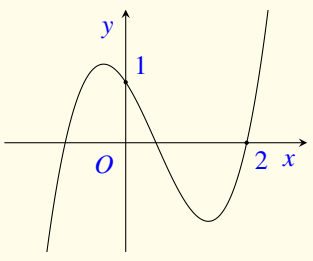
Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1;2;3;4;5\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án (B) □

Câu 38.

Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Bất phương trình $f(x) > x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi

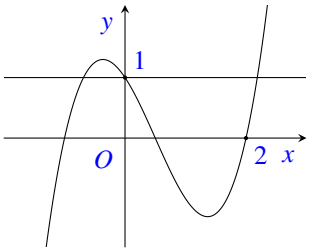


(A) $m \leq f(2) - 2$. (B) $m < f(2) - 2$.

(C) $m \leq f(0)$. (D) $m < f(0)$.

Lời giải.

Xét bất phương trình $f(x) > x+m \Leftrightarrow m < f(x)-x$.
Xét hàm số $g(x) = f(x)-x$ với $x \in (0;2)$. Ta có $g'(x) = f'(x)-1$.
$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1$.
Từ đồ thị ta thấy trên $(0;2)$ đường thẳng $y = 1$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nên $f'(x) < 1, \forall x \in (0;2)$ hay $g'(x) < 0, \forall x \in (0;2)$.



Ta có bảng biến thiên như sau

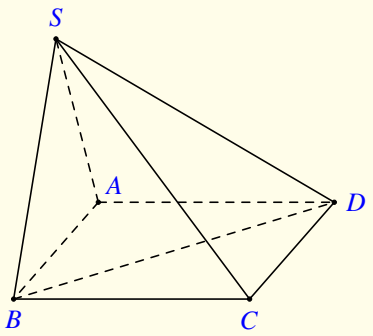
x	0		2
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$	$g(0)$	↘	$g(2)$

Từ bảng biến thiên ta thấy bất phương trình $f(x) > x+m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi $m < g(x)$ với $\forall x \in (0;2) \Leftrightarrow m \le g(2) \Leftrightarrow m \le f(2)-2$.

Chọn đáp án (A) □

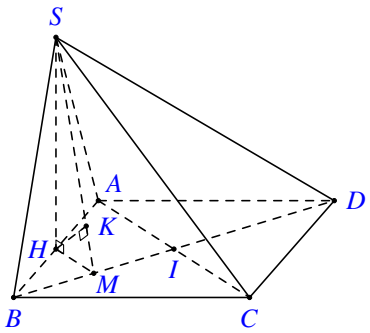
Câu 39.
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng

(A) $\frac{\sqrt{21}a}{28}$. (B) $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. (C) $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. (D) $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.



Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AB, vì SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$ suy ra $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.
Gọi I là tâm hình vuông $ABCD$, M là trung điểm của BI. Ta có $HM \perp BD$.
Mà $\begin{cases} BD \perp HM \\ BD \perp SH \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHM)$
Từ H kẻ $HK \perp SM \Rightarrow HK \perp BD$ (Vì $BD \perp (SHM)$)
$\Rightarrow HK \perp (SBD) \Rightarrow \mathrm{d}(H,(SBD)) = HK$.



Ta có $HM = \frac{AI}{2} = \frac{AC}{4} = \frac{\sqrt{2}a}{4}$, $SH = \frac{\sqrt{3}a}{2}$ nên

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HM^2} + \frac{1}{HS^2} = \frac{8}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{28}{3a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{21}}{14}.$$

Vậy $\mathrm{d}(C,(SBD))=\mathrm{d}(A,(SBD))=2\mathrm{d}(H,(SBD))=2HK=2\cdot\dfrac{\sqrt{21}a}{14}=\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 40. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

(A) $\dfrac{13}{27}$. (B) $\dfrac{14}{27}$. (C) $\dfrac{1}{2}$. (D) $\dfrac{365}{729}$.

Lời giải.

Gọi A là tập hợp 27 số nguyên dương đầu tiên, ta có $A=\{1;2;3;\ldots;26;27\}$.
Phép thẻ chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ A có $n(\Omega)=\mathrm{C}_{27}^2=351$.
Tổng hai số chọn được là số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đó đều chẵn hoặc đều lẻ. Do đó ta có các khả năng sau:

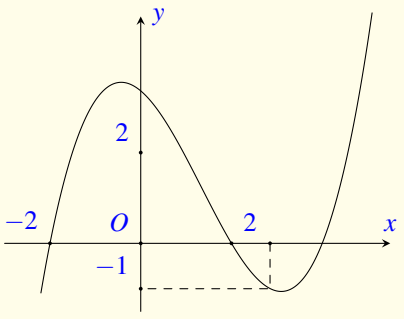
- Hai số lấy được từ A là hai số chẵn, có $\mathrm{C}_{13}^2=78$ khả năng.
- Hai số lấy được tà A là hai số lẻ, có $\mathrm{C}_{14}^2=91$ khả năng.

Do đó khả năng để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là $78+91=169$.
Xác suất cần tìm là $\mathrm{p}(A)=\dfrac{169}{351}=\dfrac{13}{27}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 41.
Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{1}{2}$ là

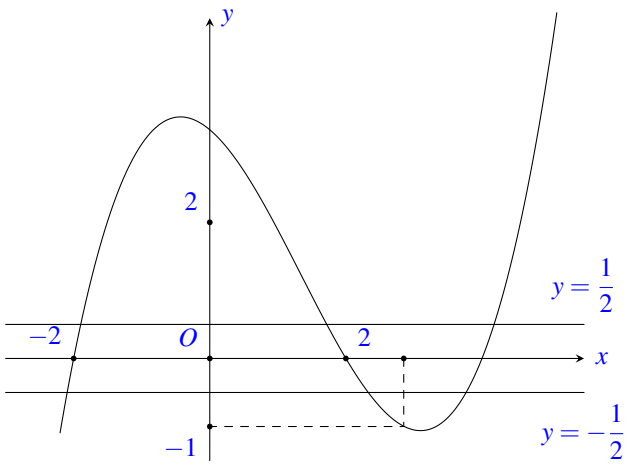
(A) 6. (B) 10. (C) 12. (D) 3.



Lời giải.

Ta có $|f(x^3-3x)|=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} f(x^3-3x)=\dfrac{1}{2} & (1)\\ f(x^3-3x)=-\dfrac{1}{2} & (2).\end{array}\right.$

Từ đồ thị ta có



- $(1) \Leftrightarrow f\left(x^3-3x\right)=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^3-3x=\alpha_1 & (-2<\alpha_1<0) \\ x^3-3x=\alpha_2 & (0<\alpha_2<2) \\ x^3-3x=\alpha_3 & (\alpha_3>2)\,. \end{array}\right.$
- $(2) \Leftrightarrow f\left(x^3-3x\right)=-\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^3-3x=\alpha_4 & (\alpha_4<-2) \\ x^3-3x=\alpha_5 & (\alpha_5>2) \\ x^3-3x=\alpha_6 & (\alpha_6>2)\,. \end{array}\right.$

Xét hàm số $y=x^3-3x$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có $y'=3x^2-3$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có

- Phương trình $x^3-3x=\alpha_1$ có 3 nghiệm.
- Phương trình $x^3-3x=\alpha_2$ có 3 nghiệm.
- Mỗi phương trình $x^3-3x=\alpha_3$, $x^3-3x=\alpha_4$, $x^3-3x=\alpha_5$, $x^3-3x=\alpha_6$ đều có một nghiệm.

Từ đó suy ra phương trình $\left|f\left(x^3-3x\right)\right|=\dfrac{1}{2}$ có 10 nghiệm.

Chọn đáp án B □

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(5)=1$ và $\displaystyle\int_0^1 xf(5x)\,\mathrm{d}x=1$,

khi đó $\int\limits_0^1 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 15. (B) 23. (C) $\frac{123}{5}$. (D) -25.

Lời giải.

Biến đổi tích phân từng phần ta được

$$I = \int\limits_0^5 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^5 x^2 d\left(f(x)\right) = x^2\cdot f(x)\Big|_0^5 - \int\limits_0^5 f(x)\,\mathrm{d}\left(x^2\right)$$

$$= 25\cdot f(5) - 0\cdot f(x) - \int\limits_0^5 f(x)\cdot 2x\,\mathrm{d}x = 25 - 2\int\limits_0^5 xf(x)\,\mathrm{d}x.$$

Đặt $5x = t \Rightarrow \mathrm{d}t = \frac{1}{5}\mathrm{d}x \Rightarrow 1 = \int\limits_0^1 xf(5x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^5 \frac{t}{5}f(t)\frac{1}{5}\mathrm{d}t = \frac{1}{25}\int\limits_0^5 tf(t)\,\mathrm{d}t.$

Suy ra $\int\limits_0^5 xf(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^5 tf(t)\,\mathrm{d}t = 25.$

Vậy $I = 25 - 2\times 25 = -25$.

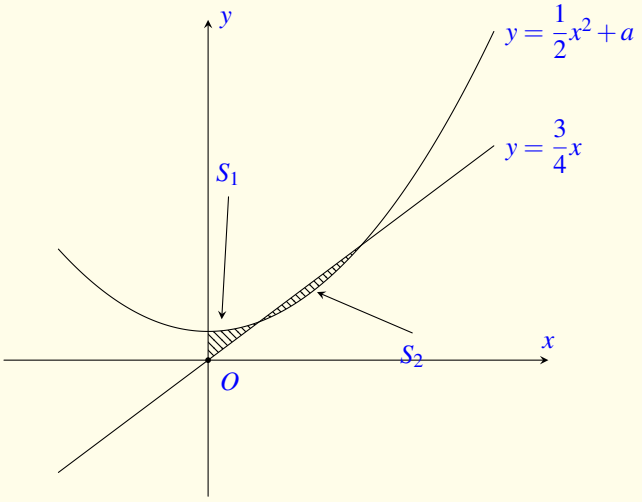
Chọn đáp án (D) □

Câu 43.

Cho đường thẳng $y = \frac{3}{4}x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$, (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(\frac{1}{4};\frac{9}{32}\right)$. (B) $\left(\frac{3}{16};\frac{7}{32}\right)$.

(C) $\left(0;\frac{3}{16}\right)$. (D) $\left(\frac{7}{32};\frac{1}{4}\right)$.



Lời giải.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm là

$$\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 4a = 0.$$

Theo đề bài phương trình có hai nghiệm $0 < x_1 < x_2$ thỏa mãn $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{3}{2} & (*) \\ x_1 x_2 = 2a & (**). \end{cases}$

Từ đồ thị đề bài, ta có

$$S_1 - S_2 = 0 \Leftrightarrow \int_0^{x_1} \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a\right) \mathrm{d}x + \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a\right) \mathrm{d}x = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_0^{x_2} \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a\right) \mathrm{d}x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{8}x^2 + ax\right)\Big|_0^{x_2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{6}x_2^3 - \frac{3}{8}x_2^2 + ax_2 = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{x_2^2}{6} + \frac{3x_2}{8}. \quad (***)$$

Từ $(*)$ ta suy ra $x_1 = \dfrac{3}{2} - x_2$, thay vào $(**)$ ta được

$$\left(\frac{3}{2} - x_2\right)x_2 = -\frac{x_2^2}{3} + \frac{3x_2}{4} \Leftrightarrow \frac{2x_2^2}{3} - \frac{3x_2}{4} = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{9}{8} \Rightarrow a = \frac{27}{128}.$$

Vậy $a \in \left(\dfrac{3}{16}; \dfrac{7}{32}\right)$.

Chọn đáp án B □

Câu 44. Xét số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn các số phức $w = \dfrac{3+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A $2\sqrt{3}$. B 20. C 12. D $2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $w = \dfrac{3+iz}{1+z} \Leftrightarrow w + wz = 3 + iz \Leftrightarrow w - 3 = (i-w)z$. Lấy mô-đun hai vế ta được

$$|w-3| = |(i-w)z| \Leftrightarrow |w-3| = |(i-w)||z|. \quad (*)$$

Gọi $w = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó ta có

$$(*) \Leftrightarrow |w-3| = |(i-w)||z| \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (1-y)^2} \cdot \sqrt{2}$$
$$\Leftrightarrow (x-3)^2 + y^2 = 2x^2 + 2(1-y)^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 6x - 4y - 7 = 0.$$

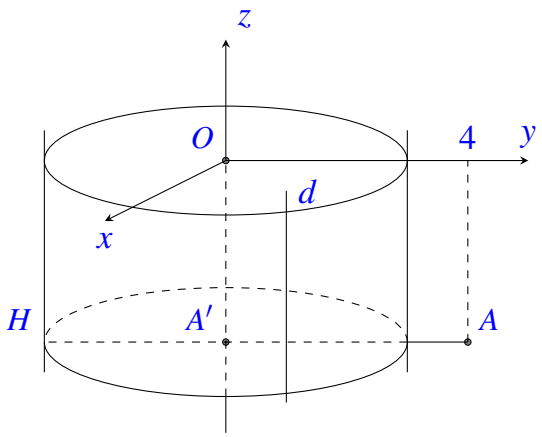
Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức w thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ là đường tròn có tâm $I(-3;2)$ và bán kính bằng $2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án D □

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây ?

A $P(-3;0;-3)$. B $Q(0;11;-3)$. C $N(0;3;-5)$. D $M(0;-3;-5)$.

Lời giải.



Vì d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3 nên d là đường sinh của hình trụ có trục là Oz và có bán kính đáy $r=3$.
Gọi A' là hình chiếu của A lên trục Oz, dễ thấy $A'(0;0;-3)$ và $AA'=4$.
Gọi $H(x;y;z)$ là hình chiếu của A lên d.
AH lớn nhất khi A, A', H thẳng hàng và $AH=AA'+A'H=AA'+r=4+3=7$.

Khi đó $\overrightarrow{AH}=\dfrac{7}{4}\overrightarrow{AA'} \Leftrightarrow (x;y-4;z+3)=\dfrac{7}{4}(0;-4;0) \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-3 \\ z=-3 \end{cases} \Rightarrow H(0;-3;-3)$.

Vậy d qua $H(0;-3;-3)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{k}=(0;0;1)$ nên có phương trình $\begin{cases} x=0 \\ y=-3 \\ z=-3+t \end{cases}$

suy ra d đi qua điểm $M(0;-3;-5)$.

Chọn đáp án D □

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+\left(z-\sqrt{2}\right)^2=3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a,b,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau ?

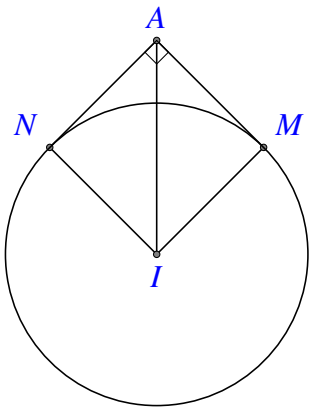
A) 12. B) 4. C) 8. D) 16.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I\left(0;0;\sqrt{2}\right)$ và bán kính $R=\sqrt{3}$; $A\in(Oxy) \Rightarrow A(a;b;0)$.
Để có ít nhất hai tiếp tuyến qua A thỏa mãn bài toán thì ta có hai trường hợp

TH1: $A\in(S) \Leftrightarrow IA=R=\sqrt{3}$.

TH2: $A \notin (S)$, khi đó để tồn tại hai tiếp tuyến vuông góc nhau thì hình nón sinh ra bởi các tiếp tuyến vẽ từ A phải có góc ở đỉnh không nhỏ hơn 90°. Tức là



$$\begin{aligned} & \widehat{MAN} \geq 90^\circ \Leftrightarrow \widehat{MAI} \geq 45^\circ \\ \Leftrightarrow \quad & \sin\widehat{MAI} \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{IM}{IA} \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \Leftrightarrow \quad & \frac{\sqrt{3}}{IA} \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow IA \leq \sqrt{6}. \end{aligned}$$

Do đó, yêu cầu bài toán xảy ra khi và chỉ khi

$$\sqrt{3} \leq IA \leq \sqrt{6} \Leftrightarrow 3 \leq IA^2 \leq 6 \Leftrightarrow 3 \leq a^2+b^2+2 \leq 6 \Leftrightarrow 1 \leq a^2+b^2 \leq 4.$$

Do $a, b \in \mathbb{Z}$ nên ta xét các trường hợp sau

- Nếu $a = 0$ thì $b \in \{\pm 1, \pm 2\}$
- Nếu $b = 0$ thì $a \in \{\pm 1, \pm 2\}$
- Nếu $a \neq 0$ và $b \neq 0$ thì $\begin{cases} a = \pm 1 \\ b = \pm 1. \end{cases}$

Vậy có 12 điểm A thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án (B) □

Câu 47. Cho phương trình $\left(2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2\right)\sqrt{3^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

(A) 79. (B) 80. (C) vô số. (D) 81.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ 3^x - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 3^x \geq m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq \log_3 m \end{cases}$.

- **TH1:** Với $m = 1$, phương trình trở thành

$$\left(2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2\right)\sqrt{3^x - 1} = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2 = 0 \\ 3^x - 1 = 0 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = -\dfrac{1}{2} \\ 3^x = 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 4 \\ x = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ x = 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 4 \\ x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}. \end{bmatrix}$$

Vậy nhận giá trị $m = 1$.

TH2: Với $m>1$, phương trình trở thành

$$\left(2\log_2^2 x-3\log_2 x-2\right)\sqrt{3^x-m}=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}2\log_2^2 x-3\log_2 x-2=0\\3^x-m=0\end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow\begin{bmatrix}\log_2 x=2\\\log_2 x=-\dfrac{1}{2}\\3^x=m\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=4\\x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\\x=\log_3 m.\end{bmatrix}$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\dfrac{1}{\sqrt{2}}\le\log_3 m<4\Leftrightarrow 3^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\le m<3^4$.

Mà $m>1$ nên ta có $m\in\{3,4,\ldots,80\}$, có 78 giá trị của m.

Vậy có 79 giá trị nguyên dương của m để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án (A) □

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2+2x)$ là

(A) 3. (B) 9. (C) 5. (D) 7.

Lời giải.

Ta có $y'=(2x+2)f'\left(x^2+2x\right)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}2x+2=0\\x^2+2x=a,\quad a<-1\\x^2+2x=b,\quad -1<b<0\\x^2+2x=c,\quad 0<c<1\\x^2+2x=d,\quad d>1.\end{bmatrix}$

Xét hàm số $g(x)=x^2+2x$ xác định trên $\mathbb{R}$, có $y'=2x+2$, ta có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta được $y'=0$ có 7 nghiệm đơn nên hàm số đã cho có 7 điểm cực trị.

Chọn đáp án (D) □

Câu 49. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N và P lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích V của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

A $V=12\sqrt{3}$. **B** $V=16\sqrt{3}$. **C** $V=\dfrac{28\sqrt{3}}{3}$. **D** $V=\dfrac{40\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Ta có $V_{ABC.A'B'C'}=8\cdot\dfrac{4^2\sqrt{3}}{4}=32\sqrt{3}$.

Và ta cũng có $V_{C'.ABC}=V_{A.BC'B'}=\dfrac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$.

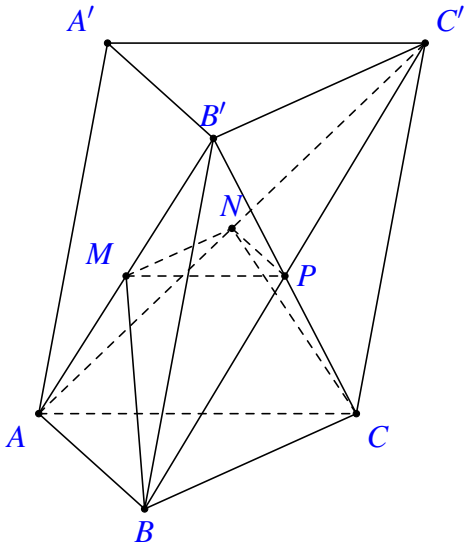
Khối đa diện cần tìm $V=V_{C.ABPN}+V_{M.ANPB}$.

Do N, P là trung điểm của AC' và BC' nên

$$S_{ANPB}=\frac{3}{4}S_{ABC'}$$

Từ đó ta suy ra

$$V_{C.ABPN}=\frac{3}{4}V_{C'.ABC}=\frac{1}{4}V_{ABC.A'B'C'}.$$
$$V_{M.ANPB}=\frac{1}{2}V_{B'ANPB}=\frac{3}{8}V_{B'.ABC'}=\frac{1}{8}V_{ABC.A'B'C'}.$$



Vậy thể tích khối cần tìm

$$V=\frac{1}{4}V_{ABC.A'B'C'}+\frac{1}{8}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{3}{8}V_{ABC.A'B'C'}=12\sqrt{3}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 50. Cho hai hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}+\dfrac{x+3}{x+4}$ và $y=|x+1|-x+m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biệt là

A $(3;+\infty)$. **B** $(-\infty;3]$. **C** $(-\infty;3)$. **D** $[3;+\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases}x\neq-1\\x\neq-2\\x\neq-3\\x\neq-4.\end{cases}$

Ta có phương trình hoành độ giao điểm

$$\begin{aligned}&\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}+\frac{x+2}{x+3}+\frac{x+3}{x+4}=|x+1|-x+m\\ \Leftrightarrow\ &\left(1-\frac{1}{x+1}\right)+\left(1-\frac{1}{x+2}\right)+\left(1-\frac{1}{x+3}\right)+\left(1-\frac{1}{x+4}\right)=|x-1|-x+m\\ \Leftrightarrow\ &x-|x+1|+4-\left(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x+4}\right)=m\quad(*).\end{aligned}$$

Đặt $\mathscr{D}_1=(-1;+\infty)$ và $\mathscr{D}_2=(-\infty;-4)\cup(-4;-3)\cup(-3;-2)\cup(-2;-1)$, ta có

$$(*)\Leftrightarrow\left[\begin{aligned}&3-\left(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x+4}\right)=m && \text{khi } x\in\mathscr{D}_1\\ &2x+5-\left(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x+4}\right)=m && \text{khi } x\in\mathscr{D}_2.\end{aligned}\right.$$

Đặt $f(x)=\begin{cases}3-\left(\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{1}{x+4}\right) & \text{khi } x\in\mathscr{D}_1\\ 2x+5-\left(\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{1}{x+4}\right) & \text{khi } x\in\mathscr{D}_2.\end{cases}$

Có $f'(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{(x+1)^2}+\dfrac{1}{(x+2)^2}+\dfrac{1}{(x+3)^2}+\dfrac{1}{(x+4)^2} & \text{khi } x\in\mathscr{D}_1\\ 2+\dfrac{1}{(x+1)^2}+\dfrac{1}{(x+2)^2}+\dfrac{1}{(x+3)^2}+\dfrac{1}{(x+4)^2} & \text{khi } x\in\mathscr{D}_2.\end{cases}$

Vậy hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định, ta có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-4		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$		$+$		$+$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$ $-\infty$	↗	$+\infty$ $-\infty$	↗	$+\infty$ $-\infty$	↗	$+\infty$ $-\infty$	↗	3 $-\infty$

Do đó để phương trình có 4 nghiệm phân biệt thì $m\geq 3\Rightarrow m\in[3;+\infty)$.

Chọn đáp án (D) □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 56

1. A	2. C	3. C	4. D	5. D	6. C	7. C	8. C	9. B	10. B
11. D	12. B	13. B	14. C	15. C	16. C	17. D	18. A	19. B	20. B
21. D	22. A	23. C	24. C	25. A	26. D	27. B	28. C	29. B	30. D
31. A	32. C	33. C	34. A	35. B	36. D	37. B	38. A	39. D	40. A
41. B	42. D	43. B	44. D	45. D	46. B	47. A	48. D	49. A	50. D

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 103
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y+z-2=0$. Véc-tơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của (P).

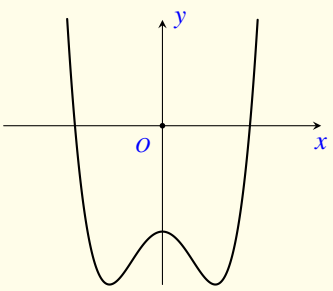
(A) $\vec{n}_3=(-3;1;-2)$. (B) $\vec{n}_2=(2;-3;-2)$. **(C)** $\vec{n}_1=(2;-3;1)$. (D) $\vec{n}_4=(2;1;-2)$.

Lời giải.

Ta có véc-tơ $\vec{n}_1=(2;-3;1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).

Chọn đáp án C □

Câu 2.
Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



(A) $y=x^3-3x^2-2$. **(B)** $y=x^4-2x^2-2$.

(C) $y=-x^3+3x^2-2$. (D) $y=-x^4+2x^2-2$.

Lời giải.

Quan sát đồ thị ta thấy đồ thị có dạng bậc 4 và $a>0$ nên $y=x^4-2x^2-2$.

Chọn đáp án B □

Câu 3. Số cách chọn 2 học sinh từ 6 học sinh là

(A) A_6^2. **(B)** C_6^2. (C) 2^6. (D) 6^2.

Lời giải.

Số cách chọn 2 học sinh từ 6 học sinh là C_6^2.

Chọn đáp án B □

Câu 4. Biết $\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=2$ và $\int_1^2 g(x)\,\mathrm{d}x=6$, khi đó $\int_1^2 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 4. (B) -8. (C) 8. **(D)** -4.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_1^2 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_1^2 g(x)\,\mathrm{d}x = 2-6 = -4$.

Chọn đáp án D

Câu 5. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=8$ là

A $x=\dfrac{3}{2}$. B $x=2$. C $x=\dfrac{5}{2}$. D $x=1$.

Lời giải.

Ta có $2^{2x-1}=8 \Leftrightarrow 2^{2x-1}=2^3 \Leftrightarrow 2x-1=3 \Leftrightarrow x=2$.

Chọn đáp án B

Câu 6. Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là

A $\pi r^2 h$. B $\dfrac{4}{3}\pi r^2 h$. C $2\pi r^2 h$. D $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Chọn đáp án D

Câu 7. Số phức liên hợp của số phức $1-2i$ là

A $-1-2i$. B $1+2i$. C $-2+i$. D $-1+2i$.

Lời giải.

Theo định nghĩa số phức liên hợp của số phức $1-2i$ là số phức $1+2i$.

Chọn đáp án B

Câu 8. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A $\dfrac{4}{3}Bh$. B $3Bh$. C $\dfrac{1}{3}Bh$. D Bh.

Lời giải.

Theo công thức tính thể tích lăng trụ là Bh.

Chọn đáp án D

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại

(A) $x=2$. (B) $x=-2$. (C) $x=3$. **D** $x=1$.

Lời giải.

Hàm số $f(x)$ xác định tại $x=1$, $f'(1)=0$ và đạo hàm đổi dấu từ $(+)$ sang $(-)$ khi đi qua $x=1$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Chọn đáp án D □

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

(A) $(0;0;-1)$. (B) $(2;0;-1)$. **C** $(0;1;0)$. (D) $(2;0;0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1-1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0;1;0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

(A) 3. (B) -4. (C) 8. **D** 4.

Lời giải.

Ta có $u_2=6 \Leftrightarrow u_1+d=6 \Leftrightarrow 2+d=4 \Leftrightarrow d=4$.

Chọn đáp án D □

Câu 12. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+3$ là

(A) $2x^2+C$. **B** x^2+3x+C. (C) $2x^2+3x+C$. (D) x^2+C.

Lời giải.

Ta có $\int (2x+3)\,\mathrm{d}x = x^2+3x+C$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\mathrm{d}\colon \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{2}$. Vec-tơ nào dưới đây là một vec-tơ chỉ phương của d?

A $\vec{u_2}=(1;-3;2)$. B $\vec{u_3}=(-2;1;3)$. C $\vec{u_1}=(-2;1;2)$. D $\vec{u_4}=(1;3;2)$.

Lời giải.

Đường thẳng $\mathrm{d}\colon \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{2}$ có một vec-tơ chỉ phương là $\vec{u_2}=(1;-3;2)$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 14. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

A $3\log_2 a$. B $\dfrac{1}{3}\log_2 a$. C $\dfrac{1}{3}+\log_2 a$. D $3+\log_2 a$.

Lời giải.

Ta có $\log_2 a^3=3\log_2 a$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

A $(-1;0)$. B $(-1;+\infty)$. C $(-\infty;-1)$. D $(0;1)$.

Lời giải.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 0.

Lời giải.

Ta có $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{3}{2}(1)$.

Số nghiệm thực của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$.

Từ bảng biến thiên đã cho của hàm số $f(x)$, ta thấy đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Do đó phương trình (1) có ba nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án (C) □

Câu 17. Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=2+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức z_1+2z_2 có tọa độ là

(A) $(2;5)$. (B) $(3;5)$. (C) $(5;2)$. (D) $(5;3)$.

Lời giải.

Ta có $z_1+2z_2=(1+i)+2(2+i)=5+3i$.

Do đó điểm biểu diễn số phức z_1+2z_2 có tọa độ là $(5;3)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 18. Hàm số $y=2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

(A) $(x^2-x)\cdot 2^{x^2-x-1}$. (B) $(2x-1)\cdot 2^{x^2-x}$.

(C) $2^{x^2-x}\cdot \ln 2$. (D) $(2x-1)\cdot 2^{x^2-x}\cdot \ln 2$.

Lời giải.

Ta có $y'=(x^2-x)'\cdot 2^{x^2-x}\cdot \ln 2=(2x-1)\cdot 2^{x^2-x}\cdot \ln 2$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 19. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

(A) 18. (B) 2. (C) -18. (D) -2.

Lời giải.

Ta có $y'=3x^2-3=0\Leftrightarrow x=\pm1\in(-3;3)$
$f(-3)=-18; f(-1)=2; f(1)=-2; f(3)=18$.
Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-3;3]$ là 18.

Chọn đáp án (A) □

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 2. (B) 0. (C) 1. (D) 3.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$
Xét dấu của đạo hàm

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

Ta thấy đạo hàm đổi dấu đúng 1 lần nên hàm số đã cho có đúng 1 điểm cực trị.

Chọn đáp án (C) □

Câu 21. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2b^3=16$. Giá trị của $2\log_2 a+3\log_2 b$ bằng

(A) 8. (B) 16. (C) 4. (D) 2.

Lời giải.

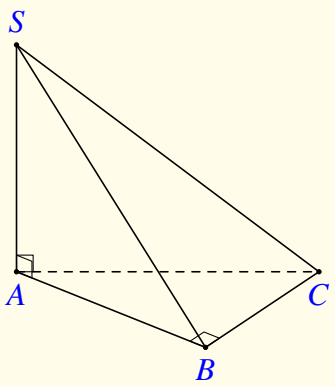
Ta có $2\log_2 a+3\log_2 b=\log_2(a^2b^3)=\log_2 16=4$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 22.

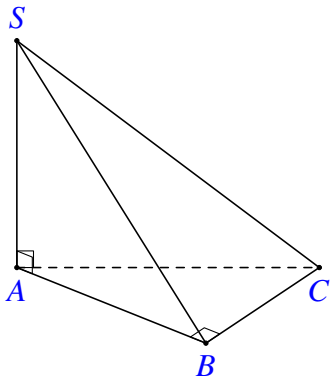
Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). $SA = \sqrt{2}a$. Tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A $45°$. **B** $60°$. **C** $30°$. **D** $90°$.



Lời giải.

Ta có AC là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng (ABC).
Suy ra góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng $\widehat{SCA} = \varphi$.
Ta có $AC = a\sqrt{2}, SA = a\sqrt{2}$ nên tam giác SAC vuông cân tại $A \Rightarrow \varphi = 45°$.



Chọn đáp án A □

Câu 23. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng $1m$ và $1,8m$. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và có thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây ?

A $2,8m$. **B** $2,6m$. **C** $2,1m$. **D** $2,3m$.

Lời giải.

Gọi hai bể nước hình trụ ban đầu lần lượt có chiều cao là h, bán kính r_1, r_2, thể tích là V_1, V_2.
Ta có một bể nước mới có chiều cao h, $V = V_1 + V_2$.
$\Rightarrow \pi r^2 h = \pi r_1^2 h + \pi r_2^2 h \Rightarrow \pi r^2 h = \pi \cdot 1^2 \cdot h + \pi \cdot 1,8^2 \cdot h \Leftrightarrow r = \sqrt{1 + 1,8^2} \approx 2,1m$.

Chọn đáp án C □

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) + 1 = \log_2(3x-1)$ là

A $x = 3$. **B** $x = 2$. **C** $x = -1$. **D** $x = 1$.

Lời giải.

Điều kiện phương trình $x > \dfrac{1}{3}$.

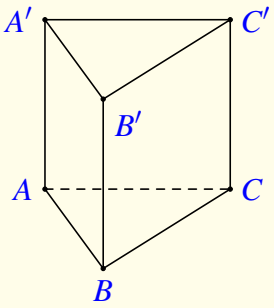
$$\begin{aligned} & \log_2(x+1)+1=\log_2(3x-1) \\ \Leftrightarrow\ & \log_2[(x+1)\cdot 2]=\log_2(3x-1) \\ \Leftrightarrow\ & 2(x+1)=3x-1 \\ \Leftrightarrow\ & x=3 \text{ (Thỏa mãn điều kiện phương trình).} \end{aligned}$$

Vậy nghiệm phương trình là $x=3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 25. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và $AA'=3a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $2\sqrt{3}a^3$. (B) $\sqrt{3}a^3$. (C) $6\sqrt{3}a^3$. (D) $3\sqrt{3}a^3$.



Lời giải.

Khối lăng trụ đã cho có đáy là tam giác đều có diện tích đáy là $\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}$ và chiều cao là $AA'=3a$ (do là lăng trụ đứng) nên có thể tích là $\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}\cdot 3a=3\sqrt{3}a^3$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+2y-2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

(A) 9. (B) $\sqrt{15}$. (C) $\sqrt{7}$. (D) 3.

Lời giải.

Mặt cầu đã cho có phương trình dạng $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$ có bán kính là $\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{1^2+1^2+7}=3$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;2)$ và $B(6;5;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

(A) $2x+2y-3z-17=0$. (B) $4x+3y-z-26=0$.

(C) $2x+2y-3z+17=0$. (D) $2x+2y+3z-11=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm của AB là $M(4;3;-1)$ và có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(4;4;-6)$ nên có phương trình là

$$\begin{aligned} & 4(x-4)+4(y-3)-6(z+1)=0 \\ \Leftrightarrow\ & 2(x-4)+2(y-3)-3(z+1)=0 \\ \Leftrightarrow\ & 2x+2y-3z-17=0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án A ..... □

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có báng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	1	↘	$-\infty$ ‖ 2	↘	-3	↗	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A 1. B 2. C 3. D 4.

Lời giải.

Nhìn bảng biến thiên ta thấy

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=-\infty \Rightarrow x=0$ là TCĐ của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=3 \Rightarrow y=3$ là TCN của đồ thị hàm số.

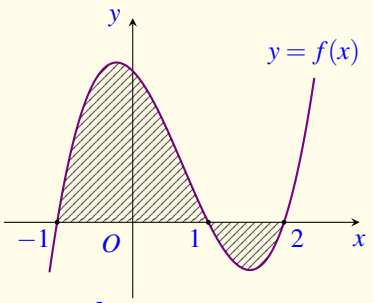
$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=1 \Rightarrow y=1$ là TCN của đồ thị hàm số.

Vậy hàm số có 3 tiệm cận.

Chọn đáp án C ..... □

Câu 29.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), y=0, x=-1, x=2$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A $S=-\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x.$

B $S=-\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x.$

C $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

D $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

$S=\int\limits_{-1}^{2}|f(x)|\,\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1}|f(x)|\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2}|f(x)|\,\mathrm{d}x$

Nhìn hình ta thấy hàm số $f(x)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn $[-1;1]$

nên $\int\limits_{-1}^{1}|f(x)|\,\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Hàm số $f(x)$ liên tục và nhận giá trị âm trên đoạn $[1;2]$

nên $\int\limits_{1}^{2}|f(x)|\,\mathrm{d}x=-\int\limits_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Vậy $S=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án C □

Câu 30. Gọi z_1,z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+5=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

A 6. **B** 8. **C** 16. **D** 26.

Lời giải.

$\triangle'=b'^2-ac=4-5=-1$.

Phương trình có 2 nghiệm phức $z_1=-2+i, z_2=-2-i$.

Nên $z_1^2+z_2^2=(-2+i)^2+(-2-i)^2=4-4i+i^2+4+4i+i^2=8+2i^2=8-2=6$.

Chọn đáp án A □

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(0;0;2), B(2;1;0), C(1;2;-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD) có phương trình là

A $\begin{cases}x=3+3t\\ y=-2+2t\\ z=1-t\end{cases}$. **B** $\begin{cases}x=3\\ y=2\\ z=-1+2t\end{cases}$. **C** $\begin{cases}x=3+3t\\ y=2+2t\\ z=1-t\end{cases}$. **D** $\begin{cases}x=3t\\ y=2t\\ z=2+t\end{cases}$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (BCD).

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-1;1;-1); \overrightarrow{BD}=(0;-1;-2)$.

Mặt phẳng (BCD) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(BCD)}=\left[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BC}\right]=(3;2;-1)$.

Gọi $\vec{u}_d$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.
Vì $d \perp (BCD)$ nên $\vec{u_d} = \vec{n}_{(BCD)} = (3;2;-1)$.
Đáp án $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=-1+2t \end{cases}$ và $\begin{cases} x=3t \\ y=2t \\ z=2+t \end{cases}$ có vec-tơ chỉ phương không cùng phương với vec-tơ $\vec{u_d} = (3;2;-1)$ nên loại.
Ta thấy điểm $A(0;0;2)$ không thỏa hệ $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-2+2t \\ z=1-t \end{cases}$ nên loại đáp án $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-2+2t \\ z=1-t \end{cases}$.

Chọn đáp án C □

Câu 32. Cho số z thỏa mãn $(2+i)z-4(\overline{z}-i) = -8+19i$. Mô-đun của z bằng
A 13. B 5. C $\sqrt{13}$. D $\sqrt{5}$.

Lời giải.

Gọi $z = a+bi; \overline{z} = a-bi\,(a,b \in \mathbb{R})$.
Ta có

$$\begin{aligned} &(2+i)z-4(\overline{z}-i) = -8+19i \\ \Leftrightarrow &(2+i)(a+bi)-4(a-bi-i) = -8+19i \\ \Leftrightarrow &-2a-b+(a+6b+4) = -8+19i \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} -2a-b=-8 \\ a+6b+4=19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases}. \end{aligned}$$

Vậy $z = 3+2i \Rightarrow |z| = \sqrt{13}$.

Chọn đáp án C □

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
A $(3;4)$. B $(2;3)$. C $(-\infty;-3)$. D $(0;2)$.

Lời giải.

Ta có $y' = -2 \cdot f'(3-2x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) \leq 0$
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-2x \leq -3 \\ -1 \leq 3-2x \leq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 3 \\ 1 \leq x \leq 2 \end{array}\right.$.
Vậy hàm số $y = f(3-2x)$ đồng biến trên khoảng $(3;4)$.

Chọn đáp án (A) ☐

Câu 34. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{(x+2)^2}$ trên khoảng $(-2;+\infty)$ là

(A) $2\ln(x+2)+\dfrac{1}{x+2}+C$.
(B) $2\ln(x+2)-\dfrac{1}{x+2}+C$.
(C) $2\ln(x+2)-\dfrac{3}{x+2}+C$.
(D) $2\ln(x+2)+\dfrac{3}{x+2}+C$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int\frac{2x+4-3}{(x+2)^2}\,\mathrm{d}x=\int\left[\frac{2}{x+2}-\frac{3}{(x+2)^2}\right]\mathrm{d}x=2\ln|x+2|+\frac{3}{x+2}+C$.

Chọn đáp án (D) ☐

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\sin^2x+1,\forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\dfrac{\pi^2+15\pi}{16}$.
(B) $\dfrac{\pi^2+16\pi-16}{16}$.
(C) $\dfrac{\pi^2+16\pi-4}{16}$.
(D) $\dfrac{\pi^2-4}{16}$.

Lời giải.

Ta có $f(x)=\displaystyle\int\left(2\sin^2x+1\right)\mathrm{d}x=\int(2-\cos2x)\,\mathrm{d}x=2x-\frac{1}{2}\sin2x+C$.

Vì $f(0)=4\Rightarrow C=4$

Hay $f(x)=2x-\dfrac{1}{2}\sin2x+4$.

Suy ra $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}f(x)\,\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(2x-\frac{1}{2}\sin2x+4\right)\mathrm{d}x=x^2+\frac{1}{4}\cos2x+4x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi^2}{16}+\pi-\frac{1}{4}=\frac{\pi^2+16\pi-4}{16}$.

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 36. Cho phương trình $\log_9x^2-\log_3(5x-1)=-\log_3m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

(A) Vô số.
(B) 5.
(C) 4.
(D) 6.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases}x>\dfrac{1}{5}\\ m>0.\end{cases}$

Xét phương trình: $\log_9x^2-\log_3(5x-1)=-\log_3m\quad(1)$.

Cách 1.

$(1) \Leftrightarrow \log_3 x - \log_3(5x-1) = -\log_3 m \Leftrightarrow \log_3 \dfrac{5x-1}{x} = \log_3 m \Leftrightarrow \dfrac{5x-1}{x} = m \Leftrightarrow 5 - \dfrac{1}{x} = m \quad (2)$.

Xét $f(x) = 5 - \dfrac{1}{x}$ trên khoảng $\left(\dfrac{1}{5}; +\infty\right)$.

Có $f'(x) = \dfrac{1}{x^2} > 0, \forall x \in \left(\dfrac{1}{5}; +\infty\right)$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(5 - \dfrac{1}{x}\right) = 5$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\dfrac{1}{5}$		$+\infty$
y'		$+$	
y		$\nearrow$	5
	0		

Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ phương trình (2) có nghiệm $x > \dfrac{1}{5}$.

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $0 < m < 5$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m > 0$ nên $m \in \{1;2;3;4\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm.

Cách 2.

Với $\begin{cases} x > \dfrac{1}{5} \\ m > 0 \end{cases}$, ta có

$$\begin{aligned}(1) &\Leftrightarrow \log_3 x - \log_3(5x-1) = -\log_3 m \Leftrightarrow \log_3 \frac{5x-1}{x} = \log_3 m \\ &\Leftrightarrow \frac{5x-1}{x} = m \\ &\Leftrightarrow (5-m)x = 1 \quad (2).\end{aligned}$$

Với $m = 5$, phương trình (2) thành $0 \cdot x = 1$ (vô nghiệm).

Với $m \neq 5$, $(2) \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{5-m}$.

Xét $x > \dfrac{1}{5} \Leftrightarrow \dfrac{1}{5-m} > \dfrac{1}{5} \Leftrightarrow \dfrac{m}{5\cdot(5-m)} > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 5$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m > 0$ nên $m \in \{1;2;3;4\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm.

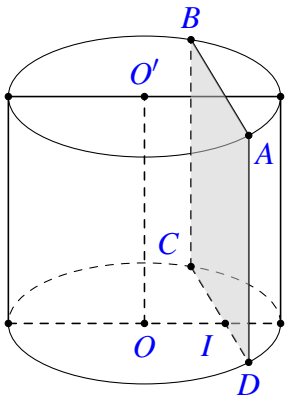
Chọn đáp án C □

Câu 37. Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng $12\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A $6\sqrt{10}\pi$. B $6\sqrt{34}\pi$. C $3\sqrt{10}\pi$. D $3\sqrt{34}\pi$.

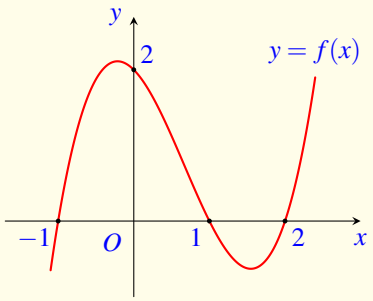
Lời giải.

Ta có: $S_{ABCD} = 12\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \cdot CD$
$\Rightarrow CD = 4$
$\Rightarrow CI = 2$
$\Rightarrow CO = \sqrt{CI^2 + IO^2} = \sqrt{5} = r.$
Vậy $S_{xq} = 2\pi rl = 6\sqrt{10}\pi.$



Chọn đáp án A □

Câu 38.
Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) < 2x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi



A $m > f(0)$. B $m > f(2) - 4$. C $m \geq f(0)$. D $m \geq f(2) - 4$.

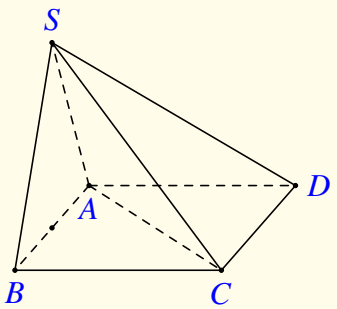
Lời giải.

Ta có $f(x) < 2x + m \Leftrightarrow m > f(x) - 2x \quad (1)$.
Đặt $g(x) = f(x) - 2x$, $x \in (0;2)$.
$\forall x \in (0;2), g'(x) = f'(x) - 2 < 0 \Rightarrow$ hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$.
Do đó (1) đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi $m \geq g(0) = f(0)$.

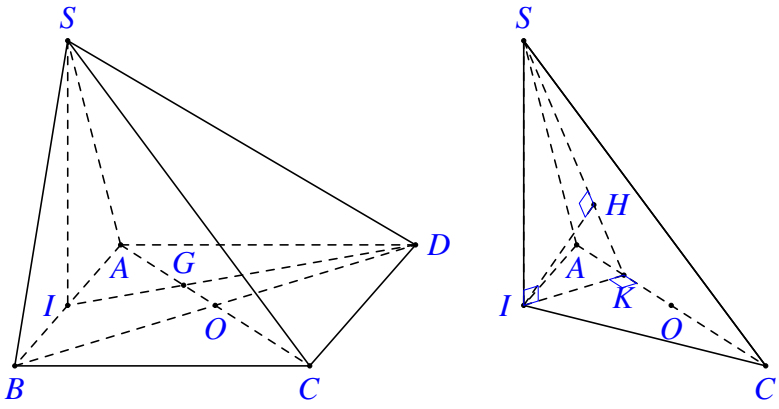
Chọn đáp án C □

Câu 39.
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAC) bằng

A $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. B $\frac{a\sqrt{21}}{28}$. C $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.



Lời giải.



* Gọi $O = AC \cap BD$ và G là trọng tâm tam giác ABD, I là trung điểm của AB.
Ta có $SI \perp (ABCD)$ và $\dfrac{\mathrm{d}(D;(SAC))}{\mathrm{d}(I;(SAC))} = \dfrac{DG}{IG} = 2$.
$\Rightarrow \mathrm{d}(D;(SAC)) = 2 \cdot \mathrm{d}(I;(SAC))$.
* Gọi K là trung điểm của AO suy ra $IK \parallel BO$.
* Do $BO \perp AC$ nên $IK \perp AC$.
* Ta lại có $AC \perp SI$ nên $AC \perp (SIK)$. Do đó $(SAC) \perp (SIK)$.
* Gọi H là hình chiếu của I lên SK ta có $IH \perp SK$.
* Do $(SIK) \cap (SAC) = SK \Rightarrow IH = \mathrm{d}(I,(SAC))$.
$\Rightarrow \mathrm{d}(D;(SAC)) = 2 \cdot \mathrm{d}(I;(SAC)) = 2 \cdot IH$.
* Xét tam giác SIK vuông tại I ta có
$SI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}; IK = \dfrac{BO}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.
$\dfrac{1}{IH^2} = \dfrac{1}{SI^2} + \dfrac{1}{IK^2} = \dfrac{4}{3a^2} + \dfrac{16}{2a^2} = \dfrac{28}{3a^2}$.
$\Rightarrow IH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$.
$\Rightarrow \mathrm{d}(D;(SAC)) = 2 \cdot IH = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Chọn đáp án D □

Câu 40. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 21 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A $\dfrac{11}{21}$. B $\dfrac{221}{441}$. C $\dfrac{10}{21}$. D $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

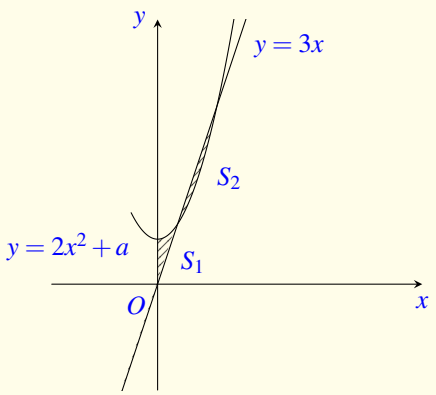
* Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{21}^2 = 210$.
* Gọi biến cố A: "Chọn được hai số có tổng là một số chẵn".
Trong 21 số nguyên dương đầu tiên có 11 số lẻ và 10 số chẵn.
Để hai số chọn được có tổng là một số chẵn điều kiện là cả hai số cùng chẵn hoặc cùng lẻ.
$\Rightarrow$ Số phần tử của biến cố A là $n(A) = \mathrm{C}_{10}^2 + \mathrm{C}_{11}^2 = 100$.
* Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{10}{21}$.

Chọn đáp án C □

Câu 41.

Cho đường thẳng $y=3x$ và parabol $y=2x^2+a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A $\left(\frac{4}{5};\frac{9}{10}\right)$. **B** $\left(0;\frac{4}{5}\right)$. **C** $\left(1;\frac{9}{8}\right)$. **D** $\left(\frac{9}{10};1\right)$.



Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $2x^2+a=3x \Leftrightarrow 2x^2-3x+a=0\ (1)$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 9-8a>0 \\ P=\frac{a}{2}>0 \\ S=\frac{3}{2}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<\frac{9}{8} \\ a>0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<a<\frac{9}{8}.$$

Ta được nghiệm của phương trình là $x=\frac{3\pm\sqrt{9-8a}}{4}$.

Gọi $x_1=\frac{3-\sqrt{9-8a}}{4}$; $x_2=\frac{3+\sqrt{9-8a}}{4}$.

Ta có

$$\begin{aligned} & S_1=S_2. \\ \Leftrightarrow & \int_0^{x_1}(2x^2+a-3x)\,\mathrm{d}x=-\int_{x_1}^{x_2}(2x^2+a-3x)\,\mathrm{d}x. \\ \Leftrightarrow & \int_0^{x_1}(2x^2+a-3x)\,\mathrm{d}x+\int_{x_1}^{x_2}(2x^2+a-3x)\,\mathrm{d}x=0. \\ \Leftrightarrow & \int_0^{x_2}(2x^2-3x+a)\,\mathrm{d}x=0. \\ \Leftrightarrow & \left(\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+ax\right)\Big|_0^{x_2}=0. \\ \Leftrightarrow & \frac{2}{3}(x_2)^3-\frac{2}{3}(x_2)^2+a(x_2)=0. \\ \Leftrightarrow & \frac{2}{3}(x_2)^2-\frac{3}{2}\cdot x_2+a=0\ (\ do\ x_2\neq 0\ ). \end{aligned}$$

Ta lại có x_2 là nghiệm của phương trình (1) nên x_2 là nghiệm của hệ phương trình sau

$$\begin{cases} \frac{2}{3}(x_2)^2-\frac{3}{2}x_2+a=0 \\ 2(x_2)^2-3x_2+a=0. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2}{3}(x_2)^2 - \dfrac{3}{2}x_2 - 2(x_2)^2 + 3x_2 = 0 \\ a = -2(x_2)^2 + 3x_2. \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{-4}{3}(x_2)^2 + \dfrac{3}{2}x_2 = 0 \\ a = -2(x_2)^2 + 3x_2. \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \dfrac{9}{8} \\ a = \dfrac{27}{32}. \end{cases}$$

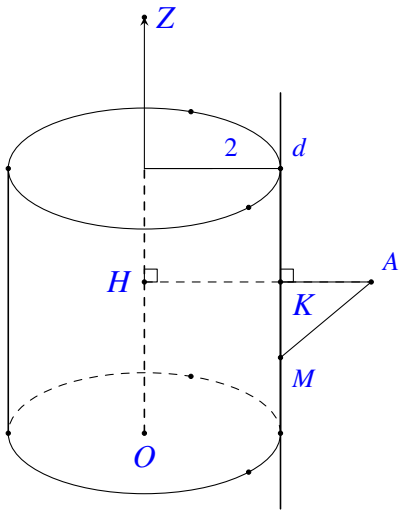
Chọn đáp án A □

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi song song với Oz và cách Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất thì d đi qua điểm nào dưới đây?

A $P(-2;0;-2)$. B $N(0;-2;-5)$. C $Q(0;2;-5)$. D $M(0;4;-2)$.

Lời giải.

Vì d song song với Oz và cách Oz một khoảng bằng 2 nên d thuộc mặt trụ trục Oz và bán kính bằng 2.
Có $H(0;0;-2)$ là hình chiếu vuông góc của $A(0;3;-2)$ trên Oz.
Có $\overrightarrow{HA} = (0;3;0) \Rightarrow HA = 3$ nên A nằm ngoài mặt trụ.
Gọi (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với Oz.
M là điểm trên d.
Gọi K là giao điểm của AH và mặt trụ (K nằm giữa A và H).
Dễ thấy $AM \geq AK; AK = AH - \mathrm{d}(OZ;d) = 1 = \mathrm{d}(A;d)$.
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv K$.
Khi đó ta có $\overrightarrow{HK} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{HA} \Rightarrow K(0;2;-2)$.



$$\Rightarrow d: \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \\ z = -2 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Với $t = -3$ ta thấy d đi qua điểm Q.

Chọn đáp án C □

Câu 43. Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = \dfrac{2+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A 10. B $\sqrt{2}$. C 2. D $\sqrt{10}$.

Lời giải.

Gọi số phức $w=x+yi;x,y\in\mathbb{R}$. Khi đó

$$\begin{aligned}
& w=\frac{2+iz}{1+z}.\\
\Leftrightarrow\ & w(1+z)=2+iz.\\
\Leftrightarrow\ & w-2=z(i-w).\\
\Rightarrow\ & |w-2|=|z(i-w)|.\\
\Leftrightarrow\ & |w-2|=|z|\cdot|z(i-w)|.\\
\Leftrightarrow\ & (x-2)^2+y^2=2(x^2+(1-y)^2).\\
\Leftrightarrow\ & (x+2)^2+(y-2)^2=10\ \ (*).
\end{aligned}$$

Từ $(*)$ suy ra điểm biểu diễn số phức w là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{10}$.

Chọn đáp án D □

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(6)=1$ và $\displaystyle\int_0^1 xf(6x)\,\mathrm{d}x=1$, khi đó $\displaystyle\int_0^6 x^2f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{107}{3}$. B 34. C 24. D -36.

Lời giải.

Theo bài ra $\displaystyle\int_0^1 xf(6x)\,\mathrm{d}x=1$.

Đặt $t=6x\Rightarrow \mathrm{d}t=6\,\mathrm{d}x$.

Đổi cận $x=0\Rightarrow t=0$; $x=1\Rightarrow t=6$

Do đó $\displaystyle\int_0^1 xf(6x)\,\mathrm{d}x=1\Leftrightarrow\int_0^6\frac{1}{6}t\cdot f(t)\frac{\mathrm{d}t}{6}=1\Leftrightarrow\frac{1}{36}\int_0^6 t\cdot f(t)\,\mathrm{d}t=1\Leftrightarrow\int_0^6 t\cdot f(t)\,\mathrm{d}t=36.$

Tính $I=\displaystyle\int_0^6 x^2f'(x)\,\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases}u=x^2\\ \mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2x\,\mathrm{d}x\\ v=f(x).\end{cases}$

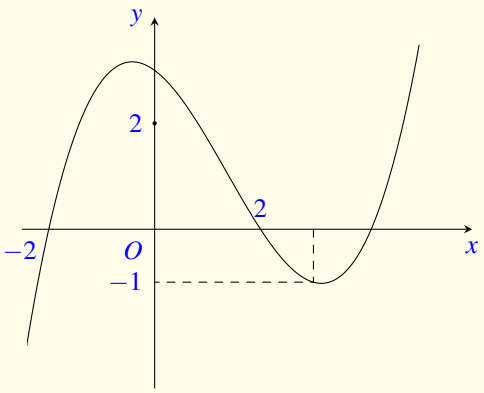
$\Rightarrow I=x^2f(x)\Big|_0^6-\displaystyle\int_0^6 2xf(x)\,\mathrm{d}x=36f(6)-2\int_0^6 xf(x)\,\mathrm{d}x=36\cdot1-2\cdot36=-36.$

Chọn đáp án D □

Câu 45.

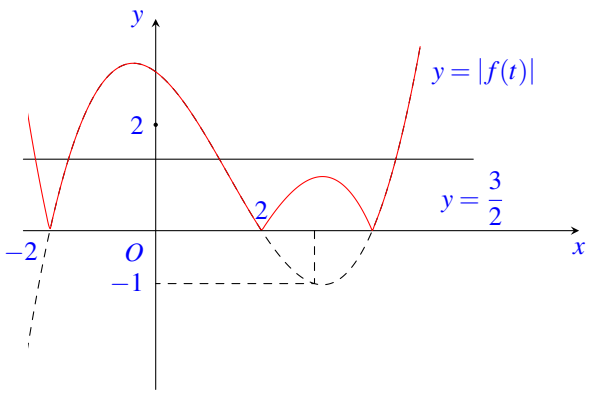
Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3-3x)|=\dfrac{3}{2}$ là

A 8. **B** 4. **C** 7. **D** 3.



Lời giải.

Đặt $t=x^3-3x$ ta có phương trình $|f(t)|=\dfrac{3}{2}$ (*).



Từ đồ thị hàm số $y=|f(t)|$ và đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$ ta suy ra phương trình (*) có 4 nghiệm $t_1<-2<t_2<0<t_3<2<t_4$.

Xét hàm $t=x^3-3x$. Ta có $t'=3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1.\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		0		1		$+\infty$
t'		$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
t	$-\infty$	↗	2	↘	0	↘	-2	↗	$+\infty$

- Với $t_1<-2$ phương trình: $t_1=x^3-3x$ cho ta 1 nghiệm.
- Với $-2<t_2<0$ phương trình: $t_2=x^3-3x$ cho ta 3 nghiệm.
- Với $0<t_3<2$ phương trình: $t_3=x^3-3x$ cho ta 3 nghiệm.
- Với $2<t_4$ phương trình: $t_4=x^3-3x$ cho ta 1 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có tất cả 8 nghiệm.

Chọn đáp án A □

Câu 46. Cho phương trình $\left(2\log_3^2 x-\log_3 x-1\right)\sqrt{5^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A 123. B 125. C Vô số. D 124.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\5^x-m\geq 0\,(m>0)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x\geq\log_5 m.\end{cases}$

$\left(2\log_3^2 x-\log_3 x-1\right)\sqrt{5^x-m}=0$ (1)

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2\log_3^2 x-\log_3 x-1=0\\5^x-m=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3, x=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\\x=\log_5 m.\end{array}\right.$

TH 1. Nếu $m=1$ thì $x=\log_5 m=0$ (loại) nên phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

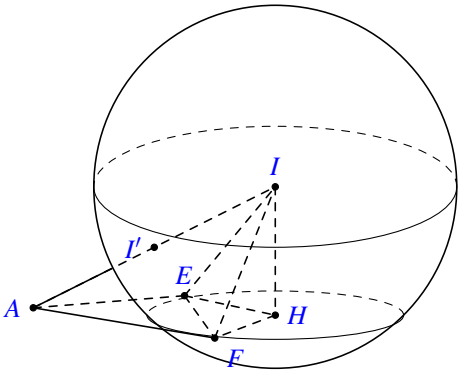
TH 2. Nếu $m>1$ thì phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\dfrac{1}{\sqrt{3}}\leq\log_5 m<3\Leftrightarrow 5^{\frac{1}{\sqrt{3}}}\leq m<125$. Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{3;4;5;\ldots;124\}$. Nên có 123 giá trị m thoả mãn.

Chọn đáp án A □

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu: $(S):x^2+y^2+(z+1)^2=5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)(a,b,c$ là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc nhau?

A 20. B 8. C 12. D 16.

Lời giải.



Mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z+1)^2=5$ có tâm $I(0;0;-1)$ và có bán kính $R=\sqrt{5}$

$A(a;b;0)\in(Oxy)$, Gọi I' là trung điểm của $AI\Rightarrow I'\left(\frac{a}{2};\frac{b}{2};-\frac{1}{2}\right)$

Gọi E,F lần lượt là hai tiếp điểm của tiếp tuyến đi qua A sao cho $AE\perp AF$.

Ta có: E,F cùng thuộc mặt cầu (S') đường kính IA có tâm $I'\left(\frac{a}{2};\frac{b}{2};-\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R'=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+1}$.

Đề tồn tại E,F thì hai mặt cầu (S) và (S') phải cắt nhau suy ra $|R-R'|\le II'\le|R+R'|$

$\Leftrightarrow\left|\sqrt{5}-\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+1}\right|\le\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+1}\le\sqrt{5}+\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+1}$

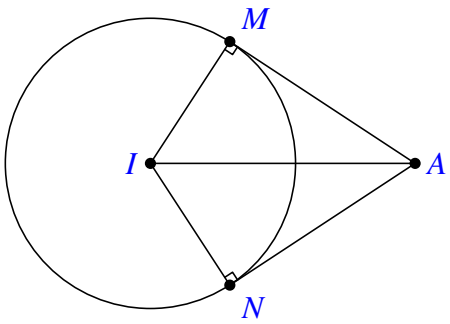
$\Leftrightarrow\sqrt{5}\le\sqrt{a^2+b^2+1}\Leftrightarrow a^2+b^2\ge4(1)$

Gọi H là hình chiếu của I trên (AEF) khi đó tứ giác $AEHF$ là hình vuông có cạnh $AE=HF=\sqrt{AI^2-5}$.

Ta có $IH^2=R^2-HF^2=5-(AI^2-5)=10-AI^2\ge0\Leftrightarrow a^2+b^2+1\le10\Leftrightarrow a^2+b^2\le9(2)$

Từ (1) và (2) ta có $4\le a^2+b^2\le9$ mà $a,b,c\in\mathbb{Z}$ nên có 20 điểm thỏa bài toán.

Cách khác:



Mặt cầu (S) có tâm $I(0,0,-1)$ bán kính $R=\sqrt{5}$. Ta có $d_{(I(Oxy))}=1<R\Rightarrow$ mặt cầu (S) cắt mặt phẳng(Oxy). Để có tiếp tuyến của (S) đi qua $A\Leftrightarrow AI\ge R(1)$.

Có $A(a,b,c)\in(Oxy)\Rightarrow A(a,b,0),IA=a^2+b^2+1$.

Quỹ tích các tiếp tuyến đi qua A của (S) là một mặt nón nếu $AI>R$ và là một mặt phẳng nếu $AI=R$.

Trong trường hợp quỹ tích các tiếp tuyến đi qua A của (S) là một mặt nón gọi AM,AN là hai tiếp tuyến sao cho A,M,I,N đồng phẳng.

Tồn tại ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau khi và chỉ khi $\widehat{MAN}\ge90^\circ\Leftrightarrow IA\le R\sqrt{2}(2)$.

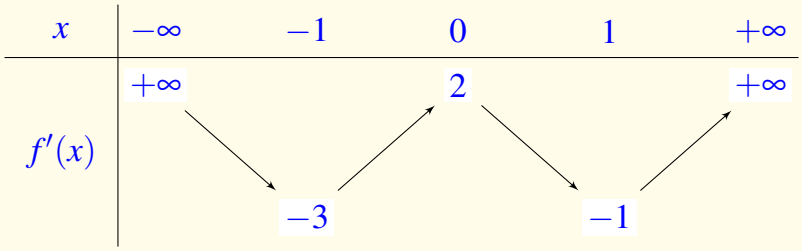
Từ $(1),(2)\Rightarrow4\le a^2+b^2\le9$. Vì $a,b\in\mathbb{Z}$

$\Rightarrow\begin{cases}a^2=0\\b^2=9\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a^2=9\\b^2=0\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a^2=4\\b^2=0\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a^2=0\\b^2=4\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a^2=1\\b^2=4\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a^2=4\\b^2=1\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a^2=4\\b^2=4.\end{cases}$

Bốn hệ phương trình đầu tiên có hai nghiệm, ba hệ sau có 4 nghiệm suy ra số điểm A thỏa mãn là $4\cdot2+3\cdot4=20$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

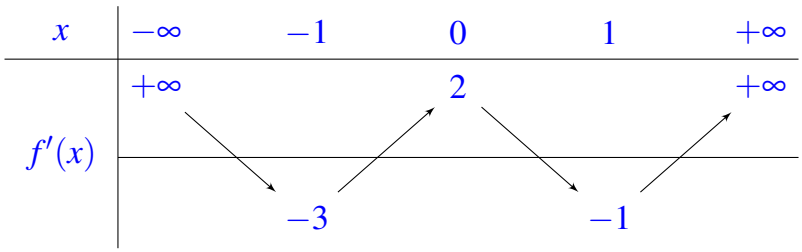


Số cực trị của hàm số $y=f(4x^2-4x)$ là

(A) 9. (B) 5. (C) 7. (D) 3.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên



Ta thấy $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a\in(-\infty;-1) \\ x=b\in(-1;0) \\ x=c\in(0;1) \\ x=d\in(1;+\infty) \end{array}\right.$.

Với $y=f(4x^2-4x)$, ta có $y'=(8x-4)f'(4x^2-4x)$

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 8x-4=0 \\ f'(4x^2-4x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{2} \\ 4x^2-4x=a\in(-\infty;-1)(1) \\ 4x^2-4x=b\in(-1;0)(2) \\ 4x^2-4x=c\in(0;1)(3) \\ 4x^2-4x=d\in(1;+\infty)(4) \end{array}\right.$$

Xét hàm số $g(x)=4x^2-4x$, ta có $g'(x)=8x-4=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$\dfrac{1}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên của $g(x)$ ta có

- Vì $a \in (-\infty;-1)$ nên (1) vô nghiệm.
- Vì $b \in (-1;0)$ nên (2) có 2 nghiệm phân biệt.
- Vì $c \in (0;1)$ nên (3) có 2 nghiệm phân biệt.
- Vì $d \in (1;+\infty)$ nên (4) có 2 nghiệm phân biệt.

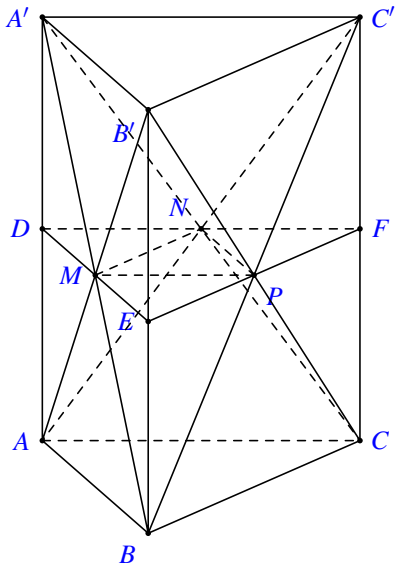
Vậy hàm số $y = f(4x^2-4x)$ có 7 điểm cực trị
Cách khác
Ta có: $y' = (8x-4)\cdot f'(4x^2-4x)$.
$y' = 0 \Leftrightarrow (8x-4)\cdot f'(4x^2-4x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 8x-4=0 \\ f'(4x^2-4x)=0. \end{array}\right.$

- $8x-4=0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$.
- $f'(4x^2-4x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x^2-4x = a\,(a<-1)\,(1) \\ 4x^2-4x = b\,(-1<b<0)\,(2) \\ 4x^2-4x = c\,(0<c<1)\,(3) \\ 4x^2-4x = \mathrm{d}\,(d>1)\,(4). \end{array}\right.$
- Phương trình $4x^2-4x = m \Leftrightarrow 4x^2-4x-m=0$ có nghiệm khi $\Delta' = 4-4m \geq 0$ hay $m \leq 1$.

Từ đó, ta có phương trình (1); (2); (3) luôn có hai nghiệm phân biệt.
Phương trình (4) vô nghiệm.
Do đó, hàm số đã cho có 7 cực trị.
Chọn đáp án C □

Câu 49. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 6 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M,N,P lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A', ACC'A', BCC'B'$. Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A,B,C,M,N,P bằng
A $9\sqrt{3}$. B $10\sqrt{3}$. C $7\sqrt{3}$. D $12\sqrt{3}$.

Lời giải.



Gọi DEF là thiết diện của lăng trụ cắt bởi mặt phẳng (MNP).
Dễ chứng minh được $(DEF)\ //\ (ABC)$ và D,E,F lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA',BB',CC' suy ra $V_{ABC.DEF}=\dfrac{1}{2}V_{ABC.A'B'C'}=12\sqrt{3}$.
Ta có $V_{ABCPNM}=V_{ABC.DEF}-V_{ADMN}-V_{BMPE}-V_{CPMF}$.
Mặt khác $V_{ADMN}=V_{BMPE}=V_{CPMF}=\dfrac{1}{12}V_{ABC.DEF}\Rightarrow V_{ABCPNM}=\dfrac{3}{4}V_{ABC.DEF}=9\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 50. Cho hai hàm số $y=\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}$ và $y=|x+2|-x-m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là $(C_1),(C_2)$. Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

(A) $[-2;+\infty)$. (B) $(-\infty;-2)$. (C) $(-2;+\infty)$. (D) $(-\infty;-2]$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm
$\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}=|x+2|-x-m\Leftrightarrow\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}-|x+2|+x=-m(1)$
Xét $f(x)=\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}-|x+2|+x,x\in\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-3;-2;-1;0\}$
Ta có $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}-2,x\in(-2;+\infty)\cup\mathscr{D}=\mathscr{D}_1\\ \dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}+2x+2,x\in(-\infty;-2)\cup\mathscr{D}=\mathscr{D}_2.\end{cases}$
Có $f'(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{(x+1)^2}+\dfrac{1}{(x+2)^2}+\dfrac{1}{(x+3)^2},\forall x\in\mathscr{D}_1\\ \dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{(x+1)^2}+\dfrac{1}{(x+2)^2}+\dfrac{1}{(x+3)^2}+2,\forall x\in\mathscr{D}_2.\end{cases}$
Dễ thấy $f'(x)>0,\ \forall x\in\mathscr{D}_1\cup\mathscr{D}_2$, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$		$+$		$+$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$	↗	$-\infty$	↗	$+\infty$	↗	$-\infty$	↗	2

Hai đồ thị cắt nhau tại đúng 4 điểm phân biện khi và chỉ khi phương trình (1) có đúng 4 nghiệm phân biệt, từ bảng biến thiên ta có: $-m \geq 2 \Leftrightarrow m \leq -2$.

Chọn đáp án (D) □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 57

1. C	2. B	3. B	4. D	5. B	6. D	7. B	8. D	9. D	10. C
11. D	12. B	13. A	14. A	15. A	16. C	17. D	18. D	19. A	20. C
21. C	22. A	23. C	24. A	25. D	26. D	27. A	28. C	29. C	30. A
31. C	32. C	33. A	34. D	35. C	36. C	37. A	38. C	39. D	40. C
41. A	42. C	43. D	44. D	45. A	46. A	47. A	48. C	49. A	50. D

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 104
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Số cách chọn 2 học sinh từ 8 học sinh là
(A) C_8^2. (B) 8^2. (C) A_8^2. (D) 2^8.

Lời giải.

Số cách chọn 2 học sinh từ 8 học sinh là: C_8^2.

Chọn đáp án (A) □

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x+3y+z-1=0$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?
(A) $\vec{n}_4=(3;1;-1)$. (B) $\vec{n}_3=(4;3;1)$. (C) $\vec{n}_2=(4;-1;1)$. (D) $\vec{n}_1=(4;3;-1)$.

Lời giải.

$(P): 4x+3y+z-1=0$.
Véc-tơ $\vec{n}_3=(4;3;1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).

Chọn đáp án (B) □

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=32$ là
(A) $x=3$. (B) $x=\dfrac{17}{2}$. (C) $x=\dfrac{5}{2}$. (D) $x=2$.

Lời giải.

$2^{2x-1}=32 \Leftrightarrow 2^{2x-1}=2^5 \Leftrightarrow 2x-1=5 \Leftrightarrow x=3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 4. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là
(A) $\dfrac{4}{3}Bh$. (B) $\dfrac{1}{3}Bh$. (C) $3Bh$. (D) Bh.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trục là $V=B\cdot h$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 5. Số phức liên hợp của số phức $3-2i$ là

(A) $-3+2i$. (B) $3+2i$. (C) $-3-2i$. (D) $-2+3i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $3-2i$ là số phức $3+2i$.

Chọn đáp án B □

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

(A) $(0;1;0)$. (B) $(3;0;0)$. (C) $(0;0;-1)$. (D) $(3;0;-1)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là $(0;1;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=1$ và $u_2=4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

(A) 5. (B) 4. (C) -3. (D) 3.

Lời giải.

Vì (u_n) là cấp số cộng nên $u_2=u_1+d \Leftrightarrow d=u_2-u_1=4-1=3$.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Họ tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+4$ là

(A) $2x^2+4x+C$. (B) x^2+4x+C. (C) x^2+C. (D) $2x^2+C$.

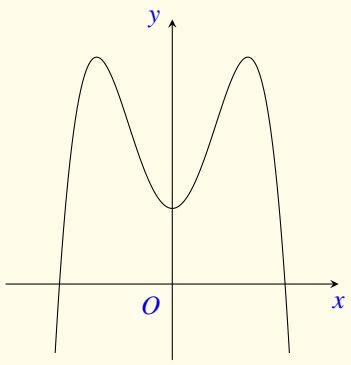
Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int(2x+4)\,\mathrm{d}x=x^2+4x+C$.

Chọn đáp án B □

Câu 9.

Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



(A) $y=2x^3-3x+1$. (B) $y=-2x^4+4x^2+1$.

(C) $y=2x^4-4x^2+1$. (D) $y=-2x^3+3x+1$.

Lời giải.

Dạng đồ thị hình bên là đồ thị hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ có hệ số $a<0$.
Do đó, chỉ có đồ thị hàm số $y=-2x^4+4x^2+1$ là thỏa mãn.

Chọn đáp án (B) □

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Hỏi hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0;1)$. (B) $(1;+\infty)$. (C) $(-1;0)$. (D) $(0;+\infty)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-5}{3}$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d?

(A) $\vec{u_1}=(3;-1;5)$. (B) $\vec{u_3}=(2;6;-4)$. (C) $\vec{u_4}=(-2;-4;6)$. (D) $\vec{u_2}=(1;-2;3)$.

Lời giải.

Ta thấy đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương có tọa độ $\vec{u_2}=(1;-2;3)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 12. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2$ bằng

(A) $2\log_2 a$. (B) $\frac{1}{2}+\log_2 a$. (C) $\frac{1}{2}\log_2 a$. (D) $2+\log_2 a$.

Lời giải.

Vì a là số thực dương tùy ý nên $\log_2 a^2 = 2\log_2 a$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 13. Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

(A) $2\pi r^2 h$. (B) $\pi r^2 h$. (C) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. (D) $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải.

Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

(A) $x=-2$. (B) $x=1$. (C) $x=3$. (D) $x=2$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có điểm cực tiểu của hàm số là $x=3$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 15. Biết $\int_0^1 f(x)\,dx = 2$ và $\int_0^1 g(x)\,dx = -4$, khi đó $\int_0^1 [f(x)+g(x)]\,dx$ bằng

(A) 6. (B) -6. (C) -2. (D) 2.

Lời giải.

$$\int_0^1 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 2+(-4) = -2.$$

Chọn đáp án C □

Câu 16. Cho hai số phức $z_1 = 2-i$, $z_2 = 1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là

A $(5;-1)$. B $(-1;5)$. C $(5;0)$. D $(0;5)$.

Lời giải.

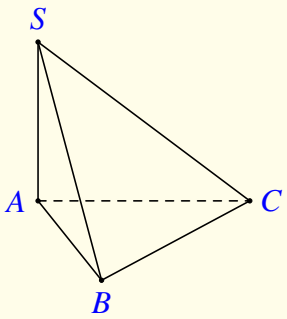
Ta có $2z_1+z_2 = 5-i$ nên điểm biểu diễn là $(5;-1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 17.

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a\sqrt{2}$. (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A $60°$. B $45°$. C $30°$. D $90°$.



Lời giải.

Ta có $\begin{cases} SC \cap (ABC) = \{C\} \\ SA \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow \widehat{(SC,(ABC))} = \widehat{(SC,AC)} = \widehat{SCA}$.

Mà $AC = \sqrt{AB^2+BC^2} = \sqrt{2a^2+2a^2} = 2a = SA$ nên ΔSAC vuông cân tại A.

Vậy $\widehat{SCA} = 45°$.

Chọn đáp án B □

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2y+2z-7=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A 9. B 3. C 15. D $\sqrt{7}$.

Lời giải.

Ta có $R = \sqrt{1^2+(-1)^2-(-7)} = 3$.

Chọn đáp án B □

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

(A) $6x-2y-2z-1=0$. (B) $3x+y+z-6=0$.
(C) $x+y+2z-6=0$. (D) $3x-y-z=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$ và đi qua trung điểm $I(1;1;2)$ của đoạn thẳng AB. Do đó, phương trình mặt phẳng đó là

$$-6(x-1)+2(y-1)+2(z-2)=0 \Leftrightarrow -6x+2y+2z=0 \Leftrightarrow 3x-y-z=0.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 20. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-4z+7=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng
(A) 10. (B) 8. (C) 16. (D) 2.

Lời giải.

Ta có $\Delta'=4-7=-3=\left(\sqrt{3}i\right)^2$.
Do đó phương trình có hai nghiệm phức là $z_1=2+\sqrt{3}i$, $z_2=2-\sqrt{3}i$.
Suy ra $z_1^2+z_2^2=\left(2+\sqrt{3}i\right)^2+\left(2-\sqrt{3}i\right)^2=4+4\sqrt{3}i-3+4-4\sqrt{3}i-3=2$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 21. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng
(A) 18. (B) -18. (C) -2. (D) 2.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[-3;3] \\ x=-1\in[-3;3]. \end{array}\right.$
Ta lại có $f(-3)=-18$; $f(-1)=2$; $f(1)=-2$; $f(3)=18$.
Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng -18.

Chọn đáp án (B) □

Câu 22. Một cơ sở sản xuất có hai bể nước hình trụ có chiều cao bằng nhau, bán kính đáy lần lượt bằng 1 m và 1,5 m. Chủ cơ sở dự định làm một bể nước mới, hình trụ, có cùng chiều cao và thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên. Bán kính đáy của bể nước dự định làm **gần nhất** với kết quả nào dưới đây?
(A) 1,6 m. (B) 2,5 m. (C) 1,8 m. (D) 2,1 m.

Lời giải.

Gọi h là chiều cao của các bể nước và r là bán kính đáy của bể nước dự định làm.

Theo giả thiết, ta có $\pi r^2 h = \pi \cdot 1^2 \cdot h + \pi \cdot (1,5)^2 \cdot h \Leftrightarrow r^2 = 1 + \dfrac{9}{4} = \dfrac{13}{4}$.

Suy ra $r = \dfrac{\sqrt{13}}{2} \approx 1,8$ m.

Chọn đáp án C □

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↘	-4	$+\infty$ ↘	-3	↗	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A 2. B 1. C 3. D 4.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$ nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là các đường thẳng có phương trình $y = 3$ và $y = 0$.

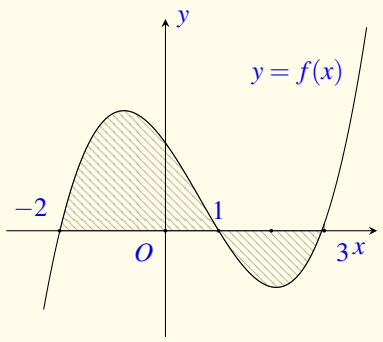
Ta lại có $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ nên hàm số có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x = 0$.

Vậy hàm số có ba tiệm cận.

Chọn đáp án C □

Câu 24.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -2$ và $x = 3$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A $S = \displaystyle\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

B $S = -\displaystyle\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

C $S = \displaystyle\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

D $S = -\displaystyle\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Ta có $S=\int\limits_{-2}^{3}|f(x)|\,\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{1}|f(x)|\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{3}|f(x)|\,\mathrm{d}x$.

Do $f(x)\geq 0$ với $\forall x\in[-2;1]$ và $f(x)\leq 0$ với $\forall x\in[1;3]$ nên $S=\int\limits_{-2}^{1}f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{3}f(x)\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án A □

Câu 25. Hàm số $y=3^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A $3^{x^2-x}\cdot\ln 3$.
B $(2x-1)\cdot 3^{x^2-x}$.
C $(x^2-x)\cdot 3^{x^2-x-1}$.
D $(2x-1)\cdot 3^{x^2-x}\cdot\ln 3$.

Lời giải.

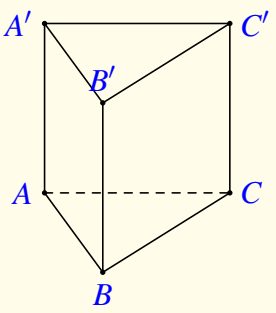
Ta có: $(a^u)'=u'\cdot a^u\cdot\ln a$ nên $\left(3^{x^2-x}\right)'=(2x-1)\cdot 3^{x^2-x}\cdot\ln 3$.

Chọn đáp án D □

Câu 26.

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=\sqrt{2}a$ (minh họa như hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$.
B $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{6}$.
C $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$.
D $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{2}$.



Lời giải.

Ta có $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}\cdot AA'=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot a\sqrt{2}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Chọn đáp án A □

Câu 27. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1)=1+\log_3(x-1)$ là

A $x=4$.
B $x=-2$.
C $x=1$.
D $x=2$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases}2x+1>0\\x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow x>1$.

Ta có

$$\begin{aligned} & \log_3(2x+1) = 1+\log_3(x-1) \\ \Leftrightarrow\ & \log_3(2x+1) = \log_3[3(x-1)] \\ \Leftrightarrow\ & 2x+1 = 3x-3 \\ \Leftrightarrow\ & x = 4 \text{ (nhận)}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án A □

Câu 28. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3 = 8$. Giá trị của $\log_2 a + 3\log_2 b$ bằng

A 8. B 6. C 2. D 3.

Lời giải.

Ta có $\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2 a + \log_2 b^3 = \log_2(ab^3) = \log_2 8 = 3$.

Chọn đáp án D □

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A 3. B 1. C 2. D 0.

Lời giải.

Ta có $2f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x) = -\dfrac{3}{2}$.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$; $y=-\frac{3}{2}$

Nhìn bảng biến thiên ta thấy phương trình này có ba nghiệm

Chọn đáp án A □

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x+1)^2=0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=0 \\ (x+1)^2=0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=0 \\ x=-1. \end{bmatrix}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\searrow$	CT	$\nearrow$	

Vậy hàm số đã cho có một cực trị.

Chọn đáp án (B) □

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z+3+16i=2(\bar{z}+i)$. Mô-đun của z bằng

(A) $\sqrt{5}$. (B) 13. (C) $\sqrt{13}$. (D) 5.

Lời giải.

Gọi $z=x+yi$. Ta có

$$\begin{aligned}
&(2-i)z+3+16i=2(\bar{z}+i)\\
\Leftrightarrow\ &(2-i)(x+yi)+3+16i=2(x-yi+i)\\
\Leftrightarrow\ &2x+2yi-xi+y+3+16i=2x-2yi+2i\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases} 2x+y+3=2x \\ 2y-x+16=-2y+2 \end{cases}\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases} y+3=0 \\ -x+4y=-14 \end{cases}\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases} x=2 \\ y=-3. \end{cases}
\end{aligned}$$

Suy ra $z=2-3i$. Vậy $|z|=\sqrt{13}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2\sin^2 x+3, \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\dfrac{\pi^2-2}{8}$. (B) $\dfrac{\pi^2+8\pi-8}{8}$. (C) $\dfrac{\pi^2+8\pi-2}{8}$. (D) $\dfrac{3\pi^2+2\pi-3}{8}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\int f'(x)\,\mathrm{d}x &= \int\left(2\sin^2 x+3\right)\mathrm{d}x=\int(1-\cos 2x+3)\,\mathrm{d}x\\ &= \int(4-\cos 2x)\,\mathrm{d}x=4x-\frac{1}{2}\sin 2x+C.\end{aligned}$$

Ta có $f(0)=4$ nên $4\cdot 0-\dfrac{1}{2}\sin 0+C=4\Leftrightarrow C=4$ nên $f(x)=4x-\dfrac{1}{2}\sin 2x+4$.

Khi đó $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\,\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(4x-\frac{1}{2}\sin 2x+4\right)\mathrm{d}x=\left(2x^2+\frac{1}{4}\cos 2x+4x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi^2+8\pi-2}{8}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;0)$, $B(1;2;1)$, $C(3;-2;0)$ và $D(1;1;-3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

(A) $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=-1-2t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=1-2t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-2-3t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-3+2t\end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;3;1)$; $\overrightarrow{AC}=(1;-1;0)$; $\vec{n}_{(ABC)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;1;-2)$.

Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên có véc-tơ chỉ phương là:

$\vec{n}_{(ABC)}=(1;1;-2)$ vậy phương trình tham số là: $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-3-2t.\end{cases}$

Đường thẳng này cũng chính là $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=-1-2t.\end{cases}$

Chọn đáp án (A) □

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty;-3)$. (B) $(4;5)$. (C) $(3;4)$. (D) $(1;3)$.

Lời giải.

Ta có $y'=f'(5-2x)=-2f'(5-2x)$.

$$y'=0\Leftrightarrow -2f'(5-2x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}5-2x=-3\\5-2x=-1\\5-2x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=4\\x=3\\x=2.\end{array}\right.$$

$$f'(5-2x)<0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}5-2x<-3\\-1<5-2x<1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>4\\2<x<3\end{array}\right.$$

$$f'(5-2x)>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}5-2x>1\\-3<5-2x<-1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<2\\3<x<4.\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		2		3		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y=f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng $(4;5)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 35. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{3x-2}{(x-2)^2}$ trên khoảng $(2;+\infty)$ là

(A) $3\ln(x-2)+\dfrac{4}{x-2}+C$. (B) $3\ln(x-2)+\dfrac{2}{x-2}+C$.

(C) $3\ln(x-2)-\dfrac{2}{x-2}+C$. (D) $3\ln(x-2)-\dfrac{4}{x-2}+C$.

Lời giải.

Ta có

$$f(x)=\frac{3x-2}{(x-2)^2}=\frac{3(x-2)+4}{(x-2)^2}=\frac{3}{x-2}+\frac{4}{(x-2)^2}.$$

Do đó

$$\int\frac{3x-2}{(x-2)^2}\,\mathrm{d}x=\int\left(\frac{3}{x-2}+\frac{4}{(x-2)^2}\right)\mathrm{d}x=3\ln(x-2)-\frac{4}{x-2}+C.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 36. Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(4x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

(A) 5. (B) 3. (C) Vô số. (D) 4.

Lời giải.

Điều kiện: $\begin{cases} x > \dfrac{1}{4} \\ m > 0. \end{cases}$

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \log_3 x - \log_3(4x-1) = -\log_3 m \Leftrightarrow \dfrac{x}{4x-1} = \dfrac{1}{m}$.

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{x}{4x-1}$, ta có $f'(x) = \dfrac{-1}{(4x-1)^2} < 0, \forall x > \dfrac{1}{4}$.

Suy ra bảng biến thiên:

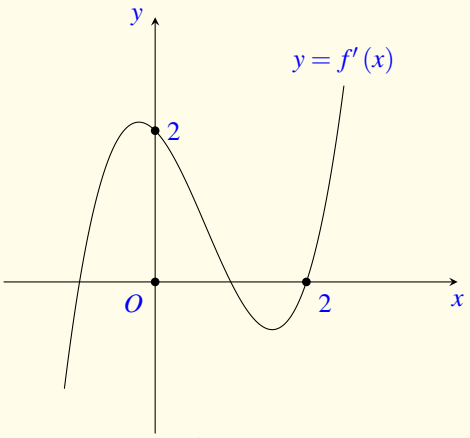
x	$\frac{1}{4}$		$+\infty$
y'	‖	$-$	
y	‖ $+\infty$	↘	$\frac{1}{4}$

Do đó phương trình có nghiệm khi $\dfrac{1}{m} > \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow m < 4$. Vậy $m \in \{1,2,3\}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 37.

Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) > 2x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi

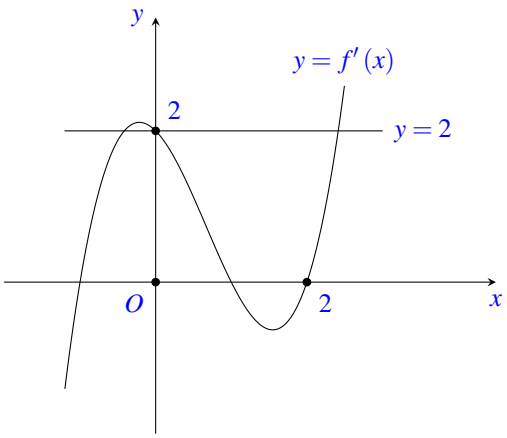


(A) $m \le f(2) - 4$. (B) $m \le f(0)$. (C) $m < f(0)$. (D) $m < f(2) - 4$.

Lời giải.

Hàm số $g(x)=f(x)-2x$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ vì $g'(x)=f'(x)-2<0, \forall x\in(0;2)$ (quan sát trên khoảng $(0;2)$, đồ thị hàm số $f'(x)$ nằm dưới đường thẳng $y=2$).
Suy ra $g(2)<g(x)<g(0), \forall x\in(0;2)$.
Bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi

$$m<g(x), \forall x\in(0;2) \Leftrightarrow m\le g(2) \Leftrightarrow m\le f(2)-4.$$



Chọn đáp án A

Câu 38. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 23 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A $\dfrac{11}{23}$. B $\dfrac{1}{2}$. C $\dfrac{265}{529}$. D $\dfrac{12}{23}$.

Lời giải.

Trong 23 số nguyên dương đầu tiên, có 12 số lẻ và 11 số chẵn.
Chọn 2 số khác nhau từ 23 số, có C_{23}^2 cách chọn nên số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{23}^2$.
Gọi A là biến cố: "Chọn được hai số có tổng là một số chẵn".
Để hai số được chọn có tổng là một số chẵn thì hai số đó phải cùng chẵn hoặc cùng lẻ.
+ Trường hợp 1: Chọn hai số chẵn khác nhau từ 11 số chẵn, có C_{11}^2 cách chọn.
+ Trường hợp 2: Chọn hai số lẻ khác nhau từ 12 số lẻ, có C_{12}^2 cách chọn.
Do đó $n(A)=C_{11}^2+C_{12}^2$.
Xác suất cần tính là $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{11}^2+C_{12}^2}{C_{23}^2}=\dfrac{11}{23}$.

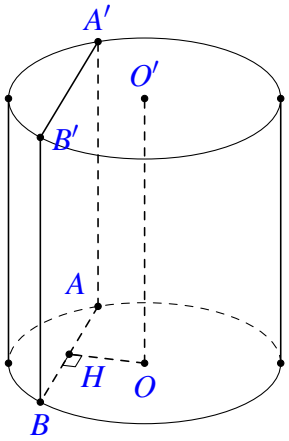
Chọn đáp án A

Câu 39. Cho hình trụ có chiều cao bằng $3\sqrt{3}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 1, thiết diện thu được có diện tích bằng 18. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A $6\sqrt{3}\pi$. B $6\sqrt{39}\pi$. C $3\sqrt{39}\pi$. D $12\sqrt{3}\pi$.

Lời giải.

Gọi chiều cao của hình trụ là h.
Thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng song song với trục là hình chữ nhật $ABB'A'$.
Gọi H là hình chiếu của O trên AB thì OH là khoảng cách từ O đến mặt phẳng $(ABB'A')$ nên $OH = 1$.
Diện tích thiết diện là: $S_{td} = AB \cdot AA'$ trong đó $AA' = h = 3\sqrt{3}$ nên $AB = \dfrac{S_{td}}{AA'} = \dfrac{18}{3\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$.
Do tam giác OAB cân nên



$$OH^2 = OB^2 - HB^2 = OB^2 - \frac{AB^2}{4}$$

$$\Rightarrow OB^2 = OH^2 + \frac{AB^2}{4} = 1 + \frac{\left(2\sqrt{3}\right)^2}{4} = 4$$

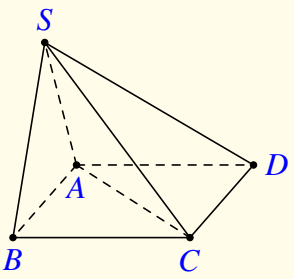
$$\Rightarrow OB = 2$$

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là

$$S_{xq} = 2\pi \cdot R \cdot h = 2\pi \cdot 2 \cdot 3\sqrt{3} = 12\sqrt{3}\pi.$$

Chọn đáp án D ☐

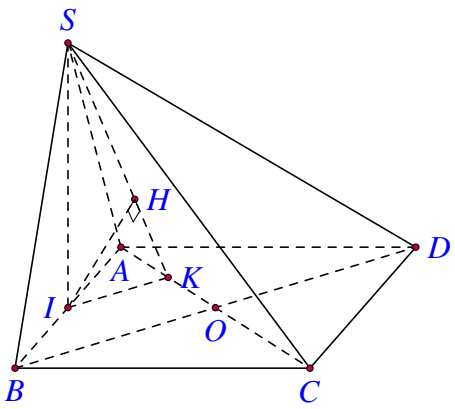
Câu 40.
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh hoạ như hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng



(A) $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. (B) $\dfrac{\sqrt{21}a}{28}$. (C) $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$. (D) $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD, I là trung điểm của AB.
Kẻ $IK \parallel BD, K \in AC$; kẻ $IH \perp SK, H \in SK$ (1).
Do $(SAB) \perp (ABCD)$ và tam giác SAB đều nên
$SI \perp (ABCD) \Rightarrow SI \perp AC$.
Lại có $IK \perp AC$, suy ra $AC \perp (SIK) \Rightarrow AC \perp IH$ (2)
Từ (1) và (2) suy ra $IH \perp (SAC)$.
Suy ra IH là khoảng cách từ I đến đến mặt phẳng (SAC).



Ta có $IK = \dfrac{1}{2}BO = \dfrac{\sqrt{2}a}{4}$, tam giác SIK vuông tại I nên

$$\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{IK^2} = \frac{28}{3a^2} \Rightarrow IH = \frac{\sqrt{3}a}{2\sqrt{7}}.$$

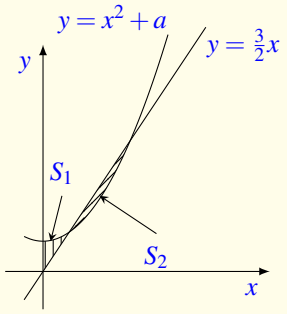
Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng hai lần khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SAC) nên khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) là $d = \dfrac{\sqrt{21}a}{7}$.

Chọn đáp án C □

Câu 41.

Cho đường thẳng $y = \dfrac{3}{2}x$ và parabol $y = x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A $\left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{9}{16}\right)$. B $\left(\dfrac{2}{5}; \dfrac{9}{20}\right)$. C $\left(\dfrac{9}{20}; \dfrac{1}{2}\right)$. D $\left(0; \dfrac{2}{5}\right)$.



Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 + a = \dfrac{3}{2}x \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 2a = 0$.

Để phương trình có 2 nghiệm dương thì $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a < \dfrac{9}{16} \end{cases}$.

Gọi hai nghiệm đó là $0 < x_1 < x_2$ thì $x_2 = \dfrac{3 + \sqrt{9 - 16a}}{4}$.

Để $S_1 = S_2$ khi và chỉ khi

$$\int_0^{x_1} \left| x^2 + a - \frac{3}{2}x \right| \mathrm{d}x = \int_{x_1}^{x_2} \left| x^2 + a - \frac{3}{2}x \right| \mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow \int_0^{x_1} \left(x^2 + a - \frac{3}{2}x \right) \mathrm{d}x = -\int_{x_1}^{x_2} \left(x^2 + a - \frac{3}{2}x \right) \mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow \int\limits_0^{x_1}\left(x^2+a-\frac{3}{2}x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{x_1}^{x_2}\left(x^2+a-\frac{3}{2}x\right)\mathrm{d}x=0$$
$$\Leftrightarrow \int\limits_0^{x_2}\left(x^2+a-\frac{3}{2}x\right)\mathrm{d}x=0.$$

Ta có

$$\int\limits_0^{x_2}\left(x^2+a-\frac{3}{2}x\right)\mathrm{d}x=0\Leftrightarrow \frac{x_2^3}{3}+ax_2-\frac{3}{4}x_2^2=0$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\left(x_2^2-\frac{9}{4}x_2+3a\right)=0\Leftrightarrow \frac{3}{2}x_2-a-\frac{9}{4}x_2+3a=0\Leftrightarrow -3x_2+8a=0$$
$$\Leftrightarrow 8a=3\cdot\frac{3+\sqrt{9-16a}}{4}\Leftrightarrow 3\sqrt{9-16a}=32a-9\Leftrightarrow \begin{cases}\frac{9}{32}<a<\frac{9}{16}\\ 1024a^2-432a=0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow a=\frac{27}{64}\in\left(\frac{2}{5};\frac{9}{20}\right).$$

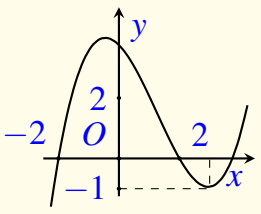
Có thể giải nhanh bằng máy tính cho kết quả $a=0{,}421875$ thuộc khoảng $\left(\frac{2}{5};\frac{9}{20}\right)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 42.

Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3-3x)|=\frac{2}{3}$ là

(A) 6. (B) 10. (C) 3. (D) 9.



Lời giải.

Đặt $t=g(x)=x^3-3x$ (1).
Ta có $g'(x)=3x^2-3=0\Leftrightarrow x\pm 1$.
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có

- $t\in(-2;2)$ cho ta 3 giá trị x thỏa mãn (1).
- $t\in\{-2;2\}$ cho ta 2 giá trị x thỏa mãn (1).

- $t \in (-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$ cho ta 1 giá trị x thỏa mãn (1).

Phương trình $|f(x^3-3x)| = \dfrac{2}{3}$ (2) trở thành $|f(t)| = \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(t) = \dfrac{2}{3} \\ f(t) = -\dfrac{2}{3}. \end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị ta có:

- Phương trình $f(t) = \dfrac{2}{3}$ có 3 nghiệm thỏa mãn $-2 < t_1 < t_2 < 2 < t_3$. Suy ra có 7 nghiệm của phương trình (2).
- Phương trình $f(t) = -\dfrac{2}{3}$ có 3 nghiệm thỏa mãn $t_4 < -2 < 2 < t_5 < t_6$. Suy ra có 3 nghiệm của phương trình (2).

Vậy phương trình đã cho có 10 nghiệm.

Chọn đáp án B □

Câu 43. Xét các số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = \dfrac{5+iz}{1+z}$ là một đường tròn có bán kính bằng

A 52. B $2\sqrt{13}$. C $2\sqrt{11}$. D 44.

Lời giải.

Gọi $w = x+yi$ với x, y là các số thực.

Ta có $w = \dfrac{5+iz}{1+z} \Leftrightarrow z = \dfrac{w-5}{i-w}$.

Lại có

$$\begin{aligned} & |z| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \left|\frac{w-5}{i-w}\right| = \sqrt{2} \\ \Leftrightarrow\ & |w-5| = \sqrt{2}|w-i| \Leftrightarrow (x-5)^2+y^2 = 2[x^2+(y-1)^2] \\ \Leftrightarrow\ & (x+5)^2+(y-4)^2 = 52. \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức w là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{52} = 2\sqrt{13}$.

Chọn đáp án B □

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(3) = 1$ và $\displaystyle\int_0^1 xf(3x)\,\mathrm{d}x = 1$, khi đó $\displaystyle\int_0^3 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 3. B 7. C -9. D $\dfrac{25}{3}$.

Lời giải.

Đặt $t=3x \Rightarrow \mathrm{d}t=3\,\mathrm{d}x \Rightarrow \mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\mathrm{d}t$.

Suy ra $1=\displaystyle\int_0^1 xf(3x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{9}\int_0^3 tf(t)\,\mathrm{d}t \Leftrightarrow \int_0^3 tf(t)\,\mathrm{d}t=9$.

Đặt $\begin{cases}u=f(t)\\ \mathrm{d}v=t\,\mathrm{d}t\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\mathrm{d}u=f'(t)\,\mathrm{d}t\\ v=\dfrac{t^2}{2}.\end{cases}$

Suy ra $\displaystyle\int_0^3 tf(t)\,\mathrm{d}t=\frac{t^2}{2}f(t)\Big|_0^3-\int_0^3\frac{t^2}{2}f'(t)\,\mathrm{d}t=\frac{9}{2}f(3)-\frac{1}{2}\int_0^3 t^2f'(t)\,\mathrm{d}t$.

$\Leftrightarrow 9=\dfrac{9}{2}-\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^3 t^2f'(t)\,\mathrm{d}t \Leftrightarrow \int_0^3 t^2f'(t)\,\mathrm{d}t=-9$.

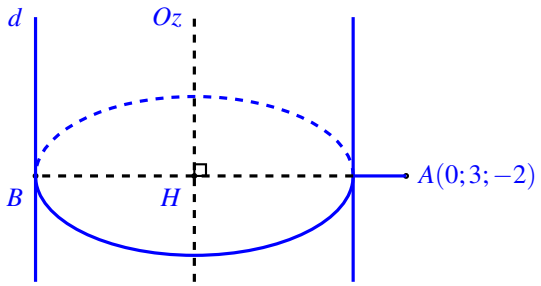
Vậy $\displaystyle\int_0^3 x^2f'(x)\,\mathrm{d}x=-9$.

Chọn đáp án C

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A $Q(-2;0;-3)$. B $M(0;8;-5)$. C $N(0;2;-5)$. D $P(0;-2;-5)$.

Lời giải.



Do đường thẳng $d \parallel Oz$ nên d nằm trên mặt trụ có trục là Oz và bán kính trụ là $R=2$.
Gọi H là hình chiếu của A trên trục Oz, suy ra tọa độ $H(0;0;-2)$.
Do đó $d(A,Oz)=AH=3$.

Gọi B là điểm thuộc đường thẳng AH sao cho $\overrightarrow{AH}=\dfrac{3}{5}\overrightarrow{AB}$. Suy ra $B(0;-2;-2)$.

Vậy $\mathrm{d}(A,d)_{\max}=5 \Leftrightarrow d$ là đường thẳng đi qua B và song song với Oz.

Phương trình tham số của d: $\begin{cases}x=0\\ y=-2\\ z=-2+t.\end{cases}$

Kết luận: d đi qua điểm $P(0;-2;-5)$.

Chọn đáp án D

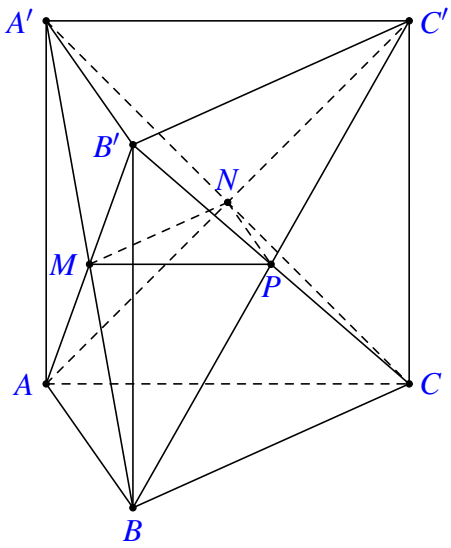
Câu 46. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 4 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M,N và P lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

A $\dfrac{14\sqrt{3}}{3}$. B $8\sqrt{3}$. C $6\sqrt{3}$. D $\dfrac{20\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = 4 \cdot \frac{4^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}.$$



Gọi thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P là V_1.

Ta có: $V_1 = V_{AMNCB} + V_{BMNP} + V_{BNPC}$.

Dễ thấy $V_{A'ABC} = \dfrac{1}{3}V$ và $V_{AMNCB} = \dfrac{3}{4}V_{A'ABC}$.

Suy ra $V_{AMNCB} = \dfrac{1}{4}V$.

$V_{BA'B'C'} = \dfrac{1}{3}V$ và $V_{BMNP} = \dfrac{1}{8}V_{BA'B'C'}$.

Suy ra $V_{BMNP} = \dfrac{1}{24}V$.

$V_{A'BCB'} = V_{A'B'CC'} = \dfrac{1}{3}V$ và $V_{BNPC} = \dfrac{1}{4}V_{BA'B'C}$.

Suy ra $V_{BNPC} = \dfrac{1}{12}V$.

Vậy $V_1 = V_{AMNCB} + V_{BMNP} + V_{BNPC} = \dfrac{3}{8}V = 6\sqrt{3}$.

Chọn đáp án C

Câu 47. Cho hai hàm số $y = \dfrac{x-2}{x-1} + \dfrac{x-1}{x} + \dfrac{x}{x+1} + \dfrac{x+1}{x+2}$ và $y = |x+1| - x - m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

A $(-3;+\infty)$. B $(-\infty;-3)$. C $[-3;+\infty)$. D $(-\infty;-3]$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ

$$\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}=|x+1|-x-m$$
$$\Leftrightarrow \quad \frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}-|x+1|+x=-m \quad (1).$$

Số nghiệm của (1) là số giao điểm của

$$F(x)=\frac{x-2}{x-1}+\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}-|x+1|+x=\begin{cases}\dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}-1, & x>-1\\ \dfrac{x-2}{x-1}+\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+2x+1, & x<-1.\end{cases}$$

Ta có $F'(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{(x-1)^2}+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{(x+1)^2}+\dfrac{1}{(x+2)^2}, & x\in(-1;+\infty)\setminus\{0;1\}\\ \dfrac{1}{(x-1)^2}+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{(x+1)^2}+\dfrac{1}{(x+2)^2}+2, & x\in(-\infty;-1)\setminus\{-2\}.\end{cases}$

Mặt khác $\lim\limits_{x\to+\infty}F(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty}F(x)=3$.

$\lim\limits_{x\to-2^+}F(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-2^-}F(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^+}F(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^-}F(x)=+\infty$.

$\lim\limits_{x\to0^+}F(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to0^-}F(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+}F(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to1^-}F(x)=+\infty$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$+$		$+$		$+$		$+$		
$f(x)$	3	↗	$+\infty$ / $-\infty$	↗	$+\infty$ / $-\infty$	↗	$+\infty$ / $-\infty$	↗	$+\infty$ / $-\infty$	↗	$+\infty$

Để phương trình có 4 nghiệm thì $-m\le 3\Leftrightarrow m\ge -3$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 48. Cho phương trình $\left(2\log_3^2 x-\log_3 x-1\right)\sqrt{4^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt?

(A) Vô số. (B) 62. (C) 63. (D) 64.

Lời giải.

Ta có điều kiện $\begin{cases}x>0\\ x\ge\log_4 m\end{cases}$ (*) (với m nguyên dương).

Phương trình đã cho tương đương với

$$\left(2\log_3^2 x-\log_3 x-1\right)\sqrt{4^x-m}=0 \quad (1)$$
$$\Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{ll}2\log_3^2 x-\log_3 x-1=0 & (2)\\ 4^x=m & (3).\end{array}\right.$$

Phương trình $(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_3 x = 1\\ \log_3 x = -\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 3\\ x = \dfrac{\sqrt{3}}{3}.\end{array}\right.$

Phương trình $(3) \Leftrightarrow x = \log_4 m$.

Do m nguyên dương nên ta có các trường hợp sau:

TH 1: $m = 1$ thì $\log_4 m = 0$. Khi đó điều kiện (*) trở thành $x > 0$.

Khi đó nghiệm của phương trình (3) bị loại và nhận nghiệm của phương trình (2).

Do đó nhận giá trị $m = 1$.

TH 2: $m \geq 2$, khi đó điều kiện (*) trở thành $x \geq \log_4 m$ (vì $\log_4 m \geq \dfrac{1}{2}$).

Để phương trình (1) có đúng hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{3} \leq \log_4 m < 3$

$\Leftrightarrow 4^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \leq m < 4^3$

Suy ra $m \in \{3;4;5;\ldots;63\}$.

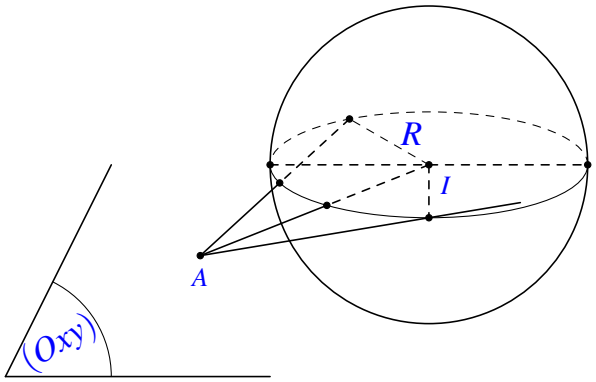
Vậy từ cả 2 trường hợp ta có: $63-3+1+1 = 62$ giá trị nguyên dương m.

Chọn đáp án B

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-1)^2 = 5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a,b,c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A 12. B 16. C 20. D 8.

Lời giải.



Mặt cầu có tâm $I(0;0;1)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

Vì $A \in (Oxy)$ nên $c = 0$. Các giao tuyến của A đến mặt cầu (nếu $IA > R$) tạo nên một mặt nón tâm A, để mặt nón này có hai đường sinh vuông góc thì góc của mặt nón này phải $\geq 90^\circ$ hay $IA \leq R\sqrt{2}$.

Vậy $R \leq IA \leq R\sqrt{2} \Leftrightarrow 5 \leq a^2+b^2+1 \leq 10 \Leftrightarrow 4 \leq a^2+b^2 \leq 9$

Ta có các bộ số thỏa mãn $(0;\pm 2);(0;\pm 3);(\pm 1;\pm 2);(\pm 2;\pm 2);(\pm 2;\pm 1);(\pm 2;0);(\pm 3;0)$, 20 bộ số.

Chọn đáp án C

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(4x^2+4x)$ là

(A) 5. (B) 9. (C) 7. (D) 3.

Lời giải.

Có $(f(4x^2+4x))'=(8x+4)f'(4x^2+4x)$, $(f(4x^2+4x))'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{1}{2}\\ f'(4x^2+4x)=0.\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$
		a_1		a_2		a_3		a_4	

Từ bảng biến thiên trên ta có $f'(4x^2+4x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4x^2+4x=a_1\in(-\infty;-1)\\ 4x^2+4x=a_2\in(-1;0)\\ 4x^2+4x=a_3\in(0;1)\\ 4x^2+4x=a_4\in(1;+\infty)\end{array}\right.$. (1)

Xét $g(x)=4x^2+4x$, $g'(x)=8x+4$, $g'(x)=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}$ ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Kết hợp bảng biến thiên của $g(x)$ và hệ (1) ta thấy:

- Phương trình $4x^2+4x=a_1\in(-\infty;-1)$ vô nghiệm.
- Phương trình $4x^2+4x=a_2\in(-1;0)$ tìm được hai nghiệm phân biệt khác $-\dfrac{1}{2}$.

- Phương trình $4x^2+4x=a_2\in(0;1)$ tìm được thêm hai nghiệm mới phân biệt khác $-\dfrac{1}{2}$.
- Phương trình $4x^2+4x=a_2\in(1;+\infty)$ tìm được thêm hai nghiệm phân biệt khác $-\dfrac{1}{2}$.

Vậy hàm số $y=f(4x^2+4x)$ có tất cả 7 điểm cực trị.

Chọn đáp án C □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 58

1. A	2. B	3. A	4. D	5. B	6. A	7. D	8. B	9. B	10. A
11. D	12. A	13. C	14. C	15. C	16. A	17. B	18. B	19. D	20. D
21. B	22. C	23. C	24. A	25. D	26. A	27. A	28. D	29. A	30. B
31. C	32. C	33. A	34. B	35. D	36. B	37. A	38. A	39. D	40. C
41. B	42. B	43. B	44. C	45. D	46. C	47. C	48. B	49. C	50. C

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THAM KHẢO

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
Môn: TOÁN, ĐỀ THAM KHẢO LẦN 1
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?

A 14. B 48. C 6. D 8.

Lời giải.

Cách 1: Tổng số học sinh của nhóm là: $6+8=14$.
Chọn ra một học sinh, ta có: $C_{14}^{1}=14$(cách).

Cách 1: Để chọn một học sinh, ta có:
6 cách chọn một học sinh nam và 8 cách chọn một học sinh nữ.
Vậy có: $6+8=14$ (cách).

Chọn đáp án A ☐

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=6$. Công bội của cấp số đã cho bằng

A 3. B -4. C 4. D $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Trong một cấp số nhân, ta có: $u_2=u_1.q \Rightarrow q=\dfrac{u_2}{u_1}=\dfrac{6}{2}=3$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 3. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A $4\pi rl$. B $2\pi rl$. C πrl. D $\frac{1}{3}\pi rl$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r là: $S_{xq}=\pi rl$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A $(1;+\infty)$. **B** $(-1;0)$. **C** $(-1;1)$. **D** $(0;1)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích khối lập phương đã cho bằng

A 216. **B** 18. **C** 36. **D** 72.

Lời giải.

Ta có thể tích khối lập phương đã cho bằng: $6^3 = 216$.

Chọn đáp án A □

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=2$ là

A $x=3$. **B** $x=5$. **C** $x=\dfrac{9}{2}$. **D** $x=\dfrac{7}{2}$.

Lời giải.

$$\log_3(2x-1)=2 \Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{1}{2} \\ 2x-1=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{1}{2} \\ x=5 \ (TM) \end{cases}.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x=5$.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Nếu $\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=-2$ và $\int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x=1$ thì $\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A -3. **B** -1. **C** 1. **D** 3.

Lời giải.

Ta có $\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x+\int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x=-2+1=-1$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

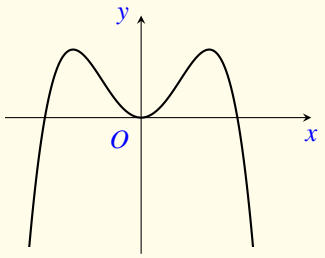
A 2. B 3. C 0. D -4.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số bằng -4.

Chọn đáp án D ☐

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng như hình cong trong hình bên?



A $y=-x^4+2x^2$. B $y=x^4-2x^2$.

C $y=x^3-3x^2$. D $y=-x^3+3x^2$.

Lời giải.

Dựa vào hình dạng của đồ thị đã cho trong hình vẽ, ta thấy đó là hình dạng đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ với hệ số $a<0$.
Trong bốn hàm số đã cho chỉ có hàm số $y=-x^4+2x^2$ thỏa mãn.

Chọn đáp án A ☐

Câu 10. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(a^2\right)$ bằng

A $2+\log_2 a$. B $\frac{1}{2}+\log_2 a$. C $2\log_2 a$. D $\frac{1}{2}\log_2 a$.

Lời giải.

Với a là số thực dương tùy ý, ta có $\log_2\left(a^2\right)=2\log_2 a$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 11. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x+6x$ là

A $\sin x+3x^2+C$. **B** $-\sin x+3x^2+C$. **C** $\sin x+6x^2+C$. **D** $-\sin x+C$.

Lời giải.

Ta có $\int(\cos x+6x)\,dx=\sin x+3x^2+C$.

Chọn đáp án A □

Câu 12. Môđun của số phức $1+2i$ bằng

A 5. **B** $\sqrt{3}$. **C** $\sqrt{5}$. **D** 3.

Lời giải.

Ta có: $|1+2i|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$.
Vậy môđun của số phức $1+2i$ bằng $\sqrt{5}$.

Chọn đáp án C □

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A $(2;0;1)$. **B** $(2;-2;0)$. **C** $(0;-2;1)$. **D** $(0;0;1)$.

Lời giải.

Ta có hình chiếu của điểm $M(x_o;y_o;z_o)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M'(x_o;y_o;0)$.
Do đóhình chiếu của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M'(2;-2;0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. Tâm của (S) có tọa độ là

A $(-1;-2;-3)$. **B** $(1;2;3)$. **C** $(-1;2;-3)$. **D** $(1;-2;3)$.

Lời giải.

Từ phương trình của mặt cầu (S), suy ra tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là $(1;-2;3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):3x+2y-4z+1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

(A) $\vec{n_2}=(3;2;4)$. (B) $\vec{n_3}=(2;-4;1)$. (C) $\vec{n_1}=(3;-4;1)$. **D** $\vec{n_4}=(3;2;-4)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(\alpha):\ 3x+2y-4z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n_4}(3;2;-4)$.

Chọn đáp án D □

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-1}{3}$?

A $P(-1;2;1)$. (B) $Q(1;-2;-1)$. (C) $N(-1;3;2)$. (D) $M(1;2;1)$.

Lời giải.

Cách 1 : Vì phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua $P(x_o;y_o;z_0)$và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(a;b;c)$ là $\dfrac{x-x_o}{a}=\dfrac{y-y_o}{b}=\dfrac{z-z_o}{c}$nên dễ dàng thấy điểm $P(-1;2;1)$thuộc đường thẳng d .

Cách 2 : Thay tọa độ 4 điểm M,N,P,Qvào phương trình đường thẳng d ta thấy điểm Pthỏa mãn.

Chọn đáp án A □

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

(A) $45°$. **B** $30°$. (C) $60°$. (D) $90°$.

Lời giải.

Ta có: $SA\perp(ABCD)$nên AClà hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Do đó, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$là góc $\widehat{SCA}$.

Xét ΔSCA vuông tại A: $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{\sqrt{2}a}{\sqrt{3}a.\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\widehat{SCA}=30°$.

Chọn đáp án B □

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 0. **B** 2. (C) 1. (D) 3.

Lời giải.

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ta thấy $f'(x)$đổi dấu 2lần tại $x=-1$và $x=1$.
Vậy số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Chọn đáp án B □

Câu 19. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^4+12x^2+1$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A 1. B 37. C 33. D 12.

Lời giải.

Hàm số $f(x)$liên tục trên đoạn $[-1;2]$.

$f'(x)=-4x^3+24x=4x\left(-x^2+6\right)$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in(-1;2)\\x=-\sqrt{6}\notin(-1;2)\\x=\sqrt{6}\notin(-1;2)\end{array}\right.$$

$f(-1)=12$; $f(2)=33$; $f(0)=1$.

Vậy $\max\limits_{[-1;2]} f(x)=33$.

Chọn đáp án C □

Câu 20. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a=\log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $a=b^2$. B $a^3=b$. C $a=b$. D $a^2=b$.

Lời giải.

$\log_2 a=\log_8(ab)\Leftrightarrow\log_2 a=\log_2^3(ab)$

$\Leftrightarrow\log_2 a=\dfrac{1}{3}\log_2(ab)\Leftrightarrow 3\log_2 a=\log_2(ab)$

$\Leftrightarrow\log_2 a^3=\log_2(ab)$

$\Leftrightarrow a^3=ab\Leftrightarrow a^2=b$.

Chọn đáp án D □

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1}\geq 5^{x^2-x-9}$ là

A $[-2;4]$. B $[-4;2]$.

C $(-\infty;-2]\cup[4;+\infty)$. D $(-\infty;-4]\cup[2;+\infty)$.

Lời giải.

$5^{x-1}\geq 5^{x^2-x-9}\Leftrightarrow x-1\geq x^2-x-9\Leftrightarrow x^2-2x-8\leq 0\Leftrightarrow -2\leq x\leq 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $[-2;4]$.

Chọn đáp án A □

Câu 22. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) 18π. (B) 36π. (C) 54π. (D) 27π.

Lời giải.

Theo giả thiết mặt phẳng đi qua trục OO' cắt hình trụ theo thiết diện một hình vuông.
Do đó: $AD = AB = 2R = 6$.
Hình trụ đã cho có $R = 3$, chiều cao $h = 6$, do đó có diện tích xung quanh là:
$S_{xq} = 2\pi.R.h = 36\pi$ (đvdt).

Chọn đáp án (B) □

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 2 = 0$ là

(A) 2. (B) 0. (C) 3. (D) 1.

Lời giải.

Phương trình $3f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{2}{3}$.

Nhận xét: Số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của đường thẳng $y = \dfrac{2}{3}$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = \dfrac{2}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x) = \dfrac{2}{3}$ có 3 nghiệm.

Vậy phương trình $3f(x) - 2 = 0$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án (C) □

Câu 24. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

(A) $x + 3\ln(x-1) + C$. (B) $x - 3\ln(x-1) + C$.

(C) $x-\dfrac{3}{(x-1)^2}+C$. (D) $x-\dfrac{3}{(x-1)^2}+C$.

Lời giải.

Ta có:
$F(x)=\int f(x)\ \mathrm{d}x=\int\dfrac{x+2}{x-1}\ \mathrm{d}x=\int\dfrac{x-1+3}{x-1}\ \mathrm{d}x=\int\left(1+\dfrac{3}{x-1}\right)\ \mathrm{d}x$
$=x+3\ln|x-1|+C\xrightarrow{x\in(1;+\infty)}F(x)=x+3\ln(x-1)+C.$

Vậy $F(x)=x+3\ln(x-1)+C$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 25. Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S=Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt Nam là 93.671.600 người (Tổng cục Thống kê, Niên giám Thống kê năm 2017, Nhà xuất bản Thống kê, Tr.79). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là $0,81\%$ dự báo dân số Việt Nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

(A) 109.256.100. (B) 108.374.700. (C) 107.500.500. (D) 108.311.100.

Lời giải.

Ta có: $S=Ae^{nr}=93671600.e^{(2035-2017).\frac{0,81}{100}}=108.374.741,3\approx 108.374.700.$
Vậy cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm 2035 dân số nước ta khoảng 108.374.700 người.

Chọn đáp án (B) □

Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, $BD=a\sqrt{3}$, $AA'=4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $2\sqrt{3}a^3$. (B) $4\sqrt{3}a^3$. (C) $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. (D) $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải.

Áp dụng định lí hàm số cosin cho tam giác ta có:
$\cos\widehat{BAD}=\dfrac{AB^2+AD^2-BD^2}{2AB.AD}=\dfrac{-1}{2}\Rightarrow\widehat{BAD}=120^o$
$\Rightarrow S_{ABCD}=AB.AD.\sin\widehat{BAD}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$
$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'}=AA'.S_{ABCD}=4a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}a^3.$

Chọn đáp án (A) □

Câu 27. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}$ là

(A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

Lời giải.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$

Trên D ta có, $y=\dfrac{5x^2-4x-1}{x^2-1}=\dfrac{(5x+1)(x-1)}{(x-1)(x+1)}=\dfrac{5x+1}{x+1}$

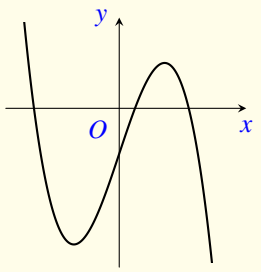
$\lim\limits_{x\to(-1)^+}y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{5x+1}{x+1}=-\infty\Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{5x+1}{x+1}=5\Rightarrow y=5$là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận.

Chọn đáp án (C) □

Câu 28. Cho hàm số $y=ax^3+3x+d\ (a,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



(A) $a>0;d>0$.

(B) $a<0;d>0$.

(C) $a>0;d<0$.

(D) $a<0;d<0$.

Lời giải.

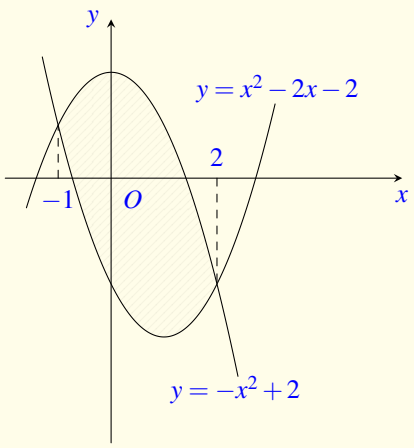
Do $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(ax^3+3x+d\right)=-\infty\Rightarrow a<0$.

Vì giao điểm của ĐTHS $y=ax^3+3x+d$ với trục tung $Oy:x=0$ nằm phía dưới trục hoành $Ox:y=0$ nên $d<0$.

Suy ra: $\begin{cases}a<0\\d<0\end{cases}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 29. Diện tích phần hình phẳng được gạch chéo trong bình bên bằng



A $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$. **B** $\int_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)\mathrm{d}x$.

C $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2-2x+4\right)\mathrm{d}x$. **D** $\int_{-1}^{2}\left(2x^2+2x-4\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy: Ứng với phần hình phẳng được gạch chéo trong hình bên thì đồ thị hai hàm số $y=-x^2+2$ (C_1) và đồ thị hàm số $y=x^2-2x-2$ (C_2) cắt nhau tại hai điểm có hoành độ là $x=-1$ và $x=2$, đồng thời đồ thị (C_1) nằm trên đồ thị (C_2) nên ta được phần diện tích hình phẳng gạch chéo là:

$$S=\int_{-1}^{2}\left[-x^2+2-\left(x^2-2x-2\right)\right]\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$$

Chọn đáp án A

Câu 30. Cho hai số phức $z_1=-3+i$ và $z_2=1-i$. Phần ảo của số phức $z_1+\bar{z}_2$ bằng

A -2. **B** $2i$. **C** 2. **D** $-2i$.

Lời giải.

Ta có $z_1+\bar{z}_2=(-3+i)+(1+i)=-2+2i$
Phần ảo của số phức $z_1+\bar{z}_2$ bằng 2.

Chọn đáp án C

Câu 31. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=(1+2i)^2$ là điểm nào dưới đây?

A $P(-3;4)$. **B** $Q(5;4)$. **C** $N(4;-3)$. **D** $M(4;5)$.

Lời giải.

Ta có $z=(1+2i)^2=-3+4i$ có điểm biểu diễn là $P(-3;4)$.

Chọn đáp án A

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(1;0;3)$ và $\vec{b}=(-2;2;5)$. Tích vô

hướng $\vec{a}\cdot\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$ bằng

(A) 25. (B) 23. (C) 27. (D) 29.

Lời giải.

Ta có $\vec{a}+\vec{b}=(-1;2;8)$.
Suy ra $\vec{a}.\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=1.(-1)+0.2+3.8=23$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của (S) là

(A) $x^2+y^2+(z+3)^2=25$. (B) $x^2+y^2+(z+3)^2=5$.

(C) $x^2+y^2+(z-3)^2=25$. (D) $x^2+y^2+(z-3)^2=5$.

Lời giải.

Ta có: $IM=5$.
Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ đi qua điểm $M(4;0;0)$ có bán kính là $R=IM=5$
Vậy phương trình mặt cầu (S) là $x^2+y^2+(z+3)^2=25$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;1-1)$ và vuông góc với đường thẳng Δ: $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ có phương trình là

(A) $2x+2y+z+3=0$. (B) $x-2y-z=0$.

(C) $2x+2y+z-3=0$. (D) $x-2y-z-2=0$.

Lời giải.

Gọi (α)là mặt phẳng cần tìm.

Vì (α) vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$nên (α)nhận véc tơ chỉ phương $\vec{u}(2;2;1)$của Δlà véc tơ pháp tuyến.
Lại có, (α)đi qua $M(1;1-1)$.
Do đó, phương trình (α)có dạng:
$2(x-1)+2(y-1)+(z+1)=0\Leftrightarrow 2x+2y+z-3=0$

Chọn đáp án (C) □

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2;3;-1)$ và $N(4;5;3)$?

A $\vec{u_4}(1;1;1)$. B $\vec{u_3}(1;1;2)$. C $\vec{u_1}(3;4;1)$. D $\vec{u_2}(3;4;2)$.

Lời giải.

Ta có: $\overrightarrow{MN}(2;2;4) = 2(1;1;2) \Rightarrow \vec{u_3}(1;1;2)$là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2;3;-1)$ và $N(4;5;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 36. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là chẵn bằng

A $\frac{41}{81}$. B $\frac{4}{9}$. C $\frac{1}{2}$. D $\frac{16}{81}$.

Lời giải.

Không gian mẫu: $n(\Omega) = A_{10}^3 - A_9^2 = 648$

Gọi A là biến cố "Số được chọn có tổng các chữ số là chẵn."; $\overline{abc}$ là số cần thành lập thỏa tổng ba chữ số là số chẵn.

TH1: Ba chữ số chẵn chọn từ $\{0;2;4;6;8\}$: $A_5^3 - A_4^2 = 48$ (số).

TH2: Chọn chữ số 0 và 2 chữ số lẻ từ $\{1;3;5;7;9\}$

Xếp số 0: 2 cách

Hai vị trí còn lại: A_5^2 cách

Suy ra có 40 số.

TH3: Chọn 1 chữ số chẵn từ $\{2;4;6;8\}$ và 2 chữ số lẻ từ $\{1;3;5;7;9\}$

Chọn một chữ số chẵn: 4 cách

Xếp chữ số chẵn vừa chọn: 3 cách

Hai vị trí còn lại: A_5^2 cách

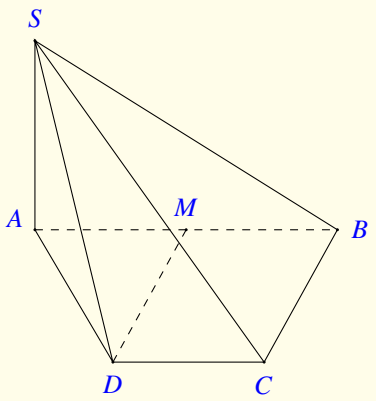
Suy ra có 240 số.

Vậy$n(A) = 328$

Suy ra xác suất: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{328}{648} = \frac{41}{81}$.

Chọn đáp án A □

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB=2a$, $AD=DC=CB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=3a$. Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng



A $\dfrac{3a}{4}$.

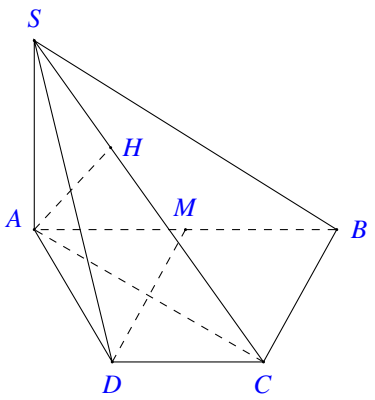
B $\dfrac{3a}{2}$.

C $\dfrac{3\sqrt{13}a}{13}$.

D $\dfrac{6\sqrt{13}a}{13}$.

Lời giải.

Ta có $DC//MB$ và $DC=BC=MB=a$ suy ra tứ giác $DMBC$ là hình thoi$\Rightarrow DM//BC$, lại có $BC\subset(SBC)$ và $DM\not\subset(SBC)$, do đó: $DM//(SBC)$
$\Rightarrow d(SB,DM)=d(M,(SBC))$.
Vì M là trung điểm của AB nên
$d(M,(SBC))=\dfrac{1}{2}d(A,(SBC))$.
Từ giả thiết ta được $\widehat{ADC}=120^\circ$.
Áp dụng định lí Côsin vào tam giác ADC ta được:
$AC^2=AD^2+DC^2-2AD.DC.cos\widehat{ADC}$
$\Rightarrow AC^2=a^2+a^2-2a^2.cos120^\circ=3a^2$
$\Rightarrow AC=a\sqrt{3}$.



Ta nhận thấy $AB^2=AC^2+BC^2$ do đó ΔACB vuông tại $C\Rightarrow AC\perp BC(1)$ mà $SA\perp(ABCD)\Rightarrow SA\perp BC(2)$.
Từ (1)và (2) ta được: $BC\perp(SAC)\Rightarrow(SAC)\perp(SBC)$.
Trong tam giác SAC dựng AH vuông góc với AC, mà $AC=(SAC)\cap(SBC)$ do đó: $AH\perp(SBC)\Rightarrow d(A,(SBC))=AH$. Tam giác SAC vuông tại A và có AH là đường cao nên $AH=\dfrac{SA.AC}{\sqrt{SA^2+AC^2}}$
$\Rightarrow AH=\dfrac{3a.a\sqrt{3}}{\sqrt{9a^2+3a^2}}=\dfrac{3a}{2}\Rightarrow d(A,(SBC))=\dfrac{3a}{2}$.
Vậy $d(M,(SBC))=\dfrac{1}{2}d(A,(SBC))=\dfrac{3a}{4}$.

Chọn đáp án A □

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có $f(3)=3$ và $f'(x)=\dfrac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}$, $\forall x>0$. Khi đó

$\int\limits_3^8 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 7. (B) $\dfrac{197}{6}$. (C) $\dfrac{29}{2}$. (D) $\dfrac{181}{6}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=\dfrac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}=\dfrac{x}{\sqrt{x+1}\left(\sqrt{x+1}-1\right)}=\dfrac{x\left(\sqrt{x+1}+1\right)}{\sqrt{x+1}\left(\sqrt{x+1}-1\right)\left(\sqrt{x+1}+1\right)}$

$=\dfrac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}}=1+\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$

$\Rightarrow f(x)=\int\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}\right)\mathrm{d}x=x+2\sqrt{x+1}+C$

Mà $f(3)=3\Rightarrow C=-4$

Vậy $\int\limits_3^8 f(x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_3^8\left(x+2\sqrt{x+1}-4\right)\mathrm{d}x=\dfrac{197}{6}$

Chọn đáp án (B) □

Câu 39. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

(A) 5. (B) 4. (C) 3. (D) 2.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=\dfrac{-m^2+4}{(x-m)^2}$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)\Leftrightarrow\dfrac{-m^2+4}{(x-m)^2}>0,\ \forall x\in(0;+\infty)$

$\Rightarrow\begin{cases}-m^2+4>0\\ x\neq m\ \ \forall x\in(0;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\in(-2;2)\\ m\in(-\infty;0]\end{cases}\Leftrightarrow m\in(-2;0]$

Vậy có hai giá trị nguyên của m là -1 và 0.

Chọn đáp án (D) □

Câu 40. Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

(A) $\dfrac{32\sqrt{5}\pi}{3}$. (B) 32π. (C) $32\sqrt{5}\pi$. (D) 96π.

Lời giải.

ΔABC đều, đặt $AB = BC = CA = x$.

Ta có: $S_{\Delta ABC} = 9\sqrt{3} \Leftrightarrow \dfrac{x^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 6$.

$AI = \dfrac{6.\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$ (ΔABC đều).

ΔAOI vuông tại O: $OI = \sqrt{AI^2 - AO^2} = \sqrt{7}$.

ΔOIB vuông tại I:$R = OB = \sqrt{OI^2 + BI^2} = 4$.

Vậy thể tích khối nón: $V = \dfrac{1}{3}.\pi R^2.h = \dfrac{1}{3}\pi.16.2\sqrt{5} = \dfrac{32\pi\sqrt{5}}{3}$

Chọn đáp án (A) □

Câu 41. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(2x+y)$. Giá trị của $\dfrac{x}{y}$ bằng

(A) 2. (B) $\dfrac{1}{2}$. (C) $\log_2\left(\dfrac{3}{2}\right)$. (D) $\log_{\frac{3}{2}} 2$.

Lời giải.

Đặt $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(2x+y) = t \Rightarrow \begin{cases} x = 9^t \\ y = 6^t \\ 2x+y = 4^t \end{cases}$

Khi đó ta có: $\dfrac{x}{y} = \dfrac{9^t}{6^t} = \left(\dfrac{3}{2}\right)^t$ và $2.9^t + 6^t = 4^t$ (1).

Ta có $(1) \Leftrightarrow 2\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\dfrac{3}{2}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(\dfrac{3}{2}\right)^t = -1 \quad (loai) \\ \left(\dfrac{3}{2}\right)^t = \dfrac{1}{2} \quad (t/man) \end{array}\right.$

Vậy $\dfrac{x}{y} = \left(\dfrac{3}{2}\right)^t = \dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \left|x^3 - 3x + m\right|$ trên đoạn $[0;3]$ bằng 16. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

(A) -16. (B) 16. (C) -12. (D) -2.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 3x + m$ trên $\mathbb{R}$.

$g'(x) = 3x^2 - 3$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

Ta xét các trường hợp sau:

+) $m + 18 \le 0 \Leftrightarrow m \le -18$. Khi đó $m - 2 < m < m + 18 \le 0$, nên

$\underset{[0;3]}{Max}\, y = \underset{[0;3]}{Max}\ \{|m-2|, |m|, |m+18|\} = |m-2| = 2 - m$.

Vậy $\underset{[0;3]}{Max}y=16\Leftrightarrow 2-m=16\Leftrightarrow m=-14$ (loại).

+) $m<0<m+18\Leftrightarrow -18<m<0$. Khi đó $m-2<m<0<m+18$,

nên $\begin{cases}\underset{[0;3]}{Max}y=\underset{[0;3]}{Max}\{|m-2|,|m|,|m+18|\}=\underset{[0;3]}{Max}\{2-m,-m,m+18\}\\ =\underset{[0;3]}{Max}\{2-m,m+18\}=\begin{cases}2-m,-18<m<-8\\ m+18,0>m\geq -8\end{cases}\end{cases}$

Vậy $\underset{[0;3]}{Max}y=16\Leftrightarrow\begin{cases}2-m=16,-18<m<-8\\ m+18=16,-8\leq m<0\end{cases}$ .Như vậy $\begin{bmatrix}m=-14\\ m=-2\end{bmatrix}$

+) $m=0:\underset{[0;3]}{Max}y=18\neq 16$ (loại).

+) $m-2<0<m<m+18$

Ta có $\underset{[0;3]}{Max}y=\underset{[0;3]}{Max}\{|m-2|,|m|,|m+18|\}=\underset{[0;3]}{Max}\{2-m,m,m+18\}=m+18$,

Do đó$\underset{[0;3]}{Max}y=16\Leftrightarrow m+18=16\Leftrightarrow m=-2$ (thỏa mãn).

+) $0\leq m-2<m<m+18$.

Ta có $\underset{[0;3]}{Max}y=\underset{[0;3]}{Max}\{|m-2|,|m|,|m+18|\}=\underset{[0;3]}{Max}\{m-2,m,m+18\}=m+18$.

Do đó $\underset{[0;3]}{Max}y=16\Leftrightarrow m+18=16\Leftrightarrow m=-2$ (loại).

Suy ra $S=\{-14;-2\}$. Vậy tổng các phần tử của S bằng $-14+(-2)=-16$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 43. Cho phương trình $\log_2^2(2x)-(m+2)\log_2 x+m-2=0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1;2]$ là

(A) $(1;2)$. (B) $[1;2]$. (C) $[1;2)$. (D) $[2;+\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x>0$.

Ta có $\log_2^2(2x)-(m+2)\log_2 x+m-2=0$

$\Leftrightarrow(\log_2 x+1)^2-m\log_2 x-2\log_2 x+m-2=0$

$\Leftrightarrow\log_2^2 x-1-m\log_2 x+m=0$

$\Leftrightarrow(\log_2 x-1)(\log_2 x+1)-m(\log_2 x-1)=0$

$\Leftrightarrow(\log_2 x-1)(\log_2 x+1-m)=0$

$\Leftrightarrow\begin{bmatrix}\log_2 x=1\\ \log_2 x=m-1\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=2\in[1;2]\\ x=2^{m-1}\end{bmatrix}$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1;2]$ khi và chỉ khi $\begin{cases}1\leq 2^{m-1}\leq 2\\ 2^{m-1}\neq 2\end{cases}\Leftrightarrow$

$1\leq 2^{m-1}<2\Leftrightarrow 0\leq m-1<1\Leftrightarrow 1\leq m<2$

Hay $m\in[1;2)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là

(A) $-\sin 2x+\cos 2x+C$.
(B) $-2\sin 2x+\cos 2x+C$.
(C) $-2\sin 2x-\cos 2x+C$.
(D) $2\sin 2x-\cos 2x+C$.

Lời giải.

Vì $cos2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$ nên
$f(x)e^x=(\cos 2x)'=-2\sin 2x$.
Ta có $\int f'(x)e^x\,\mathrm{d}x=\int e^x d\left(f(x)\right)=f(x)e^x-\int f(x)d\left(e^x\right)=f(x)e^x-\int f(x)e^x\,\mathrm{d}x$.
Mà $f(x)e^x=-2\sin 2x$do đó $\int f'(x)e^x\,\mathrm{d}x=-2\sin 2x+\int 2\sin 2x\,\mathrm{d}x$.
Vậy $\int f'(x)e^x\,\mathrm{d}x=-2\sin 2x-cos2x+C$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi;2\pi]$ của phương trình $2f\left(\sin x\right)+3=0$ là
(A) 4. (B) 6. (C) 3. (D) 8.

Lời giải.

Ta có $2f\left(\sin x\right)+3=0\Leftrightarrow f\left(\sin x\right)=-\dfrac{3}{2}$.
Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $f(x)$:
Ta có: $f(x)=-\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=a & \text{với } a<-1\\ x=b & \text{với } -1<b<0\\ x=c & \text{với } 0<c<1\\ x=d & \text{với } d>1\end{array}\right.$
Do đó: $f\left(\sin x\right)=-\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}\sin x=a & \text{với } a<-1\\ \sin x=b & \text{với } -1<b<0\\ \sin x=c & \text{với } 0<c<1\\ \sin x=d & \text{với } d>1\end{array}\right.$.
+) Các trường hợp: $\sin x=a$, $\sin x=d$ vô nghiệm do $a<-1,d>1$.
+) Do $-1<b<0$ nên tồn tại góc α với $-\dfrac{\pi}{2}<\alpha<0$ sao cho $\sin\alpha=b$.
Khi đó: $\sin x=b\Leftrightarrow\sin x=\sin\alpha\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\alpha+k2\pi\\ x=\pi-\alpha+m2\pi\end{array}\right.(k,m\in\mathbb{Z})$.

Theo đầu bài, ta lấy nghiệm $x \in [-\pi;2\pi]$ nên $-\pi \le \alpha + k2\pi \le 2\pi$ hoặc $-\pi \le \pi - \alpha + m2\pi \le 2\pi$, với $k,m \in \mathbb{Z}$ và $-\dfrac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Suy ra $k=0, k=1$; $m=-1, m=0$.

Do đó, $\sin x = b$ có 4 nghiệm thuộc đoạn $[-\pi;2\pi]$.

+) Tương tự, do $0 < c < 1$ nên tồn tại góc β với $0 < \beta < \dfrac{\pi}{2}$ sao cho $\sin\beta = x_3$.

Khi đó: $\sin x = c \Leftrightarrow \sin x = \sin\beta \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \beta + n2\pi \\ x = \pi - \beta + l2\pi \end{array}\right. (n,l \in \mathbb{Z})$.

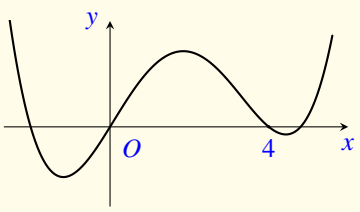
Theo đầu bài, ta lấy nghiệm $x \in [-\pi;2\pi]$ nên $-\pi \le \beta + n2\pi \le 2\pi$ hoặc $-\pi \le \pi - \beta + l2\pi \le 2\pi$ với $n,l \in \mathbb{Z}$ và $0 < \beta < \dfrac{\pi}{2}$. Suy ra $n=0$; $l=0$.

Do đó, $\sin x = c$ có 2 nghiệm thuộc đoạn $[-\pi;2\pi]$.

Vậy, phương trình $2f(\sin x)+3=0$ có 6 nghiệm thuộc đoạn $[-\pi;2\pi]$.

Chọn đáp án B □

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên . Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f\left(x^3+3x^2\right)$ là



A 5.

B 3.

C 7.

D 11.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị $y = f(x)$ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = a \in (-\infty;0) \\ x = b \in (0;4) \\ x = c \in (4;+\infty) \end{array}\right.$

Ta có: $g'(x) = \left(3x^2+6x\right) f'\left(x^3+3x^2\right)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x^2+6x = 0 \\ f'\left(x^3+3x^2\right) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 0 & \\ x = -2 & \\ x^3+3x^2 = a \in (-\infty;0) & (1) \\ x^3+3x^2 = b \in (0;4) & (2) \\ x^3+3x^2 = c \in (4;+\infty) & (3) \end{array}\right.$$

Xét hàm số : $h(x) = x^3+3x^2$

Ta có $h'(x) = 3x^2+6x, h'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2+6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có Phương trình (1)có một nghiệm .
Phương trình (2)có ba nghiệm phân biệt .
Phương trình (3)có một nghiệm .
Vậy phương trình $g'(x)=0$ có 7 nghiệm bội lẻ phân biệt nên hàm số có 7 điểm cực trị.

Chọn đáp án C □

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0\le x\le 2020$ và $\log_3(3x+3)+x=2y+9^y$?

A 2019. B 6. C 2020. D 4.

Lời giải.

Ta có $\log_3(3x+3)+x=2y+9^y \Leftrightarrow [1+\log_3(x+1)]+x=2y+3^{2y}$
$\Leftrightarrow \log_3(x+1)+x+1=2y+3^{2y} \Leftrightarrow \log_3(x+1)+3^{\log_3(x+1)}=2y+3^{2y}$ (*).
Xét hàm $f(t)=t+3^t$.
Ta có $f'(t)=1+3^t\ln 3>0, \forall t\in\mathbb{R}$. Do đó, $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
Khi đó,
(*) $\Leftrightarrow f[\log_3(x+1)]=f(2y)\Leftrightarrow \log_3(x+1)=2y\Leftrightarrow x+1=9^y$ (**).
Vì $0\le x\le 2020$ nên $1\le 9^y\le 2021\Rightarrow 0\le y\le \log_9 2021\approx 3{,}464$.
Vì $y\in\mathbb{Z}$ nên $y\in\{0,1,2,3\}$.
Với $y=0\Rightarrow x=0$; $y=1\Rightarrow x=8$; $y=2\Rightarrow x=80$; $y=3\Rightarrow x=728$.
Vậy có 4 cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn.

Chọn đáp án D □

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $xf\left(x^3\right)+f\left(1-x^2\right)=-x^{10}+x^6-2x, \forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó $\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A $-\dfrac{17}{20}$. B $-\dfrac{13}{4}$. C $\dfrac{17}{4}$. D -1.

Lời giải.

+Ta có $xf\left(x^3\right)+f\left(1-x^2\right)=-x^{10}+x^6-2x$
$\Leftrightarrow x^2f\left(x^3\right)+xf\left(1-x^2\right)=-x^{11}+x^7-2x^2$
$\Leftrightarrow \displaystyle\int_{-1}^{0} x^2f\left(x^3\right)\mathrm{d}x+\int_{-1}^{0} xf\left(1-x^2\right)\mathrm{d}x=\int_{-1}^{0}\left(-x^{11}+x^7-2x^2\right)\mathrm{d}x$
$\Leftrightarrow \dfrac{1}{3}\displaystyle\int_{-1}^{0} f\left(x^3\right)\,\mathrm{d}\left(x^3\right)-\frac{1}{2}\int_{-1}^{0} f\left(1-x^2\right)\,\mathrm{d}\left(1-x^2\right)=-\frac{17}{24}$
$\Leftrightarrow \dfrac{1}{3}\displaystyle\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x-\frac{1}{2}\int_{0}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x=-\frac{17}{24}$ (1)
Ta có $x^2f\left(x^3\right)+xf\left(1-x^2\right)=-x^{11}+x^7-2x^2$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 x^2 f\left(x^3\right) \mathrm{d}x + \int_0^1 x f\left(1-x^2\right) \mathrm{d}x = \int_0^1 \left(-x^{11}+x^7-2x^2\right) \mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\int_0^1 f\left(x^3\right)\ \mathrm{d}\left(x^3\right) - \frac{1}{2}\int_0^1 f\left(1-x^2\right)\ \mathrm{d}\left(1-x^2\right) = -\frac{5}{8}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x - \frac{1}{2}\int_1^0 f(x)\,\mathrm{d}x = -\frac{5}{8}$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = -\frac{3}{4}$$

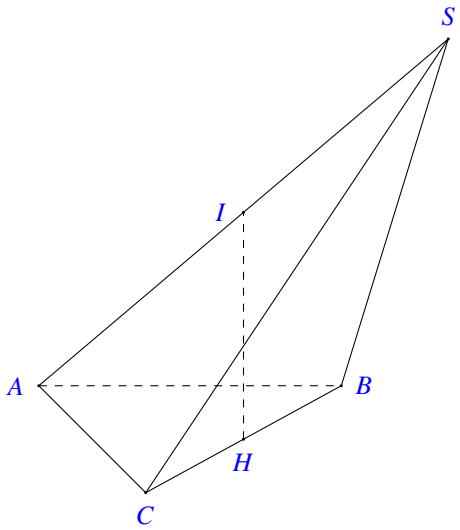
Từ $(1) \Rightarrow \int_{-1}^0 f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{-13}{4}$

Chọn đáp án B □

Câu 49. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$, $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60°. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A a^3. B $\dfrac{a^3}{3}$. C $\dfrac{a^3}{2}$. D $\dfrac{a^3}{6}$.

Lời giải.



- Gọi I và H lần lượt là trung điểm của SA và BC. Theo giả thiết $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$ nên điểm I cách đều 4 điểm S, A, B, C, suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.
- Mặt khác, H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, suy ra IH là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, khi đó $IH \perp (ABC)$.
- Ngoài ra, tam giác ABC vuông cân tại A nên $AH \perp BC$; $AB = a$

$\Rightarrow BC = a\sqrt{2}$ và $AH = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Đặt $IH = x, x > 0$.
- Dựng hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ sao cho

$H(0;0;0), A\left(\frac{a\sqrt{2}}{2};0;0\right), B\left(0;\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right), C\left(0;-\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right), I(0;0;x).$

Do I là trung điểm của SA nên ta có $S\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2};0;2x\right)$.

- Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right), \overrightarrow{AS}=\left(-a\sqrt{2};0;2x\right),$

suy ra vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (SAB) là $\vec{n_1}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AS}\right]=\left(ax\sqrt{2};ax\sqrt{2};a^2\right).$

-Ta có $\overrightarrow{CA}=\left(\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right), \overrightarrow{CS}=\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{2}}{2};2x\right),$

suy ra vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (SAC) là

$\vec{n_2}=\left[\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CS}\right]=\left(ax\sqrt{2};-ax\sqrt{2};a^2\right).$

Theo giả thiết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60° nên ta có

$\cos 60^\circ=\left|\cos\left(\vec{n_1},\vec{n_2}\right)\right|=\frac{\left|\vec{n_1}.\vec{n_2}\right|}{\left|\vec{n_1}\right|.\left|\vec{n_2}\right|}$

$=\frac{\left|2a^2x^2-2a^2x^2+a^4\right|}{\sqrt{2a^2x^2+2a^2x^2+a^4}.\sqrt{2a^2x^2+2a^2x^2+a^4}}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{a^4}{2a^2x^2+2a^2x^2+a^4}\Leftrightarrow 4a^2x^2+a^4=2a^4\Leftrightarrow x^2=\frac{a^2}{4}\Leftrightarrow x=\frac{a}{2}$

(do $x, a>0$).

Khi đó $d(S,(ABC))=2d(I,(ABC))=2.IH=2x=a$; $S_{\Delta ABC}=\frac{a^2}{2}$

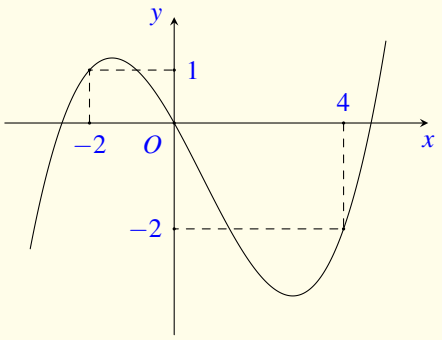
Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.d(S,(ABC)).S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.a.\frac{a^2}{2}=\frac{a^3}{6}$(đvtt).

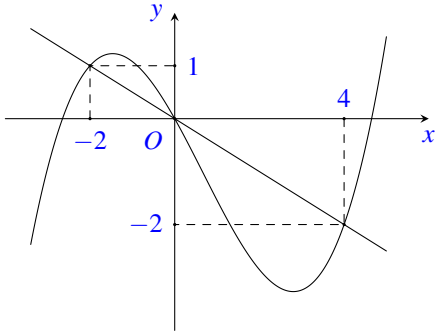
Chọn đáp án (D) □

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x)=f(1-2x)+x^2-x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. (B) $\left(0;\frac{1}{2}\right)$. (C) $(-2;-1)$. (D) $(2;3)$.



Lời giải.



Ta có $g'(x) = -2f'(1-2x) - (1-2x)$

Đặt $u = 1-2x$ ta được hàm số $h(u) = -2\left[f'(u) + \frac{1}{2}u\right]$

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có đồ thị hàm số $y = f'(u)$ và $y = -\frac{1}{2}u$ như hình vẽ

Từ đó ta có $h(u) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 < u < 0 \\ u > 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 < 1-2x < 0 \\ 1-2x > 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{1}{2} < x < \frac{3}{2} \\ x < -\frac{3}{2} \end{array}\right.$.

Chọn đáp án A □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 59

1. A	2. A	3. C	4. D	5. A	6. B	7. B	8. D	9. A	10. C
11. A	12. C	13. B	14. D	15. D	16. A	17. B	18. B	19. C	20. D
21. A	22. B	23. C	24. A	25. B	26. A	27. C	28. D	29. A	30. C
31. A	32. B	33. A	34. C	35. B	36. A	37. A	38. B	39. D	40. A
41. B	42. A	43. C	44. C	45. B	46. C	47. D	48. B	49. D	50. A

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THAM KHẢO

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
Môn: TOÁN, ĐỀ THAM KHẢO LẦN 2
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh?
A C_{10}^2. **B** A_{10}^2. **C** 10^2. **D** 2^{10}.

Lời giải.

Nhóm gồm 10 học sinh, ta chọn 2 học sinh và không có tính thứ tự nên số cách chọn là C_{10}^2.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng
A 6. **B** 3. **C** 12. **D** -6.

Lời giải.

Cấp số cộng, ta có $d = u_2 - u_1 = 9 - 3 = 6$.

Chọn đáp án A □

Câu 3. Nghiệm của phương trình $3^{x+1} = 27$ là
A $x = 4$. **B** $x = 3$. **C** $x = 2$. **D** $x = 1$.

Lời giải.

Ta có $3^{x+1} = 27 \Leftrightarrow 3^{x+1} = 3^3$
$\Leftrightarrow x + 1 = 3$
$\Leftrightarrow x = 2$.

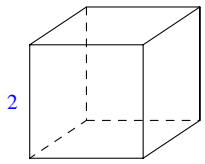
Vậy nghiệm của phương trình là $x = 2$.

Chọn đáp án C □

Câu 4. Thể tích khối lập phương cạnh 2 bằng
A 6. **B** 8. **C** 4. **D** 2.

Lời giải.

Thể tích khối lập phương là $V = (\text{cạnh})^3 = 2^3 = 8$.



Chọn đáp án B ☐

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

A $[0;+\infty)$. B $(-\infty;+\infty)$. C $(0;+\infty)$. D $[2;+\infty)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $x > 0$. Vậy tập xác định $\mathscr{D} = (0;+\infty)$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 6. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A 6. B 12. C 36. D 4.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 4 = 4$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 7. Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A 16π. B 48π. C 36π. D 4π.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3}B \cdot h = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 16\pi$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 8. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $\mathbb{K}$ nếu

A $F'(x) = -f(x), \forall x \in \mathbb{K}$. B $f'(x) = F(x), \forall x \in \mathbb{K}$.

C $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{K}$. D $f'(x) = -F(x), \forall x \in \mathbb{K}$.

Lời giải.

Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $\mathbb{K}$ nếu $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{K}$.

Chọn đáp án C □

Câu 9. Cho mặt cầu có bán kính $R=2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A $\frac{32\pi}{3}$. B 8π. C 16π. D 4π.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu $S=4\pi\cdot r^2=4\pi\cdot 2^2=16\pi$.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-\infty;-1)$. B $(0;1)$. C $(-1;0)$. D $(-\infty;0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Chọn đáp án C □

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(a^3\right)$ bằng

A $\frac{3}{2}\log_2 a$. B $\frac{1}{3}\log_2 a$. C $3+\log_2 a$. D $3\log_2 a$.

Lời giải.

Ta có $\log_2\left(a^3\right)=3\log_2 a$.

Chọn đáp án D □

Câu 12. Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A $4\pi rl$. B πrl. C $\frac{1}{3}\pi rl$. D $2\pi rl$.

Lời giải.

Ta có diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{\text{xq}}=2\pi rl$.

Chọn đáp án D □

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A $x=-2$. B $x=2$. C $x=1$. D $x=-1$.

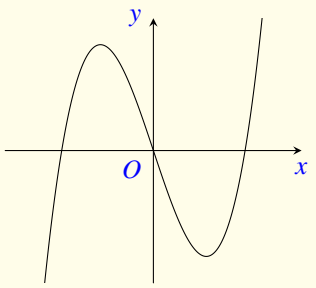
Lời giải.

Dựa vào BBT ta thấy hàm số đạt cựa đại tại $x=-1$.

Chọn đáp án D □

Câu 14.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A $y=x^3-3x$. B $y=-x^3+3x$.

C $y=x^4-2x^2$. D $y=-x^4+2x^2$.

Lời giải.

Nhìn vào đồ thị có dạng hàm số bậc ba đi qua gốc toạ độ có hệ số $a>0$ nên loại các phương án $y=-x^3+3x$, $y=x^4-2x^2$ và $y=-x^4+2x^2$.
Vậy chỉ có đáp án $y=x^3-3x$ đúng.

Chọn đáp án A □

Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ là

A $y=-2$. B $y=1$. C $x=-1$. D $x=2$.

Lời giải.

Ta có

$$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to-\infty} y=1.$$

Do đó $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án B □

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

(A) $(10;+\infty)$. (B) $(0;+\infty)$. (C) $[10;+\infty)$. (D) $(-\infty;10)$.

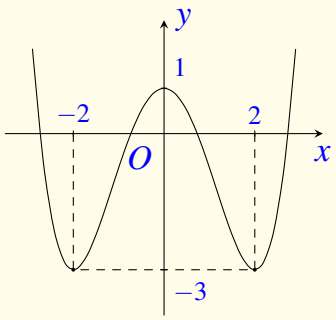
Lời giải.

Ta có $\log x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 10^1 = 10$.
Do đó tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = [10;+\infty)$.

Chọn đáp án C □

Câu 17.
Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là

(A) 3. (B) 1. (C) 1. (D) 4.



Lời giải.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -1$.
Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $x = -1$ tại bốn điểm phân biệt.

Chọn đáp án D □

Câu 18. Nếu $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ thì $\int_0^1 2f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 16. (B) 4. (C) 2. (D) 8.

Lời giải.

Ta có $\int_0^1 2f(x)\,\mathrm{d}x = 2\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 2 \cdot 4 = 8$.

Chọn đáp án D □

Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $z = 2+i$ là

(A) $\overline{z} = -2+i$. (B) $\overline{z} = -2-i$. (C) $\overline{z} = 2-i$. (D) $\overline{z} = 2+i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của $z=2+i$ là $\overline{z}=2-i$.

Chọn đáp án C □

Câu 20. Cho hai số phức $z_1=2+i$ và $z_2=1+3i$. Phần thực của số phức z_1+z_2 bằng

A 1. B 3. C 4. D -2.

Lời giải.

Ta có $z_1+z_2=2+i+1+3i=3+4i$. Vậy phần thực bằng 3.

Chọn đáp án B □

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=-1+2i$ là điểm nào dưới đây?

A $Q(1;2)$. B $P(-1;2)$. C $N(1;-2)$. D $M(-1;-2)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn của số phức $z=-1+2i$ trong mặt phẳng tọa độ là $P(-1;2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là

A $(0;1;0)$. B $(2;1;0)$. C $(0;1;-1)$. D $(2;0;-1)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên mặt phẳng (Oxz) là điểm $M'(2;0;-1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=9$. Tâm S có tọa độ là:

A $(-2;4;-1)$. B $(2;-4;1)$. C $(2;3;1)$. D $(-2;-4;-1)$.

Lời giải.

Mặt cầu có phương trình $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có tâm $I(a;b;c)$ nên tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là $(2;-4;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+3y+z+2=0$. Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)

(A) $\vec{n}_3=(2;3;2)$. (B) $\vec{n}_1=(2;3;0)$. (C) $\vec{n}_2=(2;3;1)$. (D) $\vec{n}_4=(2;0;3)$.

Lời giải.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng $Ax+By+Cz+D=0$ (với $A^2+B^2+C^2>0$) có véc-tơ pháp tuyến $(A;B;C)$. Vậy véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_2=(2;3;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$. Điểm nào thuộc đường thẳng d?

(A) $P(1;2;-1)$. (B) $M(-1;-2;1)$. (C) $N(2;3;-1)$. (D) $Q(-2;-3;1)$.

Lời giải.

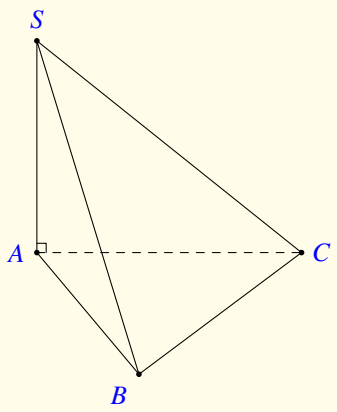
Thế tọa độ $P(1;2;-1)$ vào phương trình đường thẳng d ta có $\dfrac{1-1}{2}=\dfrac{2-2}{3}=\dfrac{-1+1}{-1}$. Do đó $P(1;2;-1)$ thuộc đường thẳng d.

Chọn đáp án A □

Câu 26.

Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=a\sqrt{2}$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC=2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

(A) 30°. (B) 45°. (C) 60°. (D) 90°.



Lời giải.

Ta có $SA\perp(ABC)$, AB là hình chiếu vuông góc của SB lên mặt phẳng (ABC) suy ra góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{SBA}$.

Do tam giác ABC vuông cân tại B có cạnh huyền $AC=2a$ nên $AB=\dfrac{AC}{\sqrt{2}}=a\sqrt{2}$.

Xét tam giác $\triangle SAB$ vuông tại A có $\tan SBA=\dfrac{SA}{AB}=1\Rightarrow \widehat{SBA}=45^\circ$.

Chọn đáp án B □

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 3. (B) 0. (C) 2. (D) 1.

Lời giải.

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ đổi dấu 2 lần.
Vậy hàm số có 2 cực trị.

Chọn đáp án C □

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2+2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

(A) 2. (B) -23. (C) -22. (D) -7.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=4x^3-20x$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-1;2] \\ x=-\sqrt{5}\notin[-1;2] \\ x=\sqrt{5}\notin[-1;2]. \end{array}\right.$

Xét $f(-1)=-7$, $f(0)=2$, $f(2)=-22$.
Vậy $\min\limits_{[-1;2]} f(x)=-22$.

Chọn đáp án C □

Câu 29. Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_3(3^a\cdot 9^b)=\log_9 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a+2b=2$. (B) $4a+2b=1$. (C) $4ab=1$. (D) $2a+4b=1$.

Lời giải.

Ta có

$$\log_3(3^a\cdot 9^b)=\log_9 3 \Leftrightarrow \log_3(3^a\cdot 3^{2b})=\log_9 9^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow \log_3 3^{a+2b}=\log_9 9^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow a+2b=\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2a+4b=1.$$

Chọn đáp án D □

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$ và trục hoành là

(A) 3. (B) 0. (C) 2. (D) 1.

Lời giải.

Xét $y=x^3-3x+1$ có $y'=3x^2-3=3(x^2-1)$. Tại $y'=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.
Ta có các giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}=+\infty$.
Bảng biến thiên của hàm số.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số $y=x^3-3x+1$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

Chọn đáp án A □

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $9^x+2\cdot 3^x-3>0$ là

A $[0;+\infty)$. B $(0;+\infty)$. C $(1;+\infty)$. D $[1;+\infty)$.

Lời giải.

Đặt $t=3^x$. Điều kiện $t>0$.
Khi đó bất phương trình trở thành

$$t^2+2t-3>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t<-3\\t>1.\end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện, ta có $t>1\Rightarrow 3^x>1\Leftrightarrow x>0$.

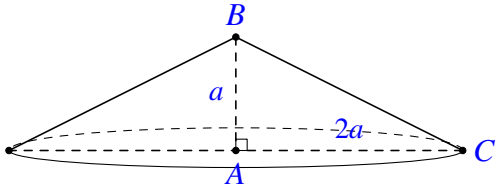
Chọn đáp án B □

Câu 32. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=a$ và $AC=2a$. Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A $5\pi a^2$. B $\sqrt{5}\pi a^2$. C $2\sqrt{5}\pi a^2$. D $10\pi a^2$.

Lời giải.

Đường sinh của hình nón là
$\ell=BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{a^2+(2a)^2}=\sqrt{5}a$.
Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh ℓ, bán kính đáy r là
$S_{\text{xq}}=\pi r\ell=\pi\cdot AC\cdot BC=\pi\cdot 2a\cdot\sqrt{5}a=2\sqrt{5}\pi a^2$.



Chọn đáp án C □

Câu 33. Xét $\int_0^2 xe^{x^2}\,dx$, nếu đặt $u=x^2$ thì $\int_0^2 xe^{x^2}\,dx$ bằng

A $2\int_0^2 e^u du$. B $2\int_0^4 e^u du$. C $\frac{1}{2}\int_0^2 e^u du$. D $\frac{1}{2}\int_0^4 e^u du$.

Lời giải.

Đặt $u=x^2 \Rightarrow du=2xdx \Rightarrow xdx=\frac{1}{2}du$.

Đổi cận: $\begin{cases} x=0 \Rightarrow u=0 \\ x=2 \Rightarrow u=4. \end{cases}$

Do đó: $\int_0^2 xe^{x^2}dx=\int_0^4 e^u\cdot\frac{1}{2}du=\frac{1}{2}\int_0^4 e^u du$.

Chọn đáp án D □

Câu 34. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y=2x^2$, $y=-1$, $x=0$, và $x=1$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

A $S=\pi\int_0^1 \left(2x^2+1\right)dx$. B $S=\int_0^1 \left(2x^2-1\right)dx$.

C $S=\int_0^1 \left(2x^2+1\right)^2 dx$. D $S=\int_0^1 \left(2x^2+1\right)dx$.

Lời giải.

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y=2x^2$, $y=-1$, $x=0$, và $x=1$ được tính bởi công thức $S=\int_0^1 \left(2x^2+1\right)dx$

Chọn đáp án D □

Câu 35. Cho hai số phức $z_1=3-i$ và $z_2=-1+i$. Phần ảo của số phức z_1z_2 bằng

A 4. B $4i$. C -1. D $-i$.

Lời giải.

Ta có $z_1z_2=(3-i)(-1+i)=-2+4i$.
Vậy phần ảo của số phức z_1z_2 là 4.

Chọn đáp án A □

Câu 36. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2-2z+5=0$. Mô-đun của số phức z_0+i bằng

(A) 2. (B) $\sqrt{2}$. (C) $\sqrt{10}$. (D) 10.

Lời giải.

Ta có $z^2-2z+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=1+2i \\ z=1-2i. \end{array}\right.$

Suy ra $z_0=1-2i \Leftrightarrow z_0+i=1-i \Rightarrow |z_0+i|=\sqrt{1^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$.

Vậy $|z_0+i|=\sqrt{2}$.

Chọn đáp án B □

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M vuông góc với Δ có phương trình là

(A) $3x+y-z-7=0$. (B) $x+4y-2z+6=0$.

(C) $x+4y-2z-6=0$. (D) $3x+y-z+7=0$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;4;-2)$.

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm.

Do $\Delta \perp (P)$ nên (P) nhận $\vec{u}$ làm vectơ pháp tuyến.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $1(x-2)+4(y-1)+-2z=0 \Leftrightarrow x+4y-2z-6=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương tham số là

(A) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2t \\ z=1+t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2t \\ z=1+t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(2;2;-2)=2(1;1;-1)$.

Đường thẳng MN đi qua điểm $M(1;0;1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-1)$ có phương trình tham số là

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=1-t. \end{cases}$$

Chọn đáp án D

Câu 39. Có 6 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang, xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C, ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng 1 học sinh. Xác suất để học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B bằng

A $\frac{1}{6}$. B $\frac{3}{20}$. C $\frac{2}{15}$. D $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu $|\Omega| = 6!$.
Để học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B ta có các trường hợp sau:
• Trường hợp 1: Học sinh C ngồi ở 2 ghế ngoài cùng

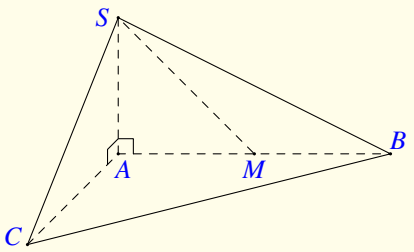
Ta có $2 \times 2 \times 4! = 96$ cách xếp.
• Trường hợp 2: C ngồi ở 1 trong 4 ghế trong (xem hình vẽ minh họa)

Số cách xếp trong trường hợp này là $4 \times 2! \times 3! = 48$.
Vậy có tổng cộng $96 + 48 = 144$ cách xếp nên xác suất cần tìm là $\mathrm{P} = \frac{144}{6!} = \frac{1}{5}$.

Chọn đáp án D

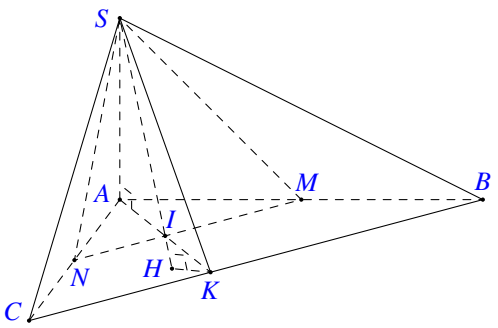
Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = 2a$, $AC = 4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (minh họa như hình bên). Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng

A $\frac{2a}{3}$. B $\frac{\sqrt{6}a}{3}$. C $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. D $\frac{a}{2}$.



Lời giải.

Cách 1: Gọi N là trung điểm của AC.
Ta có $MN \parallel BC$, $MN \subset (SMN)$ và BC không nằm trong $(SMN) \Rightarrow (SMN) \parallel BC$.
Khi đó, $\mathrm{d}(BC, SM) = \mathrm{d}(BC, (SMN))$. (1)
Kẻ $AK \perp BC$ tại K. Gọi $I = MN \cap AK$.



$$\begin{cases} MN \perp AK \\ MN \perp SA \end{cases} \Rightarrow MN \perp (SAK)$$

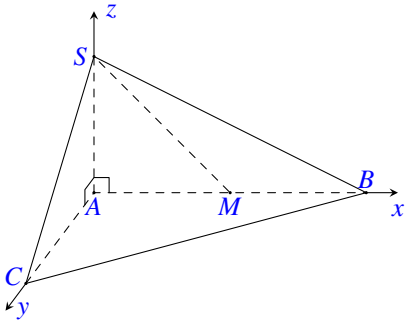
$$\Rightarrow \begin{cases} (SAK) \perp (SMN) \\ (SAK) \cap (SMN) = SI. \end{cases}$$

Kẻ $KH \perp SI$ tại H.
$\Rightarrow \mathrm{d}(K, (SMN)) = KH$. (2)
Mà $BC \parallel (SMN)$ nên $\mathrm{d}(BC, (SMN)) = \mathrm{d}(K, (SMN))$. (3)
Từ (1), (2) và (3) suy ra $\mathrm{d}(BC, SM) = KH$.
$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{(2a)^2 + (4a)^2} = 2a\sqrt{5}$.
$AK \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AK = \dfrac{AB \cdot AC}{BC} = \dfrac{2a \cdot 4a}{2a\sqrt{5}} = \dfrac{4a}{\sqrt{5}}$.
$SI = \sqrt{AI^2 + AS^2} = \sqrt{\left(\dfrac{2a}{\sqrt{5}}\right)^2 + a^2} = \sqrt{\dfrac{4a^2}{5} + a^2} = \dfrac{3a}{\sqrt{5}}$.

$$\Rightarrow \frac{HK}{AS} = \frac{IK}{IS} \Leftrightarrow HK = AS \cdot \frac{IK}{IS} = a \cdot \frac{\frac{2a}{\sqrt{5}}}{\frac{3a}{\sqrt{5}}} = \frac{2a}{3}.$$

Vậy $\mathrm{d}(SM, BC) = \dfrac{2a}{3}$.

Cách 2: Đặt hình chóp $S.ABC$ lên hệ trục tọa độ $Oxyz$, có $A(0;0;0)$, $B(2a;0;0)$, $C(0;4a;0)$, $S(0;0;a)$, $M(a;0;0)$.
$\overrightarrow{SM} = (a;0;-a)$; $\overrightarrow{BC} = (-2a;4a;0)$.
$\left[\overrightarrow{SM}, \overrightarrow{BC}\right] = (4a^2; 2a^2; 4a^2)$; $\overrightarrow{SB} = (2a;0;-a)$.



$$\mathrm{d}(SM, BC) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{SM}, \overrightarrow{BC}\right] \cdot \overrightarrow{SB}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{SM}, \overrightarrow{BC}\right]\right|}$$

$$= \frac{\left|4a^2 \cdot 2a + 2a^2 \cdot 0 + 4a^2 \cdot (-a)\right|}{\sqrt{4a^4 + 16a^4 + 16a^4}} = \frac{\left|4a^3\right|}{6a^2} = \frac{2a}{3}.$$

Chọn đáp án (A) ☐

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A 5. **B** 4. **C** 3. **D** 2.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
Ta có $f'(x) = x^2 + 2mx + 4$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \text{ (đúng)} \\ m^2 - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in [-2;2]$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2;-1;0;1;2\}$.
Vậy có 5 giá trị nguyên của m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án A □

Câu 42. Để quảng bá cho sản phẩm A, một công ty dự định tổ chức quảng cáo theo hình thức quảng cáo trên truyền hình. Nghiên cứu của công ty cho thấy: nếu sau n lần quảng cáo được phát thì tỉ lệ người xem quảng cáo đó mua sản phẩm A tuân theo công thức $P(n) = \dfrac{1}{1+49\mathrm{e}^{-0{,}015n}}$. Hỏi cần phát **ít nhất** bao nhiêu lần quảng cáo để tỉ lệ người xem mua sản phẩm đạt trên 30%?

A 202. **B** 203. **C** 206. **D** 207.

Lời giải.

Theo bài ra ta có

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1+49\mathrm{e}^{-0{,}015n}} > 0{,}3 \\ \Leftrightarrow\ & 1+49\mathrm{e}^{-0{,}015n} < \frac{10}{3} \\ \Leftrightarrow\ & \mathrm{e}^{-0{,}015n} < \frac{7}{147} \\ \Leftrightarrow\ & -0{,}015n < \ln\frac{7}{147} \\ \Leftrightarrow\ & n > -\frac{1}{0{,}015}\ln\frac{7}{147} \approx 202{,}97 \end{aligned}$$

Vậy ít nhất 203 lần quảng cáo.

Chọn đáp án B □

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{ax+1}{bx+c}$ $(a,b,c \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	1	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

(A) 2. (B) 3. **C** 1. (D) 0.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có:

- Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận ngang $y=1$, do đó $\dfrac{a}{b}=1>0\Rightarrow a$ và b cùng dấu.
- Đồ thị hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng $x=2$, do đó $-\dfrac{c}{b}=2>0\Rightarrow \dfrac{c}{b}<0\Rightarrow c$ và b trái dấu.
- Khi $x<2$ thì $f(x)$ luôn dương ($f(x)>1$). Do đó với $x=0$ thì $f(0)=\dfrac{1}{c}>0\Rightarrow c>0$.
- Vì $c>0$, c và b trái dấu nên $b<0$. Mà a và b cùng dấu nên $a<0$.

Vậy chỉ có 1 số dương là c.

Chọn đáp án C □

Câu 44. Cho hình trụ có chiều cao bằng $6a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

(A) $216\pi a^3$. (B) $150\pi a^3$. (C) $54\pi a^3$. **D** $108\pi a^3$.

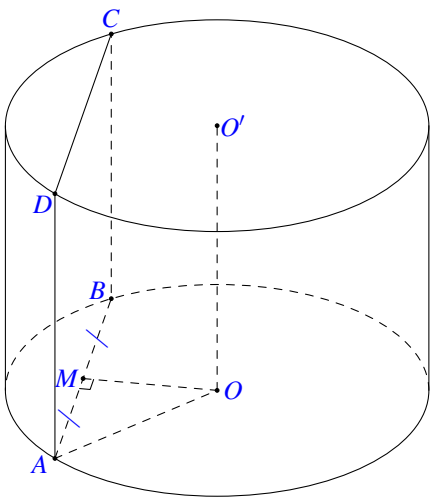
Lời giải.

Gọi thiết diện thu được là hình vuông $ABCD$. Khi đó $h = AD = AB = 6a$ và $\mathrm{d}(OO', (ABCD)) = \mathrm{d}(O, (ABCD)) = OM = 3a$.

Gọi M là trung điểm của cạnh AB nên $AM = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{6a}{2} = 3a$.

Ta có $\triangle AMO$ vuông tại M và $OM = AM = 3a$ nên $\triangle AMO$ vuông cân tại M. Suy ra $r = AO = 3a\sqrt{2}$.

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 \cdot h = \pi \left(3a\sqrt{2}\right)^2 \cdot 6a = 108\pi a^3$.



Chọn đáp án D

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \cos x \cos^2 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\displaystyle\int_0^{\pi} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{1042}{225}$. B $\dfrac{208}{225}$. C $\dfrac{242}{225}$. D $\dfrac{149}{225}$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = \displaystyle\int f'(x)\,\mathrm{d}x = \int \cos x \cos^2 2x\,\mathrm{d}x = \int \cos x\left(1 - 2\sin^2 x\right)^2 \mathrm{d}x$.

Đặt $t = \sin x \Rightarrow \mathrm{d}t = \cos x\,\mathrm{d}x$.

$\Rightarrow f(x) = \displaystyle\int \left(1 - 2t^2\right)^2 \mathrm{d}t = \int \left(1 - 4t^2 + 4t^4\right)\mathrm{d}t = t - \frac{4}{3}t^3 + \frac{4}{5}t^5 + C = \sin x - \frac{4}{3}\sin^3 x + \frac{4}{5}\sin^5 x + C$.

Mà $f(0) = 0 \Rightarrow C = 0$.

$\Rightarrow f(x) = \sin x - \dfrac{4}{3}\sin^3 x + \dfrac{4}{5}\sin^5 x = \sin x\left(1 - \dfrac{4}{3}\sin^2 x + \dfrac{4}{5}\sin^4 x\right)$

$\Rightarrow f(x) = \sin x\left[1 - \dfrac{4}{3}\left(1 - \cos^2 x\right) + \dfrac{4}{5}\left(1 - \cos^2 x\right)^2\right]$.

Khi đó $\displaystyle\int_0^{\pi} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^{\pi} \sin x\left[1 - \frac{4}{3}\left(1 - \cos^2 x\right) + \frac{4}{5}\left(1 - \cos^2 x\right)^2\right]\mathrm{d}x$.

Đặt $t = \cos x \Rightarrow \mathrm{d}t = -\sin x\,\mathrm{d}x$.

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = \pi \Rightarrow t = -1$.

$\Rightarrow \displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^{1}\left[1 - \frac{4}{3}\left(1 - t^2\right) + \frac{4}{5}\left(1 - t^2\right)^2\right]\mathrm{d}t = \int_{-1}^{1}\left(\frac{7}{15} - \frac{4}{15}t^2 + \frac{4}{5}t^4\right)\mathrm{d}t$

$\Rightarrow \displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = \left(\frac{7}{15}t - \frac{4}{45}t^3 + \frac{4}{25}t^5\right)\Big|_{-1}^{1} = \frac{121}{225} - \frac{-121}{225} = \frac{242}{225}$.

Chọn đáp án C

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\dfrac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(\sin x)=1$ là

(A) 7. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

Lời giải.

Đặt $t=\sin x \Rightarrow t'=\cos x$.

$t'=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z} \Rightarrow x=\dfrac{\pi}{2}; x=\dfrac{3\pi}{2}; x=\dfrac{5\pi}{2}\in\left[0;\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

Ta có bảng biến thiên

x	0		$\dfrac{\pi}{2}$		$\dfrac{3\pi}{2}$		$\dfrac{5\pi}{2}$
t'		$+$	0	$-$	0	$+$	
t	0	↗	1	↘	-1	↗	1

Từ bảng biến thiên suy ra $x\in\left[0;\dfrac{5\pi}{2}\right]$ thì $t\in[-1;1]$. Khi đó số nghiệm của phương trình $f(\sin x)=1$ hay $f(t)=1$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(t)$ và đường thẳng $y=1$ với $t\in[-1;1]$.

t	-1		b		0		a		1
$f(t)$	2	↘			0	↗			2

$y=1$

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra trên đoạn $[-1;1]$ thì phương trình có 2 nghiệm

- Một nghiệm $t=b\in(-1;0)$ cho 2 nghiệm x, một nghiệm thuộc $\left(\pi;\dfrac{3\pi}{2}\right)$ và một nghiệm thuộc một nghiệm thuộc $\left(\dfrac{3\pi}{2};2\pi\right)$.
- Một nghiệm $t=a\in(0;1)$ cho 3 nghiệm x, một nghiệm thuộc $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$; một nghiệm thuộc $\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$ và một nghiệm thuộc $\left(2\pi;\dfrac{5\pi}{2}\right)$.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm.

Chọn đáp án C □

Câu 47. Xét các số thực dương a,b,x,y thỏa mãn $a>1,b>1$ và $a^x=b^y=\sqrt{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x+2y$ thuộc tập hợp nào dưới đây?

A $(1;2)$. B $\left[2;\frac{5}{2}\right)$. C $[3;4)$. D $\left[\frac{5}{2};3\right)$.

Lời giải.

Theo bài ra ta có: $a^x=b^y=\sqrt{ab}\Leftrightarrow\begin{cases}a^x=a^{\frac{1}{2}}\cdot b^{\frac{1}{2}}\\ b^y=a^{\frac{1}{2}}\cdot b^{\frac{1}{2}}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^{x-\frac{1}{2}}=b^{\frac{1}{2}}\\ b^{y-\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{2}}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\cdot\log_a b\\ y-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\cdot\log_b a.\end{cases}$

Do đó: $P=x+2y=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_a b+1+\log_b a=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\log_a b+\log_b a$.

Đặt $t=\log_a b$. Vì $a,b>1$ nên $\log_a b>\log_a 1=0$.

Khi đó $P=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}t+\frac{1}{t}\geq\frac{3}{2}+2\sqrt{\frac{1}{2}t\cdot\frac{1}{t}}=\frac{3}{2}+\sqrt{2}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{t}{2}=\frac{1}{t}\Leftrightarrow t=\sqrt{2}$ hay $b=a^{\sqrt{2}}$.

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{3}{2}+\sqrt{2}$ thuộc nửa khoảng $\left[\frac{5}{2};3\right)$.

Chọn đáp án D □

Câu 48. Cho hàm số $y=\frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|+\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=2$. Số phần tử của S là

A 6. B 2. C 1. D 4.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=\frac{1-m}{(x+1)^2}$.

- Nếu $m=1$ thì $f(x)=\frac{x+1}{x+1}=1,\forall x\neq-1$. Khi đó $\max\limits_{[0;1]}|f(x)|+\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=2$ (thỏa mãn). Do đó $m=1$ thỏa mãn bài toán.

- Nếu $m\neq1$ thì hàm số đơn điệu trên $[0;1]$.

TH 1. $\left(\frac{m+1}{2}\right)\cdot m\leq0$ thì $\min\limits_{[0;1]}|f(x)|=0,\max\limits_{[0;1]}|f(x)|=\max\left\{\frac{|m+1|}{2};|m|\right\}$.

Do đó

$$\max_{[0;1]}|f(x)|+\min_{[0;1]}|f(x)|=2\Leftrightarrow 0+\frac{\left|\left|\frac{m+1}{2}+m\right|+\left|\frac{m+1}{2}-m\right|\right|}{2}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{|3m+1|+|m-1|}{4}=2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq 1: m=2(\text{ loại})\\ 1>m\geq -\frac{1}{3}: m=3(\text{ loại})\\ m<-\frac{1}{3}: m=-2(\text{ loại})\end{array}\right.$$

TH 2. $\left(\frac{m+1}{2}\right)\cdot m>0$ thì $\min_{[0;1]}|f(x)|=\min\left\{\frac{|m+1|}{2};|m|\right\}, \max_{[0;1]}|f(x)|=\max\left\{\frac{|m+1|}{2};|m|\right\}$.

Do đó

$$\max_{[0;1]}|f(x)|+\min_{[0;1]}|f(x)|=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left|\left|\frac{m+1}{2}+m\right|-\left|\frac{m+1}{2}-m\right|\right|}{2}+\frac{\left|\frac{m+1}{2}+m\right|+\left|\frac{m+1}{2}-m\right|}{2}=2$$

$$\Leftrightarrow \frac{||3m+1|-|m-1||}{4}+\frac{|3m+1|+|m-1|}{4}=2$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}|3m+1|\geq|m+1|: 2|3m+1|=8 & (2)\\ |3m+1|<|m+1|: 2|m-1|=8 & (3)\end{array}\right.$$

Giải $(2)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1(\text{ thỏa})\\ m=-\frac{5}{3}(\text{ thỏa}).\end{array}\right.$

Giải $(3)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=5(\text{ loại})\\ m=-3(\text{ loại}).\end{array}\right.$

Vậy $S=\left\{1;\frac{-5}{3}\right\}$.

Chọn đáp án B □

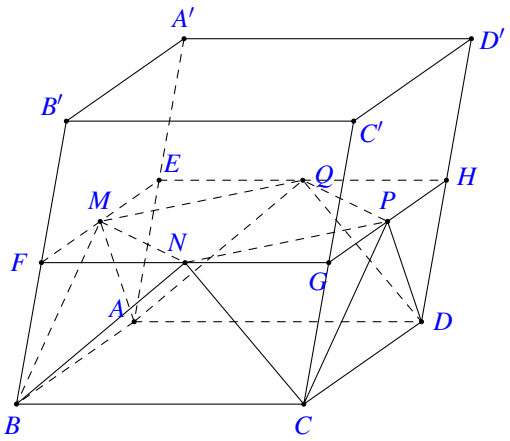
Câu 49. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng 8 và diện tích đáy bằng 9. Gọi M, N, P, Q lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A'$, $BCC'B'$, $CDD'C'$, $DAA'D'$. Tính thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh là A, B, C, D, M, N, P, Q.

(A) 27. (B) 30. (C) 18. (D) 36.

Lời giải.

Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của AA', BB', CC', DD'.
Khi đó

$$V_{ABCD.EFGH} = \frac{1}{2}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{2}\cdot 9\cdot 8 = 36.$$



Gọi V là thể tích khối tứ diện lồi cần tính.
khi đó

$$V = V_{ABCD.EFGH} - V_{E.AMQ} - V_{F.BMN} - V_{G.CNP} - V_{H.DPQ}.$$

Trong đó

$$V_{E.AMQ} = V_{F.BMN} = V_{G.CNP} = V_{H.DPQ} = \frac{EQ}{EH}\cdot\frac{EM}{EF}\cdot V_{E.AHF} = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{6}\cdot V_{ABCD.EFGH} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2}.$$

$$\Rightarrow V = 36 - 4\cdot\frac{3}{2} = 30.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $\log_3(x+y) = \log_4(x^2+y^2)$?

(A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) Vô số.

Lời giải.

Điều kiện $x+y>0$.

Đặt $t = \log_3(x+y) = \log_4(x^2+y^2) \Rightarrow \begin{cases} x+y = 3^t \\ x^2+y^2 = 4^t \end{cases}$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có

$9^t = (x+y)^2 \le 2(x^2+y^2) = 2\cdot 4^t \Leftrightarrow \left(\frac{9}{4}\right)^t \le 2 \Leftrightarrow t \le \log_{\frac{9}{4}} 2.$

Ta lại có

$x^2+y^2 = 4^t \Rightarrow x^2 \le 4^t \le 4^{\log_{\frac{9}{4}} 2} \approx 3{,}27$. Do x nguyên nên $x \in \{-1;0;1\}$.

- $x=0 \Rightarrow \begin{cases} y = 3^t \\ y^2 = 4^t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=0 \\ y=1 \end{cases}$.
- $x=1 \Rightarrow \begin{cases} y = 3^t - 1 \\ y^2 = 4^t - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=0 \\ y=0 \end{cases}$.
- $x=-1 \Rightarrow \begin{cases} y = 3^t + 1 \\ y^2 + 1 = 4^t \ge 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t \ge 0 \\ y = 3^t + 1 \ge 2 \end{cases} \Rightarrow x^2+y^2 \ge 5$. (loại)

  (vì mâu thuẫn với $x^2+y^2 \le 4^{\log_{\frac{9}{4}} 2} \approx 3{,}27$)

Vậy $x \in \{-1;0\}$.

Chọn đáp án B □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 60

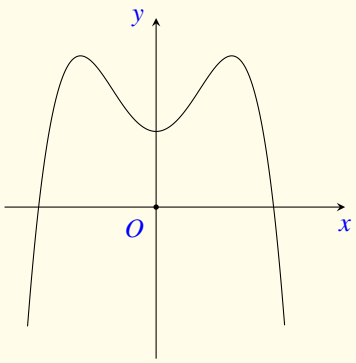
1. A	2. A	3. C	4. B	5. C	6. D	7. A	8. C	9. C	10. C
11. D	12. D	13. D	14. A	15. B	16. C	17. D	18. D	19. C	20. B
21. B	22. D	23. B	24. C	25. A	26. B	27. C	28. C	29. D	30. A
31. B	32. C	33. D	34. D	35. A	36. B	37. C	38. D	39. D	40. A
41. A	42. B	43. C	44. D	45. C	46. C	47. D	48. B	49. B	50. B

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
Môn: TOÁN, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 101
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ?



(A) $y=x^3-3x^2+1$.
(B) $y=-x^3+3x^2+1$.
(C) $y=-x^4+2x^2+1$.
(D) $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải.

Đồ thị trong hình vẽ của hàm bậc bốn, có hệ số $a<0$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 2. Nghiệm của phương trình $3^{x-1}=9$ là
(A) $x=-2$.
(B) $x=3$.
(C) $x=2$.
(D) $x=-3$.

Lời giải.

$3^{x-1}=9 \Leftrightarrow x-1=2 \Leftrightarrow x=3$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) 3. (B) -5. (C) 0. (D) 2.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số bằng -5.

Chọn đáp án B □

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty;-1)$. (B) $(0;1)$. (C) $(-1;1)$. (D) $(-1;0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 3; 4; 5. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

(A) 10. (B) 20. (C) 12. (D) 60.

Lời giải.

Thể tích của khối hộp đã cho bằng $3\cdot 4\cdot 5 = 60$.

Chọn đáp án D □

Câu 6. Số phức liên hợp của số phức $z=-3+5i$ là

(A) $\bar{z}=-3-5i$. (B) $\bar{z}=3+5i$. (C) $\bar{z}=-3+5i$. (D) $\bar{z}=3-5i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $z=-3+5i$ là $\bar{z}=-3-5i$.

Chọn đáp án A □

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=8$ và độ dài đường sinh $\ell=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) 24π. (B) 192π. (C) 48π. (D) 64π.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{\text{xq}}=2\pi r\ell=2\pi\cdot 8\cdot 3=48\pi$.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Cho khối cầu có bán kính $r=4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

(A) $\dfrac{256\pi}{3}$. (B) 64π. (C) $\dfrac{64\pi}{3}$. (D) 256π.

Lời giải.

Thể tích của khối cầu $V=\dfrac{4}{3}\pi r^3=\dfrac{4}{3}\pi\cdot 4^3=\dfrac{256}{3}\pi$.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng

(A) $5\log_a b$. (B) $\dfrac{1}{5}+\log_a b$. (C) $5+\log_a b$. (D) $\dfrac{1}{5}\log_a b$.

Lời giải.

$\log_{a^5} b=\dfrac{1}{5}\log_a b$.

Chọn đáp án D □

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+(z+2)^2=9$. Bán kính của (S) bằng

(A) 6. (B) 18. (C) 9. (D) 3.

Lời giải.

Mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+(z+2)^2=9$ có bán kính $r=\sqrt{9}=3$.

Chọn đáp án D □

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{x-1}$ là

(A) $y=\dfrac{1}{4}$. (B) $y=4$. (C) $y=1$. (D) $y=-1$.

Lời giải.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{x-1}$ là $y=\dfrac{a}{c}=\dfrac{4}{1}=4$.

Chọn đáp án B □

Câu 12. Cho khối nón có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A $\dfrac{10\pi}{3}$. B 10π. C $\dfrac{50\pi}{3}$. D 50π.

Lời giải.

Thể tích của khối nón đã cho bằng $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi 5^2\cdot 2=\dfrac{50\pi}{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1)=2$ là

A $x=8$. B $x=9$. C $x=7$. D $x=10$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x>1$.

$\log_3(x-1)=2\Leftrightarrow x-1=3^2\Leftrightarrow x-1=9\Leftrightarrow x=10$.

Chọn đáp án D □

Câu 14. $\displaystyle\int x^2\,\mathrm{d}x$ bằng

A $2x+C$. B $\dfrac{1}{3}x^3+C$. C x^3+C. D $3x^3+C$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int x^2\,\mathrm{d}x=\frac{1}{3}x^3+C$.

Chọn đáp án B □

Câu 15. Có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?

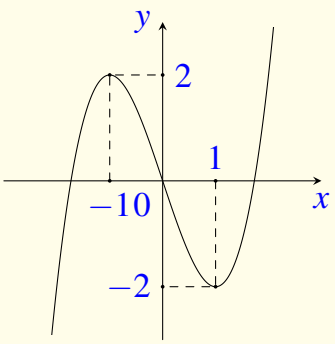
A 36. B 720. C 6. D 1.

Lời giải.

Mỗi cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc là một hoán vị của 6 phần tử. Do đó, số cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc là số hoán vị của 6 phần tử, tức là $6!=720$ cách.

Chọn đáp án B □

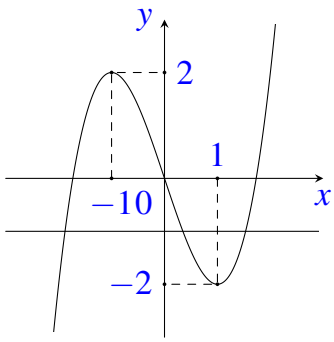
Câu 16.
Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-1$ là



(A) 3. (B) 1. (C) 0. (D) 2.

Lời giải.

Số nghiệm của phương trình $f(x)=-1$ bằng số giao điểm của đường cong $f(x)$ với đường thẳng $y=-1$.



Nhìn vào hình ta thấy có 3 giao điểm nên có 3 nghiệm.

Chọn đáp án (A) □

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;1)$ trên trục Ox có tọa độ là

(A) $(0;2;1)$. (B) $(3;0;0)$. (C) $(0;0;1)$. (D) $(0;2;0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;1)$ lên trục Ox là $A'(3;0;0)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 18. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) 6. (B) 3. (C) 4. (D) 12.

Lời giải.

Thể tích khối chóp có công thức là $V=\dfrac{1}{3}B\cdot h=\dfrac{1}{3}\cdot 6\cdot 2=4$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-4}{-5}=\dfrac{z+1}{3}$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_2=(3;4;-1)$. (B) $\vec{u}_1=(2;-5;3)$. (C) $\vec{u}_3=(2;5;3)$. (D) $\vec{u}_4=(3;4;1)$.

Lời giải.

Đường thẳng có phương trình dạng $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$ thì có chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$.

Nên đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-4}{-5}=\dfrac{z+1}{3}$ có chỉ phương là $\vec{u}_1=(2;-5;3)$.

Chọn đáp án B □

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

(A) $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$. (B) $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-2}=1$. (C) $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$. (D) $\dfrac{x}{-3}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng phẳng qua 3 điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, $abc\neq 0$, có dạng là

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1.$$

Nên phương trình mặt phẳng qua 3 điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$ là

$$\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1.$$

Chọn đáp án B □

Câu 21. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và công bội $q=2$. Giá trị của u_2 bằng

(A) 8. (B) 9. (C) 6. (D) $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $u_2=u_1\cdot q=3\cdot 2=6$.

Chọn đáp án C □

Câu 22. Cho hai số phức $z_1=3-2i$ và $z_2=2+i$. Số phức z_1+z_2 bằng

(A) $5+i$. (B) $-5+i$. (C) $5-i$. (D) $-5-i$.

Lời giải.

Ta có $z_1+z_2=(3-2i)+(2+i)=5-i$.

Chọn đáp án C □

Câu 23. Biết $\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ bằng

A 5. B 9. C 6. D $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\int_1^3 2f(x)\,\mathrm{d}x = 2\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 6$.

Chọn đáp án C □

Câu 24. Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-3;1)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần thực của z bằng

A 1. B -3. C -1. D 3.

Lời giải.

Vì $z = -3+i$ nên phần thực của z là -3.

Chọn đáp án B □

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y = \log_5 x$ là

A $[0;+\infty)$. B $(-\infty;0)$. C $(0;+\infty)$. D $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.
Tập xác định của hàm số $y = \log_5 x$ là $\mathscr{D} = (0;+\infty)$.

Chọn đáp án C □

Câu 26. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 3x$ là

A 3. B 1. C 2. D 0.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 3x$ là

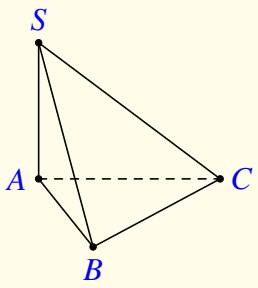
$$x^3 + 3x^2 = 3x^2 + 3x \Leftrightarrow x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3}. \end{array}\right.$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 3x$ là 3.

Chọn đáp án A □

Câu 27.
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{15}a$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng

(A) $45°$. (B) $30°$. (C) $60°$. (D) $90°$.



Lời giải.

$SA \perp (ABC)$ nên AC là hình chiếu của SC lên (ABC), góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng $\widehat{SCA} = \varphi$.
Tam giác ABC vuông tại B nên $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 5a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{5}$.
Tam giác SAC vuông tại A có $\tan\varphi = \dfrac{SA}{AC} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = 60°$.
Vậy $\varphi = 60°$.

Chọn đáp án C □

Câu 28. Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\displaystyle\int_1^2 (2 + f(x))\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 5. (B) 3. (C) $\dfrac{13}{3}$. (D) $\dfrac{7}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_1^2 (2 + f(x))\,\mathrm{d}x = \int_1^2 2\,\mathrm{d}x + \int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 2 + x^2\Big|_1^2 = 2 + 4 - 1 = 5$.

Chọn đáp án A □

Câu 29. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ bằng

(A) 36. (B) $\dfrac{4}{3}$. (C) $\dfrac{4\pi}{3}$. (D) 36π.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ là

$$x^2 - 4 = 2x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-4$ và $y=2x-4$ là

$$S=\int_0^2\left|\left(x^2-4\right)-(2x-4)\right|\mathrm{d}x=\frac{4}{3}.$$

Vậy $S=\dfrac{4}{3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A $3x+2y-z+1=0$.
B $2x-2y+3z-17=0$.
C $3x+2y-z-1=0$.
D $2x-2y+3z+17=0$.

Lời giải.

Đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(3;2;-1)$.
Mặt phẳng (P) đi qua M và vuông góc với d nên (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{u}=(3;2;-1)$.
Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $3(x-2)+2(y+2)-(z-3)=0\Leftrightarrow 3x+2y-z+1=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 31. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2+6z+13=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $1-z_0$ là

A $N(-2;2)$.
B $M(4;2)$.
C $P(4;-2)$.
D $Q(2;-2)$.

Lời giải.

Ta có $z^2+6z+13=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-3+2i \\ z=-3-2i. \end{array}\right.$
Vì z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương nên $z_0=-3+2i$.
Số phức $1-z_0=1-(-3+2i)=4-2i$.
Vậy điểm biểu diễn của số phức $1-z_0$ là $P(4;-2)$.

Chọn đáp án C □

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1)$, $B(1;1;0)$ và $C(3;4;-1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z-1}{-1}$.
B $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$.
C $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{-1}$.
D $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$.
Đường thẳng đi qua $A(1;0;1)$ và nhận $\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{-1}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$		$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là
A 4. B 1. C 2. D 3.

Lời giải.

Nhìn vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy, hàm số có đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua $x=-1$, $x=1$ và hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
Vậy hàm số có hai điểm cực đại là $x=-1$ và $x=1$.

Chọn đáp án C □

Câu 34. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13}<27$ là
A $(4;+\infty)$. B $(-4;4)$. C $(-\infty;4)$. D $(-4;4)$.

Lời giải.

Ta có $3^{x^2-13}<27\Leftrightarrow 3^{x^2-13}<3^3\Leftrightarrow x^2-13<3\Leftrightarrow x^2-16<0\Leftrightarrow -4<x<4$.
Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $(-4;4)$.

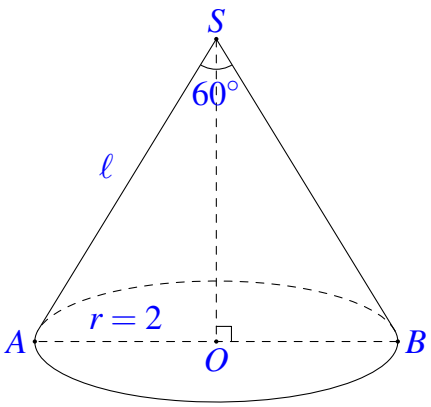
Chọn đáp án B □

Câu 35. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và góc ở đỉnh bằng 60°. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
A 8π. B $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. C $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. D 16π.

Lời giải.

Ta có $\triangle SAB$ là tam giác đều nên đường sinh của hình nón là $\ell = SA = AB = 2r = 2 \cdot 2 = 4$.
Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{\text{xq}} = \pi r \ell = \pi \cdot 2 \cdot 4 = 8\pi.$$



Chọn đáp án A

Câu 36. Giá trị nhỏ nhất của của hàm số $f(x) = x^3 - 24x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng
A $32\sqrt{2}$. B -40. C $-32\sqrt{2}$. D -45.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 24$.
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 2\sqrt{2} & \in [2;19] \\ x = -2\sqrt{2} & \notin [2;19]. \end{array}\right.$
$f(2) = -40$; $f(19) = 6043$; $f(2\sqrt{2}) = -32\sqrt{2}$.
Vậy $\min\limits_{[2;19]} f(x) = -32\sqrt{2}$.

Chọn đáp án C

Câu 37. Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 3 + i$. Mô-đun của số phức $z \cdot \overline{w}$ bằng
A $5\sqrt{2}$. B $\sqrt{26}$. C 26. D 50.

Lời giải.

Ta có $\overline{w} = 3 - i$ nên $z \cdot \overline{w} = (1 + 2i) \cdot (3 - i) = 5 + 5i$.
Do đó $|z \cdot \overline{w}| = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$.

Chọn đáp án A

Câu 38. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2^{(a^2 b)}} = 3a^3$. Giá trị của ab^2 bằng
A 3. B 6. C 12. D 2.

Lời giải.

Ta có
$$4^{\log_2^{(a^2 b)}} = 3a^3$$
$$\Leftrightarrow \left(a^2 b\right)^{\log_2^4} = 3a^3$$

$$\Leftrightarrow \left(a^2b\right)^2 = 3a^3$$
$$\Leftrightarrow a^4b^2 = 3a^3$$
$$\Leftrightarrow ab^2 = 3.$$

Chọn đáp án A □

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+2}}$. Họ các nguyên hàm của hàm số $g(x) = (x+1)f'(x)$ là

A $\dfrac{x^2+2x-2}{2\sqrt{x^2+2}} + C$. B $\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+2}} + C$. C $\dfrac{2x^2+x+2}{\sqrt{x^2+2}} + C$. D $\dfrac{x+2}{2\sqrt{x^2+2}} + C$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\int g(x)\,\mathrm{d}x &= \int (x+1)f'(x)\,\mathrm{d}x\\ &= (x+1)f(x) - \int f(x)\,\mathrm{d}x\\ &= \frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+2}} - \int \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}\,\mathrm{d}x\\ &= \frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+2}} - \frac{1}{2}\int \frac{1}{\sqrt{x^2+2}}\,\mathrm{d}\left(x^2+2\right)\\ &= \frac{x(x+1)}{\sqrt{x^2+2}} - \frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{x^2+2} + C\\ &= \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2}} + C.\end{aligned}$$

Chọn đáp án B □

Câu 40. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-7)$ là

A $[4;7)$. B $(4;7]$. C $(4;7)$. D $(4;+\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

Ta có $y' = \dfrac{m-4}{(x+m)^2}$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-7)$ khi và chỉ khi

$$y' > 0, \forall x \in (-\infty;-7) \Leftrightarrow \begin{cases} m-4>0 \\ -m \notin (-\infty;-7)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>4 \\ -m \geq -7\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>4 \\ m \leq 7\end{cases} \Leftrightarrow 4 < m \leq 7.$$

Vậy $m \in (4;7]$.

Chọn đáp án B □

Câu 41. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 600 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha?

A Năm 2028. **B** Năm 2047. **C** Năm 2027. **D** Năm 2046.

Lời giải.

- Gọi P_0 là diện tích rừng trồng mới năm 2019.
- Gọi P_n là diện tích rừng trồng mới sau n năm.
- Gọi $r\%$ là phần trăm diện tích rừng trồng mới tăng mỗi năm.

Sau 1 năm, diện tích rừng trồng mới là $P_1 = P_0 + P_0 r = P_0(1+r)$.
Sau 2 năm, diện tích rừng trồng mới là $P_2 = P_1 + P_1 r = P_0(1+r)^2$.
...
Sau n năm, diện tích rừng trồng mới là $P_n = P_0(1+r)^n$.
Theo giả thiết: $P_0 = 600$, $r = 0,06$, ta có

$$600(1+0,06)^n > 1000 \Leftrightarrow (1,06)^n > \frac{10}{6} \Leftrightarrow n > \log_{1,06}\frac{10}{6} \approx 8,8$$

Do đó $n = 9$. Vậy sau 9 năm (tức năm 2028) thì tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha.

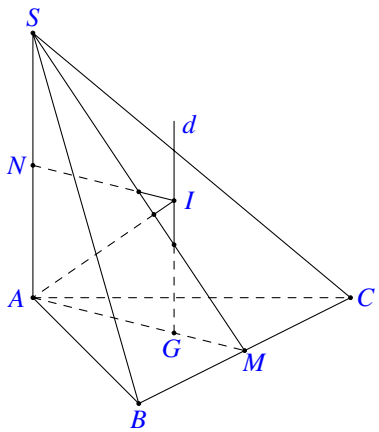
Chọn đáp án A □

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy bằng 60°. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A $\dfrac{172\pi a^2}{3}$. **B** $\dfrac{76\pi a^2}{3}$. **C** $84\pi a^2$. **D** $\dfrac{172\pi a^2}{9}$.

Lời giải.

Tam giác ABC đều cạnh $4a$, $AM = \dfrac{4a\sqrt{3}}{2} = 2a\sqrt{3}$ với M là trung điểm BC. Do $(SAM) \perp BC$ nên góc giữa 2 mặt phẳng (SBC) và (ABC) là $\widehat{SMA} = 60^\circ$. Khi đó $SA = AM.\tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}.\sqrt{3} = 6a$. Qua tâm G của tam giác đều ABC dựng trục Gx vuông góc mặt phẳng (ABC) thì G cách đều A, B, C và tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ nằm trên Gx. Từ trung điểm E của SA dựng đường thẳng d song song với AM cắt Gx tại I thì $IS = IA$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$.



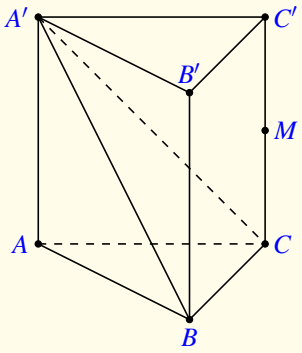
Theo định lý Pytago cho tam giác vuông IAG ta có

$$R = IA = \sqrt{IG^2 + GA^2} = \sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}AM\right)^2} = \sqrt{(3a)^2 + \left(\frac{4a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{43}{3}}a$$

Vậy $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{43}{3}a^2 = \frac{172}{3}\pi a^2$.

Chọn đáp án A □

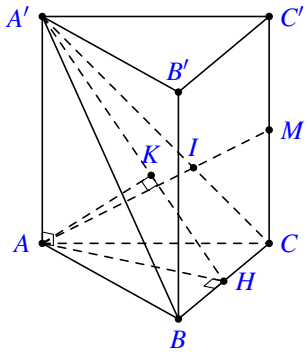
Câu 43.
Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của CC' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $A'BC$ bằng



A $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. B $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. C $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. D $\frac{\sqrt{2}a}{4}$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm BC. Kẻ $AH \perp A'I$ tại H.
Ta có $AH \perp (A'BC)$ nên



$$\mathrm{d}\left(M,(A'BC)\right) = \frac{1}{2}\mathrm{d}\left(C',(A'BC)\right) = \frac{1}{2}\mathrm{d}\left(A,(A'BC)\right)$$

Xét $\Delta AA'I$ có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{7}{3a^2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{21}}{7} \Rightarrow \mathrm{d}\left(M,(A'BC)\right) = \frac{a\sqrt{21}}{14}$$

Chọn đáp án A □

Câu 44. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^4\left[f(x+1)\right]^2$ là

(A) 11. (B) 9. (C) 7. (D) 5.

Lời giải.

Cách 1. Vì $f(x)$ là hàm bậc bốn nên $f'(x)$ là hàm bậc ba có hệ số bậc ba đồng thời nhận các giá trị -1; 0; 1 làm nghiệm. Do đó

$$f'(x) = ax(x-1)(x+1) = a\left(x^3 - x\right) \Rightarrow f(x) = a\left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}\right) + b$$

Vì $f(0) = 3$ và $f(1) = -2$ nên suy ra $a = 20$; $b = 3$.
Vậy $f(x) = 5x^4 - 10x^2 + 3 = 5\left(x^2 - 1\right)^2 - 2$, suy ra $f(x+1) = 5\left(x^2 + 2x\right)^2 - 2$.
Ta có $g(x) = \left[x^2 \cdot f(x+1)\right]^2 = \left[5x^2\left(x^2+2x\right)^2 - 2x^2\right]^2$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 5x^2\left(x^2+2x\right)^2 = 2x^2 & (1) \\ 10x\left(x^2+2x\right)^2 + 10x^2\left(x^2+2x\right)(2x+2) = 4x & (2) \end{array}\right.$$

Phương trình $(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \text{ nghiệm kép} \\ x^2 + 2x = \sqrt{\dfrac{2}{5}} \\ x^2 + 2x = -\sqrt{\dfrac{2}{5}} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x \approx 0,277676 \\ x \approx -2,277676 \\ x \approx -0,393746 \\ x \approx -1,606254 \end{array}\right.$.

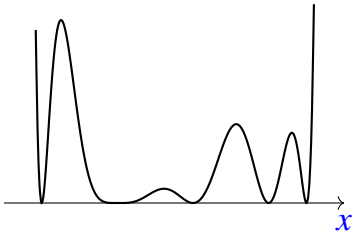
Phương trình $(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 15x^4 + 50x^3 + 40x^2 - 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x \approx -2,0448 \\ x \approx -1,21842 \\ x \approx -0,26902 \\ x \approx 0,19893 \end{array}\right.$.

So sánh các nghiệm giải bằng máy tính cầm tay ta có 9 nghiệm không trùng nhau, trong đó 8 nghiệm đơn và nghiệm $x = 0$ là nghiệm bội 3 nên $g(x)$ có 9 điểm cực trị.
Vậy $g(x)$ có 9 điểm cực trị.

Cách 2. Từ bảng biến thiên ta thấy rằng phương trình $f(x) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt. Hàm số $g(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có

$$\begin{aligned} g'(x) &= 4x^3\left[f(x+1)\right]^2 + 2x^4 f(x+1) \cdot f'(x+1) \\ &= 2x^3 f(x+1)\left[2f(x+1) + xf'(x+1)\right] \end{aligned} \quad (*)$$

Ta thấy rằng hàm $f(x)$ bậc 4 nên hàm $g(x)$ có tối đa 9 điểm cực trị.
Mặt khác phương trình $g(x) = 0$ có tất cả 5 nghiệm bội chẵn, nên đồ thị hàm $g(x)$ sẽ có dạng

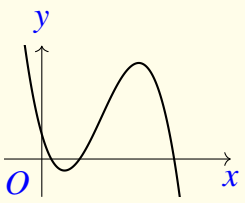


Như vậy hàm số đã cho có tất cả 9 điểm cực trị.

Chọn đáp án B □

Câu 45.
Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?

A 4. B 1. C 2. D 3.



Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy $a<0$ và khi $x=0$ thì đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d>0$.
Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$.

Do hai điểm cực trị của hàm số đều dương nên suy ra $\begin{cases}\dfrac{-2b}{3a}>0\\ \dfrac{3a}{c}>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-b<0\\ c<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b>0\\ c<0.\end{cases}$

Vậy b,$d>0$.

Chọn đáp án C □

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

A $\dfrac{25}{42}$. B $\dfrac{5}{21}$. C $\dfrac{65}{126}$. D $\dfrac{55}{126}$.

Lời giải.

Số các số có 4 chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ tập hợp $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ là $\mathrm{A}_9^4=3024$.
Không gian mẫu Ω là tập hợp các cách lấy ra 1 số từ tập $S\Rightarrow|\Omega|=3024$.
Gọi A là biến cố "lấy được một số có 4 chữ số từ tập S sao cho không có 2 chữ số nào liên tiếp cùng chẵn". Các khả năng có thể xảy ra là

- Số tạo thành có 4 chữ số đều là lẻ, có $\mathrm{A}_5^4=120$ số.
- Số tạo thành có 3 chữ số lẻ và 1 chữ số chẵn.
  - Lấy ra 3 chữ số lẻ từ 5 chữ số lẻ có C_5^3 cách.
  - Lấy ra 1 chữ số chẵn từ 4 chữ số chẵn có C_4^1 cách.
  - Xếp 4 chữ số vừa lấy ra có $4!$ cách.

  Vậy số các số có 3 chữ số lẻ và 1 chữ số chẵn lấy ra từ tập S là $\mathrm{C}_5^3\cdot\mathrm{C}_4^1\cdot4!=960$ số.
- Số tạo thành có 2 chữ số lẻ và 2 chữ số chẵn.
  - Lấy ra 2 chữ số lẻ từ 5 chữ số lẻ có C_5^2 cách.
  - Lấy ra 2 chữ số chẵn từ 4 chữ số chẵn có C_4^2 cách.

— Xếp các chữ số lẻ vào vị trí 1, 3 và các chữ số chẵn vào các vị trí 2, 4 hoặc đảo lại có $2\cdot 2\cdot 2=8$ cách. Xếp hai số lẻ ở giữa, hai số chẵn ở hai đầu có 4 cách.

Vậy số các số có 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ sao cho 2 chữ số chẵn không đứng cạnh nhau là $12\cdot C_5^2\cdot C_4^2=720$ số.

Do đó $|A|=120+960+720=1800$.

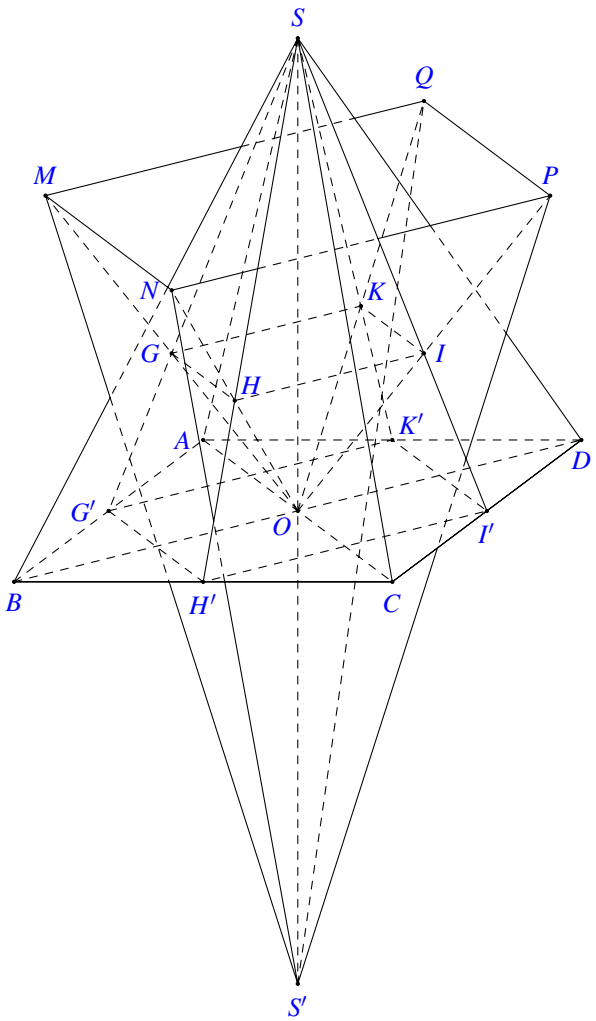
Xác suất cần tìm là $\mathrm{p}(A)=\dfrac{|A|}{|\Omega|}=\dfrac{1800}{3024}=\dfrac{25}{42}$.

Chọn đáp án A □

Câu 47. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O. Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

A $\dfrac{20\sqrt{14}a^3}{81}$. B $\dfrac{40\sqrt{14}a^3}{81}$. C $\dfrac{10\sqrt{14}a^3}{81}$. D $\dfrac{2\sqrt{14}a^3}{9}$.

Lời giải.



Gọi G', H', I' và K' lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD và DA.

Ta có $S_{G'H'I'K'} = \dfrac{1}{2}S_{ABCD} = \dfrac{1}{2}a^2$.

Gọi G, H, I và K lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD và SDA.

Hai hình vuông $GHIK$ và $G'H'I'K'$ đồng dạng tỉ số bằng $\dfrac{2}{3}$ nên $S_{GHIK} = \dfrac{4}{9}\cdot S_{G'H'I'K'} = \dfrac{2}{9}a^2$.

Hai hình vuông $MNPQ$ và $GHIK$ đồng dạng tỉ số bằng 2 nên $S_{MNPQ} = 4\cdot S_{GHIK} = \dfrac{8}{9}a^2$.

Tam giác SAO vuông tại O nên $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - \dfrac{2a^2}{4}} = \dfrac{\sqrt{14}}{2}a$.

Ta có $\mathrm{d}(O,(MNPQ)) = 2\cdot\mathrm{d}(M,(GHIK)) = \dfrac{2}{3}SO \Rightarrow \mathrm{d}(S',(MNPQ)) = \dfrac{5}{3}SO = \dfrac{5\sqrt{14}}{6}a$.

Vậy thể tích khối chóp $S'.MNPQ$ là

$$V_{S'.MNPQ} = \frac{1}{3}\cdot S_{MNPQ}\cdot\mathrm{d}(S',(MNPQ)) = \frac{1}{3}\cdot\frac{8}{9}a^2\cdot\frac{5\sqrt{14}}{6}a = \frac{20\sqrt{14}a^3}{81}.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 48. Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x+y\cdot 4^{x+y-1}\geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2+y^2+4x+6y$ bằng

(A) $\dfrac{33}{4}$. (B) $\dfrac{65}{8}$. (C) $\dfrac{49}{8}$. (D) $\dfrac{57}{8}$.

Lời giải.

Ta có

$$2x+y\cdot 4^{x+y-1}\geq 3. \qquad (*)$$

Đặt $t = 2(x+y-1)$. Do x, y không âm nên $t\geq -2$. Khi đó $(*)$ trở thành

$$(t-1)+y\cdot\left(2^t-2\right)\geq 0. \qquad (**)$$

Từ $(**)\Rightarrow t\geq 1$, vì nếu $t<1$ thì $2^t<2$ nên $(t-1)+y\cdot(2^t-2)<0$.

Từ $t\geq 1\Rightarrow x+y\geq\dfrac{3}{2}$. Do đó, ta có

$$\begin{aligned} P &= x^2+y^2+4x+6y \\ &= (x+2)^2+(y+3)^2-13 \\ &\geq \frac{1}{2}(x+2+y+3)^2-13 \\ &\geq \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}+5\right)^2-13 = \frac{65}{8}. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} x+y=\dfrac{3}{2} \\ x+2=y+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{5}{4} \\ y=\dfrac{1}{4}. \end{cases}$$

Vậy $\min P = \dfrac{65}{8}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn $\log_4\left(x^2+y\right) \geq \log_3(x+y)$?

(A) 59. (B) 58. (C) 116. (D) 115.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x^2+y>0 \\ x+y>0. \end{cases}$

Đặt $k=x+y$, suy ra $k \in \mathbb{Z}^+$.

Xét hàm số $f(y)=\log_4\left(x^2+y\right)-\log_3(x+y) \geq 0$. (*)

Ta có $f'(y)=\dfrac{1}{(x^2+y)\ln 4}-\dfrac{1}{(x+y)\ln 3}<0$ (vì $x \in \mathbb{Z}^+$ nên $x^2 \geq x \Rightarrow x^2+y \geq x+y$ hay $\dfrac{1}{x^2+y}-\dfrac{1}{x+y}>0$ và $\ln 4>\ln 3>0$).

Suy ra $f(y)$ nghịch biến trên mỗi khoảng mà $f(y)$ xác định.

Xét $g(k)=f(k-x)=\log_4\left(x^2+k-x\right)-\log_3 k$, $k \in \mathbb{Z}^+$.

Do f nghịch biến nên g cũng nghịch biến.

Giả sử k_0 là một nghiệm của phương trình $g(k)=0$. Khi đó k_0 là nghiệm duy nhất của phương trình $g(k)=0$.

Suy ra (*) trở thành $g(k) \geq g\left(k_0\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq k \leq k_0 \\ k \in \mathbb{Z}^+ \end{cases} \Rightarrow k_0 \leq 728$.

Khi đó

$$\begin{aligned} & g(728) \leq 0 \\ \Leftrightarrow\ & \log_4\left(x^2-x+728\right) \leq \log_3 728 \\ \Leftrightarrow\ & x^2-x+728<4089 \\ \Leftrightarrow\ & x^2-x-3361<0 \\ \Leftrightarrow\ & -57{,}476 \leq x \leq 58{,}478. \end{aligned}$$

Vì x nguyên nên $x \in \{-57;-56;\ldots;58\}$.

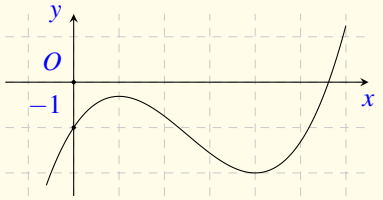
Khi đó có 116 giá trị x thỏa bài toán.

Chọn đáp án (C) □

Câu 50.

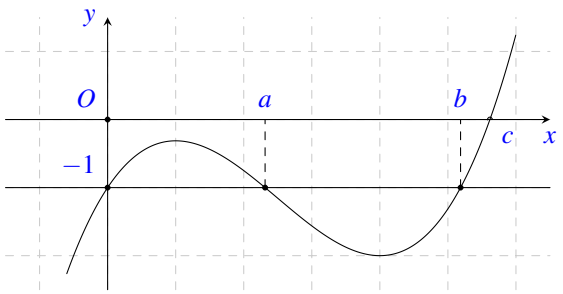
Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^3 f(x)\right)+1=0$ là

(A) 8. (B) 5. (C) 6. (D) 4.



Lời giải.

Từ đồ thị (C) của hàm số $f(x)$, ta suy ra



- Phương trình $f(x)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=a\in(2;3) \\ x=b\in(5;6). \end{array}\right.$
- Phương trình $f(x)=0 \Leftrightarrow x=c\in(5;6)$.

Do đó, ta có

$$f\left(x^3f(x)\right)+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^3f(x)=0 & (1) \\ x^3f(x)=a & (2) \\ x^3f(x)=b. & (3) \end{array}\right.$$

Khi đó

- Phương trình $(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f(x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=c. \end{array}\right.$
- Phương trình $(2) \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{a}{x^3}$. Số nghiệm của phương trình (2) bằng số giao điểm của đồ thị (C) với đồ thị $(C_1)\colon g(x)=\dfrac{a}{x^3}$.

  Với $a\in(2;3)$ ta có $g'(x)=-\dfrac{3a}{x^4}<0, \forall x\neq 0$.

  Từ đó suy ra bảng biến thiên của hàm số $g(x)=\dfrac{a}{x^3}$ là

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	‖	$-$	
$g(x)$	0	$\searrow$	‖	$+\infty$	$\searrow$
		$-\infty$	‖		0

Từ bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ và đồ thị (C), ta suy ra

— Trên khoảng $(-\infty;0)$, ta thấy

x	$-\infty$		0
$g(x)$	0	$\searrow$	‖
		$-\infty$	‖
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-1

Suy ra phương trình (2) có đúng 1 nghiệm $x=x_1\in(-\infty;0)$.

— Trên khoảng $(0;c)$, ta thấy $\begin{cases} f(x)<0 \\ g(x)>0 \end{cases}$ nên phương trình (2) vô nghiệm.

— Trên nửa khoảng $[c;+\infty)$, ta thấy

x	c	$+\infty$
$g(x)$	$\frac{a}{c^3}$ ↘	0
$f(x)$	0 ↗	$+\infty$

Suy ra phương trình (2) có đúng 1 nghiệm $x = x_2 \in (c;+\infty)$.

Do đó, phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1).

Phương trình $(3) \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{b}{x^3}$.

Tương tự như trên, ta có phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt khác các nghiệm của phương trình (1) và (2).

Vậy phương trình $f\left(x^3 f(x)\right) + 1 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án C □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 61

1. C	2. B	3. B	4. D	5. D	6. A	7. C	8. A	9. D	10. D
11. B	12. C	13. D	14. B	15. B	16. A	17. B	18. C	19. B	20. B
21. C	22. C	23. C	24. B	25. C	26. A	27. C	28. A	29. B	30. A
31. C	32. C	33. C	34. B	35. A	36. C	37. A	38. A	39. B	40. B
41. A	42. A	43. A	44. B	45. C	46. A	47. A	48. B	49. C	50. C

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
Môn: TOÁN, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 102
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Biết $\int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$. Giá trị của $\int_1^5 3f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 7. (B) $\frac{4}{5}$. (C) 64. (D) 12.

Lời giải.

Ta có $\int_1^5 3f(x)\,\mathrm{d}x = 3\int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 3\cdot 4 = 12$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên trục Ox có tọa độ là

(A) $(0;2;0)$. (B) $(0;0;5)$. (C) $(1;0;0)$. (D) $(0;2;5)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;5)$ trên trục Ox có tọa độ là $(1;0;0)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 3. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $\ell = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) 48π. (B) 12π. (C) 16π. (D) 24π.

Lời giải.

Hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $\ell = 3$ thì có diện tích xung quanh là $S_{\text{xq}} = 2\pi r\ell = 2\pi\cdot 4\cdot 3 = 24\pi$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 4. Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-1;3)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần thực của z bằng

(A) 3. (B) -1. (C) -3. (D) 1.

Lời giải.

Ta có $M(-1;3)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = -1+3i$.

Vậy phần thực của số phức z là -1.

Chọn đáp án B □

Câu 5. Cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị u_2 bằng

A 6. B 9. C 8. D $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q = 2 \cdot 3 = 6$.

Chọn đáp án A □

Câu 6. Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 2 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A $5 - i$. B $5 + i$. C $-5 - i$. D $-5 + i$.

Lời giải.

Ta có $z_1 + z_2 = (3 + 2i) + (2 - i) = 5 + i$.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$. Bán kính (S) bằng

A 6. B 18. C 3. D 9.

Lời giải.

Bán kính $R = \sqrt{9} = 3$.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

A 10. B 8. C 9. D 7.

Lời giải.

Điều kiện $x > 1$.
Ta có $\log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow \log_2(x-1) = \log_2 2^3 = 8 \Leftrightarrow x - 1 = 8 \Leftrightarrow x = 9$ (thỏa mãn $x > 1$).

Chọn đáp án C □

Câu 9. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{5x+1}{x-1}$ là

(A) $y=1$. (B) $y=\dfrac{1}{5}$. (C) $y=-1$. (D) $y=5$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.
Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=5$. Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=5$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 10. Cho khối nón có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

(A) $\dfrac{8\pi}{3}$. (B) 8π. (C) $\dfrac{32\pi}{3}$. (D) 32π.

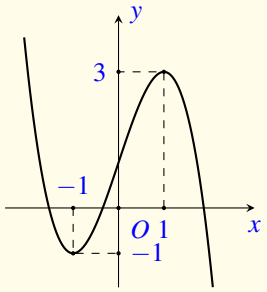
Lời giải.

Ta có $V=\dfrac{1}{3}r^2\pi h=\dfrac{1}{3}\cdot 4^2\cdot\pi\cdot 2=\dfrac{32\pi}{3}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 11.
Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=1$ là

(A) 0. (B) 3. (C) 1. (D) 2.



Lời giải.

Ta có đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án (B) □

Câu 12. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^2} b$ bằng

(A) $\dfrac{1}{2}+\log_a b$. (B) $\dfrac{1}{2}\log_a b$. (C) $2+\log_a b$. (D) $2\log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_{a^2} b=\dfrac{1}{2}\log_a b$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 13. Nghiệm của phương trình $3^{x-2}=9$ là

(A) $x=-3$. (B) $x=3$. (C) $x=4$. (D) $x=-4$.

Lời giải.

Ta có $3^{x-2}=9 \Leftrightarrow 3^{x-2}=3^2 \Leftrightarrow x-2=2 \Leftrightarrow x=4$.

Chọn đáp án C □

Câu 14. $\int x^3\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $4x^4+C$. (B) $3x^2+C$. (C) x^4+C. (D) $\frac{1}{4}x^4+C$.

Lời giải.

Ta có $\int x^3\,\mathrm{d}x=\frac{1}{4}x^4+C$.

Chọn đáp án D □

Câu 15. Cho hình chóp có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) 6. (B) 12. (C) 2. (D) 3.

Lời giải.

Thể tích khối chóp được tính theo công thức $V=\frac{1}{3}\cdot B\cdot h=2$.

Chọn đáp án C □

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

(A) $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$. (B) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$. (C) $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{4}=1$. (D) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-4}=1$.

Lời giải.

Ta có phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	1	↗	4	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(1;+\infty)$. (B) $(-1;1)$. (C) $(0;1)$. (D) $(-1;0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(0;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

(A) 3. (B) 2. (C) -2. (D) -3.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=3$ và giá trị cực đại là $y=2$.

Chọn đáp án B □

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+5}{4}=\dfrac{z-2}{-1}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

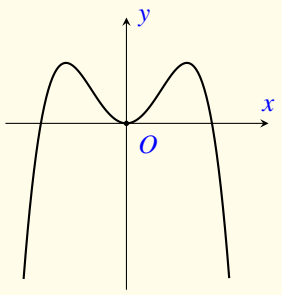
(A) $\vec{u}_2=(3;4;-1)$. (B) $\vec{u}_1=(2;-5;2)$. (C) $\vec{u}_3=(2;5;-2)$. (D) $\vec{u}_4=(3;4;1)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2=(3;4;-1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 20.
Đồ thị hàm số nào có dạng như đường cong trong hình bên?



A $y=-x^4+2x^2$. **B** $y=-x^3+3x$.

C $y=x^4-2x^2$. **D** $y=x^3-3x$.

Lời giải.

Từ hình dáng đồ thị ta thấy đó là đồ thị hàm số bậc bốn trùng phương có hệ số $a<0$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 21. Cho khối cầu có bán kính $r=4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A 64π. **B** $\dfrac{64\pi}{3}$. **C** 256π. **D** $\dfrac{256\pi}{3}$.

Lời giải.

Thể tích của khối cầu là $V=\dfrac{4}{3}\pi r^3=\dfrac{256}{3}\pi$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 22. Có bao nhiêu cách xếp 7 học sinh thành một hàng dọc?

A 7. **B** 5040. **C** 1. **D** 49.

Lời giải.

Số cách xếp 7 học sinh thành 1 hàng dọc là $7!=5040$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 23. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 4; 6. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A 16. **B** 12. **C** 48. **D** 8.

Lời giải.

Thể tích của khối hộp là $V=2\cdot4\cdot6=48$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 24. Số phức liên hợp của số phức $z=-2+5i$ là

(A) $\overline{z}=2-5i$. (B) $\overline{z}=2+5i$. (C) $\overline{z}=-2+5i$. **D** $\overline{z}=-2-5i$.

Lời giải.

Ta có số phức liên hợp của số phức $z=-2+5i$ là $\overline{z}=-2-5i$.

Chọn đáp án D □

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y=\log_6 x$ là

(A) $[0;+\infty)$. **B** $(0;+\infty)$. (C) $(-\infty;0)$. (D) $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $x>0$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=(0;+\infty)$.

Chọn đáp án B □

Câu 26. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-21x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

(A) -36. **B** $-14\sqrt{7}$. (C) $14\sqrt{7}$. (D) -34.

Lời giải.

Xét trên đoạn $[2;19]$ hàm số liên tục.

Ta có $f'(x)=3x^2-21$. Cho $f'(x)=0\Rightarrow 3x^2-21=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{7}\in[2;19] \\ x=-\sqrt{7}\notin[2;19]. \end{array}\right.$

Khi đó $f(2)=-34$, $f\left(\sqrt{7}\right)=-14\sqrt{7}$, $f(19)=6460$.

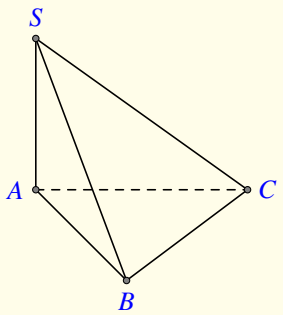
Vậy $\min\limits_{[2;19]} f(x)=f\left(\sqrt{7}\right)=-14\sqrt{7}$.

Chọn đáp án B □

Câu 27.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=3a$, $BC=\sqrt{3}a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

(A) 60°. (B) 45°. **C** 30°. (D) 90°.



Lời giải.

Ta có $\left(\widehat{SC,(ABC)}\right)=\widehat{SCA}$.

Xét tam giác ABC vuông tại B, ta có $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{(3a)^2+\left(\sqrt{3}a\right)^2}=2a\sqrt{3}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A, ta có $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{2a}{2a\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow\widehat{SCA}=30^\circ$.

Chọn đáp án C □

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$		$+$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A 1. B 2. C 3. D 4.

Lời giải.

Ta có $f'(x)$ có hai lần đổi dấu từ âm sang dương khi qua ±1 nên số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là 2.

Chọn đáp án B □

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;-2)$ và đường thẳng $d\colon\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-3}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A $x+2y-3z-9=0$. B $x+y-2z-6=0$.

C $x+2y-3z+9=0$. D $x+y-2z+6=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d nên nhận một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;-3)$.
Suy ra mặt phẳng đi qua điểm M nên có phương trình là

$$1(x-1)+2(y-1)-3(z+2)=0\Leftrightarrow x+2y-3z-9=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 30. Cho a và b là hai số thực dương thoả mãn $4^{\log_2(ab)}=3a$. Giá trị của ab^2 bằng

A 3. B 6. C 2. D 12.

Lời giải.

Ta có $4^{\log_2(ab)}=\left[2^{\log_2(ab)}\right]^2=(ab)^2$ nên $4^{\log_2(ab)}=3a\Leftrightarrow(ab)^2=3a\Leftrightarrow ab^2=3$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 31. Cho hai số phức $z=2+2i$ và $w=2+i$. Môđun của số phức $z.\overline{w}$ bằng

(A) 40. (B) 8. (C) $2\sqrt{2}$. (D) $2\sqrt{10}$.

Lời giải.

Ta có $z.\overline{w}=(2+2i)(2-i)=6+2i$.
Vậy $|z.\overline{w}|=|6+2i|=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 32. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-1$ và $y=x-1$ bằng

(A) $\dfrac{\pi}{6}$. (B) $\dfrac{13}{6}$. (C) $\dfrac{13\pi}{6}$. (D) $\dfrac{1}{6}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường cong đã cho là

$$x^2-1=x-1\Leftrightarrow x^2-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1.\end{array}\right.$$

Suy ra diện tích hình phẳng cần tính là

$$S=\int_0^1\left|x^2-x\right|\mathrm{d}x=\left|\int_0^1\left(x^2-x\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1\right|=\frac{1}{6}.$$

Chọn đáp án D ☐

Câu 33. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-x^2$ và đồ thị hàm số $y=-x^2+5x$ là

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$$x^3-x^2=-x^2+5x\Leftrightarrow x^3-5x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{5}.\end{array}\right.$$

Vậy số giao điểm của hai đồ thị là 3.

Chọn đáp án B ☐

Câu 34. Biết rằng $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị

$\int\limits_1^2 [2+f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\frac{23}{4}$. (B) 7. (C) 9. (D) $\frac{15}{4}$.

Lời giải.

Ta có $f(x)=F(x)=3x^2$.

Khi đó $\int\limits_1^2 [2+f(x)]\,\mathrm{d}x=\int\limits_1^2 2\,\mathrm{d}x+\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=2x\Big|_1^2+x^3\Big|_1^2=2+7=9$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;3), B(1;1;1), C(3;4;0)$ đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

(A) $\frac{x+1}{4}=\frac{y+2}{5}=\frac{z+3}{1}$. (B) $\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{5}=\frac{z-3}{1}$. .

(C) $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{-1}$. (D) $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z+3}{-1}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$.

Phương trình đường thẳng đi qua $A(1;2;3)$ nhận $\overrightarrow{BC}=(2;3;-1)$ là véc-tơ chỉ phương có dạng

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{-1}.$$

Chọn đáp án (C) □

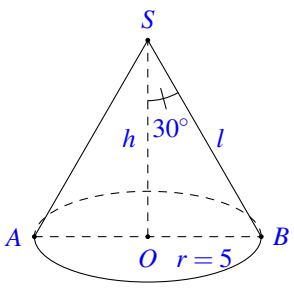
Câu 36. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 5 và góc ở đỉnh bằng 60°. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

(A) 50π. (B) $\frac{100\sqrt{3}\pi}{3}$. (C) $\frac{50\sqrt{3}\pi}{3}$. (D) 100π.

Lời giải.

Ta có $\sin 30^\circ=\frac{r}{l}\Rightarrow l=\frac{r}{\sin 30^\circ}=\frac{5}{\frac{1}{2}}=10$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl=\pi.5.10=50\pi$.



Chọn đáp án A ☐

Câu 37. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-23} < 9$ là

A $(-5;5)$. B $(-\infty;5)$. C $(5;+\infty)$. D $(0;5)$.

Lời giải.

Ta có $3^{x^2-23} < 9 \Leftrightarrow x^2-23 < 2 \Leftrightarrow x^2-25 < 0 \Leftrightarrow -5 < x < 5$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 38. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2-6z+13=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1-z_0$ là

A $M(-2;2)$. B $Q(4;-2)$. C $N(4;2)$. D $P(-2;-2)$.

Lời giải.

Phương trình $z^2-6z+13=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=3+2i \\ z=3-2i \end{array}\right.$ suy ra $z_0=3+2i$, khi đó $1-z_0=-2-2i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $1-z_0$ là $P(-2;-2)$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 39. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-8)$ là

A $(5;+\infty)$. B $(5;8]$. C $[5;8)$. D $(5;8)$.

Lời giải.

Ta có $y'=\dfrac{m-5}{(x+m)^2}, \forall x \in \mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

Hàm số $y=\dfrac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-8)$ khi và chỉ khi

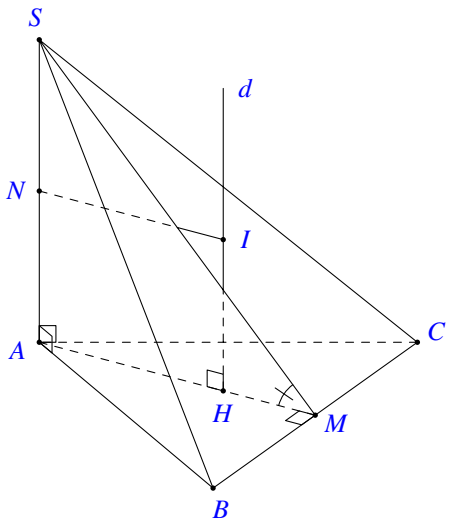
$$\begin{cases} \dfrac{m-5}{(x+m)^2} > 0 \\ -m \notin (-\infty;-8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 \\ -m \geq -8 \end{cases} \Leftrightarrow 5 < m \leq 8.$$

Chọn đáp án B ☐

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30°. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

(A) $52\pi a^2$. (B) $\dfrac{172\pi a^2}{3}$. (C) $\dfrac{76\pi a^2}{9}$. (D) $\dfrac{76\pi a^2}{3}$.

Lời giải.



- Gọi M là trung điểm của của BC.
  Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SM$.
  Từ đó suy ra $\left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right) = \left(\widehat{SM,AM}\right) = \widehat{SMA} = 30^\circ$.
- Ta có $AM = 2a\sqrt{3}$; $SA = AM.\tan 30^\circ = 2a\sqrt{3}.\dfrac{1}{\sqrt{3}} = 2a$.
- Gọi H là trọng tâm tam giác ABC, dựng đường thẳng d đi qua H và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Đường thẳng d là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
- Mặt phẳng trung trực của đoạn SA đi qua trung điểm N của SA, cắt đường thẳng d tại điểm I. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ và bán kính mặt cầu này là $R = AI$.
- Lại có $IH = AN = \dfrac{SA}{2} = a$; $AH = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{4a\sqrt{3}}{3}$;
  $AI = \sqrt{AH^2 + IH^2} = \sqrt{\dfrac{16a^2}{3} + a^2} = \dfrac{a\sqrt{57}}{3}$.

Diện tích tích mặt cầu cần tìm là $S = 4\pi R^2 = 4\pi.\dfrac{19a^2}{3} = \dfrac{76\pi a^2}{3}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x) = (x+1)\cdot f'(x)$ là

(A) $\dfrac{x^2+2x-3}{2\sqrt{x^2+3}}$. (B) $\dfrac{x+3}{2\sqrt{x^2+3}}$. (C) $\dfrac{2x^2+x+3}{\sqrt{x^2+3}}$. (D) $\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2+3}}$.

Lời giải.

Đặt $I = \int (x+1)\cdot f'(x)\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u = x+1 \Rightarrow \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ \mathrm{d}v = f'(x)\mathrm{d}x \Rightarrow v = f(x). \end{cases}$
Khi đó

$$\begin{aligned} I &= (x+1)\cdot f(x) - \int f(x)\mathrm{d}x \\ &= (x+1)\cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} - \int \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}dx \\ &= \frac{x^2+x}{\sqrt{x^2+3}} - \frac{1}{2}\int (x^2+3)^{-\frac{1}{2}}\mathrm{d}(x^2+3) \\ &= \frac{x^2+x}{\sqrt{x^2+3}} - \frac{1}{2}\cdot \frac{(x^2+3)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C \\ &= \frac{x^2+x}{\sqrt{x^2+3}} - \sqrt{x^2+3} + C \\ &= \frac{x^2+x-x^2-3}{\sqrt{x^2+3}} + C \\ &= \frac{x-3}{\sqrt{x^2+3}} + C. \end{aligned}$$

Chọn đáp án D □

Câu 42. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 1000 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1400 ha?

A Năm 2043. B Năm 2025. C Năm 2024. D Năm 2042.

Lời giải.

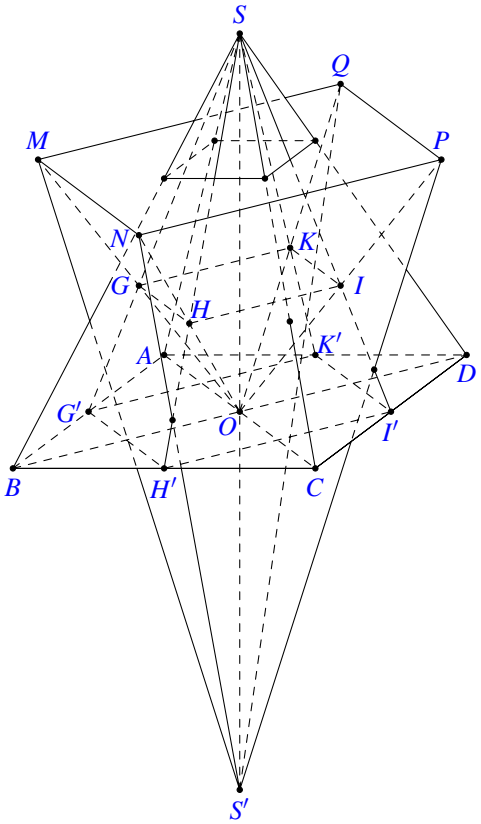
Gọi S_n là diện tích rừng trồng mới của tỉnh A sau n năm.
r là phần trăm diện tích rừng trồng mới tăng thêm sau mỗi năm.
S là diện tích rừng trồng mới năm 2019.
Khi đó $S_n = S(1+r)^n$.
Với $S = 1000$ ha, $r = 6\% = 0{,}06$ suy ra $S_n = 1000\,(1+0{,}06)^n = 1000\,(1{,}06)^n$.
Để $S_n \geq 1400 \Leftrightarrow 1000\,(1{,}06)^n \geq 1400 \Leftrightarrow n \geq \log_{1{,}06}\left(\frac{7}{5}\right) \approx 5{,}77$.
Vậy năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1400 ha là năm 2025.

Chọn đáp án B □

Câu 43. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $\sqrt{3}a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O. Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

(A) $\dfrac{40\sqrt{10}a^3}{81}$. (B) $\dfrac{10\sqrt{10}a^3}{81}$. (C) $\dfrac{20\sqrt{10}a^3}{81}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{10}a^3}{9}$.

Lời giải.



Gọi G', H', I' và K' lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD và DA.

Ta có $S_{G'H'I'K'} = \dfrac{1}{2}S_{ABCD} = \dfrac{1}{2}a^2$.

Gọi G, H, I và K lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD và SDA.

Hai hình vuông $GHIK$ và $G'H'I'K'$ đồng dạng tỉ số bằng $\dfrac{2}{3}$ nên $S_{GHIK} = \dfrac{4}{9}\cdot S_{G'H'I'K'} = \dfrac{2}{9}a^2$.

Hai hình vuông $MNPQ$ và $GHIK$ đồng dạng tỉ số bằng 2 nên $S_{MNPQ} = 4\cdot S_{GHIK} = \dfrac{8}{9}a^2$.

Tam giác SAO vuông tại O nên $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{3a^2 - \dfrac{2a^2}{4}} = \dfrac{\sqrt{10}}{2}a$.

Ta có $\mathrm{d}(O,(MNPQ)) = 2\cdot\mathrm{d}(O,(GHIK)) = \dfrac{2}{3}SO \Rightarrow \mathrm{d}(S',(MNPQ)) = \dfrac{5}{3}SO = \dfrac{5\sqrt{10}}{6}a$.

Vậy thể tích khối chóp $S'.MNPQ$ là

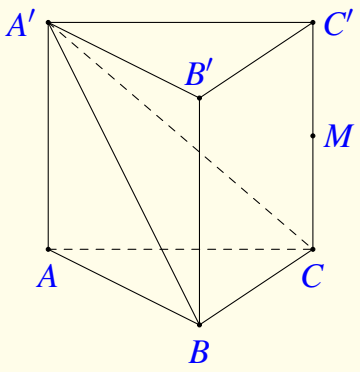
$$V_{S.MNPQ} = \frac{1}{3}\cdot S_{MNPQ}\cdot\mathrm{d}(S',(MNPQ)) = \frac{1}{3}\cdot\frac{8}{9}a^2\cdot\frac{5\sqrt{10}}{6}a = \frac{20\sqrt{10}a^3}{81}.$$

Chọn đáp án C □

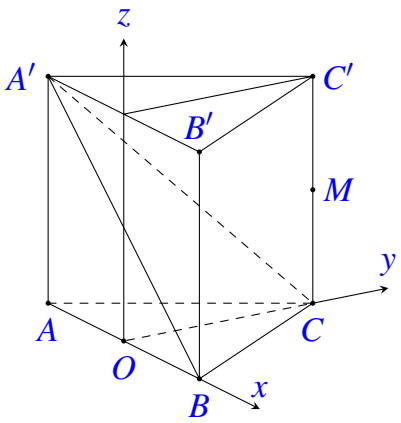
Câu 44.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA'=2a$. Gọi M là trung điểm cạnh CC' (tham khảo hình bên). Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$.

(A) $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. (B) $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{57}a}{19}$. (D) $\dfrac{\sqrt{57}a}{19}$.



Lời giải.



Gọi O là trung điểm của AB. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ và chọn $a=2$ ta có:

- $A(-1;0;0)$, $B(1;0;0)$, $C\left(0;\sqrt{3};0\right)$, $A'(-1;0;4)$, $C'\left(0;\sqrt{3};4\right)$, $M\left(0;\sqrt{3};2\right)$.
- $\overrightarrow{A'B}=(2;0;-4)$.
- $\overrightarrow{A'C}=(1;\sqrt{3};-4)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(A'BC)$ là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{A'B},\overrightarrow{A'C}\right]=\left(2\sqrt{3};2;\sqrt{3}\right)$ nên phương trình của mặt phẳng $(A'BC)$ là

$$2\sqrt{3}(x+1)+2(y-0)+\sqrt{3}(z-4)=0\Leftrightarrow 2\sqrt{3}x+2y+\sqrt{3}z-2\sqrt{3}=0.$$

Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ là

$$\mathrm{d}(M,(A'BC))=\frac{\left|2\sqrt{3}+2\sqrt{3}-2\sqrt{3}\right|}{\sqrt{4\cdot 3+4+3}}=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{19}}=\frac{2\sqrt{57}}{19}.$$

Vì chọn $a=2$ nên suy ra $\mathrm{d}(M,(A'BC))=\dfrac{a\sqrt{57}}{19}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 45. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=x^2\left[f(x-1)\right]^4$ là

(A) 7. (B) 8. (C) 5. (D) 9.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy $f'(x)=a(x^2-1)x=ax^3-ax \Rightarrow f(x)=\dfrac{ax^4}{4}-\dfrac{ax^2}{2}+c$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-1)$ nên $c=-1$.

Điểm $(1;3)$ thuộc đồ thị nên có $\dfrac{a}{4}-\dfrac{a}{2}-1=3 \Rightarrow a=-16$.

Ta có hàm số $f(x)=-4x^4+8x^2-1$, $f'(x)=-16x(x^2-1)$.

Đặt $t=x-1 \Rightarrow x=t+1$ ta có hàm số $g(t+1)=(t+1)^2\left[f(t)\right]^4$.

$g'(t+1)=2(t+1)[f(t)]^4+4(t+1)^2\left[f(t)\right]^3 f'(t)=2(t+1)[f(t)]^3\left[f(t)+2(t+1)f'(t)\right]$.

$$g'(t+1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ f(t)=0 \\ f(t)+2(t+1)f'(t)=0. \end{cases}$$

+ Phương trình $f(t)+2(t+1)f'(t)=0$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \quad -4t^4+8t^2-1+2(t+1)(-16)t(t^2-1)=0 \\ &\Leftrightarrow \quad -36t^4-32t^3+40t^2+32t-1=0. \end{aligned}$$

Xét vế trái: $h(t)=-36t^4-32t^3+40t^2+32t-1$.

$h'(t)=-144t^3-96t^2+80t+32=-144(t+1)\left(t+\dfrac{1}{3}\right)\left(t-\dfrac{2}{3}\right)$.

t	$-\infty$		-1		$-\dfrac{1}{3}$		$\dfrac{2}{3}$		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(t)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\dfrac{175}{27}$	$\nearrow$	$\dfrac{581}{27}$	$\searrow$	$-\infty$

Từ đây suy ra phương trình $h(t)=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

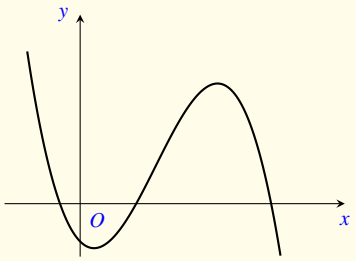
+ Phương trình $f(t)=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $g'(t+1)=0$ có 9 nghiệm phân biệt nên hàm số $g(x)=x^2\left[f(x-1)\right]^4$ có 9 điểm cực trị.

Chọn đáp án D □

Câu 46.
Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d,\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?

A 4. B 3. C 1. D 2.



Lời giải.

Hình dạng đồ thị cho thấy $a<0$.
Đồ thị cắt trục tung tại một điểm nằm phía dưới trục hoành nên $d<0$.
Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm bên phải trục tung nên hàm số đã cho có hai điểm cực trị cùng dương, khi đó $y'=3ax^2+2bx+c$ có hai nghiệm phân biệt cùng dương $\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{b}{3a}>0\\ x_1x_2=\dfrac{c}{3a}>0\end{cases}$
mà $a<0$ nên $c<0$, $b>0$.
Vậy trong các số a, b, c, d có 1 số dương.

Chọn đáp án C □

Câu 47. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng

A $\dfrac{17}{42}$. B $\dfrac{41}{126}$. C $\dfrac{31}{126}$. D $\dfrac{5}{21}$.

Lời giải.

Tập các số S có $\mathrm{A}_9^4=3024$ số, suy ra $n(\Omega)=3024$.
Gọi A là biến cố lấy được số thuộc tập S mà số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ.
Ta có các trường hợp sau:

- TH1: số đó có thứ tự: lẻ, chẵn, lẻ, chẵn: lúc đó có $5\cdot4\cdot4\cdot3=240$ số.
- TH2: số đó có thứ tự: lẻ, chẵn, chẵn, tùy ý: lúc đó có $5\cdot4\cdot3\cdot6=360$ số.
- TH3: số đó có thứ tự: chẵn, chẵn, chẵn, tùy ý: lúc đó có $4\cdot3\cdot2\cdot6=144$ số.
- TH4: số đó có thứ tự: chẵn, chẵn, lẻ, chẵn: lúc đó có $4\cdot3\cdot5\cdot2=120$ số.
- TH5: số đó có thứ tự: chẵn, lẻ, chẵn, tùy ý: lúc đó có $4\cdot5\cdot3\cdot6=360$ số.

Vậy ta có: $n(A)=240+360+144+120+360=1224$.
Do đó xác suất là $\mathrm{P}(A)=\dfrac{1224}{3024}=\dfrac{17}{42}$.

Chọn đáp án A □

Câu 48. Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x+y\cdot 4^{x+y-1}\geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+6x+4y$ bằng

A $\frac{65}{8}$. B $\frac{33}{4}$. C $\frac{49}{8}$. D $\frac{57}{8}$.

Lời giải.

$2x+y\cdot 4^{x+y-1}\geq 3\Leftrightarrow y\cdot 2^{2x+2y-2}\geq 3-2x\Leftrightarrow 2y\cdot 2^{2y}\geq (3-2x)2^{3-2x}$. (1)

Xét hàm số $f(t)=t\cdot 2^t$ trên $[0;+\infty)$ có $f'(t)=2^t+t\cdot 2^t\ln 2>0,\forall t\geq 0$.

Suy ra $f(t)$ đồng biến trên $[0;+\infty)$.

$$(1)\Leftrightarrow 2y\geq 3-2x\Leftrightarrow x+y\geq \frac{3}{2}\Leftrightarrow (x+3)+(y+2)\geq \frac{13}{2}.$$

Ta có: $P=(x+3)^2+(y+2)^2-13\Rightarrow (x+3)^2+(y+2)^2=P+13$.

Ta lại có: $\frac{13}{2}\leq (x+3)+(y+2)\leq \sqrt{2\left[(x+3)^2+(y+2)^2\right]}=\sqrt{2(P+13)}$

$$\Leftrightarrow \frac{169}{4}\leq 2(P+13)\Leftrightarrow P\geq \frac{65}{8}.$$

Dấu xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x=\frac{1}{4} \\ y=\frac{5}{4}. \end{cases}$

Vậy $P_{\min}=\frac{65}{8}$.

Chọn đáp án A □

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 242 số nguyên y thỏa mãn $\log_4(x^2+y)\geq \log_3(x+y)$?

A 55. B 28. C 29. D 56.

Lời giải.

Điều kiện $x+y>0$ và $x^2+y>0$.

Khi đó

$$\begin{aligned} &\log_4(x^2+y)\geq \log_3(x+y)\\ \Leftrightarrow\ & x^2+y\geq 4^{\log_3(x+y)}\\ \Leftrightarrow\ & x^2+y\geq (x+y)^{\log_3 4}\\ \Leftrightarrow\ & x^2-x>(x+y)^{\log_3 4}-(x+y). \quad (1) \end{aligned}$$

Đặt $t=x+y$ thì (1) được viết lại là $x^2-x>t^{\log_3 4}-t$. (2)

Với mỗi x nguyên cho trước có không quá 242 số nguyên y thỏa mãn bất phương trình (1).

Tương đương với bất phương trình (2) có không quá 242 nghiệm t.

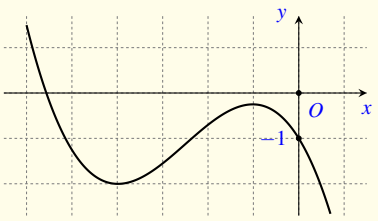
Nhận thấy $f(t)=t^{\log_3 4}-t$ đồng biến trên $[1;+\infty)$ nên nếu $x^2-x>243^{\log_3 4}-243=781$ thì sẽ

có ít nhất 243 nghiệm nguyên $t \geq 1$.
Do đó yêu cầu bài toán tương đương với $x^2 - x \leq 781 \Leftrightarrow -27 \leq x \leq 28$ (do x nguyên).
Vậy có tất cả $28 + 28 = 56$ số nguyên x thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án D □

Câu 50.
Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^3 f(x)\right) + 1 = 0$ là

A 6. B 4. C 5. D 8.



Lời giải.

Ta có $f\left(x^3 f(x)\right) + 1 = 0 \Leftrightarrow f\left(x^3 f(x)\right) = -1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^3 f(x) = a & (-3 < a < -1) \quad (1) \\ x^3 f(x) = b & (-5 < b < -3) \quad (2) \\ x^3 f(x) = 0 & (3) \end{array}\right.$, với $a, b < 0$.

+Với $m < 0$, xét phương trình $x^3 f(x) = m \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{m}{x^3}$.

Đặt $g(x) = \dfrac{m}{x^3}$, $g'(x) = \dfrac{-3m}{x^4} > 0, \forall x \neq 0$.

$\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 0$, $\lim\limits_{x \to 0^-} g(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x) = -\infty$.

Ta có bảng biến thiên

x	0		1	$+\infty$
$g'(x)$	$+$		$+$	
$g(x)$	0	$+\infty$	$-\infty$	0

Dựa vào bảng biến thiên và đề bài, suy ra trong mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$ phương trình $f(x) = g(x)$ có đúng một nghiệm.
Suy ra mỗi phương trình (1) và (2) có 2 nghiệm.

+Xét phương trình $(3): x^3 f(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = c < 0 \end{array}\right.$, với c khác các nghiệm của (1) và (2).

Vậy phương trình $f\left(x^3 f(x)\right) + 1 = 0$ có đúng 6 nghiệm.

Chọn đáp án A □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 62

1. D	2. C	3. D	4. B	5. A	6. B	7. C	8. C	9. D	10. C

11. B	12. B	13. C	14. D	15. C	16. A	17. C	18. B	19. A	20. A
21. D	22. B	23. C	24. D	25. B	26. B	27. C	28. B	29. A	30. A
31. D	32. D	33. B	34. C	35. C	36. A	37. A	38. D	39. B	40. D
41. D	42. B	43. C	44. D	45. D	46. C	47. A	48. A	49. D	50. A

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
Môn: TOÁN, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 103
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=5$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) 15π. (B) 25π. (C) 30π. (D) 75π.

Lời giải.

Diện tích xung quanh $S_{\text{xq}}=2\pi rl=30\pi$.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Cho khối nón có bán kính $r=2$, chiều cao $h=5$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

(A) $\dfrac{20\pi}{3}$. (B) 20π. (C) $\dfrac{10\pi}{3}$. (D) 10π.

Lời giải.

Thể tích $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi\cdot 2^2\cdot 5=\dfrac{20\pi}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 3. Biết $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=2$. Giá trị của $\displaystyle\int_1^3 3f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 5. (B) 6. (C) $\dfrac{2}{3}$. (D) 8.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_1^3 3f(x)\,\mathrm{d}x=3\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=3\cdot 2=6$.

Chọn đáp án B □

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{3}$. Vec-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_3=(3;-1;-2)$. (B) $\vec{u}_4=(4;2;3)$. (C) $\vec{u}_2=(4;-2;3)$. (D) $\vec{u}_1=(3;1;2)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (4;-2;3)$.

Chọn đáp án C

Câu 5. Cho khối cầu có bán kính $r = 2$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A 16π. B $\dfrac{32\pi}{3}$. C 32π. D $\dfrac{8\pi}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối cầu $V = \dfrac{4\pi r^3}{3} = \dfrac{4\pi \cdot 2^3}{3} = \dfrac{32\pi}{3}$.

Chọn đáp án B

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên trục Ox có tọa độ là

A $(0;5;2)$. B $(0;5;0)$. C $(3;0;0)$. D $(0;0;2)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên trục Ox có tọa độ là $(3;0;0)$

Chọn đáp án C

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-2) = 3$ là

A $x = 6$. B $x = 8$. C $x = 11$. D $x = 10$.

Lời giải.

Điều kiện $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$. Xét phương trình $\log_2(x-2) = 3 \Leftrightarrow x - 2 = 2^3 \Leftrightarrow x = 10$.

Chọn đáp án D

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

A 2. B -2. C 3. D -1.

Lời giải.

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y=-1$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;2;0)$ và $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-3}=1$. B $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{3}=1$. C $\frac{x}{-1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. D $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Lời giải.

Chọn đáp án C ☐

Câu 10. Nghiệm của phương trình $3^{x+1}=9$ là

A $x=1$. B $x=2$. C $x=-2$. D $x=-1$.

Lời giải.

Ta có $3^{x+1}=9 \Leftrightarrow x+1=2 \Leftrightarrow x=1$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 11. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2;6;7$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A 28. B 14. C 15. D 84.

Lời giải.

Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2;6;7$ là $V=2\cdot 6\cdot 7=84$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 12. Cho khối chóp có diện tích $B=2$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khốp chóp bằng

A 12. B 2. C 3. D 6.

Lời giải.

$V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}\cdot 2\cdot 3=2$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $z=2-5i$ là

(A) $\overline{z}=2+5i$. (B) $\overline{z}=-2+5i$. (C) $\overline{z}=2-5i$. (D) $\overline{z}=-2-5i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức $z=2-5i$ là $\overline{z}=2+5i$.

Chọn đáp án A □

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và công bội $q=4$. Giá trị của u_2 bằng

(A) 64. (B) 81. (C) 12. (D) $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

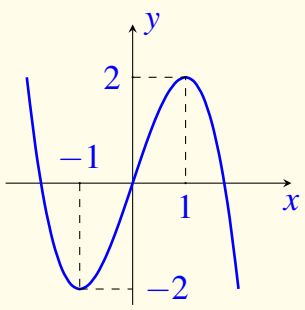
Ta có $u_2=qu_1=3\cdot 4=12$.

Chọn đáp án C □

Câu 15.

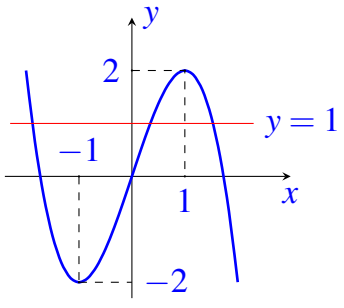
Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.
Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=1$ là

(A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.



Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $f(x)=1$
Từ đồ thị ta vẽ thêm đường thẳng $y=1$ ta có hình vẽ bên.
Vì đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị tại ba điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=1$ có ba nghiệm phân biệt



Chọn đáp án D □

Câu 16. Cho hai số phức $z_1=1-2i$ và $z_2=2+i$. Số phức z_1+z_2 bằng

(A) $3+i$. (B) $-3-i$. (C) $3-i$. (D) $-3+i$.

Lời giải.

Ta có: $z_1+z_2=1-2i+2+i=3-i$.

Chọn đáp án C □

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	2	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-2;2)$. B $(0;2)$. C $(-2;0)$. D $(2;+\infty)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 18. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là:

A $y=\dfrac{1}{2}$. B $y=-1$. C $y=1$. D $y=2$.

Lời giải.

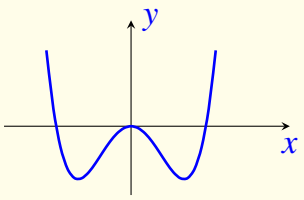
Ta có:
$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}=\dfrac{2}{1}=2$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}=\dfrac{2}{1}=2$.

Vậy $y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.

Chọn đáp án D □

Câu 19.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong như hình bên



A $y=-x^4+2x^2$. B $y=x^3-3x^2$.

C $y=x^4-2x^2$. D $y=-x^3+3x^2$.

Lời giải.

Quan sát đồ thị thị ta thấy đây là đồ thị của hàm trùng phương có $a > 0$

Chọn đáp án C

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-1)^2=16$. Bán kính của (S) là:

A 32. B 8. C 4. D 16.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu (S) là $R=\sqrt{16}=4$.

Chọn đáp án C

Câu 21. Trong mặt phẳng tọa độ, biết điểm $M(-2;1)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần thực của z bằng

A -2. B 2. C 1. D -1.

Lời giải.

$M(-2;1)$ là điểm biểu diễn số phức $z=-2+i$. Vậy phần thực của z bằng -2.

Chọn đáp án A

Câu 22. Tập xác định của hàm số $y=\log_3 x$ là

A $(-\infty;0)$. B $(0;+\infty)$. C $(-\infty;+\infty)$. D $[0;+\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $x>0$. Vậy tập xác định $\mathscr{D}=(0;+\infty)$.

Chọn đáp án B

Câu 23. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

A 1. B 25. C 5. D 120.

Lời giải.

Số cách xếp 5 học sinh thành một hàng dọc là một hoán vị 5 phần tử.
Vậy có $5!=120$ cách xếp.

Chọn đáp án D

Câu 24. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^3} b$ bằng

(A) $3+\log_a b$. (B) $3\log_a b$. (C) $\frac{1}{3}+\log_a b$. (D) $\frac{1}{3}\log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_{a^3} b = \frac{1}{3}\log_a b$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 25. $\int x^4\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\frac{1}{5}x^5+C$. (B) $4x^3+C$. (C) x^5+C. (D) $5x^5+C$.

Lời giải.

Ta có $\int x^4\,\mathrm{d}x = \frac{1}{5}x^5+C$

Chọn đáp án (A) □

Câu 26. Biết $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int\limits_1^3 [1+f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 20. (B) 22. (C) 26. (D) 28.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_1^3 [1+f(x)]\,\mathrm{d}x = \int\limits_1^3 \mathrm{d}x + \int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = \left(x+x^3\right)\Big|_1^3 = 28$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 27. Cho hình nón có bán kính bằng 3 và góc ở đỉnh bằng 60°. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

(A) 18π. (B) 36π. (C) $6\sqrt{3}\pi$. (D) $12\sqrt{3}\pi$.

Lời giải.

Tam giác SAB có $SA=SB=\ell$, $\widehat{ASB}=60^\circ \Rightarrow \triangle SAB$ đều có $r=OA=3$.
$\Rightarrow SA=AB=2OA=6$.
Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi r\ell=\pi\cdot 3\cdot 6=18\pi$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 28. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-2$ và $y=3x-2$ bằng

A $\dfrac{9}{2}$. **B** $\dfrac{9\pi}{2}$. **C** $\dfrac{125}{6}$. **D** $\dfrac{125\pi}{6}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2-2=3x-2 \Leftrightarrow x^2-3x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=0. \end{array}\right.$

Khi đó diện tích hình phẳng cần tìm là $S=\displaystyle\int_0^3 \left|x^2-3x\right| \mathrm{d}x=\dfrac{9}{2}$.

Chọn đáp án A

Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-7}<4$ là

A $(-3;3)$. **B** $(0;3)$. **C** $(-\infty;3)$. **D** $(3;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2-7}<4 \Leftrightarrow x^2-7<2 \Leftrightarrow -3<x<3$.

Chọn đáp án A

Câu 30. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(ab)}=4a$. Giá trị của ab^2 bằng

A 3. **B** 6. **C** 2. **D** 4.

Lời giải.

Ta có $9^{\log_3(ab)}=4a \Leftrightarrow (ab)^2=4a \Leftrightarrow ab^2=4$.

Chọn đáp án D

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;2)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$. Mặt phẳng đi qua điểm qua M và vuông góc với d có phương trình là

A $2x+3y+z-3=0$. **B** $2x-y+2z-9=0$.

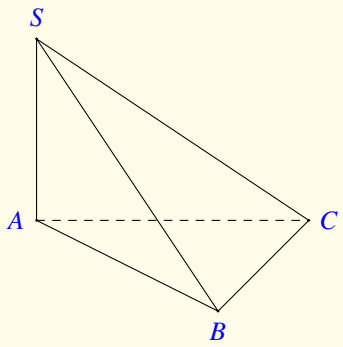
C $2x+3y+z+3=0$. **D** SAM.

Lời giải.

Ta có $(P)\perp d \Rightarrow$ vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=\vec{u}=(2;3;1)$.
Khi đó mặt phẳng (P) có phương trình $2x+3y+z-3=0$.

Chọn đáp án A

Câu 32.
Cho hình chóp $S.ABC$ và có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=3a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{30}a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt đáy bằng



(A) 45°. (B) 90°. (C) 60°. (D) 30°.

Lời giải.

Ta có AC là hình chiếu vuông góc của SC lên mp $(ABC) \Rightarrow \left(\widehat{SC,(ABC)}\right)=\widehat{SCA}$.
Tam giác ABC vuông tại B có $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=a\sqrt{10}$.
Tam giác SAC vuông tại A có $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SCA}=60^\circ$.

Chọn đáp án C □

Câu 33. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2+4z+13=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $1-z_0$ là

(A) $P(-1;-3)$. (B) $M(-1;3)$. (C) $N(3;-3)$. (D) $Q(3;3)$.

Lời giải.

$z^2+4z+13=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} z=-2+3i \\ z=-2-3i. \end{array}\right.$
Suy ra $z_0=-2+3i\Rightarrow 1-z_0=3-3i$.
Vậy điểm biểu diễn cho số phức $1-z_0$ là $N(3;-3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;1;2)$ và $C(2;3;1)$. Đường thẳng đi qua $A(1;2;0)$ và song song với BC có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-1}$. (B) $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z}{3}$.

(C) $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z}{3}$. (D) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-1}$.

Lời giải.

$\overrightarrow{BC}=(1;2;-1)$.
Đường thẳng đi qua $A(1;2;0)$ và song song với BC nhận $\overrightarrow{BC}=(1;2;-1)$ làm vecto chỉ phương có phương trình chính tắc là: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-1}$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 35. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-30x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

(A) $20\sqrt{10}$. (B) -63. (C) $-20\sqrt{10}$. (D) -52.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[2;19]$.

Ta có $f'(x)=3x^2-30; f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{10}\in[2;19] \\ x=-\sqrt{10}\notin[2;19]. \end{array}\right.$

Mà $f(2)=-52; f\left(\sqrt{10}\right)=-20\sqrt{10}\approx -63,25; f(19)=6289$.

Vậy $\min\limits_{[2;19]} f(x)=-20\sqrt{10}$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 2. (B) 4. (C) 3. (D) 1.

Lời giải.

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$, ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 3 lần khi qua các điểm $x=\pm 2; x=1$.

Do đó hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án C ☐

Câu 37. Cho hai số phức $z=4+2i$ và $w=1+i$. Môđun của số phức $z.\overline{w}$ bằng

(A) $2\sqrt{2}$. (B) 8. (C) $2\sqrt{10}$. (D) 40.

Lời giải.

Ta có $w=1+i \Rightarrow \bar{w}=1-i$.

Nên $z.\bar{w}=6-2i \Rightarrow |z.\bar{w}|=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 38. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2$ và đồ thị hàm số $y=x^2+5x$.

A 3. B 0. C 1. D 2.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của $y=x^3+x^2$ và $y=x^2+5x$ là

$$x^3+x^2=x^2+5x \Leftrightarrow x^3-5x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{5}. \end{array}\right.$$

Vậy đồ thị $y=x^3+x^2$ và đồ thị $y=x^2+5x$ có 3 giao điểm.

Chọn đáp án A □

Câu 39. Trong năm 2019 , diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 900 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên của tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1700 ha?

A Năm 2029. B Năm 2051. C Năm 2030. D Năm 2050.

Lời giải.

Bài toán trên giống bài toán lãi kép khi gửi tiền vào Ngân hàng:
Ta đặt $S_0=900$ha là diện tích rừng trồng mới của tỉnh A năm 2019, $S_N=1700$ là diện tích rừng trồng mới sau Nnăm (kể từ sau năm 2019) của tỉnh A mà mỗi năm đều tăng $r\%=6\%=0.06$ so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước.
Sau một năm: $S_1=(1+0.06)\cdot S_0$.
Sau hai năm: $S_2=S_1+S_1.0.06=1.06^2\cdot S_0$.
...
Sau N năm: $S_N=(1+r\%)^N\cdot S_0$.

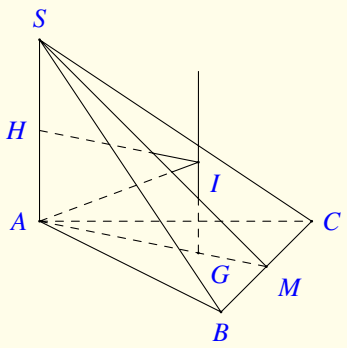
$$\begin{aligned} &\Rightarrow \quad 1700<1.06^N\cdot 900 \\ &\Leftrightarrow \quad 1.06^N>\frac{17}{9} \\ &\Leftrightarrow \quad N>\log_{1.06}\frac{17}{9}\approx 10.915. \end{aligned}$$

Vậy năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1700ha là 2030.

Chọn đáp án C □

Câu 40.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 60°. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng



A $\dfrac{43\pi a^2}{3}$. **B** $\dfrac{19\pi a^2}{3}$. **C** $\dfrac{43\pi a^2}{9}$. **D** $21\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm cạnh BC, H là trung điểm cạnh SA và G là trọng tâm tam giác ABC.

Do tam giác ABC là tam giác đều cạnh $2a$ nên $AG = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{(2a)\sqrt{3}}{2} = \dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$.

$(\widehat{(SBC),(ABC)}) = \widehat{SMA} = 60^\circ$.

Trong tam giác vuông SAM, ta có $SA = AM.\tan\widehat{SMA} = a\sqrt{3}.\sqrt{3} = 3a$.

Suy ra $AH = \dfrac{SA}{2} = \dfrac{3a}{2}$.

Dựng đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại điểm G. Khi đó, d là trục của tam giác ABC.

Dựng đường trung trực của cạnh SA cắt đường thẳng d tại điểm I. Khi đó, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ và bán kính $R = IA$.

Trong tam giác vuông IGA, ta có $IA^2 = IG^2 + AG^2 = \dfrac{43a^2}{12} \Rightarrow R^2 = IA^2 = \dfrac{43a^2}{12}$.

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $S = 4\pi R^2 = 4\pi\cdot\dfrac{43a^2}{12} = \dfrac{43\pi a^2}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 41. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x+2}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-5)$ là

A $(2;5]$. **B** $[2;5)$. **C** $(2;+\infty)$. **D** $(2;5)$.

Lời giải.

- Tập xác định: $D = \mathbb{R}\setminus\{-m\}$.
- Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-5) \Leftrightarrow y' > 0,\ \forall x \in (-\infty;-5)$.
- Ta có $\dfrac{m-2}{(x+m)^2} > 0,\ \forall x \in (-\infty;-5) \Leftrightarrow \begin{cases} m-2>0 \\ -m \notin (-\infty;-5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>2 \\ -m \geq -5 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 5$
- Vậy tập hợp các giá trị của tham số m cần tìm là $(2;5]$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 42. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x)=(x+1)f'(x)$ là

(A) $\dfrac{x^2+2x-1}{2\sqrt{x^2+1}}+C$. (B) $\dfrac{x+1}{2\sqrt{x^2+1}}+C$. (C) $\dfrac{2x^2+x+1}{\sqrt{x^2+1}}+C$. **D** $\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}+C$.

Lời giải.

- Ta có $f'(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}-x.\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}=\dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.
- Do đó $g(x)=(x+1)f'(x)=\dfrac{x+1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.
- Ta lại có $\int g(x)\,dx=\int\dfrac{x+1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}dx=\dfrac{1}{2}\int\left(x^2+1\right)^{-\frac{3}{2}}d\left(x^2+1\right)+\int\dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}dx$.
- Vậy $\int g(x)\,dx=-\left(x^2+1\right)^{\frac{-1}{2}}+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}+C=\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}+C$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 43. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1,2,3,4,5,6,7\}$ Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

(A) $\dfrac{9}{35}$. (B) $\dfrac{16}{35}$. **C** $\dfrac{22}{35}$. (D) $\dfrac{19}{35}$.

Lời giải.

- Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=A_7^4=840$.
- Gọi A là biến cố "số được được không có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn"
- Giả sử số cần tìm là $x=\overline{a_1a_2a_3a_4}$
- Trường hợp 1: cả 4 số đều lẻ. Số cách chọn là $4!$
- Trường hợp 2: Ba chữ số lẻ và một chữ số chẵn. Số cách chọn là $C_4^3C_3^1.4!$
- Trường hợp 3: Hai chữ số lẻ và hai chữ số chẵn:
- Xét sơ đồ: C-L-C-L, L-C-L-C, C-L-L-C: Số cách chọn $3.4.3.3.2$
- Số phần tử của biến cố A là $n(A)=4!+4!.C_4^3.C_3^1+3.4.3.3.2=528$

Xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{22}{35}$

Chọn đáp án C

Câu 44. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=x^4[f(x-1)]^2$ là

A 7. B 5. C 9. D 11.

Lời giải.

Ta có : $f(x)=4x^4-8x^2+3 \Rightarrow f'(x)=16x(x^2-1)$

Ta có $g'(x)=2x^3.f(x-1).[2f(x-1)+x.f'(x-1)]$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3=0 \\ f(x-1)=0 \\ 2f(x-1)+x.f'(x-1)=0 \end{array}\right.$

Phương trình $x^3=0$ có $x=0$ (nghiệm bội ba).

Phương trình $f(x-1)=0$ có cùng số nghiệm với phương trình $f(x)=0$ nên (2) có 4 nghiệm đơn.

Phương trình $2f(x-1)+x\cdot f'(x-1)=0$ có cùng số nghiệm với phương trình :

$$2f(x)+(x+1)\cdot f'(x)=0 \Leftrightarrow 2(4x^4-8x^2+3)+16x(x+1)(x^2-1)=0$$
$$\Leftrightarrow 24x^4+16x^3-32x^2-16x+6=0$$

có 4 nghiệm phân biệt.

Dễ thấy 9 nghiệm trên phân biệt nên hàm số $g(x)=0$ có tất cả 9 điểm cực trị.

Chọn đáp án C

Câu 45. Xét các số thực không âm x và y thoản mãn $2x+y.4^{x+y-1}\geq 3$ Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+2x+4y$ bằng

A $\dfrac{33}{8}$. B $\dfrac{9}{8}$. C $\dfrac{21}{4}$. D $\dfrac{41}{8}$.

Lời giải.

- Ta có $2x+y.4^{x+y-1} \geq 3 \Leftrightarrow (2x-3).4^{-x}+y.4^{y-1} \geq 0 \Leftrightarrow 2y.2^{2y} \geq (3-2x)\,2^{3-2x}$(1)
- Xét trường hợp: $3-2x \leq 0 \Leftrightarrow x \geq \dfrac{3}{2}$.

$$\text{(1) đúng với mọi giá trị } \begin{cases} x \geq \dfrac{3}{2} \\ y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow P = x^2+y^2+2x+4y \geq \dfrac{21}{4} \text{ (2)}$$

- Xét trường hợp: $3-2x > 0 \Leftrightarrow 0 \leq x < \dfrac{3}{2}$
- Xét hàm số $f(t) = t.2^t$ với $t \geq 0 \Rightarrow f'(t) = 2^t + t.2^t.\ln 2 > 0$ với mọi $t \geq 0$.

$$(1) \Leftrightarrow f(2y) \geq f(3-2x) \Leftrightarrow 2y \geq 3-2x \Leftrightarrow y \geq \frac{3}{2}-x$$

- Khi đó:

$$P = x^2+y^2+2x+4y \geq x^2+\left(\frac{3}{2}-x\right)^2+2x+2(3-2x) = 2x^2-5x+\frac{33}{4} =$$
$$2\left(x-\frac{5}{4}\right)^2+\frac{41}{8} \geq \frac{41}{8} \text{ (3)}$$

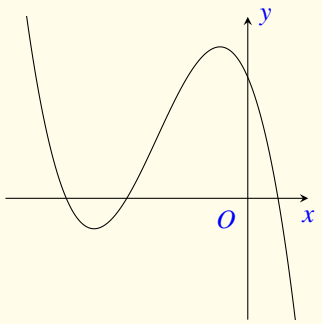
- So sánh (2) và (3) ta thấy GTNN của P là $\dfrac{41}{8}$ khi $x=\dfrac{5}{4}, y=\dfrac{1}{4}$.

Chọn đáp án D □

Câu 46.

Cho hàm số $y = ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các a, b, c, d?

A 4. B 2. C 1. D 3.



Lời giải.

Ta có $y' = 3ax^2+2bx+c$. Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$.
Hàm số có 2 cực trị âm nên

$$\begin{cases} \Delta'_{y'} > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftarrow \begin{cases} b^2-9ac > 0 \\ -\dfrac{2b}{3a} < 0 \\ \dfrac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0. \end{cases}$$

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0;d)$ nên $d > 0$.
Vậy có đúng một số dương trong các số a, b, c, d.

Chọn đáp án C □

Câu 47. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$ và O là tâm cùa đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng của S qua O. Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

(A) $\dfrac{2\sqrt{6}}{9}a^3$. (B) $\dfrac{40\sqrt{6}}{81}a^3$. (C) $\dfrac{10\sqrt{6}}{81}a^3$. **D** $\dfrac{20\sqrt{6}}{81}a^3$.

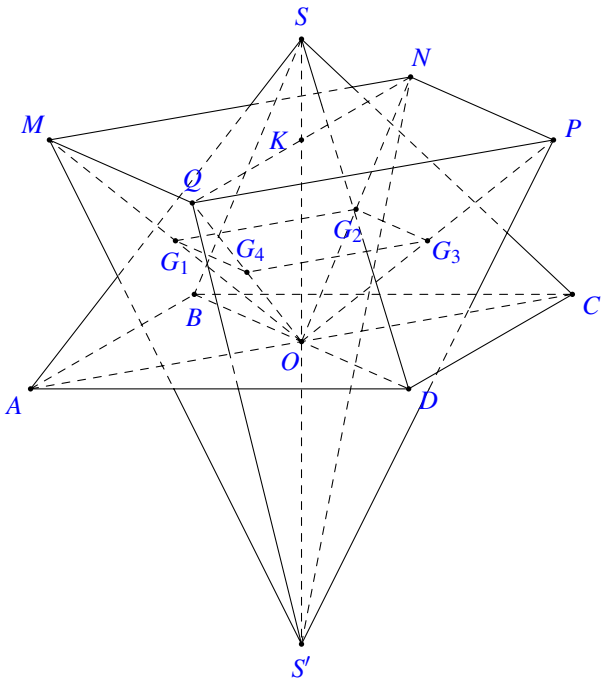
Lời giải.

Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên suy ra $MNPQ$ là hình vuông. Gọi K là tâm hình chữ nhật $MNPQ$, ta có

$$S'K = S'O + OK = SO + \frac{2}{3}SO = \frac{5a\sqrt{6}}{6}.$$

$$S_{MNPQ} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} S_{ABCD} = \frac{8}{9}a^2.$$

Vậy $V_{S'.MNPQ} = \dfrac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot S'K = \dfrac{20\sqrt{6}a^3}{81}$.

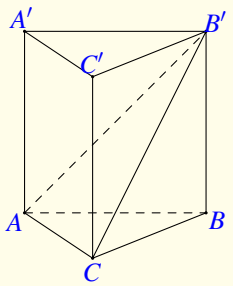


Chọn đáp án D

Câu 48.

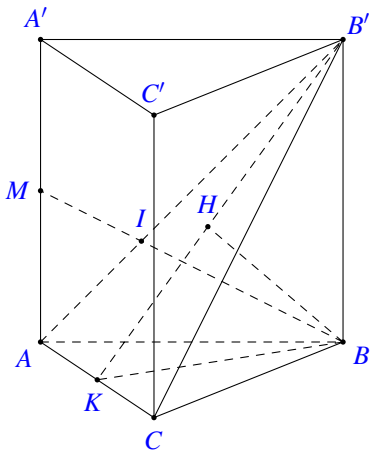
Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$. Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{57}a}{19}$. (B) $\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$. (D) $\dfrac{2\sqrt{57}a}{19}$.



Lời giải.

Gọi $I = BM \cap AB'$ và K là trung điểm AC.
Ta có



$$\frac{\mathrm{d}(M,(AB'C))}{\mathrm{d}(B,(AB'C))} = \frac{MI}{BI} = \frac{MA}{BB'} = \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow \mathrm{d}(M,(AB'C)) = \frac{1}{2}\mathrm{d}(B,(AB'C)) = \frac{BH}{2}.$$

Xét tam giác $BB'K$ có

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{B'B^2} + \frac{1}{BK^2} = \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow BH = \frac{2\sqrt{57}a}{19}.$$

Vậy $\mathrm{d}(M,(AB'C)) = \frac{BH}{2} = \frac{\sqrt{57}a}{19}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 127 số nguyên y thỏa mãn $\log_3(x^2+y) \geq \log_2(x+y)$?

(A) 89. (B) 46. (C) 45. **D** 90.

Lời giải.

Cách 1:

Điều kiện $\begin{cases} x^2+y>0 \\ x+y>0. \end{cases}$

Đặt $k = x+y \in \mathbb{Z}^+$.

Xét hàm số $f(y) = \log_3(x^2+y) - \log_2(x+y) \geq 0$.

Suy ra $f'(y) = \frac{1}{(x^2+y)\cdot \ln 3} - \frac{1}{(x+y)\cdot \ln 2} < 0 \Rightarrow f(y)$ nghịch biến.

Xét hàm số $g(k) = f(k-x) = \log_3(x^2+k-x) - \log_2 k$, $k \in \mathbb{Z}^+$.

Do hàm số f nghịch biến nên hàm số g cũng nghịch biến.

Giả sử k_0 là nghiệm của phương trình $g(k) = 0$.

Suy ra $\begin{cases} 1 \leq k \leq k_0 \\ k \in \mathbb{Z}^+ \end{cases} \Rightarrow k_0 < 128$.

Nên

$$\begin{aligned} g(128) < 0 &\Leftrightarrow \log_3(x^2+128-x) < \log_2 128 \\ &\Rightarrow x^2 - x + 128 < 3^{\log_2 128} \\ &\Rightarrow -44 \leq x \leq 45. \end{aligned}$$

Vậy có 90 số nguyên x.

Cách 2:

Điều kiện $\begin{cases} x^2+y>0 \\ x+y>0. \end{cases}$ Ta có

$$\begin{aligned} & \log_3\left(x^2+y\right) \geq \log_2(x+y) \\ \Leftrightarrow\ & x^2+y \geq 3^{\log_2(x+y)} \\ \Leftrightarrow\ & x^2+y \geq (x+y)^{\log_2 3} \\ \Leftrightarrow\ & x^2-x \geq (x+y)^{\log_2 3}-(x+y). \qquad (1) \end{aligned}$$

Đặt $t=x+y$ thì (1) trở thành $x^2-x \geq t^{\log_2 3}-t$. (2)

Với mỗi x nguyên cho trước có không quá 127 số nguyên y thỏa mãn bất phương trình (1) tương đương với bất phương trình (2) có không quá 127 nghiệm t .

Ta có hàm số $f(t)=t^{\log_2 3}-t$ đồng biến trên $[1;+\infty)$ nên nếu $x^2-x>128^{\log_2 3}-128=2059$ thì sẽ có ít nhất 127 nghiệm nguyên $t \geq 1$.

Do đó yêu cầu bài toán tương đương với $x^2-x \leq 2059 \Leftrightarrow -44 \leq x \leq 45$ (do x nguyên) .

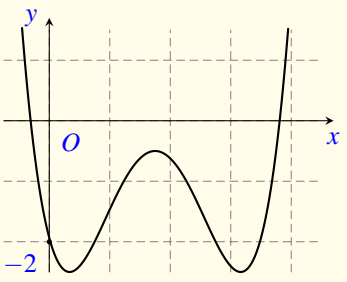
Vậy có 90 số nguyên x

Chọn đáp án D □

Câu 50.

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^2 f(x)\right)+2=0$ là

A 8. B 12. C 6. D 9.



Lời giải.

Ta có $f\left(x^2 f(x)\right)+2=0 \Leftrightarrow f\left(x^2 f(x)\right)=-2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^2 f(x)=a & (1) \\ x^2 f(x)=b & (2) \\ x^2 f(x)=c & (3) \\ x^2 f(x)=0 & (4) \end{array}\right.$, với $a, b, c>0$.

Với $m>0$, xét phương trình $x^2 f(x)=m \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{m}{x^2}$. $(*)$

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{m}{x^2}, m>0$, ta có $g'(x)=\dfrac{-2m}{x^3}, \forall x \neq 0$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0$; $\lim\limits_{x\to0^-} g(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to0^+} g(x)=+\infty$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$		$-$	
$g(x)$	0	↗	$+\infty$	↘	0

Dựa vào bảng biến thiên và hình vẽ, suy ra trong mỗi khoảng $(-\infty;0)$ và khoảng $(0;+\infty)$ phương trình $f(x)=g(x)$ có đúng một nghiệm. Do đó phương trình $(*)$ có đúng 2 nghiệm. Từ đó suy ra mỗi phương trình (1), (2), (3) có 2 nghiệm phân biệt.

- Phương trình (4) tương đương với $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ f(x)=0 \end{array}\right.$. Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ suy ra phương trình (4) có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 9 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án D. □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 63

1. C	2. A	3. B	4. C	5. B	6. C	7. D	8. D	9. C	10. A
11. D	12. B	13. A	14. C	15. D	16. C	17. B	18. D	19. C	20. C
21. A	22. B	23. D	24. D	25. A	26. D	27. A	28. A	29. A	30. D
31. A	32. C	33. C	34. A	35. C	36. C	37. C	38. A	39. C	40. A
41. A	42. D	43. C	44. C	45. D	46. C	47. D	48. A	49. D	50. D

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
Môn: TOÁN, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 104
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Tập xác định của hàm số $\log_4 x$ là
(A) $(-\infty; 0)$. (B) $[0; +\infty)$. (C) $(0; +\infty)$. (D) $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $\log_4 x$ là $(0; +\infty)$.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 7$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
(A) 42π. (B) 147π. (C) 49π. (D) 21π.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi \cdot r \cdot l = 2\pi \cdot 7 \cdot 3 = 42\pi$.

Chọn đáp án A □

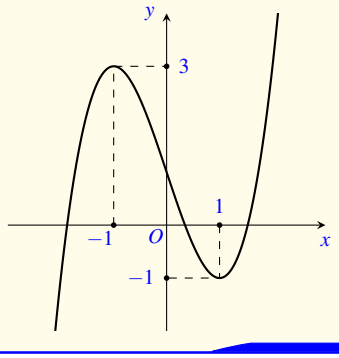
Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-4}{3} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-3}{-2}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?
(A) $\vec{u}_2 = (4; -2; 3)$. (B) $\vec{u}_4 = (4; 2; -3)$.
(C) $\vec{u}_3 = (3; -1; -2)$. (D) $\vec{u}_1 = (3; 1; 2)$.

Lời giải.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_3 = (3; -1; -2)$.

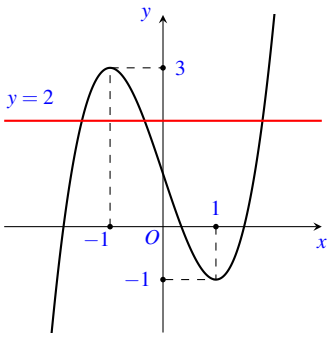
Chọn đáp án C □

Câu 4.
Cho đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ là
(A) 0. (B) 3. (C) 1. (D) 2.



Lời giải.

Đường thẳng $y=2$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=2$ có 3 nghiệm thực.



Chọn đáp án B

Câu 5. Biết $\int\limits_2^3 f(x)\mathrm{d}x=6$. Giá trị của $\int\limits_2^3 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A 36. B 3. C 12. D 8.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_2^3 2f(x)\mathrm{d}x=2\int\limits_2^3 f(x)\mathrm{d}x=2\cdot 6=12$.

Chọn đáp án C

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$ là

A $y=\dfrac{1}{3}$. B $y=3$. C $y=-1$. D $y=1$.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x+1}{x-1}=3$.
Do đó đường thẳng $y=3$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án B

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(8;1;2)$ trên trục Ox có tọa độ là

A $(0;1;0)$. B $(8;0;0)$. C $(0;1;2)$. D $(0;0;2)$.

Lời giải.

Tọa độ hình chiếu vuông góc của $A(8;1;2)$ lên trục Ox là $(8;0;0)$.

Chọn đáp án B

Câu 8. Nghiệm của phương trình $3^{x+2}=27$ là

A $x=-2$. B $x=-1$. C $x=2$. D $x=1$.

Lời giải.

Ta có

$$3^{x+2}=27 \Leftrightarrow 3^{x+2}=3^3 \Leftrightarrow x+2=3 \Leftrightarrow x=1.$$

Chọn đáp án D

Câu 9. Cho khối nón có bán kính đáy $r=2$ và chiều cao $h=4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A 8π. B $\dfrac{8\pi}{3}$. C $\dfrac{16\pi}{3}$. D 16π.

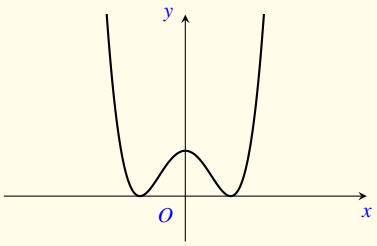
Lời giải.

Thể tích khối nón: $V=\dfrac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot h=\dfrac{1}{3}\cdot\pi\cdot 2^2\cdot 4=\dfrac{16\pi}{3}$.

Chọn đáp án C

Câu 10.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A $y=x^4-2x^2+1$. B $y=-x^3+3x^2+1$.

C $y=x^3-3x^2+1$. D $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải.

Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số bậc 4 có hệ số $a>0$.

Chọn đáp án A

Câu 11. Với a,b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$ thì $\log_{a^4} b$ bằng

A $4+\log_a b$. B $\dfrac{1}{4}\log_a b$. C $4\log_a b$. D $\dfrac{1}{4}+\log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_a^4 b = \dfrac{1}{4}\log_a b$.

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-2)^2=16$. Bán kính của (S) bằng

(A) 4. (B) 32. (C) 16. (D) 8.

Lời giải.

Mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-2)^2=16$ có bán kính $R=4$.

Chọn đáp án (A) ☐

Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $z=3-5\mathrm{i}$ là

(A) $\bar{z}=-3-5\mathrm{i}$. (B) $\bar{z}=3+5\mathrm{i}$. (C) $\bar{z}=-3+5\mathrm{i}$. (D) $\bar{z}=3-5\mathrm{i}$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của $z=3-5\mathrm{i}$ là $\bar{z}=3+5\mathrm{i}$.

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 14. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 3; 7. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

(A) 7. (B) 42. (C) 12. (D) 14.

Lời giải.

Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 3; 7 là $V=2\cdot3\cdot7=42$.

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 15. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3$, chiều cao $h=8$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) 24. (B) 12. (C) 8. (D) 6.

Lời giải.

Thể tích khối chóp: $V=\dfrac{1}{3}\cdot3\cdot8=8$.

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-3;0)$. **B** $(-3;3)$. **C** $(0;3)$. **D** $(-\infty;-3)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $f(x)$ đồng biến trên hai khoảng $(-3;0)$ và $(3;+\infty)$.

Chọn đáp án A □

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A 3. **B** -3. **C** -1. **D** 2.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị cực đại của hàm số $f(x)$ bằng 2.

Chọn đáp án D □

Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=4$ và công bội $q=3$. Giá trị của u_2 bằng

A 64. **B** 81. **C** 12. **D** $\frac{4}{3}$.

Lời giải.

$u_2=u_1\cdot q=4\cdot 3=12$.

Chọn đáp án C □

Câu 19. Cho khối cầu có bán kính $r=2$. Thể tích khối cầu đã cho là

A $\dfrac{32\pi}{3}$. **B** 16π. **C** 32π. **D** $\dfrac{8\pi}{3}$.

Lời giải.

Thể tích khối cầu bán kính $r=2$ là $V=\dfrac{4}{3}\pi r^3=\dfrac{4}{3}\cdot\pi\cdot 2^3=\dfrac{32\pi}{3}$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, biết điểm $M(-1;2)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần thực của z bằng

A 1. **B** 2. **C** -2. **D** -1.

Lời giải.

Điểm $M(-1;2)$ là điểm biểu diễn của số phức $z=-1+2\mathrm{i}$ nên phần thực là $a=-1$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 21. $\displaystyle\int x^5\,\mathrm{d}x$ bằng

A $5x^4+C$. **B** $\dfrac{1}{6}x^6+C$. **C** x^6+C. **D** $6x^6+C$.

Lời giải.

$$\int x^5\,\mathrm{d}x=\frac{1}{6}x^6+C.$$

Chọn đáp án B ☐

Câu 22. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2)=2$ là

A $x=11$. **B** $x=10$. **C** $x=7$. **D** $x=8$.

Lời giải.

Điều kiện: $x-2>0\Leftrightarrow x>2$.
Ta có $\log_3(x-2)=2\Leftrightarrow x-2=3^2\Leftrightarrow x=11$ (thỏa mãn điều kiện $x>2$).
Vậy phương trình $\log_3(x-2)=2$ có nghiệm là $x=11$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

(A) $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1$. (B) $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{-3}=1$.
(C) $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1$. (D) $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$.

Lời giải.

Với 3 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;3)$, theo phương trình đoạn chắn ta có phương trình mặt phẳng (ABC) : $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$.

Chọn đáp án D □

Câu 24. Có bao nhiêu cách xếp 8 học sinh thành một hàng dọc?
(A) 8. (B) 1. (C) 40320. (D) 64.

Lời giải.

Mỗi cách xếp 8 học sinh thành một hàng dọc là một hoán vị của tập có 8 phần tử.
Số cách xếp 8 học sinh thành một hàng dọc là: $P_8=8!=40320$ (cách).

Chọn đáp án C □

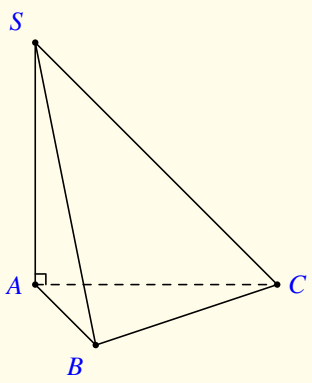
Câu 25. Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=3+i$. Số phức z_1+z_2 bằng
(A) $4-2i$. (B) $-4+2i$. (C) $4+2i$. (D) $-4-2i$.

Lời giải.

Ta có $z_1+z_2=1-3i+3+i=4-2i$.
Vậy $z_1+z_2=4-2i$.

Chọn đáp án A □

Câu 26.
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng
(A) 90°. (B) 45°. (C) 60°. (D) 30°.



Lời giải.

Ta có ΔABC vuông tại B.

Có $AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + 2a^2 = 3a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{3}$.
Do $SA \perp (ABC) \Rightarrow \left(\widehat{SC,(ABC)}\right) = \left(\widehat{SC,AC}\right) = \widehat{SCA}$.

Trong ΔSCA có $\tan\widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 30^\circ$.

Vậy $\left(\widehat{SC,(ABC)}\right) = 30^\circ$.

Chọn đáp án D □

Câu 27. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(a^2b)} = 4a^3$. Giá trị của ab^2 bằng

A 4. B 2. C 3. D 6.

Lời giải.

$9^{\log_3(a^2b)} = 4a^3 \Leftrightarrow 3^{2\log_3(a^2b)} = 4a^3 \Leftrightarrow 3^{\log_3(a^2b)^2} = 4a^3 \Leftrightarrow (a^2b)^2 = 4a^3 \Leftrightarrow a^4b^2 = 4a^3 \Leftrightarrow ab^2 = 4$.

Chọn đáp án A □

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;-2;2)$, đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A $x+2y-2z+5=0$. B $3x-2y+2z-17=0$.

C $3x-2y+2z+17=0$. D $x+2y-2z-5=0$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $M(3;-2;2)$ và vuông góc với $d: \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-1}{-2}$.
Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1;2;-2)$.
$(\alpha) \perp d$ nên vectơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = (1;2;-2)$.
Phương trình mặt phẳng (α) là

$$1(x-3) + 2(y+2) - 2(z-2) = 0 \Leftrightarrow x+2y-2z+5=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 29. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 33x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A -72. B $-22\sqrt{11}$. C -58. D $22\sqrt{11}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 33$.
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 11 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{11}$.
Xét trên $[2;19]$ ta có $x = \sqrt{11} \in [2;19]$.
Ta có $f(2) = -58$; $f\left(\sqrt{11}\right) = -22\sqrt{11}$; $f(19) = 6232$.

Vậy $\min\limits_{[2;19]} f(x) = f\left(\sqrt{11}\right) = -22\sqrt{11}$.

Chọn đáp án B

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-1} < 8$ là

A $(0;2)$. B $(-\infty;2)$. C $(-2;2)$. D $(2;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2-1} < 8 \Leftrightarrow 2^{x^2-1} < 2^3 \Leftrightarrow x^2-1 < 3 \Leftrightarrow x^2-4 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.
Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-2;2)$.

Chọn đáp án C

Câu 31. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 3$ và $y = x - 3$ bằng

A $\dfrac{125\pi}{3}$. B $\dfrac{1}{6}$. C $\dfrac{125}{6}$. D $\dfrac{\pi}{6}$.

Lời giải.

$$x^2 - 3 = x - 3 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1. \end{array}\right.$$

$$S = \int\limits_0^1 \left|x^2 - 3 - (x-3)\right| \mathrm{d}x = \int\limits_0^1 \left|x^2 - x\right| \mathrm{d}x = \left|\int\limits_0^1 \left(x^2 - x\right) \mathrm{d}x\right| = \left|\left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1\right| = \frac{1}{6}.$$

Chọn đáp án B

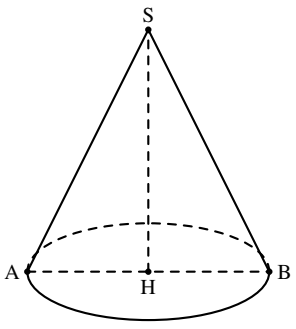
Câu 32. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 4 và góc ở đỉnh bằng 60°. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A $\dfrac{64\sqrt{3}\pi}{3}$. B 32π. C 64π. D $\dfrac{32\sqrt{3}\pi}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\widehat{ASB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{HSB} = 30^\circ$; $HB = 4$.
Áp dụng tỉ số lượng giác cho $\triangle SHB$ ta có

$$\sin 30^\circ = \frac{HB}{SB} \Rightarrow SB = \frac{HB}{\sin 30^\circ} = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8.$$



Vậy $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot HB \cdot SB = \pi \cdot 8 \cdot 4 = 32\pi$.

Chọn đáp án B

Câu 33. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2-4z+13=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1-z_0$ là

(A) $M(3;-3)$. (B) $P(-1;3)$. (C) $Q(1;3)$. **D** $N(-1;-3)$.

Lời giải.

$z^2-4z+13=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=2+3i \\ z=2-3i. \end{array}\right.$

Vậy $z_0=2+3i$.

$1-z_0=1-(2+3i)=-1-3i$.

Suy ra điểm biểu diễn số phức $1-z_0$ là $N(-1;-3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

(A) 3. (B) 1. **C** 2. (D) 4.

Lời giải.

Quan sát bảng xét dấu $f'(x)$ ta có $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi đi qua các điểm $x=\pm 2$.

Do hàm số đã cho liên tục trên nên hàm số có 2 điểm cực đại.

Chọn đáp án C □

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;0)$; $B(1;0;1)$; $C(3;1;0)$. Đường thẳng đi qua $A(1;1;0)$ và song song với BC có phương trình

a) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$. **b)** $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{1}$.

c $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-1}$. **d)** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng cần tìm đi qua $A(1;1;0)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\overrightarrow{BC}=(2;1;-1)$.

Phương trình đường thẳng cần tìm là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-1}$.

□

Câu 36. Cho hai số phức $z=1+3i$ và $w=1+i$. Môđun của số phức $z\cdot\overline{w}$ bằng

A $2\sqrt{5}$. **B** $2\sqrt{2}$. **C** 20. **D** 8.

Lời giải.

Ta có $w=1+i \Rightarrow \overline{w}=1-i$.
$z\cdot\overline{w}=(1+3i)(1-i)=4+2i$.
$|z\cdot\overline{w}|=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$.

Chọn đáp án A □

Câu 37. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-x^2$ và đồ thị hàm số $y=-x^2+3x$ là

A 1. **B** 0. **C** 2. **D** 3.

Lời giải.

Số giao điểm của hai đồ thị là số nghiệm thực phân biệt của phương trình hoành độ giao điểm sau:

$$x^3-x^2=-x^2+3x \Leftrightarrow x^3-3x=0 \Leftrightarrow x\left(x^2-3\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{3}. \end{array}\right.$$

Vậy số giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho là 3.

Chọn đáp án D □

Câu 38. Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\displaystyle\int_1^3 [1+f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A 10. **B** 8. **C** $\dfrac{26}{3}$. **D** $\dfrac{32}{3}$.

Lời giải.

Do $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên $f(x)=(F(x))'=\left(x^2\right)'=2x$.

Suy ra $\displaystyle\int_1^3 [1+f(x)]\,\mathrm{d}x=\int_1^3 (1+2x)\,\mathrm{d}x=\left(x+x^2\right)\Big|_1^3=10$.

Chọn đáp án A □

Câu 39. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x)=(x+1)f'(x)$ là

A $\dfrac{x+4}{\sqrt{x^2+4}}+C$. **B** $\dfrac{x-4}{\sqrt{x^2+4}}+C$. **C** $\dfrac{x^2+2x-4}{2\sqrt{x^2+4}}+C$. **D** $\dfrac{2x^2+x+4}{2\sqrt{x^2+4}}+C$.

Lời giải.

Họ các nguyên hàm của hàm số $g(x)$ là $\int g(x)\,\mathrm{d}x = \int (x+1)\,f'(x)\,\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u = (x+1) \\ \mathrm{d}v = f'(x)\,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = f(x) \end{cases}$ ta có

$$\int g(x)\,\mathrm{d}x = (x+1)\,f(x) - \int f(x)\,\mathrm{d}x = (x+1)\,f(x) - \int \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}\,\mathrm{d}x.$$

Tính $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}\,\mathrm{d}x$, đặt $t = \sqrt{x^2+4} \Rightarrow t^2 = x^2+4 \Rightarrow t\,\mathrm{d}t = x\mathrm{d}x$. Do đó

$$\int \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}\,\mathrm{d}x = \int \frac{t}{t}\,\mathrm{d}t = \int 1\,\mathrm{d}t = t + C = \sqrt{x^2+4} + C.$$

Vậy, $\int g(x)\,\mathrm{d}x = (x+1)\,\frac{x}{\sqrt{x^2+4}} - \sqrt{x^2+4} + C = \frac{x-4}{\sqrt{x^2+4}} + C$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 40. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 800 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1400 ha.

(A) Năm 2029. (B) Năm 2028. (C) Năm 2048. (D) Năm 2049.

Lời giải.

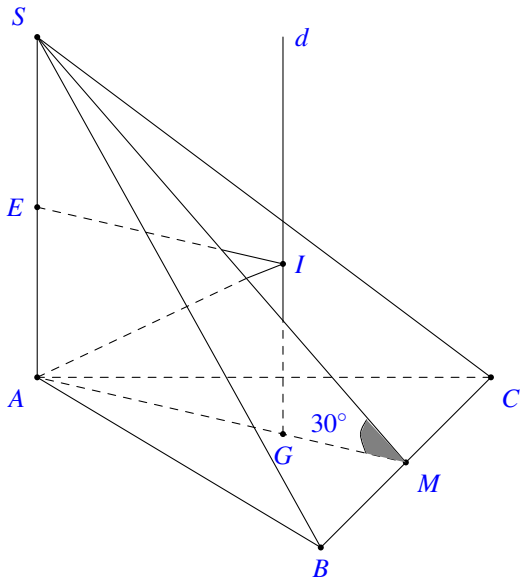
Ta có $S_n = 1400\,\text{ha}$; $A = 800\,\text{ha}$; $r = 6\%$.
Áp dụng công thức: $S_n = A(1+r)^n \Rightarrow A(1+r)^n > 1400$
$\Leftrightarrow n > \log_{1+r}\left(\frac{1400}{A}\right) \Leftrightarrow n > \log_{1,06}\left(\frac{1400}{800}\right) \Leftrightarrow n > 9{,}609 \Rightarrow n = 10$.
Vậy năm đầu tiên là năm 2029.

Chọn đáp án (A) □

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30°. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

(A) $\frac{43\pi a^2}{3}$. (B) $\frac{19\pi a^2}{3}$. (C) $\frac{19\pi a^2}{9}$. (D) $13\pi a^2$.

Lời giải.



Gọi M là trung điểm của BC, ta có góc $\widehat{SMA}$ là góc giữa (SBC) và $(ABC) \Rightarrow \widehat{SMA} = 30^\circ$.
Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC khi đó ta có:
$AM = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$, $AG = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$, $SA = AM \cdot \tan 30^\circ = a\sqrt{3} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{3}} = a$.
Qua G kẻ đường thẳng d vuông góc với $(ABC) \Rightarrow d \,//\, SA$.
Gọi E là trung điểm của SA, qua E kẻ mặt phẳng (P) sao cho: $\begin{cases} (P) \perp SA \\ (P) \cap d = \{I\} \end{cases}$
Khi đó I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$ và khối cầu đó có bán kính là:
$$R = IA = \sqrt{IG^2 + AG^2} = \sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2 + AG^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{4a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{57}}{6}.$$
Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là: $S = 4\pi R^2 = \dfrac{19\pi a^2}{3}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 42. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x+3}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty, -6)$ là

(A) $(3;6]$. (B) $(3;6)$. (C) $(3;+\infty)$. (D) $[3;6)$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}\backslash\{m\}$.
Ta có $y' = \dfrac{m-3}{(x+m)^2}$.
Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6) \Leftrightarrow y' > 0 \ \forall x \in (-\infty;-6)$.
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 > 0 \\ -m \notin (-\infty;-6) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ -m \geq -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m \leq 6.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 43. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1,2,3,4,5,6,7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất số đó không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ bằng

(A) $\frac{1}{5}$. (B) $\frac{13}{35}$. (C) $\frac{9}{35}$. (D) $\frac{2}{7}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{A}_7^4 = 840$ (số).
Gọi số cần lập có dạng $abcd$.
Gọi A là biến cố "Số tự nhiên có 4 số đôi một khác nhau và không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ".
Khi đó có các trường hợp sau:
Trường hợp 1: Trong 4 chữ số a, b, c, d có 1 chữ số lẻ.

- Chọn 1 vị trí trong 4 vị trí để xếp 1 chữ số lẻ có $4 \cdot \mathrm{C}_4^1 = 16$ (cách).
- Còn 3 vị trí còn lại xếp 3 số chẵn khác nhau có $3! = 6$ (cách).

Vậy có $4 \cdot \mathrm{C}_4^1 \cdot 3! = 16 \cdot 6 = 96$ (số) $abcd$ trong đó có 1 chữ số lẻ.
Trường hợp 2: Trong 4 chữ số a, b, c, d có 2 chữ số chẵn, 2 chữ số lẻ.
Có các khả năng xảy ra:

- Số cần lập có thứ tự: "chẵn, lẻ, chẵn, lẻ" có $\mathrm{A}_3^2 \cdot \mathrm{A}_4^2 = 6 \cdot 12 = 72$ (số).
- Số cần lập có thứ tự: "lẻ, chẵn, lẻ, chẵn" có $\mathrm{A}_4^2 \cdot \mathrm{A}_3^2 = 12 \cdot 6 = 72$ (số).
- Số cần lập có thứ tự: "lẻ, chẵn, chẵn, lẻ" có $\mathrm{A}_4^2 \cdot \mathrm{A}_3^2 = 12 \cdot 6 = 72$ (số).

Khi đó có $3 \cdot \mathrm{A}_3^2 \cdot \mathrm{A}_4^2 = 3 \cdot 72 = 216$ (số) $abcd$ trong đó có 2 chữ số chẵn, 2 chữ số lẻ.
Vậy số số tự nhiên có 4 số đôi một khác nhau và không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ là $n(A) = 96 + 216 = 312$ (số).
Vậy xác suất chọn được 1 số có không có hai chữ số liên tiếp nào cùng lẻ là

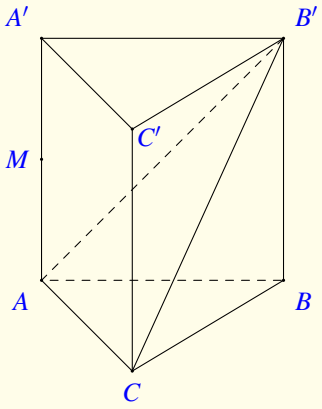
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{312}{840} = \frac{13}{35}.$$

Chọn đáp án (B) □

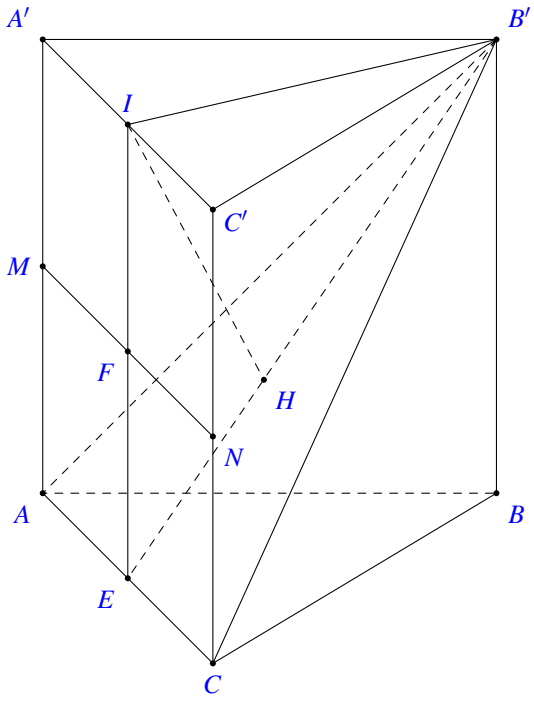
Câu 44.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{2}a}{4}$. (B) $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$. (C) $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **D** $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$.



Lời giải.



Gọi N là trung điểm của CC' , suy ra $MN \parallel AC$.
Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AC, MN và $I = EF \cap A'C'$ suy ra I là trung điểm $A'C'$.
Từ đó ta có $\mathrm{d}(M,(AB'C)) = \mathrm{d}(F,(AB'C)) = \dfrac{1}{2}\mathrm{d}(I,(AB'C))$.
Ta có tam giác $\triangle AB'C$ cân tại B' nên $AC \perp B'E$ (1).
Mặt khác ta lại có $AC \perp IE$ (2).
Từ (1), (2) suy ra $AC \perp (IB'E) \Rightarrow (IB'E) \perp (AB'C)$.
Trong tam giác $\triangle IB'E$ kẻ $IH \perp B'E$ suy ra $IH = \mathrm{d}(I,(AB'C))$.
Xét tam giác $\triangle IB'E$ vuông tại I có

$$\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{B'I^2} + \frac{1}{IE^2} = \frac{1}{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{7}{3a^2} \Rightarrow IH = \frac{\sqrt{21}a}{7} \Rightarrow \mathrm{d}(M,(AB'C)) = \frac{\sqrt{21}a}{14}.$$

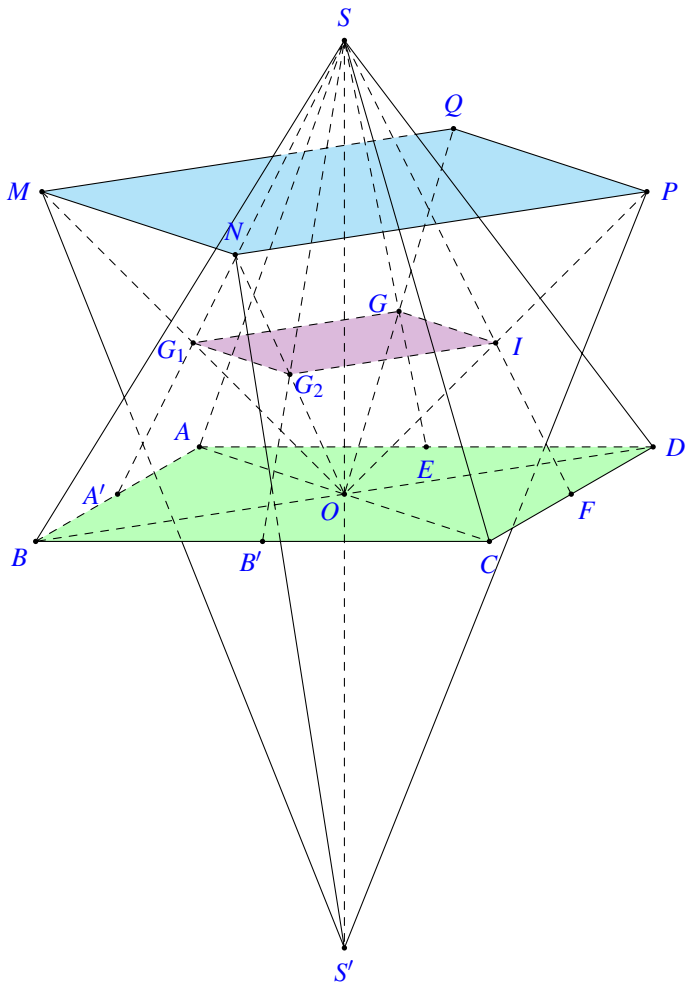
Vậy $\mathrm{d}(M,(AB'C)) = \dfrac{\sqrt{21}a}{14}$.

Chọn đáp án D □

Câu 45. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a và O là tâm đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S' là điểm đối xứng với S qua O. Thể tích của khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

(A) $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{9}$. (B) $\dfrac{20\sqrt{2}a^3}{81}$. (C) $\dfrac{40\sqrt{2}a^3}{81}$. (D) $\dfrac{10\sqrt{2}a^3}{81}$.

Lời giải.



Ta có $S.ABCD$ là hình chóp đều có tất cả các cạnh đều bằng $a \Rightarrow SO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Gọi G, I lần lượt là trọng tâm các tam giác SDA, SDC.

Gọi E, F lần lượt là trung điểm DA, DC.

Ta có $GI = \dfrac{2}{3}EF$, $EF = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow GI = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Mà G, I lần lượt là trung điểm của OQ, $OP \Rightarrow QP = 2GI = \dfrac{2\sqrt{2}a}{3}$.

Từ giả thiết cho dễ dàng suy ra được $MNPQ$ là hình vuông cạnh $PQ = \dfrac{2\sqrt{2}a}{3} \Rightarrow S_{MNPQ} = \dfrac{8a^2}{9}$.

Gọi O' là tâm hình vuông $MNPQ$ kẻ $GH \parallel QO'$ $(H \in OO') \Rightarrow H$ là trung điểm OO' (vì G là trung điểm OQ).

Ta có $QO' = \dfrac{2\sqrt{2}a}{3} \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{2a}{3}$ và $OO' = 2OH = 2 \cdot \dfrac{1}{3} \cdot SO = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Vì S và S' đối xứng nhau qua O nên $S'O = SO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ta có $S'O' = S'O + OO' = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} + \dfrac{a\sqrt{2}}{3} = \dfrac{5a\sqrt{2}}{6}$.

$V_{S'.MNPQ} = \dfrac{1}{3} \cdot S'O' \cdot S_{MNPQ} = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{5a\sqrt{2}}{6} \cdot \dfrac{8a^2}{9} = \dfrac{20\sqrt{2}a^3}{81}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	3	↘	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = x^2 [f(x+1)]^4$ là

(A) 7. (B) 8. (C) 5. . (D) 9.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, xét $f(x) = ax^4 + bx^2 + c \Rightarrow f'(x) = 4ax^3 + 2bx$

Cũng theo BBT ta có $f(-1) = 3; f(0) = -2; f'(1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a+b+c = 3 \\ c = -2 \\ 4a+2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 10 \\ c = -2 \end{cases}$.

$\Rightarrow f(x) = -5x^4 + 10x^2 - 2$. Đặt $X = x - 1 \Rightarrow x = X + 1$ khi đó $g(X) = (X+1)^2 \left(-5X^4 + 10X^2 - 2\right)^4$.

$\Rightarrow g'(X) = 2(X+1)\left(-5X^4 + 10X^2 - 2\right)^4 + 4(X+1)^2 \left(-20X^3 + 20X\right)\left(-5X^4 + 10X^2 - 2\right)^3$

$= 2(X+1)\left(-5X^4 + 10X^2 - 2\right)^3 \left(-45X^4 - 40X^3 + 50X^2 + 40X - 2\right)$

$\Rightarrow g'(X) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} X + 1 = 0 \\ -5X^4 + 10X^2 - 2 = 0 \\ -45X^4 - 40X^3 + 50X^2 + 40X - 2 \end{array}\right.$

+) Với $X = -1 \Rightarrow x = 0$ (nghiệm bội lẻ). (1)

+) Với $-5X^4 + 10X^2 - 2 = 0$. Đặt $t = X^2, (t \geq 0) \Rightarrow -5t^2 + 10t - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{5+\sqrt{15}}{5} > 0 \\ t = \dfrac{5-\sqrt{15}}{5} > 0 \end{array}\right.$.

$\Rightarrow -5X^4 + 10X^2 - 2 = 0$ có 4 nghiệm X nên có 4 nghiệm x (nghiệm bội lẻ). (2)

+) Xét $f(X) = -45X^4 - 40X^3 + 50X^2 + 40X - 2$

Khi đó $f'(X) = -180X^3 - 120X^2 + 100X + 40 \Rightarrow f'(X) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} X = -\dfrac{1}{3} \\ X = \dfrac{2}{3} \\ X = -1 \end{array}\right.$.

Ta có Bảng biến thiên.

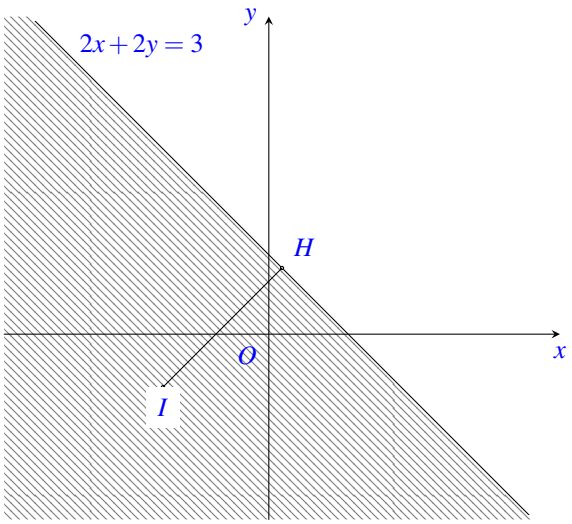
x	$-\infty$		-1		$-\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	$-\frac{239}{7}$	↗	$\frac{706}{27}$	↘	$-\infty$

Dựa vào BBT ta có $-45X^4-40X^3+50X^2+40X-2=0$ có 4 nghiệm nên cũng có 4 nghiệm x (nghiệm bội lẻ).(3)
Từ $(1),(2),(3)$ ta suy ra $g'(x)=0$ có 9 nghiệm bội lẻ và phân biệt nên $g(x)$ có 9 cực trị
Chọn đáp án D □

Câu 47. Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x+y4^{x+y-1}\geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+6x+4y$ bằng
A $\frac{33}{8}$. B $\frac{9}{8}$. C $\frac{21}{4}$.. D $\frac{41}{8}$.

Lời giải.

Nếu $x+y<\frac{3}{2}$ thì $2x+y4^{x+y-1}<2x+y4^{\frac{1}{2}}=2x+2y<3$ (loại). Vậy từ giả thiết suy ra $2x+2y\geq 3$.
Trên mặt phẳng tọa độ miền nghiệm của hệ $\begin{cases}2x+2y\geq 3\\ x\geq 0;y\geq 0\end{cases}$ là phần không bị gạch như hình vẽ



Ta có $P=x^2+y^2+4x+2y\Leftrightarrow (x+2)^2+(y+1)^2=5+P\quad(*)$
Tập hợp các điểm $(x;y)$ thỏa mãn $(*)$ là đường tròn tâm $I(-2;-1)$ bán kính $R=\sqrt{5+P},\quad (P>-5)$.
Để tồn tại cặp $(x;y)$ thì đường tròn phải có điểm chung với phần mặt phẳng không bị gạch ở hình trên. Điều đó xảy ra khi bán kính đường tròn không bé hơn khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng

có phương trình $d: 2x+2y-3=0$.

Bởi vì $d(I;d)=\dfrac{|-2.2-1.2-3|}{2\sqrt{2}}=\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$ nên ta phải có $5+P\geq\left(\dfrac{9\sqrt{2}}{4}\right)^2\Leftrightarrow P\geq\dfrac{41}{8}$.

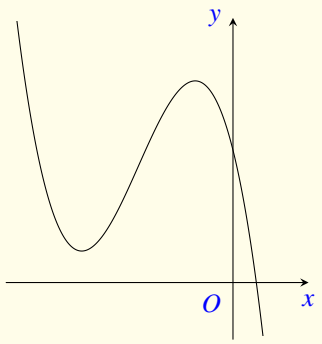
Dấu bằng xảy ra khi cặp $(x;y)$ là tọa độ của điểm H trên hình vẽ.

Chọn đáp án (D) □

Câu 48.

Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ (a, b, c,) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?

(A) 4. (B) 2. (C) 1. (D) 3.



Lời giải.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow d>0$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y<0\Rightarrow a<0$.

Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$.

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nằm về bên trái trục tung nên phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1<x_2<0$.

Khi đó theo Viet ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}<0\\ x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}>0\end{cases}$. Từ đó suy ra $b<0$ và $c<0$.

Vậy trong các số a, b, c, d có 1 số dương.

Chọn đáp án (C) □

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 255 số nguyên y thỏa mãn $\log_3\left(x^2+y\right)\geq\log_2(x+y)$?

(A) 80. (B) 79. (C) 157. (D) 158.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases}x+y>0\\ x^2+y>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y>-x\\ y>-x^2\end{cases}$.

Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên suy ra $x^2\geq x\Leftrightarrow -x^2\leq -x$ do đó có điều kiện $y>-x\Rightarrow y\geq 1-x$.

Xét hàm số $f(y)=\log_3\left(x^2+y\right)-\log_2(x+y)$.

Ta có $f'(y)=\dfrac{1}{\left(x^2+y\right)\ln 3}-\dfrac{1}{(x+y)\ln 2}=\dfrac{(x+y)\ln 2-\left(x^2+y\right)\ln 3}{\left(x^2+y\right)(x+y)\ln 3.\ln 2}$.

Vì $x\leq x^2$ nên $0<x+y\leq x^2+y$. Hơn nữa, $0<\ln 2<\ln 3$.

Do đó $(x+y)\ln 2<\left(x^2+y\right)\ln 3\Rightarrow f'(y)<0$.

Nhận xét: $f(1-x)=\log_3\left(x^2-x+1\right)-\log_2 1\geq 0,\forall x\in\mathbb{Z}$.

Giả sử phương trình $\begin{cases} f(y)=0 \\ f'(y)<0 \end{cases}$ có nghiệm $\Rightarrow$ phương trình có nghiệm duy nhất $y=m$.

Có bảng biến thiên:

y	$1-x$	m	$+\infty$
$f'(y)$	$-$	$-$	
$f(y)$	$\searrow$	0	$\searrow$

Nên bất phương trình $f(y)\geq 0 \Leftrightarrow 1-x\leq y\leq m$ do đó để bất phương trình có không quá 255 giá trị thì $m\leq 255-x$ nên

$$\begin{aligned} & f(256-x)<0 \\ \Leftrightarrow\ & \log_3\left(x^2-x+256\right)-\log_2 256<0 \\ \Leftrightarrow\ & x^2-x+256<3^8 \\ \Leftrightarrow\ & \frac{1-\sqrt{25221}}{2}<x<\frac{1+\sqrt{25221}}{2}. \end{aligned}$$

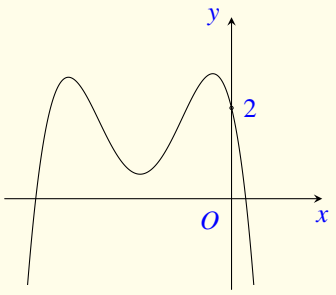
Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên $-78\leq x\leq 79\Rightarrow$ có 158 giá trị x thỏa mãn.

Chọn đáp án (D) □

Câu 50.

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x^2f(x)\right)-2=0$ là

(A) 6. (B) 12. (C) 8. (D) 9.



Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy

$$f\left(x^2f(x)\right)-2=0\Leftrightarrow f\left(x^2f(x)\right)=2\Leftrightarrow \begin{cases} x^2f(x)=0 & (1) \\ x^2f(x)=a\,(-1<a<0) & (2) \\ x^2f(x)=b\,(-3<b<-2) & (3) \\ x^2f(x)=c\,(-4<c<-3). & (4) \end{cases}$$

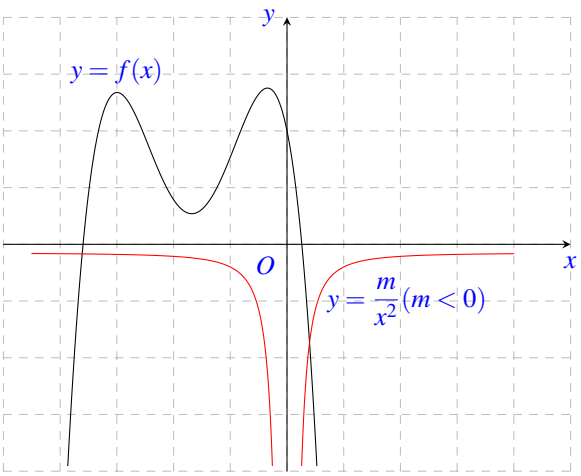
$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f(x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=x_1 \\ x=x_2 \end{array}\right.$ (3 nghiệm phân biệt).

$(2) \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{a}{x^2}$.

Vẽ đồ thị hàm số $y=\dfrac{a}{x^2}$ lên hệ tọa độ Oxy đã có đồ thị hàm số $y=f(x)$. Ta thấy đồ thị hàm số $y=\dfrac{a}{x^2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 2 nghiệm phân biệt.

Tương tự, mỗi phương trình (3) và (4) đều có 2 nghiệm phân biệt và bốn phương trình trên không có nghiệm chung.

Vậy phương trình $f\left(x^2 f(x)\right)=2$ có 9 nghiệm phân biệt.



Chọn đáp án D □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 64

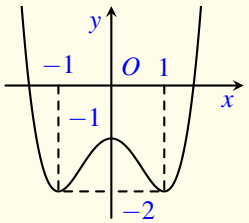
1. C	2. A	3. C	4. B	5. C	6. B	7. B	8. D	9. C	10. A
11. B	12. A	13. B	14. B	15. C	16. A	17. D	18. C	19. A	20. D
21. B	22. A	23. D	24. C	25. A	26. D	27. A	28. A	29. B	30. C
31. B	32. B	33. D	34. C	35. C	36. A	37. D	38. A	39. B	40. A
41. B	42. A	43. B	44. D	45. B	46. D	47. D	48. C	49. D	50. D

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
Môn: TOÁN, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 101
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

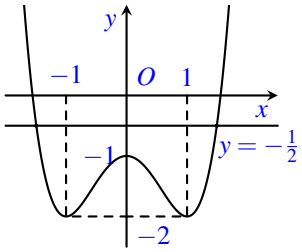
Câu 1. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-\dfrac{1}{2}$ là



(A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 1.

Lời giải.

Số nghiệm của phương trình $f(x)=-\dfrac{1}{2}$ chính là số giao điểm của đồ thị và đường thẳng $d\colon y=-\dfrac{1}{2}$ song song với trục Ox.
Nhìn vào đồ thị ta thấy đường thẳng d cắt đồ thị tại hai điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=-\dfrac{1}{2}$ có hai nghiệm phân biệt.



Chọn đáp án C □

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y=4^x$ là

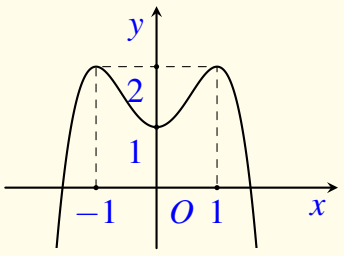
(A) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. (B) $[0;+\infty)$. (C) $(0;+\infty)$. (D) $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Ta có hàm số mũ $y=4^x$ luôn xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Chọn đáp án D □

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



(A) $(1;+\infty)$. (B) $(-1;0)$. (C) $(0;1)$. (D) $(-\infty;0)$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số thì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 4. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z = -3+4i$?

(A) $N(3;4)$. (B) $M(4;3)$. (C) $P(-3;4)$. (D) $Q(4;-3)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn của số phức $z = -3+4i$ là điểm $P(-3;4)$.

Chọn đáp án C □

Câu 5. Cho mặt cầu có bán kính $r = 4$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

(A) $\frac{256\pi}{3}$. (B) $\frac{64\pi}{3}$. (C) 16π. (D) 64π.

Lời giải.

Diện tích của mặt cầu có bán kính $r = 4$ là $S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 4^2 = 64\pi$.

Chọn đáp án D □

Câu 6. $\int 5x^4\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\frac{1}{5}x^5 + C$. (B) $x^5 + C$. (C) $5x^5 + C$. (D) $20x^3 + C$.

Lời giải.

Ta có $\int 5x^4\,\mathrm{d}x = 5 \cdot \frac{x^5}{5} + C = x^5 + C$.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;4;2)$ trên mặt phẳng (Oxy)?

(A) $N(0;4;2)$. (B) $P(1;4;0)$. (C) $Q(1;0;2)$. (D) $M(0;0;2)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;4;2)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm có tọa độ $(1;4;0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 8. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 11$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_2 bằng

(A) 8. (B) 33. (C) $\frac{11}{3}$. (D) 14.

Lời giải.

Ta có $u_2 = u_1 + d = 11 + 3 = 14$.

Chọn đáp án D □

Câu 9. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A 9. **B** 18. C 3. D 6.

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V = B \cdot h = 3 \cdot 6 = 18$.

Chọn đáp án B □

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+8) = 5$ là

A $x = 17$. **B** $x = 24$. C $x = 2$. D $x = 40$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(x+8) = 5 \Leftrightarrow x + 8 = 2^5 \Leftrightarrow x = 32 - 8 = 24$.
Vậy phương trình đã cho có duy nhất nghiệm $x = 24$.

Chọn đáp án B □

Câu 11. Biết $\int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ và $\int_2^3 g(x)\,\mathrm{d}x = 1$. Khi đó $\int_2^3 [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng?

A -3. **B** 3. C 4. D 5.

Lời giải.

Ta có $\int_2^3 [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_2^3 g(x)\,\mathrm{d}x = 4 - 1 = 3$.

Chọn đáp án B □

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z+3}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A $Q(4;-2;1)$. B $N(4;2;1)$. **C** $P(2;1;-3)$. D $M(2;1;3)$.

Lời giải.

Từ phương trình $d\colon \dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$ ta thấy $P(2;1;-3)$ là một điểm thuộc d.

Chọn đáp án C

Câu 13. Phần thực của số phức $z=-3-4i$ bằng

A 4. B -3. C 3. D -4.

Lời giải.

Phần thực của số phức $z=-3-4i$ là -3.

Chọn đáp án B

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là

A $(-1;2;-3)$. B $(2;-4;6)$. C $(1;-2;3)$. D $(-2;4;-6)$.

Lời giải.

Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)\colon (x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có tâm là $I(a,b,c)$.
Khi đó mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$ có tâm $I(-1,2,-3)$.

Chọn đáp án A

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A $x=3$. B $x=-1$. C $x=2$. D $x=-3$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có điểm cực đại của hàm số đã cho là $x=3$.

Chọn đáp án A

Câu 16. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=2a^2$ và chiều cao $h=6a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A $12a^3$. B $4a^3$. C $2a^3$. D $6a^3$.

Lời giải.

Ta có thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot 6a = 4a^3$.

Chọn đáp án B □

Câu 17. Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A 48π. B 4π. C 16π. D 24π.

Lời giải.

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 48\pi$.

Chọn đáp án A □

Câu 18. Nghiệm của phương trình $2^{2x-3} = 2^x$ là

A $x = 8$. B $x = -8$. C $x = 3$. D $x = -3$.

Lời giải.

Ta có $2^{2x-3} = 2^x \Leftrightarrow 2x - 3 = x \Leftrightarrow x = 3$.

Chọn đáp án C □

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x + 4y - z + 3 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (α)?

A $\vec{n}_1 = (2;4;-1)$. B $\vec{n}_2 = (2;-4;1)$. C $\vec{n}_4 = (-2;4;1)$. D $\vec{n}_3 = (2;4;1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x + 4y - z + 3 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2;4;-1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 20. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+2}{x-1}$ là

A $x = 2$. B $x = -2$. C $x = 1$. D $x = -1$.

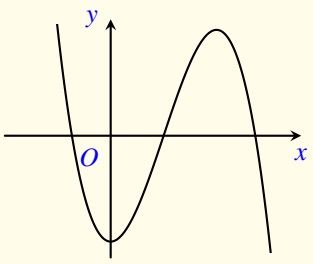
Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x \to 1^+} y = +\infty$, $\lim\limits_{x \to 1^-} y = -\infty$ nên đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+2}{x-1}$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 21.
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A $y = x^4 - 2x^2 - 2$. B $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

C $y = x^3 - 3x^2 - 2$. D $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Lời giải.

Dạng đồ thị là đồ thị của hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$ (nhánh phía ngoài bên phải đi xuống) nên hệ số $a < 0$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 22. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm học sinh gồm 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ?

A 11. B 30. C 6. D 5.

Lời giải.

Nhóm học sinh có tất cả $5 + 6 = 11$ (học sinh).
Vậy có tất cả 11 cách chọn một học sinh từ nhóm học sinh này.

Chọn đáp án A ☐

Câu 23. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4(4a)$ bằng

A $1 + \log_4 a$. B $4 - \log_4 a$. C $4 + \log_4 a$. D $1 - \log_4 a$.

Lời giải.

Ta có $\log_4(4a) = \log_4 4 + \log_4 a = 1 + \log_4 a$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 24. Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

A $2 - 3i$. B $-2 + 3i$. C $-2 - 3i$. D $2 + 3i$.

Lời giải.

$z_1 - z_2 = (3 + 2i) - (1 - i) = 2 + 3i$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 25. Cho hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $l=5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

(A) 20π. (B) $\dfrac{20\pi}{3}$. (C) 10π. (D) $\dfrac{10\pi}{3}$.

Lời giải.

Ta có $S_{xq}=\pi rl=\pi\cdot 2\cdot 5=10\pi$.

Chọn đáp án C □

Câu 26. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^3+6x$ với trục hoành là

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm là

$$-x^3+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{6}.\end{array}\right.$$

Suy ra có 3 giao điểm.

Chọn đáp án B □

Câu 27. Biết $\displaystyle\int_0^1[f(x)+2x]\,\mathrm{d}x=2$. Khi đó $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 1. (B) 4. (C) 2. (D) 0.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_0^1[f(x)+2x]\,\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x+\int_0^1 2x\,\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x+1=2.$

Suy ra $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 28. Cho số phức $z=1-2i$, số phức $(2+3i)\bar{z}$ bằng

(A) $-4-7i$. (B) $-4+7i$. (C) $8+i$. (D) $-8+i$.

Lời giải.

Ta có $(2+3i)\bar{z}=(2+3i)(1+2i)=-4+7i$.

Chọn đáp án B □

Câu 29. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y=\mathrm{e}^{3x}$, $y=0$, $x=0$ và $x=1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

(A) $\pi\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{3x}\,\mathrm{d}x$. (B) $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{6x}\,\mathrm{d}x$. (C) $\pi\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{6x}\,\mathrm{d}x$. (D) $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{3x}\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

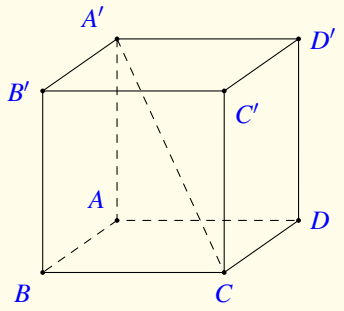
Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox là

$$V=\pi\int_0^1\left(\mathrm{e}^{3x}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_0^1\mathrm{e}^{6x}\,\mathrm{d}x.$$

Chọn đáp án C □

Câu 30.
Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=BC=a$, $AA'=\sqrt{6}a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

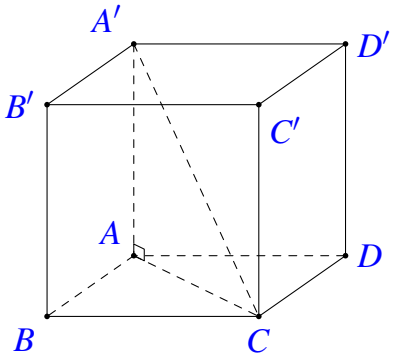
(A) $60°$. (B) $90°$. (C) $30°$. (D) $45°$.



Lời giải.

Theo đề bài ta thấy AC là hình chiếu của $A'C$ lên mặt phẳng $(ABCD)$, suy ra

$$[A'C,(ABCD)]=[AC,A'C]=\widehat{A'CA}.$$



Xét tam giác vuông $\triangle A'AC$ vuông tại A, ta có

$$\tan\widehat{A'CA}=\frac{AA'}{AC}=\frac{AA'}{\sqrt{AB^2+BC^2}}=\frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}}=\sqrt{3},$$

Suy ra $\widehat{A'CA}=60°$.

Chọn đáp án A □

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2-4$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

(A) -28. (B) -4. (C) -13. **D** -29.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=4x^3-20x=4x(x^2-5)=0$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{5}.\end{array}\right.$

Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên khoảng $(0;9)$ là $x=\sqrt{5}$.

Ta tính được $f(0)=-4$, $f(\sqrt{5})=-29$ và $f(9)=5747$.

Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là -29.

Chọn đáp án D □

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

(A) 3. (B) 4. (C) 2. **D** 1.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x(x-1)(x+4)^3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-4.\end{array}\right.$

Từ đó ta lập được bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau.

x	$-\infty$		-4		0		1		$+\infty$
x		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$x-1$		$-$	$\vert$	$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$(x+4)^3$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số đã cho đạt cực đại tại một điểm duy nhất $x=0$. Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 1.

Chọn đáp án D □

Câu 33. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 a-2\log_4 b=3$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a=8b^2$. **B** $a=8b$. (C) $a=6b$. (D) $a=8b^4$.

Lời giải.

Ta có $\log_2 a-2\log_4 b=3\Leftrightarrow\log_2 a-\log_2 b=3\Leftrightarrow\log_2\dfrac{a}{b}=3\Leftrightarrow\dfrac{a}{b}=2^3\Leftrightarrow a=8b$.

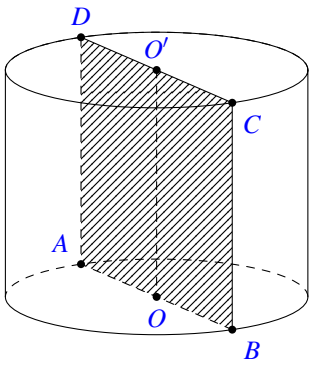
Chọn đáp án B

Câu 34. Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 7. Diện tích xung quanh của (T) bằng

A $\dfrac{49\pi}{4}$. B $\dfrac{49\pi}{2}$. C 49π. D 98π.

Lời giải.

Giả sử hình trụ có tâm hai đường tròn đáy là O và O' cùng với thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ như hình vẽ.



Ta có $h = AD = 7$, $r = AO = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{7}{2}$.

Diện tích xung quanh $S_{\text{xq}} = 2\pi rh = 2 \cdot \pi \cdot \dfrac{7}{2} \cdot 7 = 49\pi$.

Chọn đáp án C

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z+1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

A $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2-t \\ z = 3+3t \end{cases}$. B $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2-t \\ z = -3+3t \end{cases}$. C $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -1-2t \\ z = 3+3t \end{cases}$. D $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = -2-t \\ z = 3-3t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi d là phương trình đường thẳng cần tìm.

d vuông góc với (P) nên VTCP của d là $\vec{u}_d = \vec{n}_P = (2;-1;3)$.

Phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2-t \\ z = 3+3t. \end{cases}$

Chọn đáp án A

Câu 36. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+z+2=0$. Khi đó $|z_1|+|z_2|$ bằng

A 4. B $2\sqrt{2}$. C 2. D $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Vì $\Delta = 1-8 = -7 < 0$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm phức z_1 và z_2.
Theo định lý Vi-ét, ta có $z_1 z_2 = \dfrac{c}{a} = 2$. Từ đó suy ra

$$|z_1| + |z_2| = 2|z_1| = 2\sqrt{|z_1|^2} = 2\sqrt{z_1 \cdot \overline{z_1}} = 2\sqrt{z_1 z_2} = 2\sqrt{2}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A $2x-y+4z-21=0$.
B $2x-y+4z+21=0$.
C $3x-2y+z-12=0$.
D $3x-2y+z+12=0$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P).
Do mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (P) nên (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3;-2;1)$.
Mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(2;-1;4)$, vậy (α) có phương trình là

$$3\cdot(x-2) - 2\cdot(y+1) + 1\cdot(z-4) = 0 \Leftrightarrow 3x-2y+z-12=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 38. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(18-x^2\right) \geq 2$ là

A $(-\infty;3]$.
B $(0;3]$.
C $[-3;3]$.
D $(-\infty;-3]\cup[3;+\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định là

$$18-x^2 > 0 \Leftrightarrow -3\sqrt{2} < x < 3\sqrt{2}.$$

Với điều kiện xác định trên, bất phương trình đã cho tương đương với

$$18-x^2 \geq 3^2 \Leftrightarrow 9-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3.$$

Kết hợp với điều kiện xác định, tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=[-3;3]$.

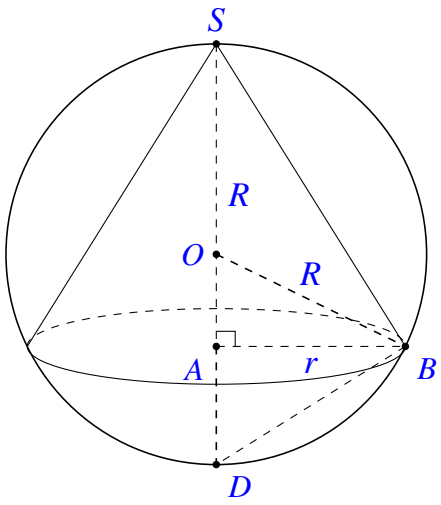
Chọn đáp án C □

Câu 39. Cho hình nón (N) có đỉnh S, bán kính đáy bằng $\sqrt{2}a$ và độ dài đường sinh bằng $4a$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua đỉnh S và đường tròn đáy của (N). Bán kính của (T) bằng

A $\dfrac{4\sqrt{2}a}{3}$.
B $\sqrt{14}a$.
C $\dfrac{4\sqrt{14}a}{7}$.
D $\dfrac{8\sqrt{14}a}{7}$.

Lời giải.

Xét mặt cầu $(O;R)$ và hình nón có đáy là hình tròn tâm A nội tiếp mặt cầu như hình vẽ.



Đặt $h = CA, r = AB$.
Theo giả thiết ta có $AB = \sqrt{2}a$, $CB = 4a$.
Xét tam giác vuông CBD có

$$\frac{1}{AB^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{BD^2}$$

$$\frac{1}{2a^2} = \frac{1}{16a^2} + \frac{1}{BD^2}$$

Khi đó $BD = \dfrac{4\sqrt{7}a}{7}$.

Ta có $BC \cdot BD = AB \cdot CD \Leftrightarrow 4a \cdot \dfrac{4\sqrt{7}a}{7} = \sqrt{2}a \cdot CD$.

Suy ra $CD = \dfrac{8\sqrt{14}a}{7}$.

Vậy bán kính mặt cầu cần tìm là $\dfrac{4\sqrt{14}a}{7}$.

Chọn đáp án C □

Câu 40. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (4-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

A $(-\infty;1]$. B $(-\infty;4]$. C $(-\infty;1)$. D $(-\infty;4)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 4 - m$.
Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (2;+\infty)$

$$\Leftrightarrow \quad 3x^2 - 6x + 4 - m \geq 0, \forall x \in (2;+\infty)$$
$$\Leftrightarrow \quad m \leq 3x^2 - 6x + 4, \forall x \in (2;+\infty).$$

Xét $f(x) = 3x^2 - 6x + 4, \forall x \in (2;+\infty)$.
$f'(x) = 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \notin (2;+\infty)$.
Ta có bảng biến thiên

x	2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	4	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m \leq 4$.

Chọn đáp án B

Câu 41. Năm 2020, một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là 900.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2025 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn)?

A 810.000.000 đồng.
B 813.529.000 đồng.
C 797.258.000 đồng.
D 830.131.000 đồng.

Lời giải.

Gọi giá xe X năm 2020 là $A = 900.000.000$ đồng và $r = 2\%$. Khi đó

- Giá xe X năm 2021 là $A_1 = A - A \cdot r = A(1-r)$.
- Giá xe X năm 2022 là $A_2 = A_1 - A_1 \cdot r = A(1-r)^2$.
- Giá xe X năm 2023 là $A_3 = A_2 - A_2 \cdot r = A(1-r)^3$.
- Giá xe X năm 2024 là $A_4 = A_3 - A_3 \cdot r = A(1-r)^4$.
- Giá xe X năm 2025 là $A_5 = A_4 - A_4 \cdot r = A(1-r)^5$.

Vậy giá xe X năm 2025 là $A_5 = 900.000.000 \cdot (1-2\%)^5 \approx 813.529.000$ đồng.

Chọn đáp án B

Câu 42. Biết $F(x) = \mathrm{e}^x + x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\int f(2x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A $2\mathrm{e}^x + 2x^2 + C$.
B $\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + x^2 + C$.
C $\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + 2x^2 + C$.
D $2\mathrm{e}^{2x} + 4x^2 + C$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\int f(2x)\,\mathrm{d}x &= \int \frac{1}{2}\cdot f(2x)\,\mathrm{d}(2x)\\ &= \frac{1}{2}\cdot F(2x) + C\\ &= \frac{1}{2}\cdot\left[\mathrm{e}^{2x} + (2x)^2\right] + C\\ &= \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + 2x^2 + C.\end{aligned}$$

Chọn đáp án C

Câu 43. Xét các số thực x, y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1} \le (x^2+y^2-2x+2)4^x$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{4y}{2x+y+1}$ **gần nhất** với số nào dưới đây ?

(A) -2. (B) -3. (C) -5. (D) -4.

Lời giải.

Với các số thực x, y ta có

$$2^{x^2+y^2+1} \le (x^2+y^2-2x+2)4^x \Leftrightarrow 2^{x^2-2x+y^2+1} \le (x^2+y^2-2x+1)+1.$$

Đặt $t = x^2+y^2-2x+1$, suy ra $t = (x-1)^2+y^2$ nên $t \ge 0$.
Bất phương trình đã cho trở thành $2^t \le t+1$ với $t \ge 0$.
Xét hàm số $f(t) = 2^t - t - 1$ với $t \ge 0$, có

$$f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 - 1; \quad f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = t_0 = \log_2(\log_2 \mathrm{e}) \approx 0{,}52.$$

Hàm số $f(t)$ có bảng biến thiên trên nửa khoảng $[0;+\infty)$ như sau

t	0		t_0		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$			
$f(t)$	0	↘	$f(t_0)$	↗	0	↗	$+\infty$

Lại có $f(1) = 0$, do đó tập nghiệm của bất phương trình $f(t) \le 0$ là $[0;1]$.
Vậy $(x-1)^2+y^2 \le 1$.
Tập hợp tất cả các điểm có tọa độ $(x;y)$ thỏa mãn yêu cầu $2^{x^2+y^2+1} \le (x^2+y^2-2x+2)4^x$ nằm trong hình tròn tâm $I(1;0)$, bán kính $R = 1$ $(*)$.
Với $d\colon 2x+y+1 = 0$, suy ra $\mathrm{d}[I,d] > R$ nên $2x+y+1 \ne 0$ với các cặp số $(x;y)$ thỏa mãn $(*)$.
Ta có $P = \dfrac{4y}{2x+y+1} \Leftrightarrow (\Delta)\colon 2Px+(P-4)y+P = 0$.
Yêu cầu bài toán suy ra

$$\begin{aligned} \mathrm{d}[I,(\Delta)] \le 1 &\Leftrightarrow \frac{|2P\cdot 1+(P-4)\cdot 0+P|}{\sqrt{4P^2+(P-4)^2}} \le 1 \\ &\Leftrightarrow |3P| \le \sqrt{5P^2-8P+16} \\ &\Leftrightarrow 4P^2+8P-16 \le 0 \\ &\Leftrightarrow -\sqrt{5}-1 \le P \le \sqrt{5}-1. \end{aligned}$$

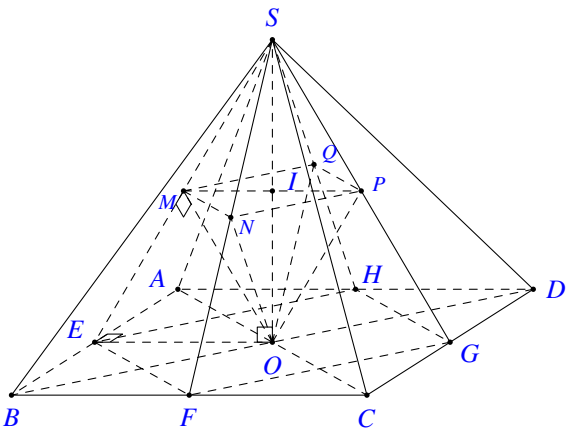
Do đó, $\min P = -\sqrt{5}-1 \approx -3{,}2$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 44. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3a$, cạnh bên bằng $\dfrac{3\sqrt{3}a}{2}$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCD) và (SDA). Thể tích khối chóp $O.MNPQ$ bằng

(A) $\dfrac{9a^3}{16}$. (B) $\dfrac{2a^3}{3}$. (C) $\dfrac{9a^3}{32}$. (D) $\dfrac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD và DA. Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$, $SO \perp (ABCD)$.



Do $AB \perp OE$ và $AB \perp SO$ suy ra $AB \perp (SOE)$, $(SOE) \perp (SAB)$ theo giao tuyến SE. Mặt khác $OM \perp (SAB)$ nên $OM \subset (SOE)$ và OM là đường cao tam giác SOE.

Tam giác SOA vuông tại O, suy ra

$$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{\frac{27a^2}{4} - \frac{18a^2}{4}} = \frac{3a}{2}.$$

Suy ra $SO = OE = \dfrac{3a}{2}$ hay tam giác SOE vuông cân tại O. Từ đó ta có M là trung điểm của SE.

Tương tự ta cũng có N, P, Q lần lượt là trung điểm của SF, SG, SH.

Ta cũng suy ra $(MNPQ) \parallel (ABCD)$ và I là trung điểm của SO.

Ta có

$$S_{MNPQ} = \frac{1}{4}S_{EFGH} = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot S_{ABCD} = \frac{1}{8}S_{ABCD}.$$

Vì vậy

$$V_{O.MNPQ} = \frac{1}{3}S_{MNPQ}\cdot OI = \frac{1}{3}\cdot\frac{S_{ABCD}}{8}\cdot\frac{SO}{2} = \frac{1}{3}\cdot\frac{9a^2}{8}\cdot\frac{3a}{4} = \frac{9a^3}{32}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 45. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (a, b, c, $d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-5	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 4.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=3ax^2+2bx+c$.
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f'(x)=0$ có 2 nghiệm $x=0$ và $x=4$

$$\Rightarrow f'(x)=3ax(x-4)=3ax^2-12ax \Rightarrow f(x)=ax^3-6ax^2+d.$$

Các điểm $A(0;3)$ và $B(4;-5)$ thuộc đồ thị hàm số nên

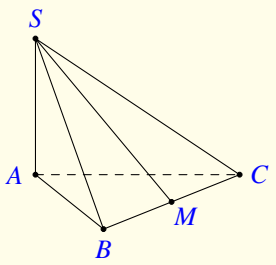
$$\begin{cases} d=3 \\ -32a+d=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{4} \\ d=3 \end{cases} \Rightarrow f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{2}x^2+3.$$

Trong các số a, b, c, d có 2 số dương là $a=\dfrac{1}{4}$ và $d=3$.

Chọn đáp án (A) □

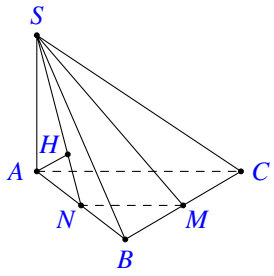
Câu 46.
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{3}a$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. (B) $\dfrac{\sqrt{39}a}{13}$. (C) $\dfrac{a}{2}$. (D) $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$.



Lời giải.

Gọi N là trung điểm của AB, H là hình chiếu vuông góc của A trên SN.
Khi đó $MN \parallel AC$ nên $MN \perp AB$. Mặt khác $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp MN$.
Do đó $MN \perp (SAB)$, kéo theo $MN \perp AH$, như vậy $AH \perp (SMN)$.
Lại có $MN \parallel AC$ nên $AC \parallel (SMN)$, suy ra



$$\mathrm{d}(AC,SM)=\mathrm{d}(AC,(SMN))=\mathrm{d}(A,SMN)=AH$$
$$=\frac{SA\cdot AN}{\sqrt{SA^2+AN^2}}=\frac{\sqrt{3}a\cdot\dfrac{a}{2}}{\sqrt{3a^2+\dfrac{a^2}{4}}}=\frac{\sqrt{39}a}{13}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 47. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn lẻ bằng

(A) $\dfrac{50}{81}$. (B) $\dfrac{5}{9}$. (C) $\dfrac{5}{18}$. (D) $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Gọi số có 6 chữ số là $\overline{abcdmn}$ với a,b,c,d,m,n là các chữ số đôi một khác nhau.

- Có 9 cách chọn chữ số $a \neq 0$.
- Có A_9^4 cách chọn các chữ số còn lại.

Suy ra có $9 \cdot A_9^4 = 136080$ số có 6 chữ số đôi một khác nhau.
Do đó số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 136080$.
Gọi A là biến cố "số được chọn có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn lẻ".
Khi đó, có hai trường hợp thỏa mãn là

Trường hợp 1. m là số chẵn và n là số lẻ.

- Nếu chọn $m = 0$ thì có 5 cách chọn n và 8 cách chọn a, 7 cách chọn b, 6 cách chọn c, 5 cách chọn d.
  Suy ra có $5 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 8400$ số.
- Nếu chọn $m \neq 0$ thì có 4 cách chọn m, 5 cách chọn n và 7 cách chọn a, 7 cách chọn b, 6 cách chọn c, 5 cách chọn d.
  Suy ra có $4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 29400$ số.

Do đó, có $29400 + 8400 = 37800$ số thỏa mãn.

Trường hợp 2. m là số lẻ và n là số chẵn. Tương tự, ta tìm được 37800 số thỏa mãn.

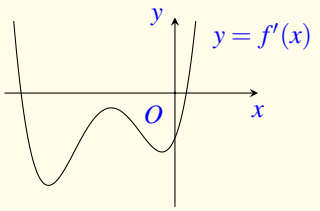
Suy ra $n(A) = 2 \cdot 37800 = 75600$.
Vậy xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn lẻ là

$$\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{75600}{136080} = \frac{5}{9}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 48.
Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$. Biết $y = f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = \left|f\left(x^3\right) - x\right|$ là

A 5. B 4. C 6. D 3.



Lời giải.

Xét $h(x) = f\left(x^3\right) - x$, ta có $h'(x) = 3x^2 f'\left(x^3\right) - 1$.
Xét $h'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 f'\left(x^3\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow f'\left(x^3\right) = \dfrac{1}{3x^2}$ $(*)$, với $x \neq 0$.
Đặt $t = x^3$, ta có $(*) \Leftrightarrow f'(t) = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{t^2}}$ $(**)$.
Xét hàm số $k(t) = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{t^2}}$, $k'(t) = \dfrac{-2}{9\sqrt[3]{t^5}}$. Ta có bảng biến thiên của $k(t)$ như bên dưới

t	$-\infty$		0		$+\infty$
$k'(t)$		$+$		$-$	
$k(t)$	0	↗	$+\infty$	↘	0

Dựa vào đồ thị của $f'(t)$ ta suy ra phương trình $(**)$ có hai nghiệm $t_1 < 0 < t_2$, vậy $(*)$ có hai nghiệm $x_1 < 0 < x_2$.
Ta có bảng biến thiên của $h(x)$ như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	$h(x_1)$	↘	$h(0)$	↘	$h(x_2)$	↗	$+\infty$

Ta có $h(0) = f(0) - 0 = 0$, nên $h(x)$ cắt Ox tại ba điểm phân biệt, suy ra hàm số $g(x) = |h(x)|$ có 5 điểm cực trị.

Chọn đáp án A □

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $5f\left(x^2-4x\right) = m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

(A) 24. (B) 21. (C) 25. (D) 20.

Lời giải.

Đặt $g(x) = 5f\left(x^2-4x\right)$, với $x \in (0;+\infty)$.
Ta có $g'(x) = 10(x-2)f'\left(x^2-4x\right)$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-2=0\\ f'\left(x^2-4x\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x^2-4x=-4\\ x^2-4x=-2\\ x^2-4x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x^2-4x+4=0\\ x^2-4x+2=0\\ x^2-4x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=2-\sqrt{2}\\ x=2+\sqrt{2}\\ x=0\\ x=4.\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	0		$2-\sqrt{2}$		2		$2+\sqrt{2}$		4		$+\infty$
$g'(x)$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	-15	↗	10	↘	-10	↗	10	↘	-15	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $g(x)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi $-15<m\leq 10$.
Mà m nguyên nên có 25 giá trị m thỏa mãn.

Chọn đáp án C □

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (m,n) sao cho $m+n\leq 14$ và ứng với mỗi cặp (m,n) tồn tại đúng 3 số thực $a\in(-1;1)$ thỏa mãn $2a^m=n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$?

A 14. B 12. C 11. D 13.

Lời giải.

- Ta có $a=0$ luôn thỏa mãn $2a^m=n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$.
- Xét $a\in\mathscr{D}=(-1;0)\cup(0;1)$, ta có

$$2a^m=n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)\Leftrightarrow\frac{n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)}{a^m}=2. \quad (1)$$

Xét hàm số $g(a)=\dfrac{n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)}{a^m}$.

Ta có $g'(a)=\dfrac{n\cdot a^{m-1}\left(\dfrac{a}{\sqrt{a^2+1}}-m\cdot\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)\right)}{a^{2m}}$.

Xét hàm số $h(a)=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+1}}-m\cdot\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$.

Ta có $h'(a)=\dfrac{1}{(a^2+1)\sqrt{a^2+1}}-\dfrac{m}{\sqrt{a^2+1}}=\dfrac{1}{\sqrt{a^2+1}}\left(\dfrac{1}{a^2+1}-m\right)<0,\ \forall a\in(-1;1)$.

Bảng biến thiên của hàm số $h(a)$ như sau

a	-1		0		1
$h'(a)$		$+$	$\|$	$-$	
$h(a)$		↗	0	↘	

Dựa vào bảng biến thiên trên ta xét các trường hợp sau

— Nếu $m \in \{2;4;6;8;10;12\}$ thì bảng biến thiên của hàm số $g(a)$ như sau

a	-1		0		1
$g'(a)$		$-$		$-$	
$g(a)$	$g(-1)$	↘	$-\infty$	$+\infty$ ↘	$g(1)$

Do $g(-1) = n\ln(-1+\sqrt{2}) < 0$ nên phương trình (1) không thể có 2 nghiệm thuộc $\mathscr{D}$.

— Nếu $m \in \{3;5;7;9;11;13\}$ thì bảng biến thiên của hàm số $g(a)$ như sau

a	-1		0		1
$g'(a)$		$+$		$-$	
$g(a)$	$g(-1)$	↗	$+\infty$	$+\infty$ ↘	$g(1)$

Để phương trình (1) có 2 nghiệm thuộc $\mathscr{D}$ thì

$$\begin{cases} g(-1) < 2 \\ g(1) < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -n\ln(-1+\sqrt{2}) < 2 \\ n\ln(1+\sqrt{2}) < 2 \end{cases} \Leftrightarrow n < \frac{2}{\ln(1+\sqrt{2})} \Leftrightarrow n \in \{1;2\}.$$

— Nếu $m = 1$ thì bảng biến thiên của hàm số $g(a)$ như sau

a	-1		0		1
$g'(a)$		$+$		$-$	
$g(a)$	$g(-1)$	↗	n	n ↘	$g(1)$

Để phương trình (1) có 2 nghiệm thuộc $\mathscr{D}$ thì

$$\begin{cases} g(-1) < 2 < n \\ g(1) < 2 < n \end{cases} \text{(vô lí).}$$

Vậy có 11 cặp số nguyên dương (m,n) thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án C □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 65

1. C	2. D	3. C	4. C	5. D	6. B	7. B	8. D	9. B	10. B
11. B	12. C	13. B	14. A	15. A	16. B	17. A	18. C	19. A	20. C
21. B	22. A	23. A	24. D	25. C	26. B	27. A	28. B	29. C	30. A
31. D	32. D	33. B	34. C	35. A	36. B	37. C	38. C	39. C	40. B
41. B	42. C	43. B	44. C	45. A	46. B	47. B	48. A	49. C	50. C

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
Môn: TOÁN, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 102
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+9)=5$ là
(A) $x=41$. (B) $x=23$. (C) $x=1$. (D) $x=16$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(x+9)=5 \Leftrightarrow x+9=2^5 \Leftrightarrow x=2^5-9=23$.

Chọn đáp án B □

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y=5^x$ là
(A) $\mathbb{R}$. (B) $(0;+\infty)$. (C) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. (D) $[0;+\infty)$.

Lời giải.

Hàm số mũ $y=5^x$ luôn xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Chọn đáp án A □

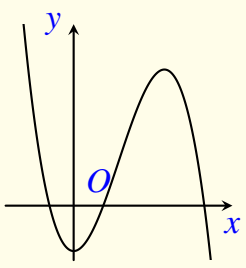
Câu 3. Với a là số thực dương tuỳ ý, $\log_5(5a)$ bằng
(A) $5+\log_5 a$. (B) $5-\log_5 a$. (C) $1+\log_5 a$. (D) $1-\log_5 a$.

Lời giải.

Ta có $\log_5(5a)=\log_5 5+\log_5 a=1+\log_5 a$.

Chọn đáp án C □

Câu 4.
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?
(A) $y=-x^4+2x^2-1$. (B) $y=x^4-2x^2-1$.
(C) $y=x^3-3x^2-1$. (D) $y=-x^3+3x^2-1$.



Lời giải.

Nhìn vào hình dáng đồ thị ta thấy rằng đây là đồ thị một hàm số bậc ba có hệ số a âm. Trong 4 phương án lựa chọn, chỉ có hàm số thoả mãn là $y=-x^3+3x^2-1$.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-2}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

A $N(4;2;-1)$. B $Q(2;5;1)$. C $M(4;2;1)$. D $P(2;-5;1)$.

Lời giải.

Lần lượt thay toạ độ các điểm ở các phương án lựa chọn vào phương trình đường thẳng, ta thấy

- $\dfrac{4-4}{2}=\dfrac{2-2}{5}=\dfrac{-1+1}{1}\Rightarrow N\in d$.
- $\dfrac{2-4}{2}\neq\dfrac{5-2}{-5}\Rightarrow Q\notin d$.
- $\dfrac{4-4}{2}=\dfrac{2-2}{-5}\neq\dfrac{1+1}{1}\Rightarrow M\notin d$.
- $\dfrac{2-4}{2}\neq\dfrac{-5-2}{-5}\Rightarrow P\notin d$.

Chọn đáp án A □

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A $(-2;-4;6)$. B $(2;4;-6)$. C $(-1;-2;3)$. D $(1;2;-3)$.

Lời giải.

Tâm của mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$ có tọa độ là $(-1;-2;3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 7. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6a^2$ và chiều cao $h=2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A $2a^3$. B $4a^3$. C $6a^3$. D $12a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $B=6a^2$ và chiều cao $h=2a$ là

$$V=\frac{1}{3}\cdot B\cdot h=\frac{1}{3}\cdot 6a^2\cdot 2a=4a^3.$$

Chọn đáp án B □

Câu 8. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

(A) 5π. (B) 30π. (C) 25π. (D) 75π.

Lời giải.

Thể tích của khối trụ có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=3$ là

$$V=\pi r^2 h=\pi\cdot 5^2\cdot 3=75\pi.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 9. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z=1-2i$?

(A) $Q(1;2)$. (B) $M(2;1)$. (C) $P(-2;1)$. (D) $N(1;-2)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn của số phức $z=1-2i$ là điểm $N(1;-2)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 10. Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=4-i$. Số phức z_1-z_2 bằng

(A) $3+3i$. (B) $-3-3i$. (C) $-3+3i$. (D) $3-3i$.

Lời giải.

Ta có $z_1-z_2=(1+2i)-(4-i)=1+2i-4+i=-3+3i$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 11. Cho mặt cầu có bán kính $r=5$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

(A) 25π. (B) $\dfrac{500\pi}{3}$. (C) 100π. (D) $\dfrac{100\pi}{3}$.

Lời giải.

Diện tích của mặt cầu có bán kính $r=5$ là

$$S=4\pi r^2=4\pi\cdot 5^2=100\pi.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 12. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-3}$ là

(A) $x=-3$. (B) $x=-1$. (C) $x=1$. (D) $x=3$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.
Ta có $\lim\limits_{x\to 3^+} y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 3^-} y=-\infty$.
Suy ra đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là $x=3$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 13. Cho hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $\ell=7$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

(A) 28π. (B) 14π. (C) $\dfrac{14\pi}{3}$. (D) $\dfrac{98\pi}{3}$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình nón bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $\ell=7$ là

$$S_{\text{xq}}=\pi r\ell=\pi\cdot 2\cdot 7=14\pi.$$

Ghi chú: Câu hỏi này đã được chỉnh sửa so với đề gốc, đổi giả thiết $r=7$, $\ell=2$ thành $r=2$, $\ell=7$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 14. $\displaystyle\int 6x^5\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $6x^6+C$. (B) x^6+C. (C) $\dfrac{1}{6}x^6+C$. (D) $30x^4+C$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int 6x^5\,\mathrm{d}x=6\cdot\frac{x^6}{6}+C=x^6+C$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x-3y+4z-1=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (α)?

(A) $\vec{n_3}=(2;-3;4)$. (B) $\vec{n_2}=(2;3;-4)$. (C) $\vec{n_1}=(2;3;4)$. (D) $\vec{n_4}=(-2;3;4)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (α) đã cho có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n_3}=(2;-3;4)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 16. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 9$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_2 bằng

A 11. B $\frac{9}{2}$. C 18. D 7.

Lời giải.

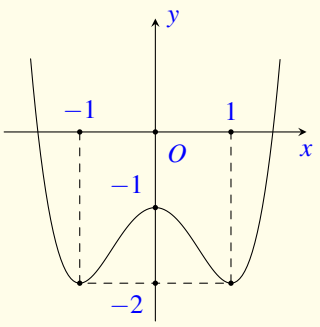
Ta có $u_2 = u_1 + d = 9 + 2 = 11$.

Chọn đáp án A □

Câu 17.

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -\frac{3}{2}$ là

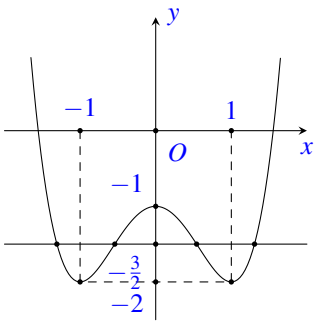
A 4. B 1. C 3. D 2.



Lời giải.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -\frac{3}{2}$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đồ thị hàm số $y = -\frac{3}{2}$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta có số nghiệm của phương trình $f(x) = -\frac{3}{2}$ bằng 4.



Chọn đáp án A □

Câu 18. Phần thực của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

A 3. B 4. C -3. D -4.

Lời giải.

Phần thực của số phức $z = 3 - 4i$ bằng 3.

Chọn đáp án A □

Câu 19. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 6.

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng $V = B \cdot h = 3 \cdot 2 = 6$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

(A) $x = 3$. (B) $x = -1$. (C) $x = 1$. (D) $x = -2$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, điểm cực đại của hàm số đã cho là $x = 1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 21. Biết $\int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\int_2^3 g(x)\,\mathrm{d}x = 1$. Khi đó $\int_2^3 [f(x) + g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 4. (B) 2. (C) -2. (D) 3.

Lời giải.

Ta có $\int_2^3 [f(x) + g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_2^3 g(x)\,\mathrm{d}x = 3 + 1 = 4$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 22. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ?

(A) 9. (B) 54. (C) 15. (D) 6.

Lời giải.

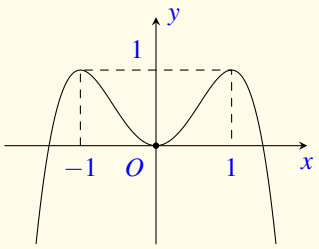
Nhóm học sinh có tất cả $6 + 9 = 15$ học sinh.

Vậy có 15 cách chọn một học sinh từ nhóm học sinh đã cho.

Chọn đáp án C □

Câu 23.
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-1;0)$. B $(-\infty;-1)$. C $(0;1)$. D $(0;+\infty)$.



Lời giải.

Theo đồ thị, hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Chọn đáp án A □

Câu 24. Nghiệm của phương trình $2^{2x-4}=2^x$ là

A $x=16$. B $x=-16$. C $x=-4$. D $x=4$.

Lời giải.

Ta có $2^{2x-4}=2^x \Leftrightarrow 2x-4=x \Leftrightarrow x=4$.
Vậy phương trình đã cho có duy nhất nghiệm $x=4$.

Chọn đáp án D □

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxy)?

A $Q(1;0;3)$. B $P(1;2;0)$. C $M(0;0;3)$. D $N(0;2;3)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxy) là $P(1;2;0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A 2. B 3. C 4. D 1.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x-1)(x+4)^3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-4. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-4		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$f(-4)$	$\nearrow$	$f(0)$	$\searrow$	$f(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $f(x)$ có hai điểm cực tiểu.

Chọn đáp án A □

Câu 27. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_9 b = 2$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $a = 9b^3$. B $a = 9b$. C $a = 6b$. D $a = 9b^2$.

Lời giải.

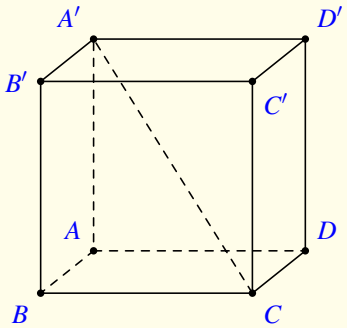
Ta có $\log_3 a - 2\log_9 b = 2 \Leftrightarrow \log_3 a - \log_3 b = 2 \Leftrightarrow \log_3 \left(\frac{a}{b}\right) = 2 \Leftrightarrow a = 9b$.

Chọn đáp án B □

Câu 28.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2\sqrt{2}a$, $AA' = \sqrt{3}a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa $A'C$ và mặt phẳng $ABCD$ bằng

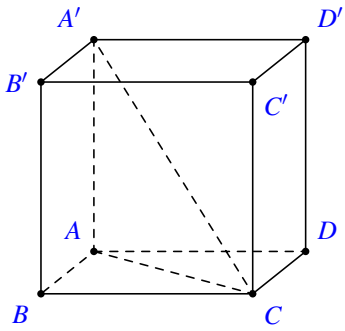
A $45°$. B $90°$. C $60°$. D $30°$.



Lời giải.

Hình chiếu của $A'C$ lên mặt phẳng $ABCD$ là AC nên
$(A'C,(ABCD)) = (A'C,AC) = \widehat{A'CA}$.
Xét tam giác ABC vuông tại B có

$$AC = \sqrt{AB^2+AD^2} = \sqrt{a^2+\left(2\sqrt{2}a\right)^2} = 3a.$$



Xét tam giác $A'CA$ vuông tại A có

$$\tan\widehat{A'CA} = \frac{A'A}{AC} = \frac{\sqrt{3}a}{3a} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Vậy $\widehat{A'CA} = 30^\circ$.

Chọn đáp án D

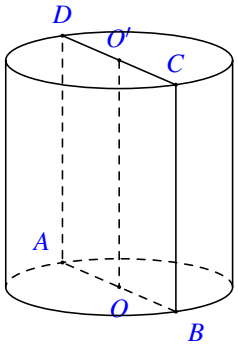
Câu 29. Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 1. Diện tích xung quanh của (T) bằng

A π. B $\frac{\pi}{2}$. C 2π. D $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải.

Thiết diện qua trục của (T) là hình vuông $ABCD$ có cạnh 1.
Do đó đường cao của hình trụ là $h = 1$ và bán kính đường tròn đáy $r = \frac{1}{2}$.
Diện tích xung quanh của hình trụ (T) là

$$S_{\text{xq}} = 2\pi rh = 2\pi\cdot 1\cdot\frac{1}{2} = \pi.$$



Chọn đáp án A

Câu 30. Trong không gian $0xyz$ cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y+z+1=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A $2x+y-2z+9=0$. B $2x+y-2z-9=0$.
C $3x-2y+z+2=0$. D $3x-2y+z-2=0$.

Lời giải.

Gọi (Q) là mặt phẳng cần tìm, ta có

(Q) song song với (P) nên phương trình (Q) có dạng

$$(Q)\colon 3x-2y+z+D=0.$$

Mặt khác, (Q) đi qua $M(2;1;-2)$ nên ta có

$$3\cdot 2-2\cdot 1+1\cdot(-2)+D=0\Rightarrow D=-2.$$

Vậy $(Q)\colon 3x-2y+z-2=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 31. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+3=0$. Khi đó $|z_1|+|z_2|$ bằng

A $\sqrt{3}$. B $2\sqrt{3}$. C 6. D 3.

Lời giải.

- Giải phương trình $z^2-z+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{11}}{2}i \\ z=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{11}}{2}i. \end{array}\right.$
- Khi đó $|z_1|+|z_2|=\left|\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{11}}{2}i\right|+\left|\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{11}}{2}i\right|=2\sqrt{3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 32. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-12x^2-4$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

A -39. B -40. C -36. D -4.

Lời giải.

- Ta có $f'(x)=4x^3-24x$; $f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{6} \\ x=-\sqrt{6}\ \text{(loại)}. \end{array}\right.$
- Tính được $f(0)=-4$; $f(9)=5585$ và $f(\sqrt{6})=-40$.
- Do đó $\min\limits_{[0;9]} f(x)=-40$.

Chọn đáp án B □

Câu 33. Cho số phức $z=2-i$, số phức $(2-3i)\overline{z}$ bằng

A $-1+8i$. B $-7+4i$. C $7-4i$. D $1+8i$.

Lời giải.

Ta có $(2-3i)\overline{z} = (2-3i)(2+i) = 7-4i$.

Chọn đáp án C □

Câu 34. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \mathrm{e}^{4x}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{4x}\mathrm{d}x$. B $\pi\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{8x}\mathrm{d}x$. C $\pi\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{4x}\mathrm{d}x$. D $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{8x}\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox là

$$V = \pi\int_0^1 \left(\mathrm{e}^{4x}\right)^2\mathrm{d}x = \pi\int_0^1 \mathrm{e}^{8x}\mathrm{d}x.$$

Chọn đáp án B □

Câu 35. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 7x$ với trục hoành là

A 0. B 3. C 2. D 1.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 7x$ với trục hoành là $-x^3 + 7x = 0$. Ta có

$$-x^3 + 7x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{7} \\ x = -\sqrt{7}. \end{array}\right.$$

Phương trình có 3 nghiệm nên số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 7x$ và trục hoành bằng 3.

Chọn đáp án B □

Câu 36. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(13 - x^2) \geq 2$ là

A $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. B $(-\infty; 2]$.

C $(0; 2]$. D $[-2; 2]$.

Lời giải.

Vì cơ số $a = 3 > 1$ nên

$$\begin{aligned} & \log_3(13 - x^2) \geq 2 \\ \Leftrightarrow\ & 13 - x^2 \geq 9 \\ \Leftrightarrow\ & -x^2 + 4 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \quad -2 \le x \le 2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-2;2]$.

Chọn đáp án D □

Câu 37. Biết $\int_0^1 [f(x)+2x]\,\mathrm{d}x = 3$. Khi đó $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 1. B 5. C 3. D 2.

Lời giải.

Ta có $\int_0^1 [f(x)+2x]\,\mathrm{d}x = \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_0^1 2x\,\mathrm{d}x = 3$.

Suy ra $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 3 - \int_0^1 2x\,\mathrm{d}x = 3 - x^2\Big|_0^1 = 3-(1-0) = 2$.

Chọn đáp án D □

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z-1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

A $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -1+2t \\ z = 3-3t \end{cases}$. B $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = -2-t \\ z = 3+3t \end{cases}$. C $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-t \\ z = -3+3t \end{cases}$. D $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = 2-t \\ z = -3-3t \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) nhận $\vec{n} = (2;-1;3)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Phương trình tham số của đường thẳng là $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-t \\ z = -3+3t. \end{cases}$

Chọn đáp án C □

Câu 39. Năm 2020, một hãng xe ô-tô niêm yết giá bán loại xe X là 750.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2025 hãng xe ô-tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)?

A 677.941.000 đồng. B 675.000.000 đồng.

C 664.382.000 đồng. D 691.776.000 đồng.

Lời giải.

Gọi N_0 là giá bán xe ô-tô năm 2020, ta có $N_0 = 750.000.000$.
Giá xe ô-tô bán ở năm 2021 là $N_1 = N_0 - N_0 \cdot 2\% = N_0(1-2\%)$.
Giá xe ô-tô bán ở năm 2022 là $N_2 = N_1 - N_1 \cdot 2\% = N_1(1-2\%) = N_0(1-2\%)^2$.
Lập luận tương tự, giá xe bán ô-tô ở năm 2025 là

$$N_5 = N_0(1-2\%)^5 = 750.000.000(1-2\%)^5 \approx 677.941.000 \text{ (đồng)}.$$

Chọn đáp án A ☐

Câu 40. Biết $F(x) = \mathrm{e}^x - 2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\int f(2x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $2\mathrm{e}^x - 4x^2 + C$. (B) $\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} - 4x^2 + C$. (C) $\mathrm{e}^{2x} - 8x^2 + C$. (D) $\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} - 2x^2 + C$.

Lời giải.

Ta có $f(x) = F'(x) = \mathrm{e}^x - 4x$. Suy ra $f(2x) = \mathrm{e}^{2x} - 8x$.
Vậy $\int f(2x)\,\mathrm{d}x = \int \left(\mathrm{e}^{2x} - 8x\right)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} - 4x^2 + C$.

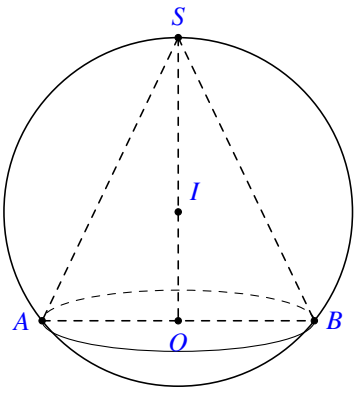
Chọn đáp án B ☐

Câu 41. Cho hình nón (N) có đỉnh S, bán kính đáy bằng $\sqrt{3}a$ và độ dài đường sinh bằng $4a$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của (N). Bán kính của (T) bằng

(A) $\frac{2\sqrt{10}a}{3}$. (B) $\frac{16\sqrt{13}a}{13}$. (C) $\frac{8\sqrt{13}a}{13}$. (D) $\sqrt{13}a$.

Lời giải.

Gọi O, AB lần lượt là tâm và đường kính đường tròn đáy của hình nón (N).
Gọi I là tâm mặt cầu (T).
Suy ra $IA = IB = IS$ và $I \in SO$. Do đó I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB.
Ta có $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{16a^2 - 3a^2} = \sqrt{13}a$ và $\sin\widehat{SAB} = \sin\widehat{SAO} = \frac{SO}{SA} = \frac{\sqrt{13}a}{4a} = \frac{\sqrt{13}}{4}$.
Vậy bán kính của mặt cầu (T) là



$$R = \frac{SB}{2\sin\widehat{SAB}} = \frac{4a}{2\cdot\frac{\sqrt{13}}{4}} = \frac{8\sqrt{13}a}{13}.$$

Chọn đáp án C ☐

Câu 42. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+(5-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

(A) $(-\infty;2)$. (B) $(-\infty;5)$. (C) $(-\infty;5]$. (D) $(-\infty;2]$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.
Ta có $y'=3x^2-6x+5-m$.
Hàm số $y=x^3-3x^2+(5-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} & y'\geq 0,\forall x\in(2;+\infty)\\ \Leftrightarrow\ & 3x^2-6x+5-m\geq 0,\forall x\in(2;+\infty)\\ \Leftrightarrow\ & m\leq 3x^2-6x+5,\forall x\in(2;+\infty)\end{aligned}$$

Xét hàm $g(x)=3x^2-6x+5$ trên $(2;+\infty)$ có $g'(x)=6x-6$ và $g'(x)=0\Leftrightarrow x=1$.
Bảng biến thiên của $g(x)$

x	2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	5	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên của $g(x)$, ta được

$$m\leq 3x^2-6x+5,\forall x\in(2;+\infty)\Leftrightarrow m\leq 5.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 43. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ bằng

(A) $\frac{4}{9}$. (B) $\frac{2}{9}$. (C) $\frac{2}{5}$. (D) $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi số có 6 chữ số là $\overline{abcdmn}$ với a,b,c,d,m,n là các chữ số đôi một khác nhau.

- Có 9 cách chọn chữ số $a\neq 0$.
- Có A_9^4 cách chọn các chữ số còn lại.

Suy ra có $9\cdot A_9^4=136080$ số có 6 chữ số đôi một khác nhau.
Do đó số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=136080$.
Gọi A là biến cố "số được chọn có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ".
Ta đếm các số có 6 chữ số khác nhau có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ. Khi đó, có hai trường hợp thỏa mãn là

Trường hợp 1. m là số chẵn và n là số chẵn.

- Nếu chọn $m=0$ thì có 4 cách chọn n và 8 cách chọn a, 7 cách chọn b, 6 cách chọn c, 5 cách chọn d.
  Suy ra có $4\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5=6720$ số.
- Nếu chọn $n=0$ thì có 4 cách chọn m và 8 cách chọn a, 7 cách chọn b, 6 cách chọn c, 5 cách chọn d.
  Suy ra có $4\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5=6720$ số.
- Nếu chọn $m\neq 0$ và $n\neq 0$ thì có 4 cách chọn m, 3 cách chọn n và 7 cách chọn a, 7 cách chọn b, 6 cách chọn c, 5 cách chọn d.
  Suy ra có $4\cdot 3\cdot 7\cdot 7\cdot 6\cdot 5=17640$ số.

Do đó, có $6720+6720+17640=31080$ số thỏa mãn.

Trường hợp 2. m là số lẻ và n là số lẻ.
Có 5 cách chọn m 4 cách chọn n và 7 cách chọn a, 7 cách chọn b, 6 cách chọn c, 5 cách chọn d.
Suy ra có $5\cdot 4\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5=29400$ số.

Suy ra $n(A)=29400+17640+6720+6720=60480$.
Vậy xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ là

$$\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{60480}{136080}=\frac{4}{9}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 44. Xét các số thực x, y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1}\leq (x^2+y^2-2x+2)4^x$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{8x+4}{2x-y+1}$ **gần nhất** với số nào dưới đây ?

A 9. B 6. C 7. D 8.

Lời giải.

Với các số thực x, y ta có

$$2^{x^2+y^2+1}\leq (x^2+y^2-2x+2)4^x \Leftrightarrow 2^{x^2-2x+y^2+1}\leq (x^2+y^2-2x+1)+1.$$

Đặt $t=x^2+y^2-2x+1$, suy ra $t=(x-1)^2+y^2$ nên $t\geq 0$.
Bất phương trình đã cho trở thành $2^t\leq t+1$ với $t\geq 0$.
Xét hàm số $f(t)=2^t-t-1$ với $t\geq 0$, có

$$f'(t)=2^t\cdot\ln 2-1;\quad f'(t)=0\Leftrightarrow t=t_0=\log_2(\log_2 \mathrm{e})\approx 0{,}52.$$

Hàm số $f(t)$ có bảng biến thiên trên nửa khoảng $[0;+\infty)$ như sau

t	0		t_0	1	$+\infty$
$f'(t)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(t)$	‖	0 ↘	$f(t_0)$	↗ 0 ↘	$+\infty$

Lại có $f(1)=0$, do đó tập nghiệm của bất phương trình $f(t)\le 0$ là $[0;1]$.
Vậy $(x-1)^2+y^2\le 1$.
Tập hợp tất cả các điểm có tọa độ $(x;y)$ thỏa mãn yêu cầu $2^{x^2+y^2+1}\le (x^2+y^2-2x+2)4^x$ nằm trong hình tròn tâm $I(1;0)$, bán kính $R=1\quad (*)$.
Với $d\colon 2x+y+1=0$, suy ra $\mathrm{d}[I,d]>R$ nên $2x+y+1\ne 0$ với các cặp số $(x;y)$ thỏa mãn $(*)$.
Ta có $P=\dfrac{8x+4}{2x-y+1}\Leftrightarrow (\Delta)\colon\ (2P-8)x-Py+P-4=0$.
Yêu cầu bài toán suy ra

$$\begin{aligned}\mathrm{d}[I,(\Delta)]\le 1 &\Leftrightarrow \frac{|(2P-8)\cdot 1+P\cdot 0+P-4|}{\sqrt{(2P-8)^2+P^2}}\le 1\\ &\Leftrightarrow |3P-12|\le \sqrt{5P^2-32P+64}\\ &\Leftrightarrow 4P^2-40P+80\le 0\\ &\Leftrightarrow 5-\sqrt{5}\le P\le 5+\sqrt{5}.\end{aligned}$$

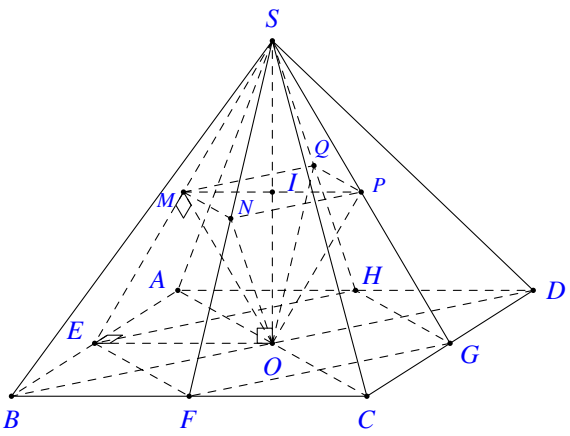
Do đó, $\min P=5+\sqrt{5}\approx 7{,}23$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 45. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $4a$, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCD) và (SDA). Thể tích khối chóp $O.MNPQ$ bằng

(A) $\dfrac{4a^3}{3}$. (B) $\dfrac{64a^3}{81}$. (C) $\dfrac{128a^3}{81}$. (D) $\dfrac{2a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi E, F, G, H lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD và DA.
Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $ABCD$ là hình vuông cạnh $4a$ và $SO \perp (ABCD)$.
Do đó $OA = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{4a\sqrt{2}}{2} = 2a\sqrt{2}$ và $OE = 2a$.
Do $AB \perp OE$ và $AB \perp SO$ suy ra $AB \perp (SOE)$ hay mặt phẳng (SOE) vuông góc với mặt phẳng (SAB) theo giao tuyến SE.
Mặt khác $OM \perp (SAB)$ nên $OM \perp SE$.
Tam giác SOA vuông tại O, suy ra



$$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{12a^2 - 8a^2} = 2a.$$

Suy ra $SO = OE = 2a$ hay tam giác SOE vuông cân tại O. Từ đó ta có M là trung điểm của SE.
Tương tự ta cũng có N, P, Q lần lượt là trung điểm của SF, SG, SH.
Ta cũng suy ra $(MNPQ) \parallel (ABCD)$, kéo theo $SO \perp (MNPQ)$.
Khi đó gọi I là giao điểm của SO và mặt phẳng $(MNPQ)$ thì $OI \perp (MNPQ)$.
Do $MI \parallel OE$ nên I là trung điểm SO.
Ta có

$$S_{MNPQ} = \frac{1}{4}S_{EFGH} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{8}S_{ABCD}.$$

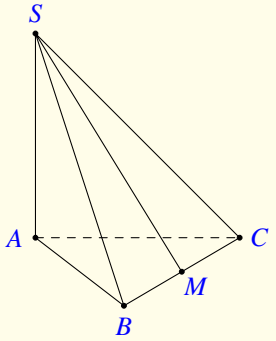
Vì vậy

$$V_{O.MNPQ} = \frac{1}{3}S_{MNPQ} \cdot OI = \frac{1}{3} \cdot \frac{S_{ABCD}}{8} \cdot \frac{SO}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{16a^2}{8} \cdot \frac{2a}{2} = \frac{2a^3}{3}.$$

Chọn đáp án (D) □

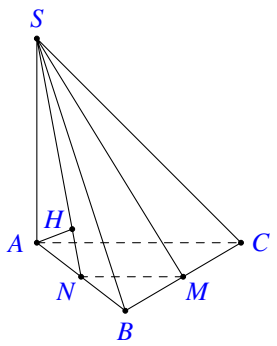
Câu 46.
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng

(A) $\dfrac{a}{2}$. (B) $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{17}a}{17}$. (D) $\dfrac{2a}{3}$.



Lời giải.

Gọi N là trung điểm của AB, H là hình chiếu vuông góc của A trên SN.
Khi đó $MN \parallel AC$ nên $MN \perp AB$. Mặt khác $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp MN$.
Do đó $MN \perp (SAB)$, kéo theo $MN \perp AH$, như vậy $AH \perp (SMN)$.
Lại có $MN \parallel AC$ nên $AC \parallel (SMN)$, suy ra



$$\mathrm{d}(AC,SM) = \mathrm{d}(AC,(SMN)) = \mathrm{d}(A,(SMN)) = AH.$$

Trong tam giác SAN vuông tại A có

$$AH = \frac{SA \cdot AN}{\sqrt{SA^2 + AN^2}} = \frac{2a \cdot \dfrac{a}{2}}{\sqrt{4a^2 + \dfrac{a^2}{4}}} = \frac{2\sqrt{17}a}{17}.$$

Vậy $\mathrm{d}(AC,SM) = \dfrac{2\sqrt{17}a}{17}$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?

(A) 2. (B) 4. (C) 1. **D** 3.

Lời giải.

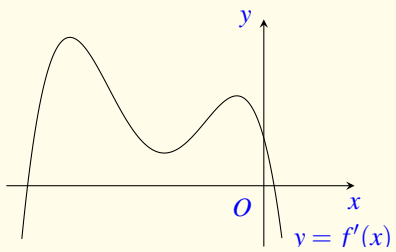
Từ dáng điệu sự biến thiên hàm số ta có $a > 0$.
Khi $x = 0$ thì $y = d = 1 > 0$.
Mặt khác $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.
Từ bảng biến thiên ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 0. \end{array}\right.$
Từ đó suy ra $c = 0$; $\dfrac{-2b}{3a} = -2 \Rightarrow b = 3a > 0$.
Vậy có 3 số dương là a, b, d.

Chọn đáp án D ☐

Câu 48.

Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$. Biết $y=f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x^3)+x\right|$ là

(A) 4. (B) 5. (C) 3. (D) 6.



Lời giải.

Đặt $h(x)=f\left(x^3\right)+x \Rightarrow h'(x)=3x^2f'\left(x^3\right)+1=0 \Leftrightarrow f'\left(x^3\right)=-\dfrac{1}{3x^2}$.

Đặt $t=x^3 \Rightarrow x=\sqrt[3]{t}$ thế vào phương trình trên ta được $f'(t)=-\dfrac{1}{3\sqrt[3]{t^2}}$.

Xét hàm số $y=-\dfrac{1}{3\sqrt[3]{t^2}} \Rightarrow y'=\dfrac{2}{9\sqrt[3]{t^5}}$ đổi dấu khi qua 0 và đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

Khi vẽ đồ thị trên cùng một mặt phẳng tọa độ với đồ thị hàm số $y=f'(t)$ ta thấy hai đồ thị cắt nhau tại 2 điểm phân biệt thuộc góc phần tư thứ 3 và 4.

Gọi 2 giao điểm lần lượt là $t_1<0, t_2>0 \Rightarrow x_1=\sqrt[3]{t_1}, x_2=\sqrt[3]{t_2}$.

Như vậy ta có bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ như sau

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$		$+$	0	$+$	
y		↘		↗	0	↗		↘	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $h(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt và hàm số $h(x)$ có 2 điểm cực trị không nằm trên trục hoành, do đó hàm số $g(x)=|h(x)|$ có 5 điểm cực trị.

Chọn đáp án (B) □

Câu 49. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (m,n) sao cho $m+n \leq 16$ và ứng với mỗi cặp (m,n) tồn tại đúng 3 số thực $a \in (-1;1)$ thỏa mãn $2a^m=n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$?

(A) 16. (B) 14. (C) 15. (D) 13.

Lời giải.

- Ta có $a=0$ luôn thỏa mãn $2a^m=n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$.
- Xét $a \in \mathscr{D}=(-1;0)\cup(0;1)$, ta có

$$2a^m=n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right) \Leftrightarrow \frac{n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)}{a^m}=2. \quad (1)$$

Xét hàm số $g(a)=\dfrac{n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)}{a^m}$.

Ta có $g'(a)=\dfrac{n\cdot a^{m-1}\left(\dfrac{a}{\sqrt{a^2+1}}-m\cdot\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)\right)}{a^{2m}}$.

Xét hàm số $h(a)=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+1}}-m\cdot\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$.

Ta có $h'(a)=\dfrac{1}{(a^2+1)\sqrt{a^2+1}}-\dfrac{m}{\sqrt{a^2+1}}=\dfrac{1}{\sqrt{a^2+1}}\left(\dfrac{1}{a^2+1}-m\right)<0,\ \forall a\in(-1;1)$.

Bảng biến thiên của hàm số $h(a)$ như sau

a	-1		0		1
$h'(a)$		$-$	$\|$	$-$	
$h(a)$		↘	0	↘	

Dựa vào bảng biến thiên trên ta xét các trường hợp sau

— Nếu $m\in\{2;4;6;8;10;12;14\}$ thì bảng biến thiên của hàm số $g(a)$ như sau

a	-1		0		1
$g'(a)$		$-$		$-$	
$g(a)$	$g(-1)$	↘	$-\infty$ $\|$ $+\infty$	↘	$g(1)$

Do $g(-1)=n\ln(-1+\sqrt{2})<0$ nên phương trình (1) không thể có 2 nghiệm thuộc $\mathscr{D}$.

— Nếu $m\in\{3;5;7;9;11;13;15\}$ thì bảng biến thiên của hàm số $g(a)$ như sau

a	-1		0		1
$g'(a)$		$+$		$-$	
$g(a)$	$g(-1)$	↗	$+\infty$ $\|$ $+\infty$	↘	$g(1)$

Để phương trình (1) có 2 nghiệm thuộc $\mathscr{D}$ thì

$$\begin{cases}g(-1)<2\\ g(1)<2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-n\ln(-1+\sqrt{2})<2\\ n\ln(1+\sqrt{2})<2\end{cases}\Leftrightarrow n<\frac{2}{\ln(1+\sqrt{2})}\Leftrightarrow n\in\{1;2\}.$$

— Nếu $m=1$ thì bảng biến thiên của hàm số $g(a)$ như sau

a	-1		0		1
$g'(a)$		$+$		$-$	
$g(a)$	$g(-1)$	↗	n $\|$ n	↘	$g(1)$

Để phương trình (1) có 2 nghiệm thuộc $\mathscr{D}$ thì

$$\begin{cases} g(-1) < 2 < n \\ g(1) < 2 < n \end{cases} \text{(vô lí).}$$

Vậy có 13 cặp số nguyên dương (m,n) thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án D □

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $6f\left(x^2-4x\right)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A 25. B 30. C 29. D 24.

Lời giải.

Đặt $g(x)=6f\left(x^2-4x\right)$, với $x\in(0;+\infty)$.
Ta có $g'(x)=12(x-2)f'\left(x^2-4x\right)$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ f'\left(x^2-4x\right)=0 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=2 \\ x^2-4x=-4 \\ x^2-4x=-2 \\ x^2-4x=0 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=2 \\ x^2-4x+4=0 \\ x^2-4x+2=0 \\ x^2-4x=0 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=2-\sqrt{2} \\ x=2+\sqrt{2} \\ x=0 \\ x=4. \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	0		$2-\sqrt{2}$		2		$2+\sqrt{2}$		4		$+\infty$
$g'(x)$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	-18	↗	12	↘	-12	↗	12	↘	-18	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $g(x)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi $-18<m\leq 12$.
Mà m nguyên nên có 30 giá trị m thỏa mãn.

Chọn đáp án B □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 66

1. B	2. A	3. C	4. D	5. A	6. C	7. B	8. D	9. D	10. C
11. C	12. D	13. B	14. B	15. A	16. A	17. A	18. A	19. D	20. C
21. A	22. C	23. A	24. D	25. B	26. A	27. B	28. D	29. A	30. D
31. B	32. B	33. C	34. B	35. B	36. D	37. D	38. C	39. A	40. B
41. C	42. C	43. A	44. C	45. D	46. C	47. D	48. B	49. D	50. B

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
Môn: TOÁN, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 103
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(2a)$ bằng
A $1+\log_2 a$. **B** $1-\log_2 a$. **C** $2-\log_2 a$. **D** $2+\log_2 a$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(2a)=\log_2 2+\log_2 a=1+\log_2 a$.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
A 3. **B** 18. **C** 6. **D** 9.

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ $V=S_{\text{đ}}\cdot h=6\cdot 3=18$.

Chọn đáp án B □

Câu 3. Phần thực của số phức $z=-5-4\text{i}$ bằng
A 5. **B** 4. **C** -4. **D** -5.

Lời giải.

Phần thực của số phức z bằng -5.

Chọn đáp án D □

Câu 4. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=2a^2$ và chiều cao $h=9a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
A $3a^3$. **B** $6a^3$. **C** $18a^3$. **D** $9a^3$.

Lời giải.

$V=\dfrac{1}{3}\cdot S_{\text{đ}}\cdot h=\dfrac{1}{3}\cdot 2a^2\cdot 9a=6a^3$.

Chọn đáp án B □

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là

(A) $(-1;2;3)$. (B) $(2;-4;-6)$. (C) $(-2;4;6)$. **D** $(1;-2;-3)$.

Lời giải.

Mặt cầu $(S)\colon (x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ thì có tâm là $(a;b;c)$.
Vậy tâm của (S) là $(1;-2;-3)$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=8$ và công sai $d=3$. Giá trị của u_2 bằng

(A) $\frac{8}{3}$. (B) 24. (C) 5. **D** 11.

Lời giải.

Ta có $u_2=u_1+d=8+3=11$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 7. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ?

(A) 7. **B** 12. (C) 5. (D) 35.

Lời giải.

Có $C_{12}^1=12$ cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ.

Chọn đáp án B ☐

Câu 8. Biết $\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_1^2 g(x)\,\mathrm{d}x=2$. Khi đó $\int\limits_1^2 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 6. **B** 1. (C) 5. (D) -1.

Lời giải.

$$\int\limits_1^2 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x=\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_1^2 g(x)\,\mathrm{d}x=3-2=1.$$

Chọn đáp án B ☐

Câu 9. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ là

(A) $x=-2$. (B) $x=1$. (C) $x=-1$. (D) $x=2$.

Lời giải.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ là $x=-1$.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y=2^x$ là

(A) $\mathbb{R}$. (B) $(0;+\infty)$. (C) $[0;+\infty)$. (D) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $y=2^x$ là $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án A □

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

(A) $x=3$. (B) $x=2$. (C) $x=-2$. (D) $x=-1$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra điểm cực đại của hàm số là $x=-1$.

Chọn đáp án D □

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x-y+3z+5=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (α)?

(A) $\vec{n}_3=(-2;1;3)$. (B) $\vec{n}_4=(2;1;-3)$. (C) $\vec{n}_2=(2;-1;3)$. (D) $\vec{n}_1=(2;1;3)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_2=(2;-1;3)$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 13. Cho mặt cầu có bán kính $r=4$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A 16π. B 64π. C $\dfrac{64\pi}{3}$. D $\dfrac{256\pi}{3}$.

Lời giải.

Diện tích của mặt cầu là $S=4\pi r^2=64\pi$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 14. Cho hai số phức $z_1=1-3i$ và $z_2=3+i$. Số phức z_1-z_2 bằng

A $-2-4i$. B $2-4i$. C $-2+4i$. D $2+4i$.

Lời giải.

Ta có $z_1-z_2=(1-3i)-(3+i)=-2-4i$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 15. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=2^x$ là

A $x=2$. B $x=-1$. C $x=1$. D $x=-2$.

Lời giải.

Ta có $2^{2x-1}=2^x \Leftrightarrow 2x-1=x \Leftrightarrow x=1$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 16. Cho hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $\ell=5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A $\dfrac{10\pi}{3}$. B $\dfrac{50\pi}{3}$. C 20π. D 10π.

Lời giải.

Diện tích xung quanh hình nón là $S_{xq}=\pi r\ell=\pi\cdot 2\cdot 5=10\pi$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 17. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+6)=5$ là

A $x=4$. B $x=19$. C $x=38$. D $x=26$.

Lời giải.

$\log_2(x+6)=5 \Leftrightarrow x+6=2^5 \Leftrightarrow x=26$.

Chọn đáp án D

Câu 18. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $z=3-2i$?

A $P(3;-2)$. B $Q(2;-3)$. C $N(3;-2)$. D $M(2;-3)$.

Lời giải.

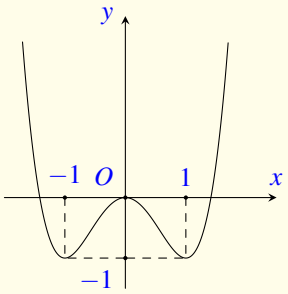
Ta có $z=3-2i$ có điểm biểu diễn là $N(3;-2)$.

Chọn đáp án C

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-1;0)$. B $(-\infty;-1)$. C $(0;+\infty)$. D $(0;1)$.



Lời giải.

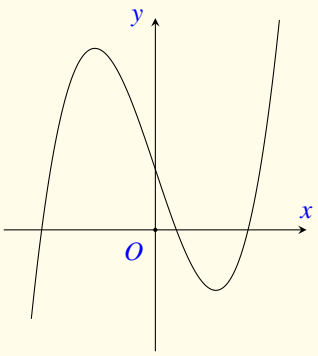
Nhìn đồ thị hàm số đã cho ta thấy hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Chọn đáp án A

Câu 20. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

A $y=x^3-3x+1$. B $y=x^4-2x^2+1$.

C $y=-x^4+2x^2+1$. D $y=-x^3+3x+1$.



Lời giải.

Đường cong như hình vẽ là đồ thị của hàm số bậc ba có dạng $y=ax^3+bx^2+cx+d$ và có hệ số $a>0$. Nên nhìn đáp án ta thấy hàm số $y=x^3-3x+1$ thỏa.

Chọn đáp án A

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z+2}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A $N(3;-1;-2)$. **B** $Q(2;4;1)$. **C** $P(2;4;-1)$. **D** $M(3;1;2)$.

Lời giải.

Ta thấy tọa độ điểm $N(3;-1;-2)$ thỏa mãn phương trình đường thẳng d. Vậy điểm N thuộc d.

Chọn đáp án A ☐

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên mặt phẳng (Oxy)?

A $M(3;0;2)$. **B** $Q(0;0;2)$. **C** $P(0;5;2)$. **D** $N(3;5;0)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z=0$. Do đó hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên mặt phẳng (Oxy) là $N(3;5;0)$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 23. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=3$ và chiều cao $h=4$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A 4π. **B** 12π. **C** 36π. **D** 24π.

Lời giải.

Thể tích khối trụ là $V=\pi r^2h=\pi\cdot 3^2\cdot 4=36\pi$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 24. $\displaystyle\int 3x^2\,\mathrm{d}x$ bằng

A $3x^3+C$. **B** $6x+C$. **C** $\dfrac{1}{3}x^3+C$. **D** x^3+C.

Lời giải.

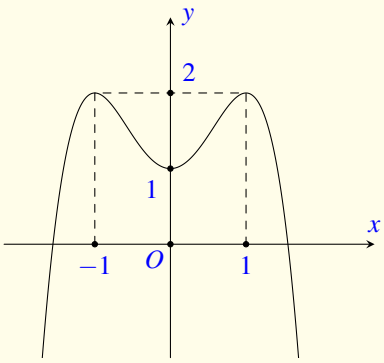
Ta có $\displaystyle\int 3x^2\,\mathrm{d}x=x^3+C$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 25.

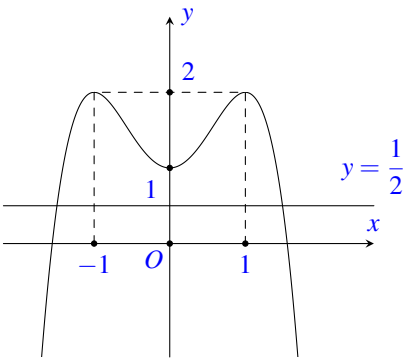
Cho hàm số bậc bốn có đồ thị là đường cong trong hình bên.
Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\dfrac{1}{2}$ là

A 2. **B** 4. **C** 1. **D** 3.



Lời giải.

Kẻ đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$.
Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số $f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$ có 2 giao điểm.
Vậy phương trình $f(x)=\dfrac{1}{2}$ có 2 nghiệm thực.



Chọn đáp án A □

Câu 26. Gọi hai số z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-z+2=0$. Khi đó, $|z_1|+|z_2|$ bằng

A 1. **B** 4. **C** $2\sqrt{2}$. **D** $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Giải phương trình $z^2-z=2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=\dfrac{1-i\sqrt{7}}{2} \\ z_2=\dfrac{1+i\sqrt{7}}{2}\end{array}\right.$.
Suy ra $|z_1|+|z_2|=2\sqrt{2}$.
Chọn đáp án C □

Câu 27. Số giao điểm của $y=-x^3+3x$ với trục hoành là

A 2. **B** 0. **C** 3. **D** 1.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $(C)\colon y=-x^3+3x$ và trục Ox là

$$-x^3+3x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{3} \\ x=-\sqrt{3}. \end{array}\right.$$

Phương trình hoành độ giao điểm có 3 nghiệm phân biệt suy ra (C) và Ox có 3 điểm chung.

Chọn đáp án C □

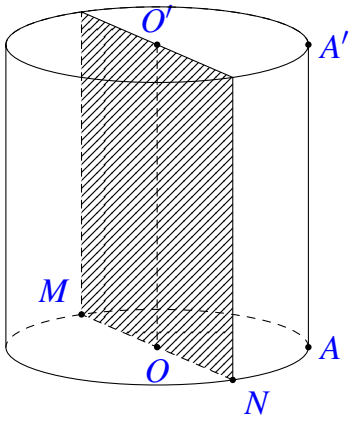
Câu 28. Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là hình vuông cạnh bằng 3. Diện tích khung quanh của (T) bằng

A $\dfrac{9\pi}{4}$. B 18π. C 9π. D $\dfrac{9\pi}{2}$.

Lời giải.

Giả sử ta có hình trụ và thiết diện như hình bên, thiết diện là phần gạch chéo.
Khi đó, diện tích xung quanh của (T) được tính theo công thức

$$S_{xq}=2\pi ON\cdot AA'=2\pi\frac{9}{2}=9\pi.$$



Chọn đáp án C □

Câu 29. Gọi (D) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^{2x}$, $y=0$, $x=0$ và $x=1$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục Ox

A $\pi\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{4x}\mathrm{d}x$. B $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$. C $\pi\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$. D $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{4x}\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Ta có, thể tích khối tròn xoay tạo thành khi xoay (D) quanh Ox là

$$V=\pi\int_0^1 \left(\mathrm{e}^{2x}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_0^1 \mathrm{e}^{4x}\mathrm{d}x.$$

Chọn đáp án A □

Câu 30. Biết $\int_0^1 (f(x)+2x)\,\mathrm{d}x = 4$. Tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$

(A) 3. (B) 2. (C) 6. (D) 4.

Lời giải.

Ta có,

$$\begin{aligned} &\int_0^1 (f(x)+2x)\,\mathrm{d}x = 4 \\ \Leftrightarrow\ &\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int_0^1 2x\mathrm{d}x = 4 \\ \Leftrightarrow\ &\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x + 2 = 4 \\ \Leftrightarrow\ &\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

(A) $3x-2y+z+11=0$. (B) $2x-y+3z-14=0$.

(C) $3x-2y+z-11=0$. (D) $2x-y+3z+14=0$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (P).
Do mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (P) nên (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3;-2;1)$.
Mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(2;-1;3)$, vậy (α) có phương trình là

$$3\cdot(x-2)-2\cdot(y+1)+1\cdot(z-3)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+z-11=0.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 32. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2-2$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

(A) -2. (B) -11. (C) -26. (D) -27.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=4x^3-20x=4x(x^2-5)=0$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{5}. \end{array}\right.$
Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên khoảng $(0;9)$ là $x=\sqrt{5}$.
Ta tính được $f(0)=-2$, $f(\sqrt{5})=-27$ và $f(9)=5745$.
Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là -27.

Chọn đáp án D □

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A 2. B 3. C 4. D 1.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x(x+1)(x-4)^3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\\ x=-1\\ x=4.\end{array}\right.$

Từ đó ta lập được bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		4		$+\infty$
x		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	
$(x-4)^3$		$-$	$\vert$	$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số đã cho đạt cực đại tại một điểm duy nhất $x=0$. Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 1.

Chọn đáp án D □

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-3z+1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

A $\begin{cases}x=1+2t\\ y=-2+t\\ z=2-3t\end{cases}$. B $\begin{cases}x=1+t\\ y=-2-2t\\ z=2+t\end{cases}$. C $\begin{cases}x=2+t\\ y=1-2t\\ z=-3+2t\end{cases}$. D $\begin{cases}x=-1+2t\\ y=2+t\\ z=-2-3t\end{cases}$.

Lời giải.

Gọi d là phương trình đường thẳng cần tìm.
d vuông góc với (P) nên VTCP của d là $\vec{u}_d=\vec{n}_P=(2;1;-3)$.

Phương trình đường thẳng d là $\begin{cases}x=1+2t\\ y=-2+t\\ z=2-3t.\end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 35. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a-2\log_9 b=3$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $a=27b$. **B** $a=9b$. **C** $a=27b^4$. **D** $a=27b^2$.

Lời giải.

Ta có $\log_3 a-2\log_9 b=3\Leftrightarrow \log_3 a-\log_3 b=3\Leftrightarrow \log_3\left(\dfrac{a}{b}\right)=3\Leftrightarrow \dfrac{a}{b}=27\Leftrightarrow a=27b$.
Vậy $a=27b$.

Chọn đáp án A □

Câu 36. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(36-x^2)\geq 3$ là

A $(-\infty;-3]\cup[3;+\infty)$. **B** $(-\infty;3]$.

C $[-3;3]$. **D** $(0;3]$.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương với

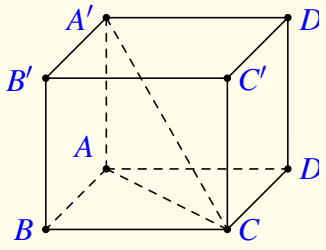
$$\begin{cases}36-x^2>0\\36-x^2\geq 27\end{cases}\Leftrightarrow 36-x^2\geq 27\Leftrightarrow x^2\leq 9\Leftrightarrow -3\leq x\leq 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $[-3;3]$.

Chọn đáp án C □

Câu 37. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AA'=a$, $AD=\sqrt{2}a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A 30°. **B** 45°. **C** 90°. **D** 60°.



Lời giải.

Ta có đường thẳng AC là hình chiếu của đường thẳng $A'C$ lên mặt phẳng $(ABCD)$. Do đó

$$(A'C,(ABCD))=(A'C,AC)=\widehat{A'CA}.$$

Do $AB=a$, $AD=\sqrt{2}a$ nên $AC=\sqrt{AD^2+DC^2}=\sqrt{AD^2+AB^2}=a\sqrt{3}$.
Từ $\tan\widehat{A'CA}=\dfrac{AA'}{AC}=\dfrac{a}{a\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, suy ra $\widehat{A'CA}=30^\circ$.
Vậy góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30°.

Chọn đáp án A □

Câu 38. Cho số phức $z=-2+3i$, số phức $(1+i)\cdot\overline{z}$ bằng

(A) $-5-i$. (B) $-1+5i$. (C) $1-5i$. (D) $5-i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của số phức z là $\overline{z}=-2-3i$.
Vậy $(1+i)\cdot\overline{z}=(1+i)\cdot(-2-3i)=1-5i$.

Chọn đáp án C □

Câu 39. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+(2-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

(A) $(-\infty;-1]$. (B) $(-\infty;2)$. (C) $(-\infty;-1)$. (D) $(-\infty;2]$.

Lời giải.

Ta có $y'=3x^2-6x+2-m$.
Để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ thì $y'\geq 0,\forall x\in(2;+\infty)$.
Suy ra $y'=3x^2-6x+2-m\geq 0,\forall x\in(2;+\infty)\Leftrightarrow m\leq 3x^2-6x+2,\forall x\in(2;+\infty)$.
Vậy $m\leq\min(3x^2-6x+2),\forall x\in(2;+\infty)$.
Xét hàm số $g(x)=3x^2-6x+2$ trên khoảng $(2;+\infty)$.
Có $g'(x)=6x-6$; $g'(x)=0\Leftrightarrow x=1\notin(2;+\infty)$.
Ta có bảng biến thiên

x	2	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	
$g(x)$	2 ↗	$+\infty$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ trên khoảng $(2;+\infty)$ là 2, suy ra $m\leq 2$.

Chọn đáp án D □

Câu 40. Biết $F(x)=\mathrm{e}^x-x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\int f(2x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}-2x^2+C$. (B) $\mathrm{e}^{2x}-4x^2+C$. (C) $2\mathrm{e}^x-2x^2+C$. (D) $\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}-x^2+C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x-x^2+C$.
Vậy $\int f(2x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int f(2x)\,\mathrm{d}(2x)=\frac{1}{2}\left(\mathrm{e}^{2x}-(2x)^2\right)+C=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}-2x^2+C$.

Chọn đáp án A

Câu 41. Năm 2020, một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là 800.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự tính đó, năm 2025 hãng xe ô tô niêm yếu giá bán loại xe X là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?

A 708.674.000 đồng. B 737.895.000 đồng.

C 723.137.000 đồng. D 720.000.000 đồng.

Lời giải.

Đặt $A = 800.000.000$ đồng và $r = 2\%$.
Giá xe X năm 2021: $A_1 = A - Ar = A(1-r)$.
Giá xe X năm 2022: $A_2 = A(1-r) - A(1-r)r = A(1-r)^2$.
Giá xe X năm 2023: $A_3 = A(1-r)^3$.
Giá xe X năm 2024: $A_4 = A(1-r)^4$.
Giá xe X năm 2025: $A_5 = A(1-r)^5 \approx 723.137.000$ đồng.

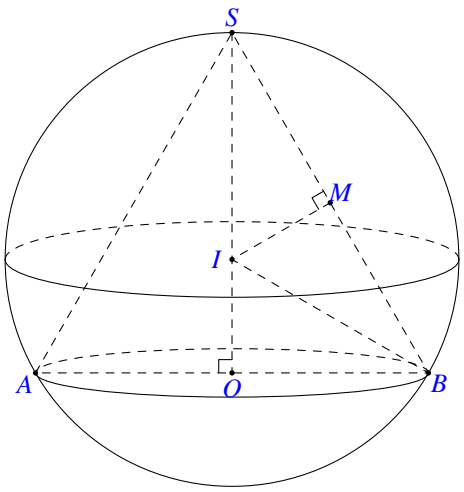
Chọn đáp án C

Câu 42. Cho hình nón (N) có đỉnh S, bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $4a$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua đỉnh S và đường tròn đáy của (N). Bán kính của (T) bằng

A $\dfrac{2\sqrt{6}a}{3}$. B $\dfrac{16\sqrt{15}a}{15}$. C $\dfrac{8\sqrt{15}a}{15}$. D $\sqrt{15}a$.

Lời giải.

Nếu cắt mặt cầu ngoại tiếp khối nón (N) bởi mặt phẳng qua trục (SAB), ta được một hình tròn ngoại tiếp tam giác SAB.
Khi đó bán kính mặt cầu (T) bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle SAB$.
Gọi M là trung điểm của SB. Kẻ đường vuông góc với SB tại M, cắt SO tại I.
Khi đó I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle SAB$ và $r = SI$ là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle SAB$.



Ta có $\triangle SIM \backsim \triangle SBO \Rightarrow \dfrac{SI}{SB} = \dfrac{SM}{SO} \Rightarrow SI = \dfrac{SM}{SO} \cdot SB$.

Trong đó $\begin{cases} SM = 2a \\ SB = 4a \\ SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = a\sqrt{15} \end{cases} \Rightarrow r = SI = \dfrac{8\sqrt{15}a}{15}$.

Chọn đáp án C

Câu 43. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ (a, b, c, $d\in\mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-1	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?

(A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 1.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=3ax^2+2bx+c$.
Từ bảng biến thiên ta suy ra

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty\Rightarrow a>0$.
- $f(0)=-1\Leftrightarrow d=-1<0$.
- Hàm số đạt cực trị tại $x=0$ và $x=-2\Rightarrow\begin{cases}f'(0)=0\\f'(-2)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=0\\12a-4b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=0\\b=3a>0.\end{cases}$

Vậy có 2 số dương là a và b.

Chọn đáp án C □

Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc tập S, xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn lẻ bằng

(A) $\frac{50}{81}$. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $\frac{5}{18}$. (D) $\frac{5}{9}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=9\cdot A_9^4$.
Gọi $\overline{abcde}$ là số có 5 chữ số đôi một khác nhau và có hai chữ số tận cùng khác tính chẵn lẻ.
Gọi A là biến cố cần tìm.

TH 1. $e=0\Rightarrow e$ có 1 cách chọn.
$d\in\{1;3;5;7;9\}\Rightarrow d$ có 5 cách chọn.
Chọn $\overline{abc}$ có A_8^3 cách.
Vậy có $1\cdot5\cdot A_8^3$ số.

TH 2. $d=0\Rightarrow d$ có 1 cách chọn.
$e\in\{1;3;5;7;9\}\Rightarrow e$ có 5 cách chọn.

Chọn $\overline{abc}$ có A_8^3 cách.
Vậy có $1\cdot 5\cdot \mathrm{A}_8^3$ số.

TH 3. $d,e\neq 0$, $e\in\{2;4;6;8\}$ và $d\in\{1;3;5;7;9\}$.
Chọn e có 4 cách.
Chọn d có 5 cách.
Chọn a có 7 cách.
Chọn $\overline{bc}$ có A_7^2 cách.
Vậy có $4\cdot 5\cdot 7\cdot \mathrm{A}_7^2$ số.

TH 4. $d,e\neq 0$, $e\in\{1;3;5;7;9\}$ và $d\in\{2;4;6;8\}$.
Chọn e có 5 cách.
Chọn d có 4 cách.
Chọn a có 7 cách.
Chọn $\overline{bc}$ có A_7^2 cách.
Vậy có $5\cdot 4\cdot 7\cdot \mathrm{A}_7^2$ số.

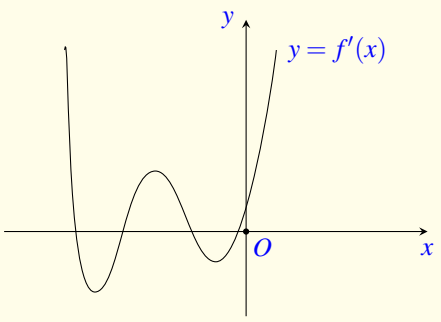
Suy ra $n(A)=1\cdot 5\cdot \mathrm{A}_8^3+1\cdot 5\cdot \mathrm{A}_8^3+5\cdot 4\cdot 7\cdot \mathrm{A}_7^2+4\cdot 5\cdot 7\cdot \mathrm{A}_7^2=15120$ số.
Xác suất của biến cố A là

$$\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{15120}{9\cdot \mathrm{A}_9^4}=\frac{5}{9}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 45.
Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$. Biết $y=f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x^4)-x^2\right|$ là

A 4. B 3. C 6. D 5.



Lời giải.

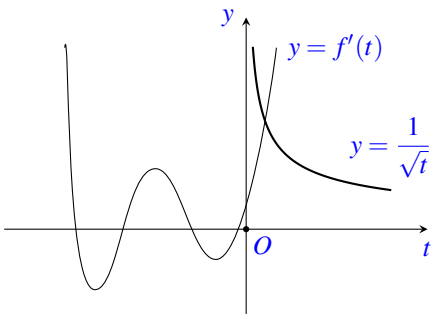
Ta có số điểm cực trị của hàm số $g(x)$ bằng số cực trị của hàm số $h(x)=f(x^4)-x^2$ cộng với số giao điểm của đồ thị hàm số $h(x)$ với trục hoành (không tính tiếp xúc).
Ta có

$$h'(x)=4x^3f'(x^4)-2x=2x\left[2x^2f'(x^4)-1\right],\ h'(x)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\ x^2f'(x^4)-1=0.\end{bmatrix}\quad(1)$$

Vì $x=0$ không phải là nghiệm của (1) nên

$$(1)\Leftrightarrow f'(x^4)=\frac{1}{x^2}.\qquad(2)$$

Đặt $t = x^4$, $t > 0$. Phương trình (2) trở thành $f'(t) = \dfrac{1}{\sqrt{t}}$. (3)



Do với $t > 0$ thì $y = f'(t)$ là hàm đồng biến còn $y = \dfrac{1}{\sqrt{t}}$ là hàm nghịch biến, hơn nữa $\lim\limits_{t\to 0^+} \dfrac{1}{\sqrt{t}} = +\infty$ nên dựa vào đồ thị suy ra phương trình (3) có nghiệm $t_0 > 0$ duy nhất. Từ đó suy ra phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt $\pm\sqrt[4]{t_0}$.

Vậy $h'(x) = 0$ có 3 nghiệm (đơn) phân biệt $x = 0$ và $x = \pm\sqrt[4]{t_0}$. Ta có bảng biến thiên của hàm $h(x)$ như hình dưới đây

x	$-\infty$		$-\sqrt[4]{t_0}$		0		$\sqrt[4]{t_0}$		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	0	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra đồ thị hàm số $h(x)$ cắt trục hoành tại 2 điểm (tại $x = 0$, đồ thị $h(x)$ tiếp xúc trục hoành). Vậy hàm số $g(x) = |h(x)|$ có 5 cực trị.

Chọn đáp án (D) □

Câu 46. Xét các số thực x, y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1} \le (x^2+y^2-2x+2)4^x$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{8x+4}{2x-y+1}$ **gần nhất** với số nào dưới đây?

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Lời giải.

Ta có

$$2^{x^2+y^2+1} \le (x^2+y^2-2x+2)4^x \Leftrightarrow 2^{x^2+y^2-2x+1} \le (x^2+y^2-2x+1)+1.$$

Đặt $t = x^2+y^2-2x+1$. Ta có $t = (x-1)^2+y^2$ nên $t \ge 0$.
Điều kiện đã cho trở thành

$$2^t \le t+1 \Leftrightarrow 2^t - t - 1 \le 0, \quad \text{với } t \ge 0. \qquad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t - t - 1$ với $t \ge 0$. Ta có

$$f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 - 1,\ f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = t_0 = \log_2(\log_2 \mathrm{e}) \approx 0{,}52.$$

Hàm số $f(t)$ có bảng biến thiên trên nửa khoảng $[0;+\infty)$ như hình dưới đây

t	0		t_0		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$			
$f(t)$	0	$\searrow$	$f(t_0)$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra nghiệm của bất phương trình $(*)$ là $t \in [0;1]$. Từ đó suy ra

$$(x-1)^2+y^2 \le 1.$$

Vậy tập hợp các điểm $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện đã cho là hình tròn (S) tâm $I(1;0)$, bán kính $R=1$.
Với các cặp số $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện $2x-y+1 \neq 0$, ta có

$$P=\frac{8x+4}{2x-y+1} \Leftrightarrow (2P-8)x-Py+P-4=0.$$

Gọi Δ là đường thẳng có phương trình $(2P-8)x-Py+P-4=0$. Khi đó điều kiện để tồn tại điểm $(x;y)$ là

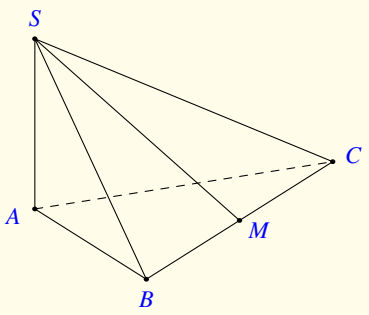
$$\begin{aligned} \mathrm{d}(I,\Delta) \le R &\Leftrightarrow \frac{|(2P-8)\cdot 1-P\cdot 0+P-4|}{\sqrt{(2P-8)^2+(-P)^2}} \le 1 \\ &\Leftrightarrow |3P-12| \le \sqrt{5P^2-32P+64} \\ &\Leftrightarrow 9P^2-72P+144 \le 5P^2-32P+64 \\ &\Leftrightarrow 4P^2-40P+80 \le 0 \\ &\Leftrightarrow 5-\sqrt{5} \le P \le 5+\sqrt{5}. \end{aligned}$$

Vậy $\min P = 5-\sqrt{5} \approx 2{,}76$. Suy ra P gần với giá trị 3 nhất.

Chọn đáp án C □

Câu 47.
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng

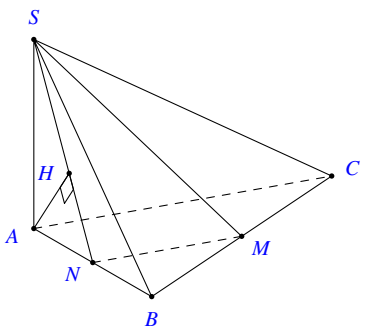
A $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. B $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. C $\frac{a}{2}$. D $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.



Lời giải.

Gọi N là trung điểm của cạnh AB.
Do $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp MN$.
Xét đường thẳng AC và mặt phẳng (SMN) ta có

$$\begin{cases} AC \parallel MN \\ AC \not\subset (SMN) \end{cases} \Rightarrow AC \parallel (SMN).$$



Do đó, khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng khoảng cách từ AC đến mặt phẳng (SMN) hay bằng khoảng cách từ A đến (SMN).

Ta có $BA \perp AC$ ($\triangle ABC$ vuông cân tại A), $MN \parallel AC$ (tính chất đường trung bình) nên $MN \perp AB$.
Do $MN \perp AB$, $MN \perp SA$ nên $MN \perp (SAB) \Rightarrow (SMN) \perp (SAB)$.
Kẻ $AH \perp SN$, $H \in SN$. Ta có

$$\begin{cases} (SMN) \perp (SAB) \\ SN = (SMN) \cap (SAB) \Rightarrow AH \perp (SMN), \\ AH \perp SN \end{cases}$$

tức AH là khoảng cách từ A đến (SMN).

Xét tam giác SAN vuông tại A, có $SA = a$, $AN = \dfrac{a}{2}$, $SN = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$, do đó

$$AH = \frac{SA \cdot AN}{SN} = \frac{a \cdot \dfrac{a}{2}}{\dfrac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{5}a}{5}.$$

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng $\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$.

Chọn đáp án D □

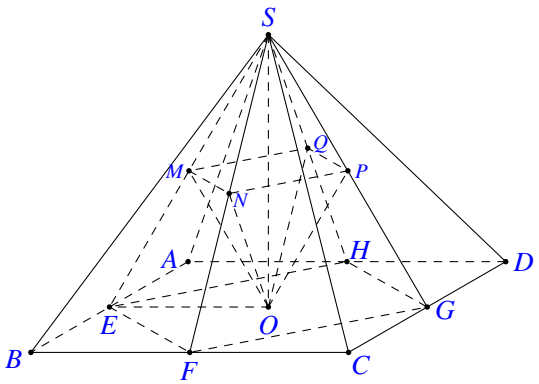
Câu 48. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCD) và (SDA). Thể tích khối chóp $O.MNPQ$ bằng

A $\dfrac{a^3}{48}$. B $\dfrac{2a^3}{81}$. C $\dfrac{a^3}{81}$. D $\dfrac{a^3}{96}$.

Lời giải.

Gọi E, F, G và H lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD và DA.
Theo tính chất hình chóp đều ta có $SO \perp (ABCD)$, OE, OF, OG, OH lần lượt vuông góc với AB, BC, CD và DA.
Xét đường thẳng AB và mặt phẳng (SOE), ta có

$$\begin{cases} AB \perp OE \\ AB \perp SO \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOE) \Rightarrow (SAB) \perp (SOE).$$



Do đó hình chiếu M của O lên mặt phẳng (SAB) chính là hình chiếu của O lên giao tuyến SE của hai mặt phẳng (SAB) và (SOE).

Do tam giác SAB cân tại S nên ta có $SE = \sqrt{SA^2 - AE^2} = \sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{a}{2}\right)^2} = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$.

Xét tam giác vuông SOE, ta có $OE = \dfrac{a}{2}$, $SE = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$ suy ra $SO = \dfrac{a}{2}$ nên SEO là tam giác vuông cân tại O và M là trung điểm của SE.

Tương tự, ta cũng có N, P, Q cũng lần lượt là trung điểm của SF, SG, SH.

Theo tính chất đường trung bình trong tam giác, ta có $MNPQ$ là hình vuông cạnh $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Diện tích hình vuông bằng $S_{MNPQ} = \left(\dfrac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \dfrac{a^2}{8}$.

Do $OE \parallel (MNPQ) \Rightarrow \mathrm{d}(O,(MNPQ)) = \mathrm{d}(E,(MNPQ))$.

Mặt khác M là trung điểm của SE nên $\mathrm{d}(E,(MNPQ)) = \mathrm{d}(S,(MNPQ))$.

Do đó $\mathrm{d}(O,(MNPQ)) = \mathrm{d}(S,(MNPQ)) = \dfrac{1}{2}\mathrm{d}(S,(ABCD)) = \dfrac{1}{2}SO = \dfrac{a}{4}$.

Vậy thể tích của hình chóp $O.MNPQ$ bằng

$$V_{O.MNPQ} = \frac{1}{3}\mathrm{d}(O,(MNPQ)) \cdot S_{MNPQ} = \frac{1}{3}\cdot\frac{a}{4}\cdot\frac{a^2}{8} = \frac{a^3}{96}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f\left(x^2-4x\right) = m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

(A) 15. (B) 12. (C) 14. (D) 13.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = f\left(x^2-4x\right)$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có $g'(x) = (2x-4)f'\left(x^2-4x\right)$. Khi đó

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2x-4=0 \\ x^2-4x=-4 \\ x^2-4x=-2 \\ x^2-4x=0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=2 \\ x=2\pm\sqrt{2} \\ x=0 \\ x=4. \end{bmatrix}$$

Mặt khác,

$$f'\left(x^2-4x\right) > 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} -4 < x^2-4x < -2 \\ x^2-4x > 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \begin{cases} x \neq 2 \\ 2-\sqrt{2} < x < 2+\sqrt{2} \end{cases} \\ x < 0 \\ x > 4. \end{bmatrix}$$

Lại có $g(0) = f(0) = -3$, $g\left(2\pm\sqrt{2}\right) = f(-2) = 2$, $g(2) = f(-4) = -2$, $g(4) = f(0) = -3$.

Bảng biến thiên của $g(x)$ trên khoảng $(0;+\infty)$

x	0		$2-\sqrt{2}$		2		$2+\sqrt{2}$		4		$+\infty$
$2x-4$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$f'\left(x^2-4x\right)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình đã cho tương đương với $f\left(x^2-4x\right)=\dfrac{m}{3}$. Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $g(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{m}{3}$.

Dựa vào bảng biến thiên trên, yêu cầu bài toán thỏa mãn khi

$$-3<\frac{m}{3}\le 2\Leftrightarrow -9<m\le 6.$$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ và $-9<m\le 6$ nên $m\in\{-8;-7;\ldots;5;6\}$.

Vậy có tất cả 15 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (A) □

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(m;n)$ sao cho $m+n\le 10$ và ứng với mỗi cặp $(m;n)$ tồn tại đúng 3 số thực $a\in(-1;1)$ thỏa mãn $2a^m=n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$?

(A) 7. (B) 8. (C) 10. (D) 9.

Lời giải.

Ta thấy $a=0$ luôn thỏa mãn $2a^m=n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$.

Với $a\in\mathscr{K}=(-1;0)\cup(0;1)$ ta có

$$2a^m=n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)\Leftrightarrow\frac{n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)}{a^m}=2. \quad (1)$$

Xét hàm số $f(a)=\dfrac{n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)}{a^m}$ với mọi $a\in\mathscr{K}$.

Với mọi $a\in\mathscr{K}$, ta có

$$\begin{aligned} f'(a) &= \frac{\frac{n}{\sqrt{a^2+1}}\cdot a^m-m\cdot a^{m-1}\cdot n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)}{\left(a^m\right)^2}\\ &= \frac{n\cdot a^{m-1}\left[\frac{a}{\sqrt{a^2+1}}-m\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)\right]}{a^{2m}}. \end{aligned}$$

Xét hàm số $g(a)=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+1}}-m\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$.

Ta có

$$g'(a) = \frac{\sqrt{a^2+1}-\frac{a^2}{\sqrt{a^2+1}}}{a^2+1}-\frac{m}{\sqrt{a^2+1}}=\frac{1}{\left(a^2+1\right)\sqrt{a^2+1}}-\frac{m}{\sqrt{a^2+1}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{a^2+1}}\left(\frac{1}{a^2+1}-m\right) < 0, \forall a \in (-1;1), m \geq 1.$$

Bảng biến thiên của $g(a)$ trên khoảng $(-1;1)$

a	-1		0		1
$g'(a)$		$-$			
$g(a)$		↘	0	↘	

Từ bảng biến thiên trên, ta xét các trường hợp sau:

- Nếu $m \in \{2;4;6;8\}$ thì bảng biến thiên của $f(a)$ như sau:

a	-1		0		1
$f'(a)$		$-$		$-$	
$f(a)$	$f(-1)$	↘	$-\infty$	↘	$f(1)$

  Vì $f(-1) = n\ln\left(-1+\sqrt{2}\right) < 0$ với mọi $n > 0$ nên phương trình (1) không thể có 2 nghiệm thuộc $\mathscr{K}$.

- Nếu $m \in \{3;5;7;9\}$ thì bảng biến thiên của $f(a)$ như sau:

a	-1		0		1
$f'(a)$		$+$		$-$	
$f(a)$	$f(-1)$	↗	$+\infty$	↘	$f(1)$

  Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thuộc $\mathscr{K}$ thì

$$\begin{cases} f(-1) < 2 \\ f(1) < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -n\ln\left(-1+\sqrt{2}\right) < 2 \\ n\ln\left(1+\sqrt{2}\right) < 2 \end{cases} \Leftrightarrow n < \frac{2}{\ln\left(1+\sqrt{2}\right)}.$$

  Mà n nguyên dương nên $n = 1$ hoặc $n = 2$.
  Vậy trong trường hợp này ta có các cặp số nguyên dương $(3;1)$, $(3;2)$, $(5;1)$, $(5;2)$, $(7;1)$, $(7;2)$, $(9;1)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- Nếu $m = 1$ thì bảng biến thiên của $f(a)$ như sau:

a	-1		0		1
$f'(a)$		$+$		$-$	
$f(a)$	$f(-1)$	↗	n	↘	$f(1)$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thuộc $\mathscr{K}$ thì

$$\begin{cases} f(-1) < 2 < n \\ f(1) < 2 < n \end{cases} \text{(vô lí).}$$

Vậy có tất cả 7 cặp số nguyên dương $(m;n)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án A. □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 67

1. A	2. B	3. D	4. B	5. D	6. D	7. B	8. B	9. C	10. A
11. D	12. C	13. B	14. A	15. C	16. D	17. D	18. C	19. A	20. A
21. A	22. D	23. C	24. D	25. A	26. C	27. C	28. C	29. A	30. B
31. C	32. D	33. D	34. A	35. A	36. C	37. A	38. C	39. D	40. A
41. C	42. C	43. C	44. D	45. D	46. C	47. D	48. D	49. A	50. A

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
Môn: TOÁN, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 104
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-2y+4z-1=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (α)?

A $\vec{n}_3=(1;-2;4)$. B $\vec{n}_1=(1;2;-4)$. C $\vec{n}_2=(1;2;4)$. D $\vec{n}_4=(-1;2;4)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(\alpha): x-2y+4z-1=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_3=(1;-2;4)$.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=7$ và công sai $d=2$. Giá trị của u_2 bằng

A 14. B 9. C $\frac{7}{2}$. D 5.

Lời giải.

Theo công thức của cấp số cộng thì $u_2=u_1+d=7+2=9$.

Chọn đáp án B □

Câu 3. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+3}$ là

A $x=-1$. B $x=1$. C $x=-3$. D $x=3$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số đã cho $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$.

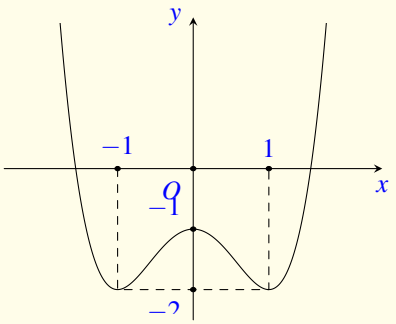
Ta có $\lim\limits_{x\to-3^-} y=\lim\limits_{x\to-3^-}\dfrac{x+1}{x+3}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to-3^+} y=\lim\limits_{x\to-3^+}\dfrac{x+1}{x+3}=-\infty$.

Khi đó đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là $x=-3$.

Chọn đáp án C □

Câu 4.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



(A) $(1;+\infty)$. (B) $(0;1)$. (C) $(-1;0)$. (D) $(-\infty;0)$.

Lời giải.

Nhìn vào đồ thị, ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Chọn đáp án B

Câu 5. $\int 4x^3\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $4x^4+C$. (B) $\frac{1}{4}x^4+C$. (C) $12x^2+C$. (D) x^4+C.

Lời giải.

Ta có $\int 4x^3\,\mathrm{d}x = x^4+C$.

Chọn đáp án D

Câu 6. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng

(A) $3-\log_3(a)$. (B) $1-\log_3(a)$. (C) $3+\log_3(a)$. (D) $1+\log_3(a)$.

Lời giải.

Ta có $\log_3(3a) = 1+\log_3(a)$.

Chọn đáp án D

Câu 7. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $z=-1+2i$?

(A) $N(-1;2)$. (B) $P(2;-1)$. (C) $Q(-2;1)$. (D) $M(1;-2)$.

Lời giải.

Số phức $z=-1+2i$ có điểm biểu diễn là $N(-1;2)$.

Chọn đáp án A

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A $x=-2$. **B** $x=-3$. **C** $x=1$. **D** $x=3$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy điểm cực đại của hàm số đã cho là $x=-2$.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=4$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A 24. **B** 4. **C** 8. **D** 12.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ $V_{LT}=B\cdot h=6\cdot 4=24$.

Chọn đáp án A □

Câu 10. Biết $\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ và $\int_1^2 g(x)\,\mathrm{d}x=2$. Khi đó $\int_1^2 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A 1. **B** 5. **C** -1. **D** 6.

Lời giải.

Ta có $\int_1^2 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x+\int_1^2 g(x)\,\mathrm{d}x=3+2=5$.

Chọn đáp án B □

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+5}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

Ⓐ $M(3;1;5)$. Ⓑ $N(3;1;-5)$. Ⓒ $P(2;2;-1)$. Ⓓ $Q(2;2;1)$.

Lời giải.

Thay tọa độ từng điểm vào phương trình đường thẳng d, ta thấy $N(3;1;-5) \in d$.

Chọn đáp án B □

Câu 12. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3a^2$ và chiều cao $h = 6a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

Ⓐ $3a^3$. Ⓑ $6a^3$. Ⓒ $9a^3$. Ⓓ $18a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 3a^2 \cdot 6a = 6a^3$.

Chọn đáp án B □

Câu 13. Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 3$ và chiều cao $h = 5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

Ⓐ 45π. Ⓑ 5π. Ⓒ 15π. Ⓓ 30π.

Lời giải.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 45\pi$.

Chọn đáp án A □

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

Ⓐ $(-1;-2;3)$. Ⓑ $(-2;-4;6)$. Ⓒ $(1;2;-3)$. Ⓓ $(2;4;-6)$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 15. Phần thực của số phức $z = 5 - 4i$ bằng

Ⓐ 4. Ⓑ -4. Ⓒ 5. Ⓓ -5.

Lời giải.

Phần thực của số phức z là 5.

Chọn đáp án C

Câu 16. Cho mặt cầu có bán kính $r = 5$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A $\frac{500\pi}{3}$. B 25π. C $\frac{100\pi}{3}$. D 100π.

Lời giải.

Diện tích mặt cầu cần tìm là $S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 5^2 = 100\pi$ (đvdt).

Chọn đáp án D

Câu 17. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 7 học sinh nam và 8 học sinh nữ?

A 8. B 15. C 56. D 7.

Lời giải.

Để chọn một học sinh từ nhóm học sinh ta có thể chọn học sinh nam hoặc học sinh nữ

- Chọn 1 học sinh nam từ 7 học sinh nam nên có 7 cách.
- Chọn 1 học sinh nữ từ 8 học sinh nam nên có 8 cách.

Theo quy tắc cộng có $7+8=15$ cách chọn một học sinh thỏa mãn yêu cầu bài toán.

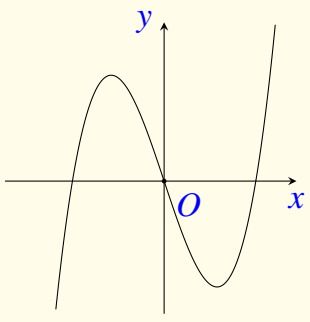
Chọn đáp án B

Câu 18.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

A $y = x^4 + 2x^2$. B $y = -x^3 - 3x$.

C $y = x^3 - 3x$. D $y = -x^4 + 2x^2$.



Lời giải.

Ta thấy đồ thị hàm số có dạng hàm bậc ba nên loại $y = x^4 + 2x^2$ và $y = -x^4 + 2x^2$.
Lại có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$ nên hệ số $a > 0$ do đó loại $y = -x^3 - 3x$.
Vậy đáp án đúng là $y = x^3 - 3x$.

Chọn đáp án C

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;4;1)$ trên mặt phẳng (Oxy)?

(A) $Q(0;4;1)$. (B) $P(3;0;1)$. (C) $M(0;0;1)$. (D) $N(3;4;0)$.

Lời giải.

Ta có phương trình mặt phẳng (Oxy) là $z=0$ và véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.

Gọi Δ là đường thẳng qua A và vuông góc với (Oxy) khi đó phương trình $\Delta\colon \begin{cases} x=3 \\ y=4 \\ z=1+t. \end{cases}$

Do đó tọa độ hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (Oxy) thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} z=0 \\ x=3 \\ y=4 \\ z=1+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=4 \\ z=0 \\ t=-1. \end{cases}$$

Suy ra điểm cần tìm là $N(3;4;0)$.

Chọn đáp án D

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y=3^x$ là

(A) $[0;+\infty)$. (B) $(0;+\infty)$. (C) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. (D) $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $y=3^x$ là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

Chọn đáp án D

Câu 21. Cho hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $\ell=7$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

(A) $\dfrac{28\pi}{3}$. (B) 14π. (C) 28π. (D) $\dfrac{14\pi}{3}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón $S_{\text{xq}}=\pi r\ell=\pi\cdot 2\cdot 7=14\pi$.

Chọn đáp án B

Câu 22. Nghiệm của phương trình $2^{2x-2}=2^x$ là

(A) $x=-2$. (B) $x=2$. (C) $x=-4$. (D) $x=4$.

Lời giải.

Phương trình $2^{2x-2}=2^x \Leftrightarrow 2x-2=x \Leftrightarrow x=2$.

Chọn đáp án B

Câu 23. Cho hai số phức $z_1 = 3-2i$ và $z_2 = 2+i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

(A) $-1+3i$. (B) $-1-3i$. (C) $1+3i$. **D** $1-3i$.

Lời giải.

Ta có $z_1 - z_2 = (3-2i)-(2+i) = 1-3i$.

Chọn đáp án D □

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+7) = 5$ là

(A) $x = 18$. **B** $x = 25$. (C) $x = 39$. (D) $x = 3$.

Lời giải.

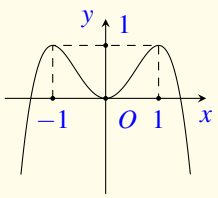
Phương trình $\log_2(x+7) = 5 \Leftrightarrow x+7 = 2^5 \Leftrightarrow x = 25$.

Chọn đáp án B □

Câu 25.

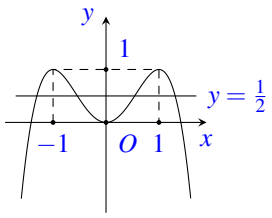
Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \dfrac{1}{2}$ là

A 4. (B) 2. (C) 3. (D) 1.



Lời giải.

Dựa vào sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \dfrac{1}{2}$, suy ra phương trình $f(x) = \dfrac{1}{2}$ có 4 nghiệm phân biệt.



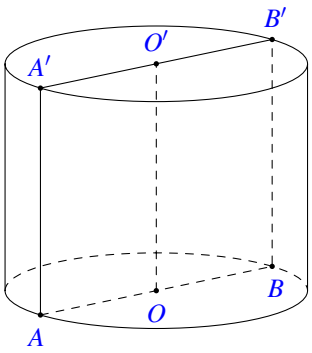
Chọn đáp án A □

Câu 26. Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 5. Diện tích xung quanh của (T) bằng

(A) $\dfrac{25\pi}{2}$. **B** 25π. (C) 50π. (D) $\dfrac{25\pi}{4}$.

Lời giải.

Giả sử thiết diện cắt hình trụ (T) bởi mặt phẳng qua trục OO' là hình vuông $ABB'A'$ (như hình vẽ bên). Khi đó ta có độ dài đường sinh là $\ell = AA' = 5$, bán kính đáy là $r = OA = \dfrac{5}{2}$.



Vậy diện tích xung quanh của hình trụ (T) là

$$S_{\text{xq}} = 2\pi r\ell = 2\pi \cdot \frac{5}{2} \cdot 5 = 25\pi.$$

Chọn đáp án B ☐

Câu 27. Cho số phức $z = -3+2i$, số phức $(1-i)\bar{z}$ bằng

A $-1-5i$. B $5-i$. C $1-5i$. D $-5+i$.

Lời giải.

Ta có $\bar{z} = -3-2i$ nên

$$(1-i)\bar{z} = (1-i)(-3-2i) = -3-2i+3i+2i^2 = -5+i.$$

Chọn đáp án D ☐

Câu 28. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3+5x$ với trục hoành là

A 3. B 2. C 0. D 1.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3+5x$ và trục Ox

$$-x^3+5x = 0 \Leftrightarrow x\left(x^2-5\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{5}. \end{array}\right.$$

Phương trình hoành độ có 3 nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số và trục hoành cắt nhau tại 3 điểm phân biệt.

Chọn đáp án A ☐

Câu 29. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 a - 2\log_4 b = 4$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $a = 16b^2$. B $a = 8b$. C $a = 16b$. D $a = 16b^4$.

Lời giải.

Với a, b là các số thực dương ta có

$$\log_2 a - 2\log_4 b = 4 \Leftrightarrow \log_2 a = \log_2 b + \log_2 16 \Leftrightarrow \log_2 a = \log_2(16b) \Leftrightarrow a = 16b.$$

Chọn đáp án C □

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-3)$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-2y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A $3x-2y+z+1=0$. B $3x-2y+z-1=0$.

C $2x+y-3z+14=0$. D $2x+y-3z-14=0$.

Lời giải.

Ta thấy $3\cdot 2-2\cdot 1-3-3=-2\neq 0$ nên $M\notin(P)$. Vì vậy phương trình mặt phẳng qua M và song song với (P) là

$$3(x-2)-2(y-1)+(z+3)=0\Leftrightarrow 3x-2y+z-1=0.$$

Chọn đáp án B □

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-12x^2-1$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

A -28. B -1. C -36. D -37.

Lời giải.

Trên đoạn $[0;9]$, ta có $f'(x)=4x^3-24x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 4x^3-24x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\\ x=-\sqrt{6}\notin[0;9]\\ x=\sqrt{6}.\end{array}\right.$

Ta có $f(0)=-1$, $f\left(\sqrt{6}\right)=-37$, $f(9)=5588$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-12x^2-1$ trên đoạn $[0;9]$ là -37 $\left(\text{tại } x=\sqrt{6}\right)$.

Chọn đáp án D □

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A 4. B 3. C 1. D 2.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\\ x=0\\ x=4.\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(-1)$	$\nearrow$	$f(0)$	$\searrow$	$f(4)$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại 2 điểm $x=-1$ và $x=4$.

Chọn đáp án D □

Câu 33. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^x$, $y=0$, $x=0$ và $x=1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A $\pi\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$. B $\pi\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$. C $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{x}\,\mathrm{d}x$. D $\displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi $y=\mathrm{e}^x$, $y=0$, $x=0$, $x=1$ quay xung quanh trục Ox là

$$V=\pi\int_0^1 (\mathrm{e}^x)^2\,\mathrm{d}x=\pi\int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x.$$

Chọn đáp án A □

Câu 34. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+z+3=0$. Khi đó $|z_1|+|z_2|$ bằng

A 3. B $2\sqrt{3}$. C $\sqrt{3}$. D 6.

Lời giải.

Ta có $z^2+z+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{11}}{2}i \\ z_1=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{11}}{2}i. \end{array}\right.$

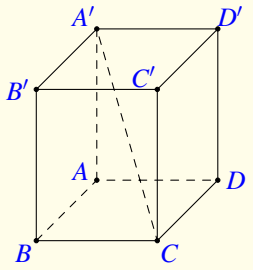
Khi đó $|z_1|+|z_2|=\left|-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{11}}{2}i\right|+\left|-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{11}}{2}i\right|=2\sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{11}}{2}\right)^2}=2\sqrt{3}.$

Chọn đáp án B □

Câu 35.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=\sqrt{3}a$, $AA'=2\sqrt{3}a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

(A) 45°. (B) 30°. (C) 60°. (D) 90°.

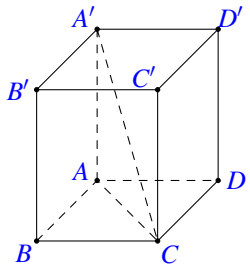


Lời giải.

Do $AA'\perp(ABCD)$ nên $(A'C,(ABCD))=\widehat{A'CA}$. Ta có

$$\tan\widehat{A'CA}=\frac{A'A}{AC}=\frac{A'A}{\sqrt{AB^2+BC^2}}=\frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{a^2+3a^2}}=\sqrt{3}.$$

Vậy $(A'C,(ABCD))=\widehat{A'CA}=60^\circ$.



Chọn đáp án (C) □

Câu 36. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(31-x^2\right)\geq 3$ là

(A) $(-\infty;2]$. (B) $[-2;2]$.

(C) $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. (D) $(0;2]$.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương

$$31-x^2\geq 3^3\Leftrightarrow x^2\leq 4\Leftrightarrow -2\leq x\leq 2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-2;2]$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-3x+1=0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M vuông góc với (P) là

(A) $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2+t\\y=2-3t.\end{cases}$ (B) $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=-2-3t.\end{cases}$ (C) $\begin{cases}x=1-2t\\y=2+t\\z=-2-3t.\end{cases}$ (D) $\begin{cases}x=2+t\\y=1+2t\\z=-3-2t.\end{cases}$

Lời giải.

Đường thẳng cần tìm nhận véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}(2;1;-3)$ của mặt phẳng (P) làm véc-tơ chỉ

phương, do đó nó có phương trình $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2+t \\ z = -2-3t \end{cases}$.

Chọn đáp án B □

Câu 38. Biết $\int\limits_0^1 [f(x)+2x]\,\mathrm{d}x = 5$. Khi đó $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 7. B 3. C 5. D 4.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \int\limits_0^1 [f(x)+2x]\,\mathrm{d}x = 5 &\Leftrightarrow \int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_0^1 2x\,\mathrm{d}x = 5 \\ &\Leftrightarrow \int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x + x^2\Big|_0^1 = 5 \\ &\Leftrightarrow \int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 5-1 = 4. \end{aligned}$$

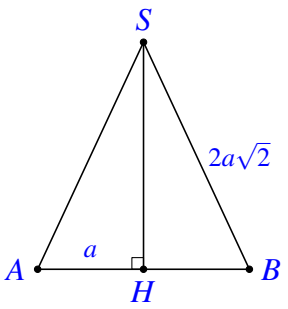
Chọn đáp án D □

Câu 39. Cho hình nón (N) có đỉnh S, bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $2\sqrt{2}a$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của (N). Bán kính của (T) bằng

A $\dfrac{4\sqrt{7}a}{7}$. B $\dfrac{4a}{3}$. C $\dfrac{8\sqrt{7}a}{7}$. D $\sqrt{7}a$.

Lời giải.

Giả sử mặt phẳng (α) qua trục của hình nón, cắt hình nón theo thiết diện là tam giác SAB cân tại S.
Khi đó, (α) cắt mặt cầu (T) theo đường tròn lớn là đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB.
Suy ra bán kính của (T) là bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB.



Gọi H là trung điểm của AB, ta có $HA = HB = a$ và $SH = \sqrt{SA^2 - IA^2} = a\sqrt{7}$.
Khi đó, ta có $S_{\triangle SAB} = \dfrac{1}{2}SH \cdot AB = \dfrac{1}{2}a\sqrt{7}\cdot 2a = \sqrt{7}a^2$.

Mà $S_{\triangle SAB} = \dfrac{SA \cdot SB \cdot AB}{4R}$ nên suy ra

$$R = \frac{SA \cdot SB \cdot AB}{4S_{\triangle SAB}} = \frac{2\sqrt{2}a \cdot 2\sqrt{2}a \cdot 2a}{4 \cdot a^2\sqrt{7}} = \frac{4a\sqrt{7}}{7}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 40. Biết $F(x) = \mathrm{e}^x + 2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó $\displaystyle\int f(2x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A $\mathrm{e}^{2x} + 8x^2 + C$. B $2\mathrm{e}^x + 4x^2 + C$. C $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + 2x^2 + C$. D $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + 4x^2 + C$.

Lời giải.

Ta có

$$\int f(2x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int f(2x)\,\mathrm{d}(2x) = \frac{1}{2}F(2x) + C = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + 4x^2 + C.$$

Chọn đáp án D □

Câu 41. Năm 2020, một hãng xe ô-tô niêm yết giá bán loại xe X là 850.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2025 hãng xe ô-tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu (kết quả làm trong đến hàng nghìn)?

A 768.333.000 đồng. B 765.000.000 đồng.

C 752.966.000 đồng. D 784.013.000 đồng.

Lời giải.

Gọi M là giá bán của của xe trong năm đầu tiên, $r\%$ là tỉ lệ giảm giá bán theo từng năm liền trước.
Sau năm thứ nhất: Giá bán của xe là $M_1 = M - M \times r\% = M(1 - r\%)$.
Sau năm thứ hai: Giá bán của xe là $M_2 = M_1 - M_1 \times r\% = M_1(1 - r\%) = M(1 - r\%)^2$.
Sau năm thứ ba: Giá bán của xe là $M_3 = M_2 - M_2 \times r\% = M_2(1 - r\%) = M(1 - r\%)^3 \ldots$.
Sau năm thứ n: Giá bán của xe là $M_n = M(1 - r\%)^n$.
Vậy giá bán của xe X trong năm 2025 (sau 5 năm lưu hành) là

$$T = M \times (1 - r\%)^5 = 850.000.000 \times (1 - 2\%)^5 \approx 768.333.000 \text{ (đồng)}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 42. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (1 - m)x$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ là

A $(-\infty; -2)$. B $(-\infty; 1)$. C $(-\infty; -2]$. D $(-\infty; 1]$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 1 - m$.
Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ khi và chỉ khi

$$y' \geq 0, \forall x \in (2;+\infty) \Leftrightarrow m \leq 3x^2 - 6x + 1, \forall x \in (2;+\infty).$$

Xét $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$, ta có $f'(x) = 6x - 6 > 0$, $\forall x \in (2;+\infty)$.
Bảng biến thiên của $f(x)$ là

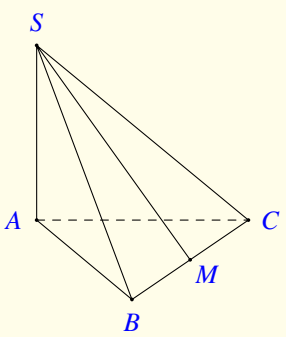
x	2		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	
$f(x)$			$+\infty$
	1	↗	

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m \leq f(x), \forall x \in (2;+\infty) \Leftrightarrow m \leq 1$.

Chọn đáp án (D) □

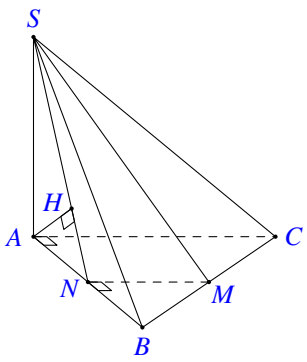
Câu 43.
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{10}a}{5}$. (B) $\dfrac{a}{2}$. (C) $\dfrac{\sqrt{2}a}{3}$. (D) $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$.



Lời giải.

Gọi N là trung điểm của AB, suy ra $AC \parallel MN \Rightarrow AC \parallel (SMN)$.
Do đó $\mathrm{d}(AC,SM) = \mathrm{d}(AC,(SMN)) = \mathrm{d}(A,(SMN))$.
Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SN, suy ra $AH \perp SN$. (1)
Ta có $\begin{cases} MN \parallel AC \\ AC \perp AB \end{cases} \Rightarrow MN \perp AB$.
Mặt khác $SA \perp MN$ vì $SA \perp (ABC)$.
Từ đó suy ra $MN \perp (SAB) \Rightarrow MN \perp AH$. (2)
Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (SMN) \Rightarrow \mathrm{d}(A,(SMN)) = AH$.
Trong tam giác SAN vuông tại A, ta có



$$AH = \frac{SA \cdot AN}{\sqrt{SA^2 + AN^2}} = \frac{a\sqrt{2} \cdot \dfrac{a}{2}}{\sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{2}a}{3}.$$

Vậy $\mathrm{d}(AC,SM) = \dfrac{\sqrt{2}a}{3}$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó có hai chữ số tận cùng có cùng tính chẵn lẻ bằng

A $\dfrac{4}{9}$. B $\dfrac{32}{81}$. C $\dfrac{2}{5}$. D $\dfrac{32}{45}$.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau là $9\mathrm{A}_9^4$, suy ra $n(\Omega) = 9\mathrm{A}_9^4 = 27216$.
Nếu hai chữ số tận cùng là hai chữ số lẻ thì số cách chọn các số có dạng trên là

$$\mathrm{A}_5^2 \cdot 7 \cdot \mathrm{A}_7^2 = 5880.$$

Nếu hai chữ số tận cùng là hai chữ số chẵn, trong đó có một chữ số là 0 thì số cách chọn là

$$\mathrm{C}_4^1 \cdot 2! \cdot \mathrm{A}_8^3 = 2688.$$

Nếu hai chữ số tận cùng là hai chữ số chẵn (không có chữ số 0 ở hai vị trí này) thì số cách chọn là

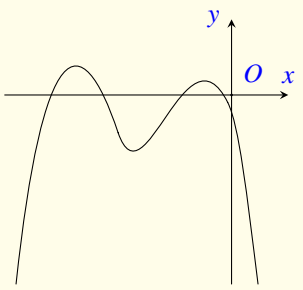
$$\mathrm{A}_4^2 \cdot 7 \cdot \mathrm{A}_7^2 = 3528.$$

Như vậy số các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $5880 + 2688 + 3528 = 12096$ số.
Vậy ta có xác suất là $\mathrm{P} = \dfrac{12096}{27216} = \dfrac{4}{9}$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 45.

Cho hàm số $f(x)$ có $f(0)=0$. Biết $y=f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x^4)+x^2\right|$ là



(A) 3. (B) 6. (C) 5. (D) 4.

Lời giải.

Xét hàm số $h(x)=f(x^4)+x^2$, ta có $h'(x)=4x^3\cdot f'(x^4)+2x$.

Phương trình $h'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3\cdot f'(x^4)+2x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f'(x^4)=-\dfrac{1}{2x^2}\ (x\neq 0) \end{array}\right.$ (1).

Đặt $t=x^4\Rightarrow x^2=\sqrt{t}$, từ (1) suy ra $f'(t)=-\dfrac{1}{2\sqrt{t}}$. (2)

Xét $k(t)=-\dfrac{1}{2\sqrt{t}}$, có $k'(t)=\dfrac{1}{4t^{\frac{3}{2}}}>0\ ,\forall t\in(0;+\infty)$.

Bảng biến thiên của $k(t)$ như sau

t	0		$+\infty$
$k'(t)$		$+$	
$k(t)$	$-\infty$	$\nearrow$	0

Dựa vào đồ thị $f'(x)$ suy ra phương trình (2) có một nghiệm dương hay phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu $x_1<0<x_2$.

Bảng biến thiên của $h(x)$ như sau

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$h(x_1)$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$h(x_2)$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên trên suy ra hàm số $g(x)=|h(x)|$ có 5 điểm cực trị.

Chọn đáp án (C) □

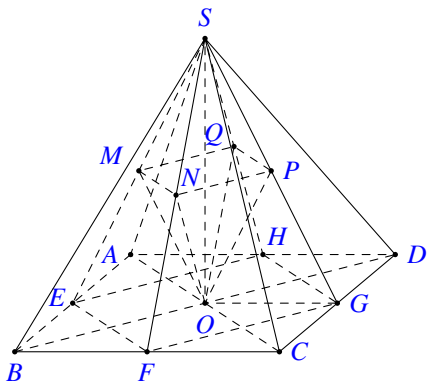
Câu 46. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $\sqrt{3}a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P và Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của O trên các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCD) và (SDA). Thể tích của khối chóp $O.MNPQ$ bằng

(A) $\dfrac{8a^3}{81}$. (B) $\dfrac{a^3}{6}$. (C) $\dfrac{a^3}{12}$. (D) $\dfrac{16a^3}{81}$.

Lời giải.

Gọi E là trung điểm AB. Gọi M là hình chiếu vuông góc của O lên SE, suy ra $OM \perp (SAB)$.
Tam giác SOB có

$$SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{3a^2 - 2a^2} = a.$$



Tam giác SOE có $SE^2 = SO^2 + OE^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$ và

$$SM \cdot SE = SO^2 \Leftrightarrow \frac{SM}{SE} = \frac{SO^2}{SE^2} = \frac{a^2}{2a^2} = \frac{1}{2}.$$

Do đó M là trung điểm SE.

Gọi H, G, F lần lượt là trung điểm của AD, DC, CB.
Tương tự ta chứng minh được N, P, Q lần lượt là trung điểm của SF, SG, SH.
Suy ra $MNPQ$ là hình vuông có độ dài cạnh bằng $\frac{AC}{4} = \frac{2a\sqrt{2}}{4} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.
Ta có

$$\mathrm{d}(O,(MNPQ)) = \mathrm{d}(S,(MNPQ)) = \frac{SO}{2} = \frac{a}{2}.$$

Vậy $V_{O.MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot \mathrm{d}(O,(MNPQ)) \cdot S_{MNPQ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{a^3}{12}$.

Chọn đáp án C □

Câu 47. Xét các số thực x, y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1} \le (x^2+y^2-2x+2)4^x$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{4y}{2x+y+1}$ **gần nhất** với số nào dưới đây?

A 1. B 0. C 3. D 2.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2+y^2+1} \le (x^2+y^2-2x+2)4^x \Leftrightarrow 2^{x^2+y^2-2x+1} \le (x^2+y^2-2x+1)+1$.
Đặt $t = x^2+y^2-2x+1 = (x-1)^2+y^2$, suy ra $t \ge 0$.
Bất phương trình trở thành $2^t \le t+1 \Leftrightarrow 2^t - t - 1 \le 0$, với $t \ge 0$.
Xét hàm số $f(t) = 2^t - t - 1$, với $t \ge 0$.
Ta có $f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 - 1$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 2^t = \frac{1}{\ln 2} \Leftrightarrow t = \log_2\left(\frac{1}{\ln 2}\right) = t_0 \approx 0{,}52877$.
Và có $f(1) = 0$.
Bảng biến thiên

t	0		t_0		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(t)$	0	↘	$f(t_0)$	↗	0	↗	$+\infty$

Từ bản biến thiên suy ra $f(t) \le 0 \Leftrightarrow 0 \le t \le 1$. Khi đó $(x-1)^2+y^2 \le 1$. $(*)$
Do đó tập hợp các điểm $M(x;y)$ là các điểm nằm trong và trên đường tròn (C) có tâm $I(1;0)$ và bán kính $R=1$.
Từ $(*)$, suy ra $\begin{cases}(x-1)^2 \le 1\\ y^2 \le 1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x \ge 0\\ y \ge -1\end{cases}$ và dấu "=" không đồng thời xảy ra. Do đó $2x+y+1 \ne 0$.
Khi đó $P = \dfrac{4y}{2x+y+1} \Leftrightarrow (2x+y+1)P = 4y \Leftrightarrow 2Px+(P-4)y+P=0$ (Δ).
Để tồn tại $(x;y)$ thì đường thẳng (Δ) và đường tròn (C) phải có điểm chung, nghĩa là

$$\mathrm{d}[I,(\Delta)] \le 1 \Leftrightarrow \frac{|2P+P|}{\sqrt{(2P)^2+(P-4)^2}} \le 1 \Leftrightarrow |3P| \le \sqrt{5P^2-8P+16} \Leftrightarrow 4P^2+8P-16 \le 0.$$

Giải bất phương trình ta có $-1-\sqrt{5} \le P \le -1+\sqrt{5}$. Suy ra $\max P = -1+\sqrt{5} \approx 1{,}2361$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 48. Cho hàm số $y = ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-1	↘	-5	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d?
(A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

Lời giải.

Ta có $y = ax^3+bx^2+cx+d \Rightarrow y' = 3ax^2+2bx+c$.
Từ bảng biến thiên ta thấy:

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a > 0$.
- $y(0) = -1 \Leftrightarrow d = -1 < 0$.
- Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm $x_1 = 0$, $x_2 = 4$, theo định lí Vi-et ta có
  $x_1+x_2 = \dfrac{-2b}{3a} \Leftrightarrow \dfrac{-2b}{3a} = 4 > 0 \Rightarrow \dfrac{b}{a} < 0 \Rightarrow b < 0$.
  $x_1x_2 = \dfrac{c}{3a} \Leftrightarrow \dfrac{c}{3a} = 0 \Leftrightarrow c = 0$.

Vậy trong các số a, b, c, d chỉ có a là số dương.

Chọn đáp án (D) □

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4f\left(x^2-4x\right)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

(A) 16. (B) 19. (C) 20. (D) 17.

Lời giải.

Đặt $g(x)=4f\left(x^2-4x\right)$, với $x\in(0;+\infty)$.
Ta có $g'(x)=8(x-2)f'\left(x^2-4x\right)$.
Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$, suy ra

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-2=0\\ f'\left(x^2-4x\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x^2-4x=-4\\ x^2-4x=-2\\ x^2-4x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x^2-4x+4=0\\ x^2-4x+2=0\\ x^2-4x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=2-\sqrt{2}\\ x=2+\sqrt{2}\\ x=0\\ x=4.\end{array}\right.$$

Ta có $g(0)=g(4)=4f(0)=-12$, $g(2-\sqrt{2})=g(2+\sqrt{2})=4f(-2)=8$, $g(2)=4f(-4)=-8$.
Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$:

x	0		$2-\sqrt{2}$		2		$2+\sqrt{2}$		4		$+\infty$
$g'(x)$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	-12	↗	8	↘	-8	↗	8	↘	-12	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên của $g(x)$, suy ra phương trình $g(x)=m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi $-12<m\leq 8$.
Mà m nguyên nên có 20 giá trị m thỏa mãn.

Chọn đáp án (C) □

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên (m,n) sao cho $m+n \le 12$ và ứng với mỗi cặp (m,n) tồn tại đúng 3 số thực $a \in (-1;1)$ thỏa mãn $2a^m = n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$?

(A) 12. (B) 10. (C) 11. (D) 9.

Lời giải.

Ta có $a=0$ luôn thỏa mãn $2a^m = n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$.

Xét $a \in \mathscr{D} = (-1;0)\cup(0;1)$, ta có

$$2a^m = n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right) \Leftrightarrow \frac{n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)}{a^m} = 2. \quad (1)$$

Xét hàm số $g(a) = \dfrac{n\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)}{a^m}$.

Ta có $g'(a) = \dfrac{n\cdot a^{m-1}\left(\dfrac{a}{\sqrt{a^2+1}} - m\cdot\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)\right)}{a^{2m}}$.

Xét hàm số $h(a) = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+1}} - m\cdot\ln\left(a+\sqrt{a^2+1}\right)$.

Ta có

$$h'(a) = \frac{1}{(a^2+1)\sqrt{a^2+1}} - \frac{m}{\sqrt{a^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{a^2+1}}\left(\frac{1}{a^2+1} - m\right) < 0,\ \forall a \in (-1;1), \forall m \ge 1.$$

Bảng biến thiên của hàm số $h(a)$:

a	-1		0		1
$h'(a)$		$-$	$\|$	$-$	
$h(a)$		↘	0	↘	

Dựa vào bảng biến thiên trên ta xét các trường hợp sau

— Nếu $m \in \{2;4;6;8;10\}$ thì bảng biến thiên của hàm số $g(a)$ như sau

a	-1		0		1
$g'(a)$		$-$	$\|\|$	$-$	
$g(a)$	$g(-1)$	↘	$-\infty$ $\|\|$ $+\infty$	↘	$g(1)$

Do $g(-1) = n\ln(-1+\sqrt{2}) < 0$ nên phương trình (1) không thể có 2 nghiệm thuộc $\mathscr{D}$.

— Nếu $m \in \{3;5;7;9;11\}$ thì bảng biến thiên của hàm số $g(a)$ như sau

a	-1		0		1
$g'(a)$		$+$		$-$	
$g(a)$	$g(-1)$	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$	$g(1)$

Để phương trình (1) có 2 nghiệm thuộc $\mathscr{D}$ thì

$$\begin{cases} g(-1)<2 \\ g(1)<2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -n\ln(-1+\sqrt{2})<2 \\ n\ln(1+\sqrt{2})<2 \end{cases} \Leftrightarrow n<\frac{2}{\ln(1+\sqrt{2})} \Leftrightarrow n\in\{1;2\}.$$

— Nếu $m=1$ thì bảng biến thiên của hàm số $g(a)$ như sau

a	-1		0		1
$g'(a)$		$+$		$-$	
$g(a)$	$g(-1)$	$\nearrow$	n	$\searrow$	$g(1)$

Để phương trình (1) có 2 nghiệm thuộc $\mathscr{D}$ thì

$$\begin{cases} g(-1)<2<n \\ g(1)<2<n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n<\dfrac{2}{\ln(1+\sqrt{2})} \\ n>2 \end{cases} \text{ (vô lí).}$$

Vậy có 10 cặp số nguyên dương (m,n) thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án B □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 68

1. A	2. B	3. C	4. B	5. D	6. D	7. A	8. A	9. A	10. B
11. B	12. B	13. A	14. C	15. C	16. D	17. B	18. C	19. D	20. D
21. B	22. B	23. D	24. B	25. A	26. B	27. D	28. A	29. C	30. B
31. D	32. D	33. A	34. B	35. C	36. B	37. B	38. D	39. A	40. D
41. A	42. D	43. C	44. A	45. C	46. C	47. A	48. D	49. C	50. B

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THAM KHẢO

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021
Môn: TOÁN, ĐỀ THAM KHẢO
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh?
(A) $5!$. (B) A_5^3. (C) C_5^3. (D) 5^3.

Lời giải.

Số cách chọn bằng số tổ hợp chập 3 của 5 nên bằng C_5^3.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng
(A) 6. (B) 9. (C) 4. (D) 5.

Lời giải.

Công sai của cấp số cộng là $d = u_2 - u_1 = 2$.
Ta có $u_3 = u_2 + d = 3 + 2 = 5$.

Chọn đáp án D □

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-1	↗	1	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?
(A) $(-2;2)$. (B) $(0;2)$. (C) $(-2;0)$. (D) $(2;+\infty)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

(A) $x=-3$. (B) $x=1$. (C) $x=2$. **D** $x=-2$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x=-2$.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A 4. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Lời giải.

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 4 lần khi qua các giá trị $x=-2$, $x=1$, $x=3$, $x=5$ nên hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Chọn đáp án A □

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng

A $x=1$. (B) $x=-1$. (C) $x=2$. (D) $x=-2$.

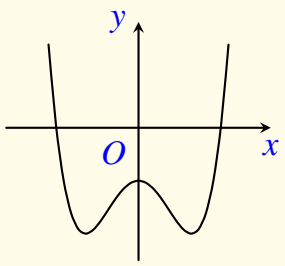
Lời giải.

Vì $\lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to 1^-} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 7.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



(A) $y=-x^4+2x^2-1$. (B) $y=x^4-2x^2-1$.

(C) $y=x^3-3x^2-1$. (D) $y=-x^3+3x^2-1$.

Lời giải.

Từ hình vẽ ta thấy

- Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.
- $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$.

Vậy đường cong là đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2-1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) -2.

Lời giải.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $M(0;2)$ nên có tung độ $y_M=2$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 9. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a)$ bằng

(A) $\frac{1}{2}+\log_3 a$. (B) $2\log_3 a$. (C) $(\log_3 a)^2$. (D) $2+\log_3 a$.

Lời giải.

Ta có $\log_3(9a)=\log_3 9+\log_3 a=2+\log_3 a$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=2^x$ là

(A) $y'=2^x\cdot\ln 2$. (B) $y'=2^x$. (C) $y'=\frac{2^x}{\ln 2}$. (D) $y'=x\cdot 2^{x-1}$.

Lời giải.

Hàm số $y=2^x$ có đạo hàm là $y'=2^x\cdot\ln 2$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

(A) a^6. (B) $a^{\frac{3}{2}}$. (C) $a^{\frac{2}{3}}$. (D) $a^{\frac{1}{6}}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$ với mọi $a > 0$ và $m, n \in \mathbb{Z}^*$.

Thay $m = 2$ và $n = 3$ ta được $\sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}}$.

Chọn đáp án B □

Câu 12. Nghiệm của phương trình $5^{2x-4} = 25$ là

(A) $x = 3$. (B) $x = 2$. (C) $x = 1$. (D) $x = -1$.

Lời giải.

Ta có $5^{2x-4} = 25 \Leftrightarrow 2x - 4 = 2 \Leftrightarrow x = 3$.

Chọn đáp án A □

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_2(3x) = 3$ là

(A) $x = 3$. (B) $x = 2$. (C) $x = \frac{8}{3}$. (D) $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(3x) = 3 \Leftrightarrow 3x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{8}{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 3x^3 - x + C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^3 - x + C$.

(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{3}x^3 - x + C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^3 - C$.

Lời giải.

Áp dụng công thức nguyên hàm cơ bản, ta có $\int \left(3x^2 - 1\right)\,\mathrm{d}x = x^3 - x + C$.

Chọn đáp án B □

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \cos 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\sin 2x + C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\sin 2x + C$.

Ⓒ $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 2\sin 2x + C$. Ⓓ $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -2\sin 2x + C$.

Lời giải.

Áp dụng bảng công thức nguyên hàm mở rộng ta được $\int \cos 2x\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\sin 2x + C$.

Chọn đáp án A

Câu 16. Nếu $\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 5$ và $\int\limits_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x = -2$ thì $\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 3. Ⓑ 7. Ⓒ -10. Ⓓ -7.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 5 + (-2) = 3$.

Chọn đáp án A

Câu 17. Tích phân $\int\limits_1^2 x^3\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ $\dfrac{15}{3}$. Ⓑ $\dfrac{17}{4}$. Ⓒ $\dfrac{7}{4}$. D $\dfrac{15}{4}$.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_1^2 x^3\,\mathrm{d}x = \left.\dfrac{x^4}{4}\right|_1^2 = \dfrac{15}{4}$.

Chọn đáp án D

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$ là

A $\overline{z} = 3 - 2i$. Ⓑ $\overline{z} = 2 + 3i$. Ⓒ $\overline{z} = -3 + 2i$. Ⓓ $\overline{z} = -3 - 2i$.

Lời giải.

Số phức liên hợp của z là $\overline{z} = 3 - 2i$.

Chọn đáp án A

Câu 19. Cho hai số phức $z=3+i$ và $w=2+3i$. Số phức $z-w$ bằng

(A) $1+4i$. (B) $1-2i$. (C) $5+4i$. (D) $5-2i$.

Lời giải.

Ta có $z-w=(3-2)+(1-3)i=1-2i$.

Chọn đáp án B □

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $3-2i$ có tọa độ là

(A) $(2;3)$. (B) $(-2;3)$. (C) $(3;2)$. (D) $(3;-2)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn của số phức $3-2i$ là $(3;-2)$.

Chọn đáp án D □

Câu 21. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

(A) 10. (B) 30. (C) 90. (D) 15.

Lời giải.

Ta có $V=\dfrac{1}{3}Sh=\dfrac{1}{3}\cdot 6\cdot 5=10$.

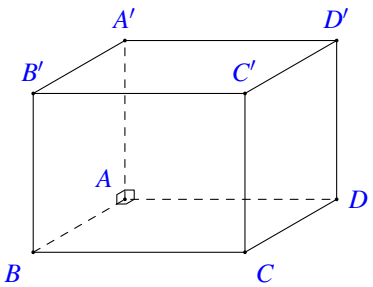
Chọn đáp án A □

Câu 22. Thể tích của khối hộp chữ nhật có kích thước 2; 3; 7 bằng

(A) 14. (B) 42. (C) 126. (D) 12.

Lời giải.

Ta có $V=2\cdot 3\cdot 7=42$.



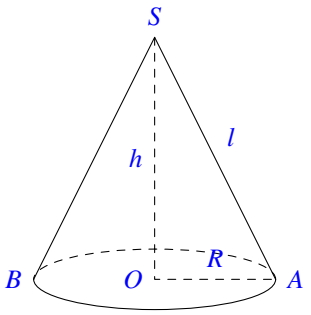
Chọn đáp án B □

Câu 23. Công thức thể tích V của khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h là

(A) $V = \pi rh$. (B) $V = \pi r^2 h$. (C) $V = \frac{1}{3}\pi rh$. **D** $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải.

Ta có $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.



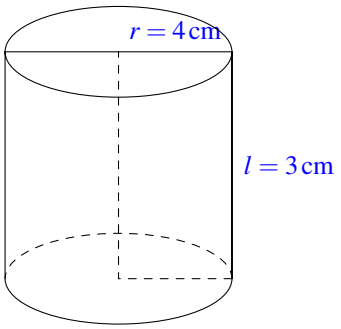
Chọn đáp án D

Câu 24. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 4\,\text{cm}$ và độ dài đường sinh $l = 3\,\text{cm}$. Diện tích xung quanh

(A) $12\pi\,\text{cm}^2$. (B) $48\pi\,\text{cm}^2$. **C** $24\pi\,\text{cm}^2$. (D) $36\pi\,\text{cm}^2$.

Lời giải.

Ta có $S_{\text{xq}} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 4 \cdot 3 = 24\pi\,\text{cm}^2$.



Chọn đáp án C

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;1;0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có toạ độ là

(A) $(4;2;2)$. **B** $(2;1;1)$. (C) $(2;0;-2)$. (D) $(1;0;-1)$.

Lời giải.

Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là $\left(\frac{1+3}{2};\frac{1+1}{2};\frac{2+0}{2}\right)=(2;1;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)\colon x^2+(y-1)^2+z^2=9$ có bán kính bằng

A 9. **B** 3. C 81. D 6.

Lời giải.

Ta có phương trình mặt cầu $(S)\colon (x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$. Nên ta có $R^2=9$ vậy bán kính $R=3$.

Chọn đáp án B □

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$?

A $(P_1)\colon x+y+z=0$. B $(P_2)\colon x+y+z-1=0$.

C $(P_3)\colon x-2y+z=0$. D $(P_4)\colon x+2y+z-1=0$.

Lời giải.

Thay tọa độ điểm $M(l;-2;1)$ vào các phương trình mặt phẳng đã cho. Ta có $(P_1)\colon 1+(-2)+1=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$?

A $\vec{u_1}=(1;1;1)$. B $\vec{u_2}=(1;2;1)$. C $\vec{u_3}=(0;1;0)$. **D** $\vec{u_4}=(1;-2;1)$.

Lời giải.

Vec-tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$ là vec-tơ $\vec{OM}=(1;-2;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một số trong 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số chẵn bằng

A $\frac{7}{8}$. B $\frac{8}{15}$. **C** $\frac{7}{15}$. D $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=15$.
Trong 15 số nguyên dương đầu tiên có 7 chữ số chẵn là 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14.

Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}=\dfrac{7}{15}$.

Chọn đáp án C □

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. B $y=x^2+2x$. C $y=x^3-x^2+x$. D $y=x^4-3x^2+2$.

Lời giải.

Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên tập xác định phải là $\mathbb{R}$, nên loại đáp án $y=\dfrac{x+1}{x-2}$.

Hàm số $y=x^2+2x$ biến trên $(-1;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ nên cũng loại.

Hàm số $y=x^4-3x^2+2$ đồng biến trên $\left(-\sqrt{\dfrac{3}{2}};0\right);\left(\sqrt{\dfrac{3}{2}};+\infty\right)$ và nghịch biến trên $\left(-\infty;-\sqrt{\dfrac{3}{2}}\right);\left(0;\sqrt{\dfrac{3}{2}}\right)$ nên cũng loại.

Hàm số $y=x^3-x^2+x$ có $y'=3x^2-2x+1=\left(\sqrt{3}x-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2+\dfrac{2}{3}>0\ \forall x$. Nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

Chọn đáp án C □

Câu 31. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $[0;2]$. Tổng $M+m$ bằng

A 11. B 14. C 5. D 13.

Lời giải.

Ta có $f(x)=x^4-2x^2+3$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=4x^3-4x;\ f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\notin[0;2]\\x=1\in[0;2]\\x=0\in[0;2].\end{array}\right.$

Khi đó, $f(0)=3$, $f(1)=2$, $f(2)=11$. Suy ra $M=11$, $m=2$.

Vậy $M+m=13$.

Chọn đáp án D □

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{4-x^2}\geq 27$ là

A $[-1;1]$. B $(-\infty;1]$. C $\left[-\sqrt{7};\sqrt{7}\right]$. D $[1;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $3^{4-x^2}\geq 27\Leftrightarrow 4-x^2\geq 3\Leftrightarrow x^2-1\leq 0\Leftrightarrow -1\leq x\leq 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-1;1]$.

Chọn đáp án A

Câu 33. Nếu $\int_1^3 [2f(x)+1]\,\mathrm{d}x = 5$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A 3. B 2. C $\frac{3}{4}$. D $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $5 = \int_1^3 [2f(x)+1]\,\mathrm{d}x = 2\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x + \int_1^3 \mathrm{d}x = 2\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x + 2$.

Suy ra $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = \frac{3}{2}$.

Chọn đáp án D

Câu 34. Cho số phức $z = 3+4i$. Mô-đun của số phức $(1+i)z$ bằng

A 50. B 10. C $\sqrt{10}$. D $5\sqrt{2}$.

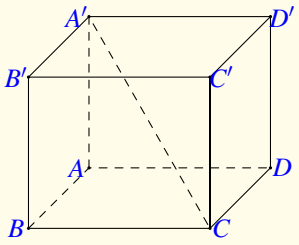
Lời giải.

Ta có $|(1+i)z| = |(1+i)(3+4i)| = |-1+7i| = \sqrt{(-1)^2+7^2} = 5\sqrt{2}$.

Chọn đáp án D

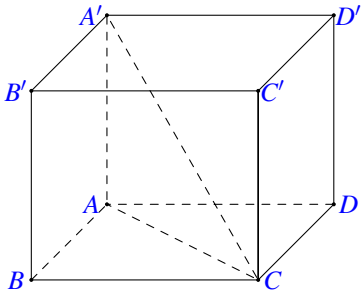
Câu 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2$ và $AA' = 2\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A $30°$. B $45°$. C $60°$. D $90°$.



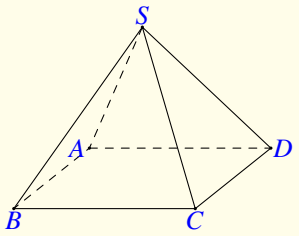
Lời giải.

Ta có AC là hình chiếu vuông góc của $A'C$ trên mặt phẳng $(ABCD)$ nên góc giữa $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{A'CA}$.
Ta có $AC = \sqrt{AB^2+BC^2} = 2\sqrt{2} = AA'$ nên tam giác $A'AC$ vuông cân tại A, và do đó $\widehat{A'CA} = 45°$.



Chọn đáp án B

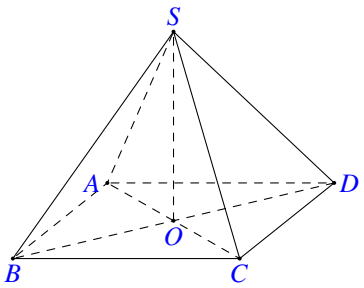
Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 2 và độ dài cạnh bên bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A $\sqrt{7}$. **B** 1. **C** 7. **D** $\sqrt{11}$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD.
Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên SO là khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$.
Ta có $OC=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$ nên $SO=\sqrt{3^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{7}$.



Chọn đáp án A

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm là gốc tọa độ O và đi qua điểm $M(0;0;2)$ có phương trình là

A $x^2+y^2+z^2=2$. **B** $x^2+y^2+z^2=4$.

C $x^2+y^2+(z-2)^2=4$. **D** $x^2+y^2+(z-2)^2=2$.

Lời giải.

Vì O là tâm và M là điểm thuộc mặt cầu nên $OM=\sqrt{0^2+0^2+2^2}=2$ là bán kính mặt cầu.
Mặt cầu cần tìm có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R=2$ có phương trình là

$$(x-0)^2+(y-0)^2+(z-0)^2=2^2\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2=4.$$

Chọn đáp án B

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;-1;1)$ có phương trình tham số là

A $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=-1+2t\end{cases}$. **B** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=1+2t\end{cases}$. **C** $\begin{cases}x=1+t\\y=-3+2t\\z=2-t\end{cases}$. **D** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}$.

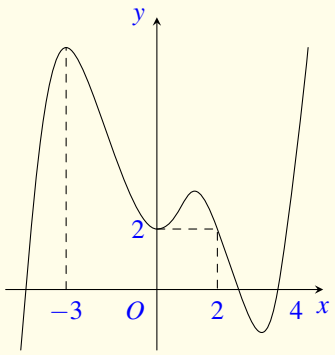
Lời giải.

Đường thẳng d đi qua A, B nhận $\overrightarrow{AB}=(1;-3;2)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Vì d đi qua điểm $A(1;2;-1)$ nên d có phương trình tham số là $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=-1+2t.\end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của hàm số $f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(2x)-4x$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2};2\right]$ bằng



a) $f(0)$.
b) $f(-3)+6$.
c $f(2)-4$.
d) $f(4)-8$.

Lời giải.

Ta có $g'(x)=2f'(2x)-4$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow 2f'(2x)-4=0\Leftrightarrow f'(2x)=2\Leftrightarrow\begin{bmatrix}2x=a\,(a<-3)\\2x=0\\2x=2\\2x=b\,(b>4)\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=\frac{a}{2}\notin\left[-\frac{3}{2};2\right]\\x=0\in\left[-\frac{3}{2};2\right]\\x=1\in\left[-\frac{3}{2};2\right]\\x=\frac{b}{2}\notin\left[-\frac{3}{2};2\right].\end{bmatrix}$$

Bảng biến thiên

x	$-\frac{3}{2}$		0		1		2
$g'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$g\left(-\frac{3}{2}\right)$	↗	$g(0)$	↗	$g(1)$	↘	$g(2)$

Vậy $\max\limits_{\left[-\frac{3}{2};2\right]} g(x)=g(1)=f(2)-4$.

□

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 10 số nguyên x thỏa mãn $\left(2^{x+1}-\sqrt{2}\right)(2^x-y)<0$?

A 1024.
B 2047.
C 1022.
D 1023.

Lời giải.

Ta có $\left(2^{x+1}-\sqrt{2}\right)(2^x-y)<0 \Leftrightarrow \left(2\cdot 2^x-\sqrt{2}\right)(2^x-y)<0 \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{2}}{2}<2^x<y$ (vì y nguyên dương).

Suy ra $-\dfrac{1}{2}<x<\log_2 y$.

Do mỗi giá trị $y\in\mathbb{N}^*$ có không quá 10 giá trị nguyên của $x\in\left(-\dfrac{1}{2};\log_2 y\right)$ nên $0\le\log_2 y\le 10$.

Do đó $1\le y\le 1024$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2-1 & \text{khi } x\ge 2\\ x^2-2x+3 & \text{khi } x<2\end{cases}$. Tích phân $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2\sin x+1)\cos x\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\dfrac{23}{3}$. (B) $\dfrac{23}{6}$. (C) $\dfrac{17}{6}$. (D) $\dfrac{17}{3}$.

Lời giải.

Đặt $t=2\sin x+1\Rightarrow \mathrm{d}t=2\cos x\,\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$, $x=\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow t=3$.

Ta có

$$\begin{aligned}\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2\sin x+1)\cos x\,\mathrm{d}x &= \frac{1}{2}\int_1^3 f(t)\,\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\left[\int_1^2 f(t)\,\mathrm{d}t+\int_2^3 f(t)\,\mathrm{d}t\right]\\ &= \frac{1}{2}\left[\int_1^2 (t^2-2t+3)\,\mathrm{d}t+\int_2^3 (t^2-1)\,\mathrm{d}t\right]\\ &= \frac{1}{2}\left[\frac{7}{3}+\frac{16}{3}\right]=\frac{23}{6}.\end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|=\sqrt{2}$ và $(z+2i)(\bar{z}-2)$ là số thuần ảo?

(A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 4.

Lời giải.

Đặt $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$ thì

$(z+2i)(\bar{z}-2)=(a+(b+2)i)(a-2-bi)=a(a-2)+b(b+2)+((a-2)(b+2)-ab)i$.

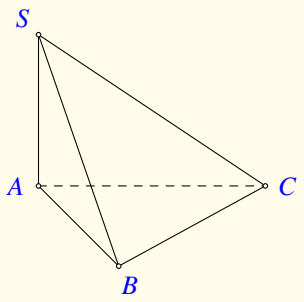
Vì $|z|=\sqrt{2}$ và $(z+2i)(\bar{z}-2)$ là số thuần ảo nên ta có

$$\begin{cases} a^2+b^2=2 \\ a(a-2)+b(b+2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=2 \\ a-b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}; b=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ a=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}; b=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}. \end{array}\right.$$

Vậy có 2 số phức thỏa đề bài.

Chọn đáp án C □

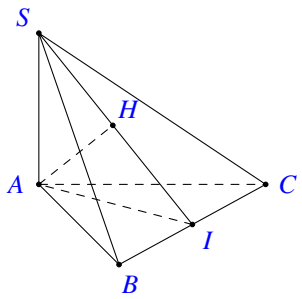
Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên). Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng



A $\dfrac{a^3}{8}$. B $\dfrac{3a^3}{8}$. C $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D $\dfrac{a^3}{4}$.

Lời giải.

Kẻ $SI \perp BC$, ta có $SB = SC$ nên I là trung điểm BC.
Từ A kẻ $AH \perp SI$ tại H, khi đó góc giữa SA và (SBC) là góc $\widehat{ASH}$.
Suy ra $\widehat{ASH} = 45^\circ$.



Do $\triangle ABC$ đều cạnh a nên $AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

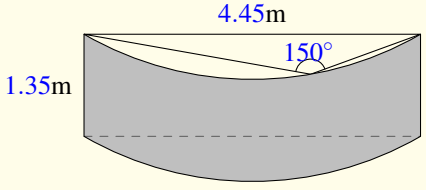
Khi đó tam giác ASI vuông cân tại A nên $SA = AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối chóp $V = \dfrac{1}{3}S_{ABC} \cdot SA = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^3}{8}$.

Chọn đáp án A □

Câu 44. Ông Bình làm lan can ban công ngôi nhà của mình bằng một tấm kính cường lực. Tấm kính đó là một phần của mặt xung quanh của hình trụ như hình bên. Biết giá tiền của 1m^2 kính như trên là 1.500.000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà ông Bình mua tấm kính trên là bao nhiêu?



A 23.591.000 đồng. B 36.173.000 đồng.
C 9.437.000 đồng. D 4.718.000 đồng.

Lời giải.

Gọi r là bán kính đáy của hình trụ. Ta có $4,45 = 2r\sin 150^\circ \Rightarrow r = 4,45\text{m}$.

Ta tính diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi rh$.
Xét đường tròn đáy, góc ở tâm chắn cung có độ dài $4,45$ m có số đo góc là 60°.
Từ đó suy ra diện tích tấm kính là $S=\dfrac{S_{xq}}{6}=\dfrac{\pi rh}{3}$.
Khi đó số tiền ông Bình bỏ ta là $1.500.000\times\dfrac{1,35\times\pi\times4,45}{3}\approx 9.437.000$ đồng.

Chọn đáp án C □

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y-3z=0$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$; $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P), đồng thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là

A $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$.
B $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-2}$.
C $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$.
D $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Lời giải.

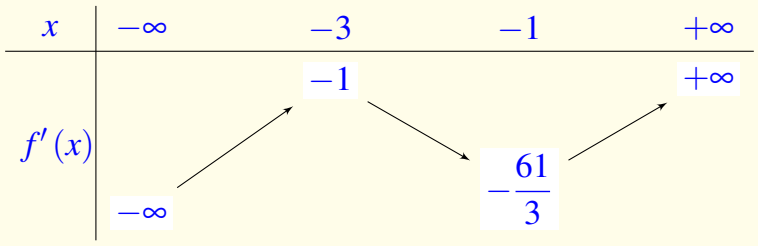
Mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;2;-1)$.
Gọi Δ là đường thẳng cần xác định (đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) đồng thời cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại A và B).
Do $A\in d_1$ và $B\in d_2\Rightarrow A(2a+1;a;-2a-1)$ và $B(b+2;2b;-b-1)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(-2a+b+1;-a+2b;2a-b)$.
Mà $\Delta\perp(P)\Rightarrow\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}$ cùng phương $\Rightarrow\dfrac{-2a+b+1}{2}=\dfrac{-a+2b}{2}=\dfrac{2a-b}{-1}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-2a+b+1=-a+2b\\ a-2b=4a-2b\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=1\\ 3a=0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\ b=1\end{cases}$$
$$\Rightarrow A(1;0;-1)\text{ và }B(3;2;-2).$$

Như vậy, đường thẳng Δ đi qua $B(3;2;-2)$ và nhận $\vec{n}=(2;2;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương nên phương trình đường thẳng Δ là $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$.

Chọn đáp án A □

Câu 46. Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0)=0$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số $g(x)=\left|f\left(x^3\right)-3x\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A 3. **B** 5. **C** 4. **D** 2.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm duy nhất x_0 và $f'(x)\Rightarrow\begin{cases}f'(x)>0\Leftrightarrow x>x\\f'(x)<0\Leftrightarrow x<x\end{cases}$ với $x_0>-1$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\infty$	-3	-1	x_0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘		$f(x_0)$	↗	$+\infty$

Xét hàm số $h(x)=f\left(x^3\right)-3x$.

Ta có $h'(x)=3x^2f'\left(x^3\right)-3=0\Leftrightarrow 3x^2f'\left(x^3\right)=3\Leftrightarrow f'\left(x^3\right)=\dfrac{1}{x^2}$. (1)

Đặt $t=x^3\Rightarrow x=\sqrt[3]{t}$. Thế vào phương trình (1) ta được $f'(t)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{t^2}}$.

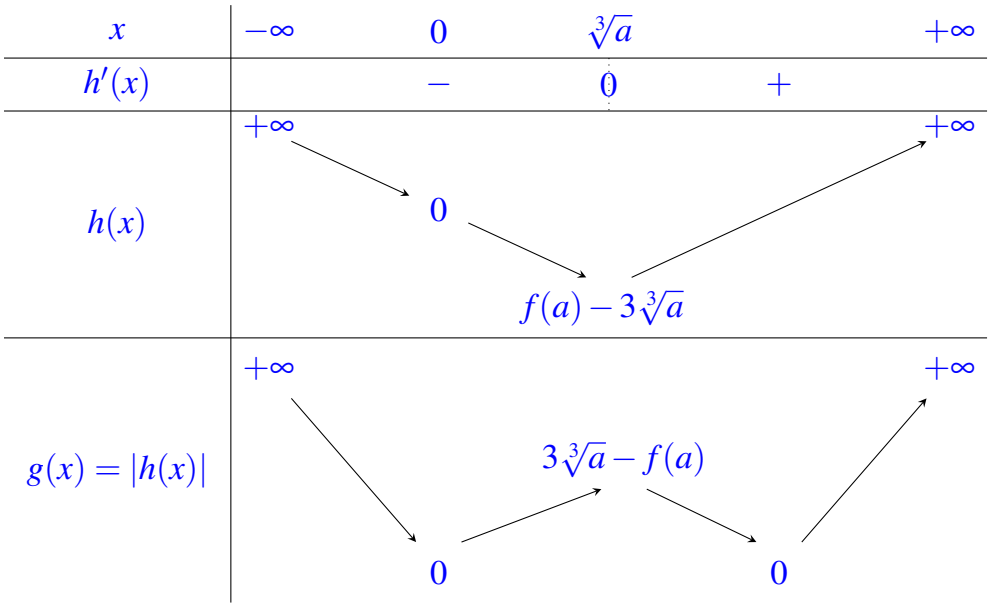
Xét hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt[3]{t^2}}$. Ta có $y'=-\dfrac{2}{3\sqrt[3]{t^5}}<0$ với $\forall t\neq 0;\ \lim\limits_{x\to\pm\infty}y=0;\lim\limits_{x\to 0}f(x)y=+\infty$.

Bàng biến thiên của hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt[3]{t^2}}$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	
y	0	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f'(t)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{t^2}}$ luôn có 1 nghiệm $t=a>0$.

Bảng biến thiên



Vậy hàm số $g(x)$ có 3 cực trị.

Chọn đáp án A □

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên a $(a \geq 2)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $\left(a^{\log x}+2\right)^{\log a}=x-2$?

A 8. B 9. C 1. D Vô số.

Lời giải.

Điều kiện $x>0$.
Đặt $y=a^{\log x}+2$. Điều kiện $(y>2)$. Phương trình đã cho trở thành

$$y^{\log a}=x-2 \Leftrightarrow a^{\log y}+2=x.$$

Từ đó, ta có hệ phương trình $\begin{cases} a^{\log y}+2=x \\ a^{\log x}+2=y. \end{cases}$ (I)

Với $x \leq y \Leftrightarrow a^{\log y}+2 \leq a^{\log x}+2 \Leftrightarrow a^{\log y} \leq a^{\log x} \Leftrightarrow \log y \leq \log x \ (a \geq 2) \Leftrightarrow y \leq x$. Suy ra $x=y$.
Khi đó, hệ phương trình (I) trở thành $a^{\log x}+2=x$. Từ đây suy ra $x>2$.
Mặt khác $a^{\log x}+2=x \Leftrightarrow x^{\log a}+2=x \Leftrightarrow x-x^{\log a}=2>0$. Do vậy ta có

$$x>x^{\log a} \Rightarrow \begin{cases} x>2 \\ x>x^{\log a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \geq 2 \\ \log a<1 \end{cases} \Rightarrow 2 \leq a<10 \Rightarrow 0 \leq \log a<1.$$

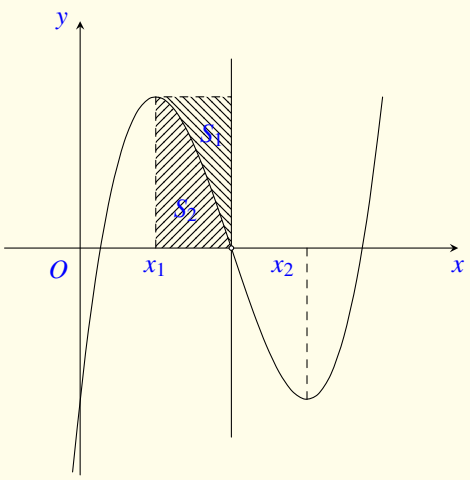
- Hàm số $g(x)=x-x^{\log a}-2$ liên tục trên $(0;+\infty)$ nên liên tục trên $[1,+\infty)$.
- $g(1)=-2<0$.
- $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(x-x^{\log a}-2\right)=+\infty$ nên tồn tại một số thực $\alpha \in (1;+\infty)$ sao cho $g(\alpha)>0$.
- Vì $g(1) \cdot g(\alpha)<0$ và $g(x)$ liên tục trên $[1;\alpha]$ nên phương trình $g(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trên $(1;\alpha)$. Do đó phương trình $x-x^{\log a}-2=0$ có ít nhất một nghiệm trên $(1;+\infty)$.

Vậy $a \in \{2;3;4;\ldots;9\}$ nên có 8 giá trị của a thỏa đề bài.

Chọn đáp án (A) □

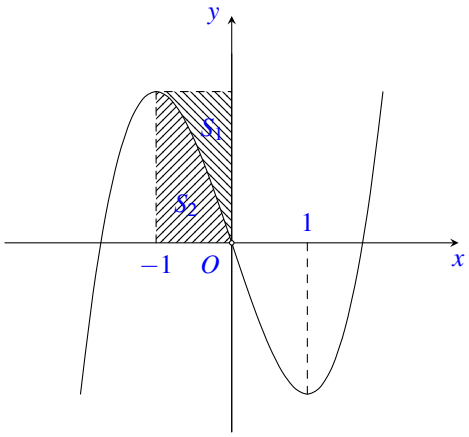
Câu 48. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình đã cho. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) + f(x_2) = 0$. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình vẽ. Tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng

(A) $\dfrac{3}{4}$. (B) $\dfrac{5}{8}$. (C) $\dfrac{3}{8}$. (D) $\dfrac{3}{5}$.



Lời giải.

Kết quả bài toán không đổi nếu ta tịnh tiến đồ thị sang trái sao cho điểm uốn trùng với gốc tọa độ O.
Gọi $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ là hàm số của đồ thị sau khi đã tịnh tiến. Theo giả thiết, ta có $g(x)$ lẻ nên $b = d = 0$ và không mất tính tổng quát, ta giả sử $g(x) = ax^3 + cx$ có hai điểm cực trị tương ứng là $-1; 1$. Ta có



- $g'(x) = 3ax^2 + c$.
- $g'(1) = g'(-1) = 0 \Rightarrow g(x) = k\left(x^3 - 3x\right), (k > 0)$.
- Diện tích hình chữ nhật $S = S_1 + S_2 = |(-1).g(-1)| = 2k$.
- $S_2 = k\displaystyle\int_{-1}^{0} \left|x^3 - 3x\right| \,\mathrm{d}x = \dfrac{5k}{4}$.
- $S_1 = S - S_2 = 2k - \dfrac{5k}{4} = \dfrac{3k}{4}$.

Vậy $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{3}{5}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 49. Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1$, $|z_2| = 2$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. Giá trị lớn nhất của $|3z_1 + z_2 - 5i|$ bằng

(A) $5 - \sqrt{19}$. (B) $5 + \sqrt{19}$. (C) $-5 + 2\sqrt{19}$. (D) $5 + 2\sqrt{19}$.

Lời giải.

Ta tính $|3z_1+z_2|$.
Gọi A và B lần lượt là điểm biểu diễn của z_1 và z_2. Khi đó, $|3z_1+z_2|=|3\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|$.
Ta có $|3\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|^2=9\cdot OA^2+OB^2+6\cdot\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$. (1)
Mặt khác, theo đề bài thì $OA=|z_1|=1$, $OB=|z_2|=2$, $AB=|z_1-z_2|=\sqrt{3}$. (2)
Suy ra $OB^2=OA^2+AB^2$ nên tam giác OAB vuông tại A.
Suy ra $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{AB}=0\Rightarrow\overrightarrow{OA}\cdot(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})=0\Rightarrow\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=OA^2=1$. (3)
Từ (1), (2), (3) suy ra $|3\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|^2=9\cdot1^2+2^2+6.1=19$ hay $|3\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|=\sqrt{19}\Rightarrow|3z_1+z_2|=\sqrt{19}$.
Áp dụng BĐT môđun, ta được: $|3z_1+z_2-5i|\le|3z_1+z_2|+|-5i|=\sqrt{19}+5$.
Vậy $|3z_1+z_2-5i|_{\max}=5+\sqrt{19}$.

Chọn đáp án (B) □

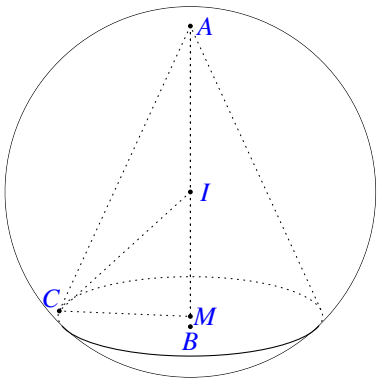
Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$ và $B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) có đỉnh A, đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $2x+by+cz+d=0$. Giá trị của $b+c+d$ bằng

(A) -21. (B) -12. (C) -18. (D) -15.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;4;2)$, $AB=6$.
Gọi M là điểm thuộc đoạn IB (M khác B) sao cho $IM=x$, $0\le x<3$,
khi đó $AM=x+3$, $MC=\sqrt{9-x^2}$.
Thể tích khối nón

$$\begin{aligned}V&=\frac{1}{3}\pi\cdot MC^2\cdot AM=\frac{1}{3}\pi\cdot\left(9-x^2\right)\cdot(x+3)\\&=\frac{1}{3}\pi\left(-x^3-3x^2+9x+27\right).\end{aligned}$$



$V'=\frac{1}{3}\pi\left(-3x^2-6x+9\right)$,
$V'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3.\end{array}\right.$
Lập bảng biến thiên ta có giá trị lớn nhất của V trên $[0;3)$ đạt được khi $x=1$.
Suy ra $AM=4$ và $\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.
Gọi $M(x;y;z)$, ta có hệ phương trình $\left\{\begin{array}{l}x-2=\frac{2}{3}\cdot4\\y-1=\frac{2}{3}\cdot4\\z-3=\frac{2}{3}\cdot2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x=\frac{14}{3}\\y=\frac{11}{3}\\z=\frac{13}{3}.\end{array}\right.$

Phương trình mặt phẳng chứa đáy của hình nón đi qua điểm M và có véc-tơ pháp tuyến $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ là

$$2\left(x-\frac{14}{3}\right)+2\left(y-\frac{11}{3}\right)+\left(z-\frac{13}{3}\right)=0 \Leftrightarrow 2x+2y+z-21=0.$$

Đồng nhất với mặt phẳng $2x+by+cz+d=0$ ta có $b+c+d=2+1+(-21)=-18$.

Chọn đáp án C □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 69

1. C	2. D	3. B	4. D	5. A	6. A	7. B	8. C	9. D	10. A
11. B	12. A	13. C	14. B	15. A	16. A	17. D	18. A	19. B	20. D
21. A	22. B	23. D	24. C	25. B	26. B	27. A	28. D	29. C	30. C
31. D	32. A	33. D	34. D	35. B	36. A	37. B	38. A	39. C	40. A
41. B	42. C	43. A	44. C	45. A	46. A	47. A	48. D	49. B	50. C

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021
Môn: TOÁN, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 101
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 2$ là

A $(-\infty;\log_3 2)$. B $(\log_3 2;+\infty)$. C $(-\infty;\log_2 3)$. D $(\log_2 3;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $3^x < 2 \Leftrightarrow x < \log_3 2$.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Nếu $\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\int_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x = -2$ thì $\int_1^4 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A -1. B -5. C 5. D 1.

Lời giải.

Ta có $\int_1^4 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x = 3-(-2) = 5$.

Chọn đáp án C □

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-4;0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là

A $(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=9$. B $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=9$.

C $(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=3$. D $(x+1)^2+(y-4)^2+z^2=3$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(1;-4;0)$ và bán kính bằng 3 có phương trình là

$$(x-1)^2+(y+4)^2+z^2=9.$$

Chọn đáp án B □

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1;4)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;4;5)$. Phương trình của d là

A $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=4-t \\ z=5+4t \end{cases}$. B $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$. C $\begin{cases} x=3-2t \\ y=1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$. D $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-1+4t \\ z=4+5t \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua $M(3;-1;4)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;4;5)$ có phương trình là $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-1+4t \\ z=4+5t. \end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A 5. B 3. C 2. D 4.

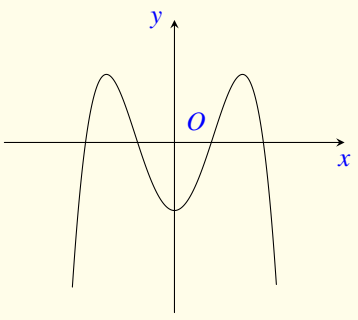
Lời giải.

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'(x)=0$ có 4 nghiệm và đổi dấu qua các nghiệm này nên hàm $y=f(x)$ có 4 điểm cực trị.

Chọn đáp án D □

Câu 6.

Đồ thị nào của hàm số dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A $y=-2x^4+4x^2-1$. B $y=-x^3+3x-1$.

C $y=2x^4-4x^2-1$. D $y=x^3-3x-1$.

Lời giải.

Dựa trên hình dạng đường cong đã cho và các phương án, ta suy ra đường cong trên là đồ thị của hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ với $a<0$.
Do đó chọn đáp án "$y=-2x^4+4x^2-1$".

Chọn đáp án A □

Câu 7. Đồ thị của hàm số $y=-x^4+4x^2-3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A 0. B 3. C 1. D -3.

Lời giải.

Trục tung có phương trình $x=0$.
Thay $x=0$ vào phương trình $y=-x^4+4x^2-3$, ta có $y=-3$.
Vậy đồ thị của hàm số $y=-x^4+4x^2-3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3.

Chọn đáp án D

Câu 8. Với n là số nguyên dương bất kì, $n\geq 4$, công thức nào dưới đây đúng?

A $\mathrm{A}_n^4=\dfrac{(n-4)!}{n!}$. B $\mathrm{A}_n^4=\dfrac{4!}{(n-4)!}$. C $\mathrm{A}_n^4=\dfrac{n!}{4!(n-4)!}$. D $\mathrm{A}_n^4=\dfrac{n!}{(n-4)!}$.

Lời giải.

Ta có số các chỉnh hợp chập 4 của n phần tử là $\mathrm{A}_n^4=\dfrac{n!}{(n-4)!}, \forall n\in\mathbb{N}, n\geq 4$.

Chọn đáp án D

Câu 9. Phần thực của số phức $z=5-2i$ bằng

A 5. B 2. C -5. D -2.

Lời giải.

Phần thực của số phức $z=5-2i$ bằng 5.

Chọn đáp án A

Câu 10. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{2}}$ là

A $y'=\dfrac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}$. B $y'=\dfrac{2}{5}x^{\frac{3}{2}}$. C $y'=\dfrac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$. D $y'=\dfrac{5}{2}x^{-\frac{3}{2}}$.

Lời giải.

Với $x>0$, ta có $y'=\left(x^{\frac{5}{2}}\right)'=\dfrac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$.

Chọn đáp án C

Câu 11. Cho hàm số $f(x)=x^2+4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=2x+C$. B $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^2+4x+C$.

C $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+4x+C$. D $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^3+4x+C$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int (x^2+4)\,\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+4x+C$.

Chọn đáp án C

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;5)$. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{OA}$ là

A $(-2;3;5)$. **B** $(2;-3;5)$. **C** $(-2;-3;5)$. **D** $(2;-3;-5)$.

Lời giải.

Ta có $A(-2;3;5)$ nên tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{OA} = (-2;3;5)$.

Chọn đáp án A

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A -1. **B** 5. **C** -3. **D** 1.

Lời giải.

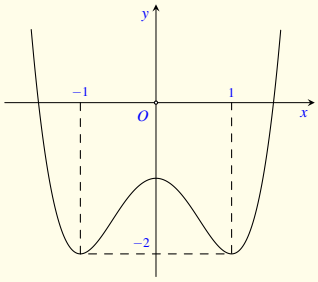
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y_{CT} = -3$.

Chọn đáp án C

Câu 14.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(0;1)$. **B** $(-\infty;0)$. **C** $(0;+\infty)$. **D** $(-1;1)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta thấy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Chọn đáp án A

Câu 15. Nghiệm của phương trình $\log_3(5x) = 2$ là

A $x = \frac{8}{5}$. **B** $x = 9$. **C** $x = \frac{9}{5}$. **D** $x = 8$.

Lời giải.

Phương trình $\log_3(5x) = 2 \Leftrightarrow 5x = 3^2 \Leftrightarrow x = \dfrac{9}{5}$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 16. Nếu $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ thì $\displaystyle\int_0^3 3f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A) 36. B) 12. C) 3. D) 4.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_0^3 3f(x)\,\mathrm{d}x = 3\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 3 \cdot 4 = 12$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 17. Thể tích của khối lập phương cạnh $5a$ bằng

A) $5a^3$. B) a^3. C) $125a^3$. D) $25a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối lập phương cạnh $5a$ là $V = (5a)^3 = 125a^3$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y = 9^x$ là

A) $\mathbb{R}$. B) $[0;+\infty)$. C) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. D) $(0;+\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $y = 9^x$ là $\mathbb{R}$ vì hàm số mũ $y = a^x$ (với $a > 0$, $a \neq 1$) có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 19. Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A) $S = 16\pi R^2$. B) $S = 4\pi R^2$. C) $S = \pi R^2$. D) $S = \dfrac{4}{3}\pi R^2$.

Lời giải.

Diện tích S của mặt cầu bán kính R là $S = 4\pi R^2$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 20. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

(A) $x=1$. (B) $x=-1$. (C) $x=2$. (D) $x=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Vì $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x-1}{x-1}=+\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 21. Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[4]{a}$ bằng

(A) 4. (B) $\dfrac{1}{4}$. (C) $-\dfrac{1}{4}$. (D) -4.

Lời giải.

Với $a>0$ và $a\neq 1$ ta có $\log_a \sqrt[4]{a}=\log_a a^{\frac{1}{4}}=\dfrac{1}{4}\log_a a=\dfrac{1}{4}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 22. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=5a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

(A) $\dfrac{5}{6}a^3$. (B) $\dfrac{5}{2}a^3$. (C) $5a^3$. (D) $\dfrac{5}{3}a^3$.

Lời giải.

Ta có thể tích khối chóp là $V=\dfrac{1}{3}Bh=\dfrac{5}{3}a^3$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 3x-y+2z-1=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

(A) $\vec{n}_1=(-3;1;2)$. (B) $\vec{n}_2=(3;-1;2)$. (C) $\vec{n}_3=(3;1;2)$. (D) $\vec{n}_4=(3;1;-2)$.

Lời giải.

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_2=(3;-1;2)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 24. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=6$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A 108π. B 36π. C 18π. D 54π.

Lời giải.

Ta có $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 6^2 \cdot 3 = 108\pi$.

Chọn đáp án A □

Câu 25. Cho hai số phức $z = 4+2i$ và $w = 3-4i$. Số phức $z+w$ bằng

A $1+6i$. B $7-2i$. C $7+2i$. D $-1-6i$.

Lời giải.

Ta có $z+w = 4+2i+3-4i = 7-2i$.

Chọn đáp án B □

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$, $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A -6. B $\frac{1}{3}$. C 3. D 6.

Lời giải.

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q \Leftrightarrow q = \dfrac{u_2}{u_1} = 3$.

Chọn đáp án C □

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x + 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{x-2} + C$. B $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + 2x + C$.

C $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$. D $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x - 2x + C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int (\mathrm{e}^x + 2)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + 2x + C$.

Chọn đáp án B □

Câu 28. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3;4)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A $z_2 = 3+4i$. B $z_2 = -3+4i$. C $z_4 = -3-4i$. D $z_1 = 3-4i$.

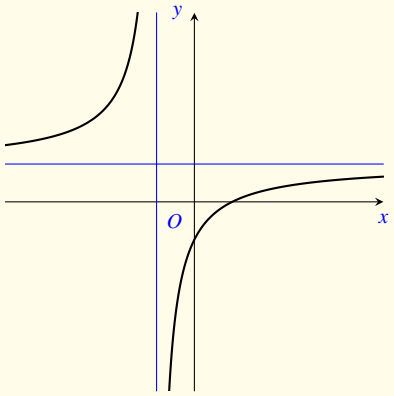
Lời giải.

Điểm $M(a;b)$ trong mặt phẳng tọa độ được gọi là điểm biểu diễn số phức $z=a+bi$.
Do đó điểm $M(-3;4)$ điểm là điểm biểu diễn số phức $z=-3+4i$.

Chọn đáp án B □

Câu 29.

Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x+1}$, (a là số thực cho trước, $a\neq 1$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A $y'<0,\forall x\neq -1$.
B $y'>0,\forall x\neq -1$.
C $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$.
D $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.
Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định.
Do đó $y'>0,\forall x\neq -1$.

Chọn đáp án B □

Câu 30. Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A $\dfrac{7}{44}$.
B $\dfrac{2}{7}$.
C $\dfrac{1}{22}$.
D $\dfrac{5}{12}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=\mathrm{C}_{12}^{3}=220$.
Gọi A là biến cố: "Lấy được 3 quả màu xanh". Ta có $n(A)=\mathrm{C}_{7}^{3}=35$.
Vậy xác suất của biến cố A là $\mathrm{P(A)}=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{35}{220}=\dfrac{7}{44}$.

Chọn đáp án A □

Câu 31. Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y=-x^3+3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A $x=0$.
B $x=3$.
C $x=1$.
D $x=2$.

Lời giải.

Hàm số $y=-x^3+3x$ xác định và liên tục trên đoạn $[0;3]$.
$y'=-3x^2+3$.
$y'=0\Leftrightarrow -3x^2+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[0;3] \\ x=-1\notin[0;3]. \end{array}\right.$

Ta có $f(0)=0$; $f(1)=2$; $f(3)=-18$.
Vậy hàm số $y=-x^3+3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x=1$.

Chọn đáp án C

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y+4z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.
B $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$.
C $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z+2}{4}$.
D $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{4}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(1;-2;4)$.
Gọi d là đường thẳng đi qua $M(-1;3;2)$ và vuông góc với (P).
Vì $d\perp(P)$ nên nhận $\vec{n}_{(P)}=(1;-2;4)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Vậy phương trình đường thẳng d là $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{4}$.

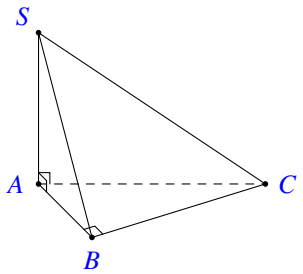
Chọn đáp án D

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A $\sqrt{2}a$.
B $2a$.
C a.
D $2\sqrt{2}a$.

Lời giải.

$SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp BC$.
Ta có $\begin{cases}BC\perp AB\\ BC\perp SA\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAB)$.
Do đó: $\mathrm{d}(C,(SAB))=BC=AB=2a$.
Vậy khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng $2a$.



Chọn đáp án B

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(4;1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A $3x+y+2z-17=0$.
B $3x+y+2z-3=0$.
C $5x+y+2z-5=0$.
D $5x+y+2z-25=0$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $A(1;0;0)$ và vuông góc với AB.
Do $(P) \perp AB$ nên véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (3;1;2)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).
Vậy phương trình mặt phẳng (P) cần tìm là $3x+y+2z-3=0$.

Chọn đáp án B

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $iz = 5+4i$. Số phức liên hợp của z là

A $\overline{z} = 4+5i$. B $\overline{z} = 4-5i$. C $\overline{z} = -4+5i$. D $\overline{z} = -4-5i$.

Lời giải.

Ta có

$$iz = 5+4i \Leftrightarrow z = \frac{5+4i}{i} \Leftrightarrow z = 4-5i.$$

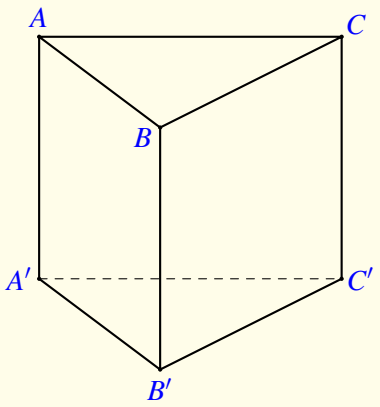
Vậy số phức liên hợp của z là $\overline{z} = 4+5i$.

Chọn đáp án A

Câu 36.

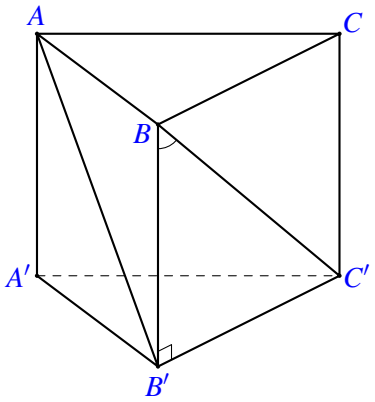
Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng AA' và BC' bằng

A $30°$. B $90°$. C $45°$. D $60°$.



Lời giải.

Lăng trụ đã cho là lăng trụ đứng có các cạnh bằng nhau nên $BB' \perp (A'B'C')$ và $BB' = B'C'$.
Suy ra $\triangle BB'C'$ vuông cân tại B'. Do đó $\widehat{B'BC'} = 45°$.
Vì $AA' \parallel BB'$ nên góc giữa hai đường thẳng AA' và BC' là góc giữa hai đường thẳng BB' và BC' và đó là số đo của góc $\widehat{B'BC'}$.
Vậy góc giữa hai đường thẳng AA' và BC' bằng $45°$.



Chọn đáp án C

Câu 37. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3+\log_2 b=6$, khẳng định nào sau đây là đúng?

A $a^3b=64$. B $a^3b=36$. C $a^3+b=64$. D $a^3+b=36$.

Lời giải.

Ta có $\log_2 a^3+\log_2 b=6 \Leftrightarrow \log_2 a^3b=6 \Leftrightarrow a^3b=2^6=64$.

Chọn đáp án A □

Câu 38. Nếu $\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=5$ thì $\int\limits_0^2 [2f(x)-1]\,\mathrm{d}x$ bằng

A 8. B 9. C 10. D 13.

Lời giải.

$$\int\limits_0^2 [2f(x)-1]\,\mathrm{d}x=2\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x-x\Big|_0^2=2\times 5-2=8.$$

Chọn đáp án A □

Câu 39. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+5 & \text{khi } x\geq 1\\ 3x^2+4 & \text{khi } x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

A 27. B 29. C 12. D 33.

Lời giải.

Ta có $F(x)=\begin{cases}x^2+5x+C_1 & \text{khi } x\geq 1\\ x^3+4x+C_2 & \text{khi } x<1.\end{cases}$

Vì $F(x)$ có đạo hàm nên liên tục tại $x=-1$ suy ra $\lim\limits_{x\to 1^+} F(x)=\lim\limits_{x\to 1^-} F(x)=F(1)$. Từ đó suy ra $C_1=C_2-1$. Kết hợp $F(0)=2$ suy ra $C_1=1$, $C_2=2$.

Suy ra $F(x)=\begin{cases}x^2+5x+1 & \text{khi } x\geq 1\\ x^3+4x+2 & \text{khi } x<1.\end{cases}$

Do đó $F(-1)+2F(2)=-3+2\cdot 15=27$.

Chọn đáp án A □

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x^2}-9^x\right)[\log_2(x+25)-3]\leq 0$?

(A) 24. (B) Vô số. (C) 26. (D) 25.

Lời giải.

$\left(3^{x^2}-9^x\right)[\log_2(x+25)-3]\le 0$ có nghĩa khi $x>-25$.

Bất phương trình $\left(3^{x^2}-9^x\right)[\log_2(x+25)-3]\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}\begin{cases}3^{x^2}\le 9^x\\ \log_2(x+25)\ge 3\end{cases} & (1)\\ \begin{cases}3^{x^2}\ge 9^x\\ \log_2(x+25)\le 3.\end{cases} & (2)\end{array}\right.$

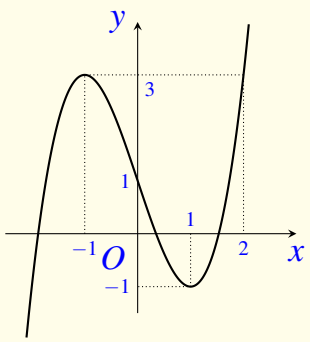
- $(1)\Leftrightarrow \begin{cases}3^{x^2}\le 9^x\\ \log_2(x+25)\ge 3\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x^2\le 2x\\ x+25\ge 27\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}0\le x\le 2\\ x\ge 2\end{cases}\Leftrightarrow x=2.$
- $(2)\Leftrightarrow \begin{cases}3^{x^2}\ge 9^x\\ \log_2(x+25)\le 3\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x^2\ge 2x\\ x+25\le 27\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x\le 0 \text{ hay } x\ge 2\\ x\le 2\end{cases}\Leftrightarrow x\in\{-24,-23,\cdots,0,2\}.$

Vậy có 26 số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x^2}-9^x\right)[\log_2(x+25)-3]\le 0$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 41. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x))=1$ là

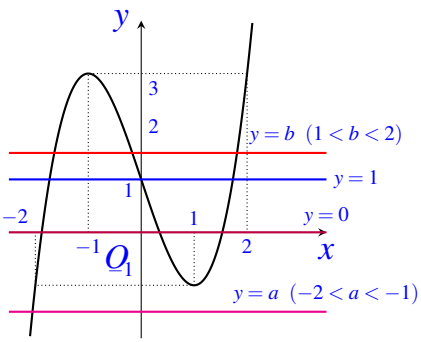
(A) 9. (B) 3. (C) 6. (D) 7.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta được

$f(f(x))=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}f(x)=b & (1<b<2)\\ f(x)=0 & \\ f(x)=a & (-2<a<-1).\end{array}\right.$



- Với $1<b<2$, phương trình $f(x)=b$ có 3 nghiệm phân biệt.
- Phương trình $f(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt.
- Với $-2<a<-1$, phương trình $f(x)=a$ có 1 nghiệm.

Vậy phương trình $f(f(x))=1$ có 7 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án D □

Câu 42. Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 60° ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A $8\sqrt{7}\pi a^2$. B $4\sqrt{13}\pi a^2$. C $8\sqrt{13}\pi a^2$. D $4\sqrt{7}\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi O tâm đường tròn đáy với thiết diện là $\triangle SAB$ đều cạnh $4a$.

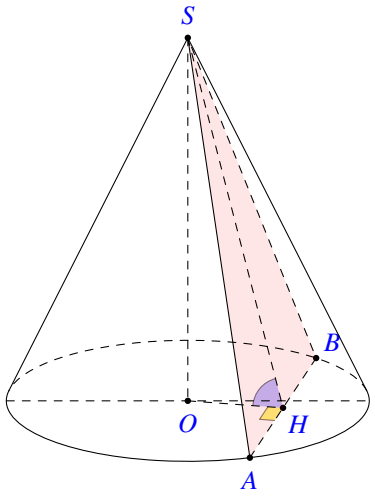
Gọi H là trung điểm AB. Ta có $SH = SA\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2a\sqrt{3}$.

Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (OAB) là góc $\widehat{SHO}$, suy ra $\widehat{SHO} = 60^\circ$.

Trong $\triangle SHO$ có $\sin 60^\circ = \dfrac{SO}{SH}$, suy ra $SO = SH\sin 60^\circ = 3a$.

Trong $\triangle SAO$ ta có $OA = \sqrt{SA^2 - OA^2} = a\sqrt{7}$.

Vậy diện tích xung quanh của (N) là $S_{\text{xung quanh}} = \pi rl = 4\pi\sqrt{7}a^2$.



Chọn đáp án D □

Câu 43. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ với (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_o thỏa mãn $|z_o| = 7$

A 2. B 3. C 1. D 4.

Lời giải.

phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (1) có $\Delta' = 2m + 1$.

★ **Trường hợp 1:** $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\dfrac{1}{2}$.

Phương trình (1) có nghiệm z_o thỏa mãn $|z_o| = 7$ suy ra $z_o = 7$ hay $z_= -7$.

Nếu $z_o = 7$ thì $49 - 14(m+1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 14m + 35 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 7 + \sqrt{14} \\ m = 7 - \sqrt{14} \end{array}\right.$ (nhận).

Nếu $z_o = 7$ thì $49 + 14(m+1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 14m + 63 = 0$ vô nghiệm.

★ **Trường hợp 2:** $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < -\dfrac{1}{2}$ Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $z_o = z_1 = \overline{z}_2$. Suy ra $|z_o| = 7 \Leftrightarrow z_o \cdot \overline{z}_o = 49 \Leftrightarrow z_1 \cdot z_2 = 49 \Leftrightarrow m = \pm 7$.

Kết hợp với điều kiện $m < -\dfrac{1}{2}$ suy ra $m = -7$.

Vậy có 3 giá trị m thỏa mãn.

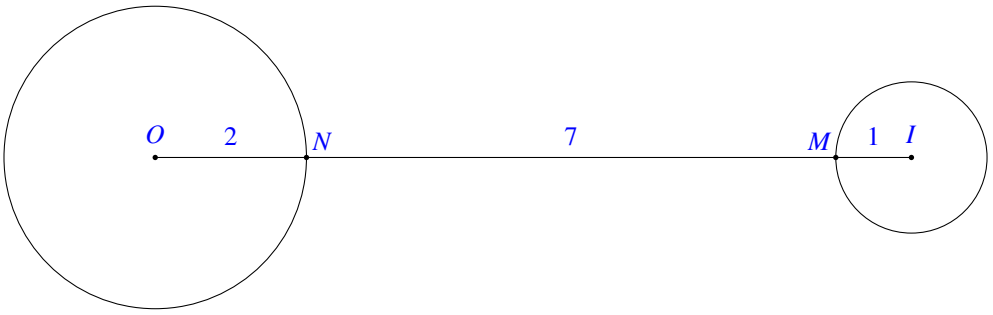
Chọn đáp án B

Câu 44. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\overline{w}-6-8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{221}}{5}$. B $\sqrt{5}$. C 3. D $\dfrac{\sqrt{29}}{5}$.

Lời giải.

Cách 1 Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z-6-8i$ và $-i\overline{w}$.
Ta có $|z|=1 \Leftrightarrow |(z-6-8i)+(6+8i)|=1 \Leftrightarrow MI=1$ với $I(-6;-8)$.
Suy ra tập hợp điểm M là đường tròn (T_1) tâm $I(-6;-8)$ và bán kính $R_1=1$.
Ta có $|-i\overline{w}|=|-i|\cdot|\overline{w}|=2$.
Suy ra tập hợp điểm N là đường tròn (T_2) tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R_2=2$.
Ta có $P=|z+i\overline{w}-6-8i|=MN$.
Suy ra $\min P=OI-R_1-R_2=10-1-2=7$ (do (T_1) và (T_2) rời nhau).

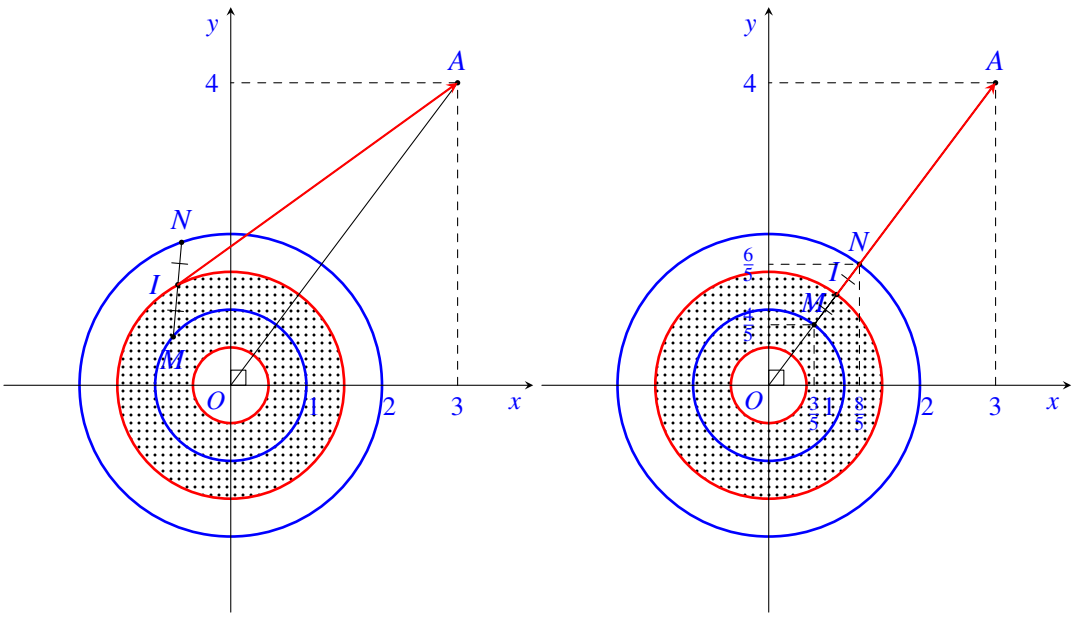


$|z+i\overline{w}-6-8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $\begin{cases}\overrightarrow{OM}=\dfrac{9}{10}\overrightarrow{OI}\\ \overrightarrow{ON}=\dfrac{1}{5}\overrightarrow{OI}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}M\left(-\dfrac{27}{5};-\dfrac{36}{5}\right)\\ N\left(-\dfrac{6}{5};-\dfrac{8}{5}\right).\end{cases}$

Khi đó $\begin{cases}z-6-8i=-\dfrac{27}{5}-\dfrac{36}{5}i\\ -i\overline{w}=-\dfrac{6}{5}-\dfrac{8}{5}i\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}z=\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}i\\ w=\dfrac{8}{5}+\dfrac{6}{5}i.\end{cases}$

Vậy $|z-w|=\left|-1-\dfrac{2}{5}i\right|=\dfrac{\sqrt{29}}{5}$.

Cách 2 Ta có $|w|=2 \Rightarrow |i\overline{w}|=2$.
Gọi M,N là điểm biểu diễn của các số phức $z, i\overline{w}$ và $A(3;4)$.
Khi đó $|z+i\overline{w}-6-8i|=|\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}-2\overrightarrow{OA}|=2AI$, với I là trung điểm MN.
Do M,N thuộc hai đường tròn tâm O, bán kính 1 và 2 nên I thuộc hình vành tròn được giới hạn bởi hai đường tròn bán kính $\dfrac{1}{2}$ và $\dfrac{3}{2}$.



Suy ra AI nhỏ nhất $\Leftrightarrow 0,M,N,A$ thẳng hàng.

Khi đó $M\left(\frac{3}{5};\frac{4}{5}\right), N\left(\frac{6}{5};\frac{8}{5}\right) \Rightarrow \begin{cases} z=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i \\ iw=\frac{8}{5}+\frac{6}{5}i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i \\ w=\frac{8}{5}+\frac{6}{5}i. \end{cases}$

Vậy $|z-w|=\left|-1-\frac{2}{5}i\right|=\frac{\sqrt{29}}{5}$.

Chọn đáp án D □

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \frac{x}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y+z-4=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

A $\frac{x}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+2}{-4}$.

B $\frac{x}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+2}{1}$.

C $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-4}$.

D $\frac{x}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{1}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(1;2;1)$.

Gọi M là giao điểm của $d\colon \begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=2-t \end{cases}$ và (P).

Do $M\in d \Rightarrow M(m;m+1;-m+2)$.

Mặt khác $M\in(P) \Leftrightarrow m+2(m+1)+(-m+2)-4=0 \Leftrightarrow m=0$.

Suy ra $M(0;1;2)$.

Lấy $N(1;2;1)\in d$, gọi Δ là đường thẳng qua N và vuông góc với (P).

Suy ra đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta=\vec{n}_{(P)}=(1;2;1)$.

Do đó phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t. \end{cases}$

Gọi H là giao điểm Δ và (P).
Do $H \in d \Rightarrow M(1+h;2+2h;1+h)$.
Mặt khác $H \in (P) \Leftrightarrow 1+h+2(2+2h)+(1+h)-4=0 \Leftrightarrow 6h+2=0 \Leftrightarrow h=-\dfrac{1}{3}$.
Suy ra $H\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.
Ta có $\overrightarrow{MH}=\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3}\right)$.
Gọi d' hình chiếu vuông góc của d trên (P).
Suy ra đường thẳng d' qua $M(0;1;2)$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{d'}=3\overrightarrow{MH}=(2;1;-4)$.
Vậy phương trình hình chiếu vuông góc d' của d trên (P) là: $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-4}$.

Chọn đáp án C □

Câu 46. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -3 và 6. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A $2\ln 3$. B $\ln 3$. C $\ln 18$. D $2\ln 2$.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$.
Ta có $g'(x)=f'(x)+f''(x)+f'''(x)=f'(x)+f''(x)+6$.
Theo giả thiết ta có phương trình $g'(x)=0$ có hai nghiệm m, n $(n<m)$ và $\begin{cases}g(m)=-3\\g(n)=6.\end{cases}$
Xét phương trình $\dfrac{f(x)}{g(x)+6}=1 \Rightarrow g(x)+6-f(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)+f''(x)+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=m\\x=n.\end{array}\right.$
Diện tích hình phẳng cần tính là

$$\begin{aligned}S &= \left|\int_m^n\left(1-\frac{f(x)}{g(x)+6}\right)\mathrm{d}x\right| = \left|\int_m^n\frac{g(x)+6-f(x)}{g(x)+6}\mathrm{d}x\right|\\ &= \left|\int_m^n\frac{f'(x)+f''(x)+6}{g(x)+6}\mathrm{d}x\right| = \left|\int_m^n\frac{g'(x)}{g(x)+6}\mathrm{d}x\right|\\ &= \left|\ln|g(x)+6|\Big|_m^n\right| = |\ln|g(n)+6|-\ln|g(m)+6|| = |\ln 12-\ln 3| = \ln 4 = 2\ln 2.\end{aligned}$$

Chọn đáp án D □

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\dfrac{1}{3};3\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy)\cdot 27^{9x}$?

A 27. B 9. C 11. D 12.

Lời giải.

Ta có $27^{3x^2+xy}=(1+xy)\cdot 27^{9x}\Leftrightarrow 3x^2+xy=\log_{27}(1+xy)+9x\Leftrightarrow 3x^2-9x-1=\log_{27}t-t$, với $t=1+xy>0$.

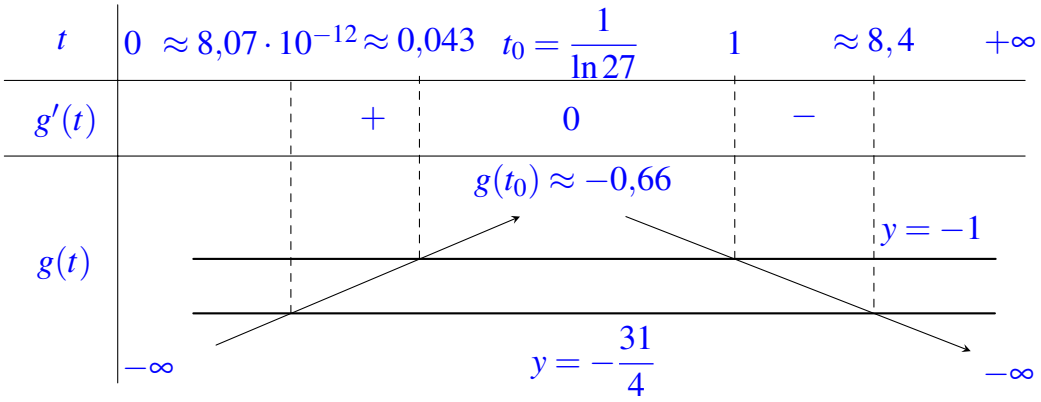
Xét hàm số $f(x)=3x^2-9x-1$.

Ta có $-\dfrac{31}{4}\le f(x)<-1,\quad \forall x\in\left(\dfrac{1}{3};3\right)$.

Xét hàm số $g(t)=\log_{27}t-t$, $t>0$.

$g'(t)=\dfrac{1}{t\ln 27}-1$; $g'(t)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{\ln 27}$.

Bảng biến thiên



Ta có $-\dfrac{31}{4}\le f(x)<-1,\forall x\in\left(\dfrac{1}{3};3\right)$.

Suy ra

$$-\frac{31}{4}\le g(t)<-1\Leftrightarrow\begin{bmatrix}t\in\left(\approx 8,07\cdot 10^{-12};\approx 0,04\right)\\ t\in(1;\approx 8,4)\end{bmatrix}\text{ hay }\begin{bmatrix}\approx 8,07\cdot 10^{-12}<1+xy<\approx 0,04\\ 1<1+xy<\approx 8,4\end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow\begin{bmatrix}\approx\dfrac{-1+8,07\cdot 10^{-12}}{x}<y<\approx\dfrac{-1+0,04}{x}\\ 0<y<\approx\dfrac{7,4}{x}\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}-3<y<-\dfrac{1}{3},\quad \left(x\in\left(\dfrac{1}{3};3\right),y\text{ nguyên}\right)\\ 0<y\le 22\end{bmatrix}.$$

Nhận thấy $y=-2$; $y=-1$ thỏa mãn đề.

Với $0<y\le 22$, ta có (1) $\Leftrightarrow 3x^2-9x-1-\log_{27}(1+xy)+(1+xy)=0$.

Nhập hàm, thay các giá trị nguyên của y, kiểm tra nghiệm $x\in\left(\dfrac{1}{3};3\right)$ dẫn đến chọn $1\le y\le 9$.

(Chú ý hàm số $f(t)-t$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$ nên $\forall y\ge 10$, ta có

$$3x^2-9x-1-\log_{27}(1+xy)+(1+xy)\le 3x^2-9x-1-\log_{27}(1+10x)+(1+10x)<0,\quad \forall x\in\left(\frac{1}{3};3\right).$$

Do đó loại $y\ge 10$).

Vậy $y\in\{-2;-1;1;2;\ldots;9\}$ nên có 11 giá trị nguyên của y thỏa mãn đề.

Chọn đáp án C □

Câu 48. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30^0. Thể tích khối hộp chữ nhật bằng

(A) $6\sqrt{3}a^3$. (B) $\dfrac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. (C) $2\sqrt{3}a^3$. (D) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có $\begin{cases} (A'BD)\cap(ABCD)=BD \\ AO\perp BD \\ A'O\perp BD \end{cases}$,

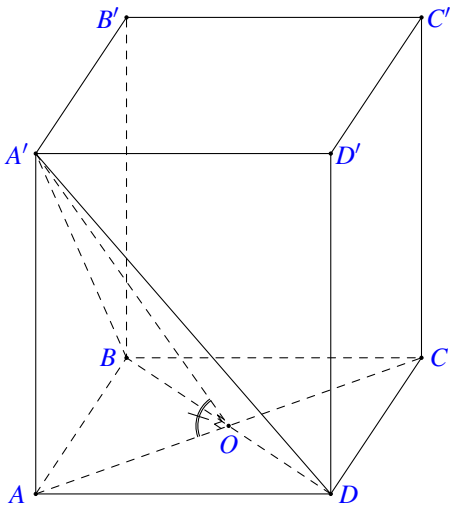
suy ra $((A'BD),(ABCD))=\widehat{A'OA}=30^0$.

Vì $BD=2a\Rightarrow AO=a$, $AB=a\sqrt{2}\Rightarrow S_{ABCD}=2a^2$.

Xét tam giác $A'OA$ vuông tại O, có

$\tan\widehat{A'OA}=\dfrac{AA'}{AO}\Rightarrow AA'=\tan\widehat{A'OA}\cdot AO=\tan 30^0\cdot a=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'}=S_{ABCD}\cdot AA'=2a^2\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{3}a=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

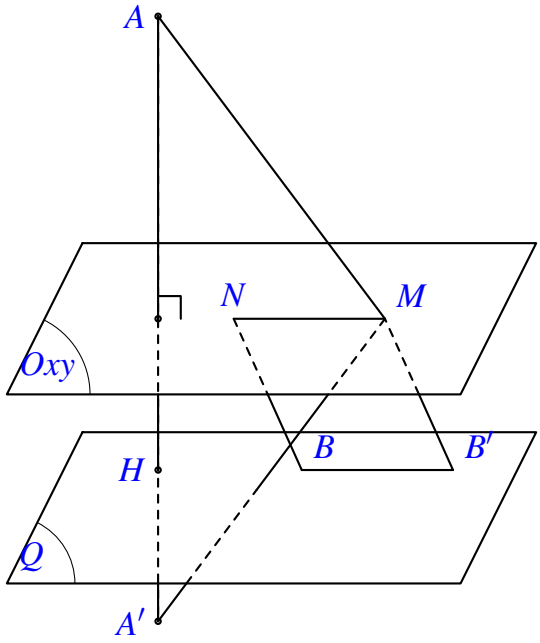


Chọn đáp án (D) □

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(1;-3;-4)$ và $B(-2;1;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=2$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

(A) $3\sqrt{5}$. (B) $\sqrt{61}$. (C) $\sqrt{13}$. (D) $\sqrt{53}$.

Lời giải.



Gọi A' đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy). Suy ra $A'(1;-3;4)$.
Dựng $\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{NM}$. Khi đó B' thuộc mặt phẳng (Q) qua B và song song (Oxy).
Phương trình $(Q):z=2$. Và $BB'=2$.
Suy ra B' thuộc đường tròn tâm B, bán kính $R=2$ trong (Q).
Ta có: $|AM-BN|=|A'M-MB'|\le A'B'$. Trong đó A', B' cùng phía so với (Oxy).
Gọi H là hình chiếu của A' trên (Q). Suy ra $H(1;-3;2)$.
Suy ra $A'H=2$; $HB'\le HB+BB'=5+2=7$.
Khi đó $A'B'=\sqrt{A'H^2+HB'}\le\sqrt{4+49}=\sqrt{53}$. Dấu bằng xảy ra khi B nằm giữa B' và H và $M=A'B'\cap(Oxy)$ và $\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{NM}$.
Vậy giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng $\sqrt{53}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-7)\left(x^2-9\right),\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

(A) 6. (B) 7. (C) 5. (D) 4.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=(x-7)(x-3)(x+3)\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=7\\x=3\\x=-3.\end{array}\right.$

Ta có $g'(x)=\dfrac{x^3+5x}{\left|x^3+5x\right|}\cdot\left(3x^2+5\right)f'\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)=\dfrac{x\left(x^2+5\right)}{\left|x^3+5x\right|}\cdot\left(3x^2+5\right)f'\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)$.
Khi đó $g'(x)=0\Leftrightarrow f'\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)=0$.
Đạo hàm không xác định tại $x=0$. Do đó điều kiện để $g(x)$ có ít nhất 3 điểm cực trị là phương

trình $f'\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)=0$ có ít nhất hai nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ khác 0.

$$f'\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left|x^3+5x\right|+m=7\\ \left|x^3+5x\right|+m=3\\ \left|x^3+5x\right|+m=-3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left|x^3+5x\right|-7=-m\\ \left|x^3+5x\right|-3=-m\\ \left|x^3+5x\right|+3=-m\end{array}\right.$$

Suy ra phương trình $f'\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)=0$ có ít nhất hai nghiệm bội lẻ khác $0 \Leftrightarrow -m>-7 \Leftrightarrow m<7$.
Vậy có tất cả 6 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Chọn đáp án A □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 70

1. A	2. C	3. B	4. D	5. D	6. A	7. D	8. D	9. A	10. C
11. C	12. A	13. C	14. A	15. C	16. B	17. C	18. A	19. B	20. A
21. B	22. D	23. B	24. A	25. B	26. C	27. B	28. B	29. B	30. A
31. C	32. D	33. B	34. B	35. A	36. C	37. A	38. A	39. A	40. C
41. D	42. D	43. B	44. D	45. C	46. D	47. C	48. D	49. D	50. A

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021
Môn: TOÁN, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 102
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{4}}$ là

(A) $y'=\frac{4}{9}x^{\frac{9}{4}}$. (B) $y'=\frac{4}{5}x^{\frac{1}{4}}$. **C** $y'=\frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$. (D) $y'=\frac{5}{4}x^{-\frac{1}{4}}$.

Lời giải.

Công thức đạo hàm của hàm số lũy thừa là $(x^{\alpha})'=\alpha x^{\alpha-1}$.
Do đó $y'=\frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $\frac{3}{2}a^3$. (B) $3a^3$. (C) $\frac{1}{3}a^3$. **D** a^3.

Lời giải.

Ta có thể tích của khối chóp là $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}\cdot 3a^2\cdot a=a^3$.

Chọn đáp án D □

Câu 3. Nếu $\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x=6$ và $\int_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x=-5$ thì $\int_1^4 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -1. (B) -11. (C) 1. **D** 11.

Lời giải.

Ta có $\int_1^4 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x=\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x-\int_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x=6-(-5)=11$.

Chọn đáp án D □

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y=7^x$ là

(A) $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. (B) $[0;+\infty)$. (C) $(0;+\infty)$. **D** $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $y=7^x$ là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-5	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A 3. B -1. C -5. D 1.

Lời giải.

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 3.

Chọn đáp án A □

Câu 6. Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A $S=4\pi R^2$. B $S=16\pi R^2$. C $S=\dfrac{4}{3}\pi R^2$. D $S=\pi R^2$.

Lời giải.

Công thức diện tích mặt cầu bán kính R là $S=4\pi R^2$.

Chọn đáp án A □

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$. Phương trình của d là

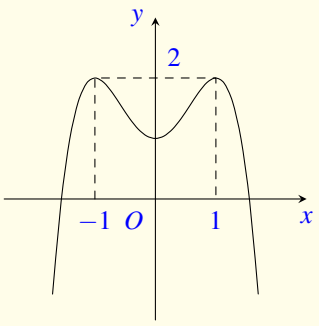
A $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=-1-3t \end{cases}$. B $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1+3t \end{cases}$. C $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1-3t \end{cases}$. D $\begin{cases} x=5+2t \\ y=2+2t \\ z=-3+t \end{cases}$.

Lời giải.

Phương trình của d đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(5;2;-3)$ là $\begin{cases} x=2+5t \\ y=2+2t \\ z=1-3t \end{cases}$.

Chọn đáp án C □

Câu 8.
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



(A) $(-1;1)$. (B) $(-\infty;0)$. (C) $(0;1)$. (D) $(0;+\infty)$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên $(0;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 9. Với n là số nguyên dương bất kì, $n\geq 5$, công thức nào dưới đây đúng?

(A) $\mathrm{A}_n^5=\dfrac{n!}{5!(n-5)!}$. (B) $\mathrm{A}_n^5=\dfrac{5!}{(n-5)!}$. (C) $\mathrm{A}_n^5=\dfrac{n!}{(n-5)!}$. (D) $\mathrm{A}_n^5=\dfrac{(n-5)!}{n!}$.

Lời giải.

Theo công thức chỉnh hợp ta có $\mathrm{A}_n^5=\dfrac{n!}{(n-5)!}$.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Thể tích của khối lập phương cạnh $4a$ bằng

(A) $64a^3$. (B) $32a^3$. (C) $16a^3$. (D) $8a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối lập phương cạnh $4a$ là $V=(4a)^3=64a^3$.

Chọn đáp án A □

Câu 11. Cho hàm số $f(x)=x^2+3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^2+3x+C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+3x+C$.

(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^3+3x+C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=2x+C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+3x+C$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm $M(-3;2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

A $z_3 = 3-2i$. B $z_4 = 3+2i$. C $z_1 = -3-2i$. D $z_2 = -3+2i$.

Lời giải.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm $M(-3;2)$ biểu diễn cho số phức $z_2 = -3+2i$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon -2x+5y+z-3=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A $\vec{n}_2 = (-2;5;1)$. B $\vec{n}_1 = (2;5;1)$. C $\vec{n}_4 = (2;5;-1)$. D $\vec{n}_3 = (2;-5;1)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_2 = (-2;5;1)$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-1;3)$. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{OA}$ là

A $(-4;1;3)$. B $(4;-1;3)$. C $(-4;1;-3)$. D $(4;1;3)$.

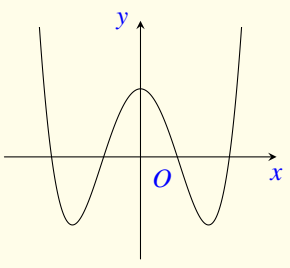
Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA} = (4;-1;3)$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 15.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A $y = x^3 - 3x + 1$. B $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$.

C $y = -x^3 + 3x + 1$. D $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là đồ thị hàm trùng phương và có hệ số $a > 0$.
Suy ra chọn phương án "$y = 2x^4 - 4x^2 + 1$".

Chọn đáp án D ☐

Câu 16. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

(A) 9. (B) -9. (C) $\frac{1}{4}$. (D) 4.

Lời giải.

Công bội của cấp số nhân đã cho là $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{12}{3} = 4$.

Chọn đáp án D □

Câu 17. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng

(A) -3. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $-\frac{1}{3}$. (D) 3.

Lời giải.

Ta có $\log_a \sqrt[3]{a} = \log_a a^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 18. Đồ thị của hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

(A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

Lời giải.

Ta có $x = 0 \Rightarrow y = 3$.
Vậy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.

Chọn đáp án D □

Câu 19. Cho hai số phức $z = 5 + 2i$ và $w = 1 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

(A) $6 + 2i$. (B) $4 + 6i$. (C) $6 - 2i$. (D) $-4 - 6i$.

Lời giải.

Ta có $z + w = 5 + 2i + 1 - 4i = (5 + 1) + (2 - 4)i = 6 - 2i$.

Chọn đáp án C □

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = e^x + 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\,dx = e^{x-1} + C$. (B) $\int f(x)\,dx = e^x - x + C$..

C $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + x + C$. **D** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int (\mathrm{e}^x + 1)\,\mathrm{d}x = \int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x + \int 1\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + x + C$.

Chọn đáp án C □

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A 5. **B** 3. **C** 2. **D** 4.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm ta thấy đạo hàm đổi dấu qua các điểm $-3, -2, 3, 5$.
Vậy hàm số có 4 điểm cực trị.

Chọn đáp án D □

Câu 22. Nếu $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ thì $\int_0^3 2f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 3. **B** 18. **C** 2. **D** 6.

Lời giải.

Ta có $\int_0^3 2f(x)\,\mathrm{d}x = 2\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 2 \cdot 3 = 6$.

Chọn đáp án D □

Câu 23. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A $x = -1$. **B** $x = -2$. **C** $x = 2$. **D** $x = 1$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}\backslash\{2\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^-} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 2^+} y=+\infty$.
Vậy đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án C □

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

A $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$. B $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$.
C $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$. D $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R thành $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.
Vậy phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính bằng 2 là $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$.

Chọn đáp án D □

Câu 25. Phần thực của số phức $z=6-2i$ bằng

A -2. B 2. C 6. D -6.

Lời giải.

Phần thực của số phức $z=6-2i$ bằng 6.

Chọn đáp án C □

Câu 26. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x<5$ là

A $(-\infty;\log_2 5)$. B $(\log_2 5;+\infty)$. C $(-\infty;\log_5 2)$. D $(\log_5 2;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $2^x<5\Leftrightarrow x<\log_2 5\Rightarrow S=(-\infty;\log_2 5)$.

Chọn đáp án A □

Câu 27. Nghiệm của phương trình $\log_5(3x)=2$ là

A 25. B $\dfrac{32}{3}$. C 32. D $\dfrac{25}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\log_5(3x)=2\Leftrightarrow\begin{cases}3x>0\\3x=5^2\end{cases}\Leftrightarrow 3x=5^2\Leftrightarrow x=\dfrac{25}{3}$.

Chọn đáp án D □

Câu 28. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

(A) 16π. (B) 48π. (C) 36π. (D) 12π.

Lời giải.

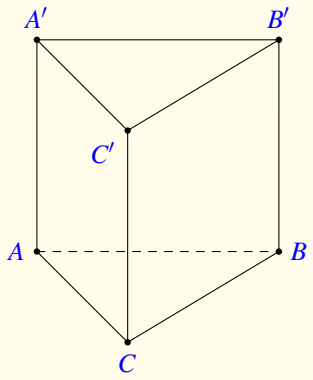
Ta có $V=\pi r^2 h=\pi\cdot 4^2\cdot 3=48\pi$.

Chọn đáp án B □

Câu 29.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng

(A) 90°. (B) 45°. (C) 30°. (D) 60°.

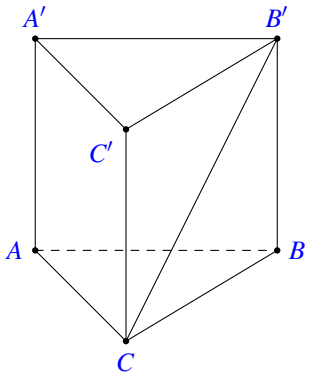


Lời giải.

Ta có $(\widehat{AA';B'C})=(\widehat{BB';B'C})=\widehat{BB'C}$.

Ta lại có $\triangle BB'C$ vuông cân tại B nên $\widehat{BB'C}=45^\circ$.

Vậy $(\widehat{AA';B'C})=45^\circ$.



Chọn đáp án B □

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

(A) $2x+y+2z-11=0$.. (B) $2x+y+2z-2=0$.

(C) $2x+y+4z-4=0$. (D) $2x+y+4z-17=0$..

Lời giải.

Mặt phẳng đi qua điểm $A(0;0;1)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(2;1;2)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình

$$2(x-0)+(y-0)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y+2z-2=0.$$

Chọn đáp án B ☐

Câu 31. Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A $\frac{1}{6}$. B $\frac{1}{30}$. C $\frac{3}{5}$. D $\frac{2}{5}$.

Lời giải.

Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả từ 10 quả bóng có $n(\Omega)=\mathrm{C}_{10}^{3}=120$.
Gọi A là biến cố "Lấy được 3 quả mầu xanh". Khi đó $n(A)=\mathrm{C}_{6}^{3}=20$.
Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}=\dfrac{n(\Omega)}{n(A)}=\dfrac{20}{120}=\dfrac{1}{6}$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $iz=6+5i$. Số phức liên hợp của z là

A $\bar{z}=5-6i$. B $\bar{z}=-5+6i$. C $\bar{z}=5+6i$. D $\bar{z}=-5-6i$.

Lời giải.

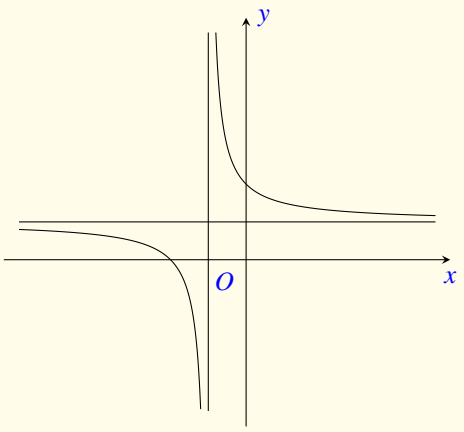
Ta có $iz=6+5i \Leftrightarrow z=\dfrac{6+5i}{i}=5-6i$. Vậy $\bar{z}=5+6i$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 33.

Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a\neq 1$) có đồ thị như bình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$. B $y'>0,\forall x\neq -1$.
C $y'<0,\forall x\neq -1$. D $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.



Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ nên loại phương án $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$ và $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.
Dạng đồ thị đi xuống thì $y'<0$ nên loại phương án $y'>0,\forall x\neq -1$.
Vậy $y'<0,\forall x\neq -1$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-1)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$.
(B) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+1}{2}$.
(C) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$.
(D) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-1}{2}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua $M(2;1;-1)$ và vuông với (P) nên có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=\vec{n}_P=(1;-3;2)$. Do đó d có phương trình là $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+1}{2}$.

Chọn đáp án B □

Câu 35. Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y=x^3-3x^2-1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

(A) $x=-2$. (B) $x=0$. (C) $x=-1$. (D) $x=1$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\notin[-2;1].\end{array}\right.$

Ta có $y(-2)=-21, y(0)=-1, y(1)=-3$.

Vậy $\max\limits_{[-2;1]} y=-1$ tại $x=0$.

Chọn đáp án B □

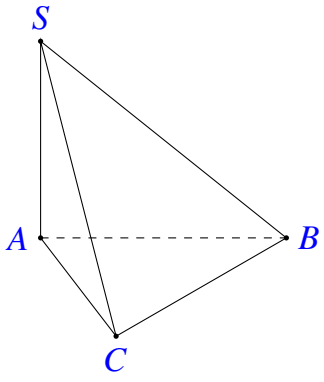
Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $AC=3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

(A) $\dfrac{3a}{2}$. (B) $\dfrac{3\sqrt{2}a}{2}$. (C) $3a$. (D) $3\sqrt{2}a$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases}BC\perp AC\\BC\perp SA\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAC)$.

Suy ra $\mathrm{d}(B,(SAC))=BC=AC=3a$.



Chọn đáp án C □

Câu 37. Nếu $\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ thì $\int\limits_0^2 (2f(x)-1)\,\mathrm{d}x$ bằng

A) 6. B) 4. C) 8. D) 5.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_0^2 [2f(x)-1]\,\mathrm{d}x = 2\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x - \int\limits_0^2 \mathrm{d}x = 2\cdot 3 - 2 = 4$.

Chọn đáp án B □

Câu 38. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 8$, khẳng định nào sau đây là đúng?

A) $a^3+b=64$. B) $a^3b=256$. C) $a^3b=64$. D) $a^3+b=256$.

Lời giải.

Ta có $\log_2 a^3 + \log_2 b = 8 \Leftrightarrow \log_2 a^3 b = 8 \Leftrightarrow a^3 b = 256$.

Chọn đáp án B □

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x^2}-9^x\right)[\log_2(x+30)-5] \le 0$?

A) 30. B) Vô số. C) 31. D) 29.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x > -30$.
Đặt $f(x) = \left(3^{x^2}-9^x\right)[\log_2(x+30)-5]$.

Xét phương trình $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^{x^2}=9^x \\ \log_2(x+30)=5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=2x \\ x+30=2^5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \text{ (nghiệm kép)}. \end{array}\right.$

Từ đó ta có bảng xét dấu

x	-30		0		2		$+\infty$
$f(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$+$	

Suy ra bất phương trình $f(x) \le 0$ có tập nghiệm $S = (-30;0] \cup \{2\}$.
Với $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-29;-28;\cdots;-1;0;2\}$.
Vậy có 31 số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x^2}-9^x\right)[\log_2(x+30)-5] \le 0$.

Chọn đáp án C □

Câu 40. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x-1 & \text{khi } x\geq 1\\ 3x^2-2 & \text{khi } x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

A 9. **B** 15. **C** 11. **D** 6.

Lời giải.

Ta có $F(x)=\begin{cases}x^2-x+C_1 & \text{khi } x\geq 1\\ x^3-2x+C_2 & \text{khi } x<1.\end{cases}$

Vì $F(x)$ có đạo hàm nên liên tục tại $x=1$ suy ra $\lim\limits_{x\to 1^+}F(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}F(x)=F(1)$.

Từ đó suy ra $C_1=C_2-1$. Kết hợp $F(0)=2$ suy ra $C_1=1$, $C_2=2$.

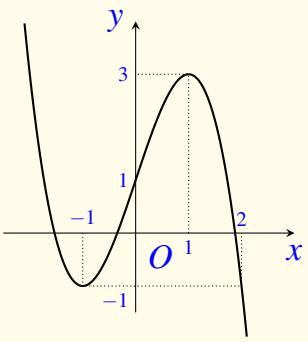
Suy ra $F(x)=\begin{cases}x^2-x+1 & \text{khi } x\geq 1\\ x^3-2x+2 & \text{khi } x<1.\end{cases}$

Do đó $F(-1)+2F(2)=3+2\cdot 3=9$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 41. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x))=1$ là

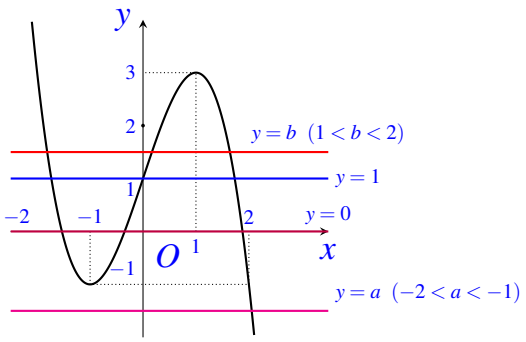
A 9. **B** 7. **C** 3. **D** 6.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta được

$$f(f(x))=1\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)=b & (1<b<2)\\ f(x)=0 & \\ f(x)=a & (-2<a<-1).\end{cases}$$



- Với $1<b<2$, phương trình $f(x)=b$ có 3 nghiệm phân biệt.
- Phương trình $f(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt.
- Với $-2<a<-1$, phương trình $f(x)=a$ có 1 nghiệm.

Vậy phương trình $f(f(x))=1$ có 7 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án B □

Câu 42. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\overline{w}+6+8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{29}}{5}$. B $\dfrac{\sqrt{221}}{5}$. C 3. D $\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $\left|z+i\overline{w}+6+8i\right| \geq \left|6+8i\right| - |z| - |i\overline{w}| = 10-1-2=7$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} z=-\dfrac{3}{5}-\dfrac{4}{5}i \\ iw=-\dfrac{6}{5}-\dfrac{8}{5}i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=-\dfrac{3}{5}-\dfrac{4}{5}i \\ w=\dfrac{8}{5}+\dfrac{6}{5}i. \end{cases}$

Khi đó $|z-w|=\dfrac{\sqrt{225}}{5}$.

Chọn đáp án B □

Câu 43. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -4 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A $\ln 2$. B $\ln 6$. C $3\ln 2$. D $2\ln 2$.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$.
Ta có $g'(x)=f'(x)+f''(x)+f'''(x)=f'(x)+f''(x)+6$.

Theo giả thiết ta có phương trình $g'(x)=0$ có hai nghiệm m, n $(n<m)$ và $\begin{cases} g(m)=-4 \\ g(n)=2. \end{cases}$

Xét phương trình $\dfrac{f(x)}{g(x)+6}=1 \Rightarrow g(x)+6-f(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)+f''(x)+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x=n. \end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$\begin{aligned} S &= \left|\int_m^n \left(1-\frac{f(x)}{g(x)+6}\right)\mathrm{d}x\right| = \left|\int_m^n \frac{g(x)+6-f(x)}{g(x)+6}\mathrm{d}x\right| \\ &= \left|\int_m^n \frac{f'(x)+f''(x)+6}{g(x)+6}\mathrm{d}x\right| = \left|\int_m^n \frac{g'(x)}{g(x)+6}\mathrm{d}x\right| \\ &= \left|\ln|g(x)+6|\Big|_m^n\right| = |\ln|g(n)+6|-\ln|g(m)+6|| = |\ln 8-\ln 2| = \ln 4 = 2\ln 2. \end{aligned}$$

Chọn đáp án D □

Câu 44. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30^0. Thể tích khối hộp chữ nhật bằng

(A) $\dfrac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. (B) $48\sqrt{3}a^3$. (C) $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}a^3$. (D) $16\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có $\begin{cases}(A'BD)\cap(ABCD)=BD\\ AO\perp BD\\ A'O\perp BD\end{cases}$,

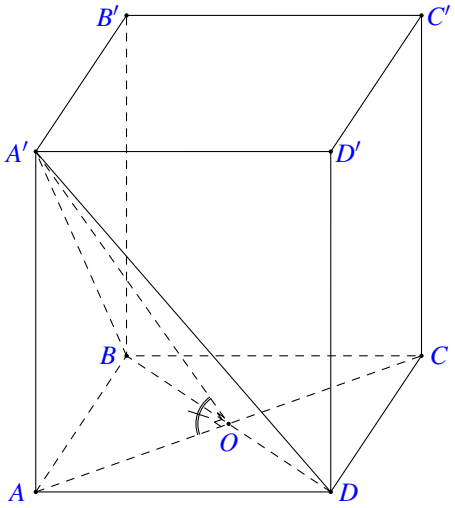
suy ra $((A'BD),(ABCD))=\widehat{A'OA}=30^0$.

Vì $BD=4a\Rightarrow AO=2a$, $AB=2a\sqrt{2}\Rightarrow S_{ABCD}=8a^2$.

Xét tam giác $A'OA$ vuông tại O, có $\tan\widehat{A'OA}=\dfrac{AA'}{AO}$

$\Rightarrow AA'=\tan\widehat{A'OA}\cdot AO=\tan 30^0\cdot 2a=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'}=S_{ABCD}\cdot AA'=8a^2\cdot\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}a^3$.



Chọn đáp án C □

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên y tồn tại sao cho $x\in\left(\dfrac{1}{3};4\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy)\,27^{12x}$?

(A) 14. (B) 27. (C) 12. (D) 5.

Lời giải.

★ **Trường hợp 1:** $y\le 0$, vì $xy>-1$ và $x>\dfrac{1}{3}$ nên ta có $y>-3$.

Ta có thể kiểm tra trực tiếp để xem xét có nhận $y=-2, y=-1, y=0$ hay không.

- Nếu $y=0$ phương trình trở thành $27^{3x^2-12x}=1\Leftrightarrow 3x^2-12x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\notin\left(\dfrac{1}{3};4\right)\\ x=4\notin\left(\dfrac{1}{3};4\right)\end{array}\right.$ (loại).
- Nếu $y=-1$ thỏa mãn.
- Nếu $y=-2$ thỏa mãn.

★ **Trường hợp 2:** Khi $y\ge 1$, ta có

$27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{12x}\Leftrightarrow 3x^2-12x=\log_{27}(1+xy)-xy\Leftrightarrow 3x-12-\dfrac{\log_{27}(1+xy)}{x}+y=0$

Xét hàm số $g(x)=3x-12-\dfrac{\log_{27}(1+xy)}{x}+y$ trên $\left[\dfrac{1}{3};4\right]$.

Ta có $g'(x)=3+\dfrac{\ln(1+xy)}{x^2\ln 27}-\dfrac{y}{x(1+xy)\ln 27}>3-\dfrac{1}{3x^2\ln 3}\geq 3-\dfrac{3}{\ln 3}>0$ với mọi $x\in\left[\dfrac{1}{3};4\right]$.

Do đó, hàm $g(x)$ đồng biến trên $\left[\dfrac{1}{3};4\right]$.Vì thế $g(x)=0$ có nghiệm trên $\left(\dfrac{1}{3};4\right)\Leftrightarrow g\left(\dfrac{1}{3}\right)\cdot g(4)<0$.

Áp dụng bất đẳng thức $\ln(1+u)<u$ với mọi $u>0$, ta có

$g(4)=\dfrac{-\ln(1+4y)}{18\ln 3}+y>\dfrac{-y}{3\ln 3}+y>0$.

Do đó $g\left(\dfrac{1}{3}\right)<0\Leftrightarrow-\log_3\left(1+\dfrac{y}{3}\right)+y-11<0\Leftrightarrow 1\leq y\leq 12$ (do y là số nguyên dương).

Vậy có 14 giá trị nguyên của y sao cho tồn tại $x\in\left(\dfrac{1}{3};4\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy)\,27^{12x}$.

Chọn đáp án A □

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-z+3=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

A $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z-1}{13}$.

B $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z-1}{1}$.

C $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{1}$.

D $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{13}$.

Lời giải.

$A(-1,0;1)\in(P)$ vì $2\cdot(-1)+0-1+3=0$.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Đường thẳng d đi qua $A(-1;0;1)$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;1;2)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;-1)$.

Ta có $\vec{v}=[\vec{u},\vec{n}]=(-3;5;-1)$ và $\vec{a}=[\vec{n},\vec{v}]=(4;5;13)$.

Δ là hình chiếu của d trên (P). Do giá của $\vec{v}$ vuông góc với d nên giá của $\vec{v}$ cũng vuông góc với Δ (định lí ba đường vuông góc).

Lại có giá của véc-tơ $\vec{n}$ vuông góc với Δ.

Hay Δ đi qua $A(-1;0;1)$ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{a}=(4;5;13)$

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta\colon\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z-1}{13}$.

Chọn đáp án A □

Câu 47. Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 60° ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A $\sqrt{7}\pi a^2$.

B $\sqrt{13}\pi a^2$.

C $2\sqrt{7}\pi a^2$.

D $2\sqrt{13}\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi O là tâm đường tròn đáy và thiết diện là $\triangle SAB$ đều cạnh $2a$.

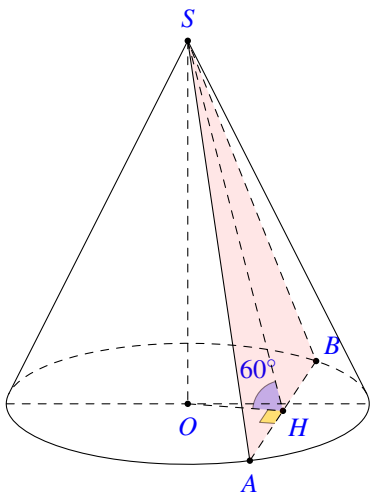
Gọi H là trung điểm AB. Ta có $SH = SA\dfrac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (OAB) là góc $\widehat{SHO}$, suy ra $\widehat{SHO} = 60^\circ$.

Trong $\triangle SHO$ có $\sin 60^\circ = \dfrac{SO}{SH}$, suy ra $SO = SH \sin 60^\circ = \dfrac{3a}{2}$.

Trong $\triangle SAO$ vuông tại O ta có $OA = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}$.

Vậy diện tích xung quanh của (N) là $S_{\text{xung quanh}} = \pi rl = \sqrt{7}\pi a^2$.



Chọn đáp án A

Câu 48. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 5$?

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 4.

Lời giải.

Ta có $\Delta' = 2m + 1$

- **TH1:** $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = -\dfrac{1}{2}$ thì $z_0 = \dfrac{1}{2}$, suy ra $m = -\dfrac{1}{2}$ (loại).
- **TH2:** $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < -\dfrac{1}{2}$ thì $z_0 = m + 1 + \sqrt{|2m+1|}i$ hoặc $z_0 = m + 1 - \sqrt{|2m+1|}i$.

  Theo đề bài $|z_0| = 5 \Rightarrow (m+1)^2 + (-2m-1) = 25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m = 5 & \text{(loại)} \\ m = -5 & \text{(nhận)} \end{array}\right.$
- **TH3:** $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -\dfrac{1}{2}$ thì phương trình có hai nghiệm thực phân biệt
  - Khi $z_0 = 5$: thế vào phương trình ta được $m^2 - 10m + 15 = 0 \Leftrightarrow m = 5 \pm \sqrt{10}$ (nhận).
  - Khi $z_0 = -5$: thế vào phương trình ta được $m^2 + 10m + 35 = 0$ vô nghiệm.

Vậy có 3 giá trị của m.

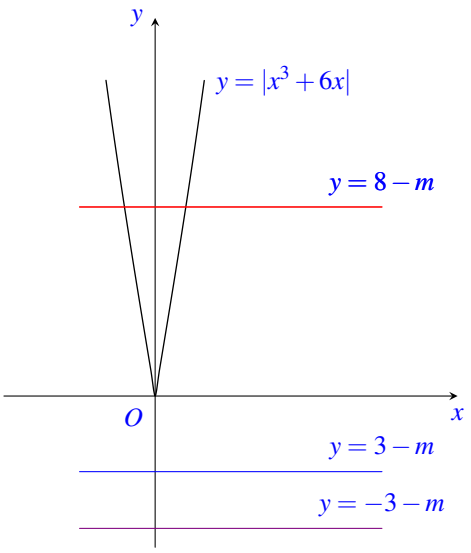
Chọn đáp án B

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-8)(x^2-9)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $f(|x^3 + 6x| + m)$ có ít nhất 3 cực trị?

(A) 5. (B) 7. (C) 8. (D) 6.

Lời giải.

Hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=0$ tại $x=8, x=\pm 3$.
Đặt $g(x)=f(|x^3+6x|+m)$.
Ta có
$g'(x)=\left[f(|x^3+6x|+m)\right]'$
$g'(x)=\dfrac{(3x^2+6)(x^3+6x)}{|x^3+6x|}\cdot f'\left(|x^3+6x|+m\right)\ (x\neq 0)$.
Với $x=0$ là 1 cực trị của $g(x)$.
Để $g(x)$ có ít nhất 3 cực trị thì $g'(x)$ phải có ít nhất 3 nghiệm bội lẻ hay $f'(|x^3+6x|+m)=0$ có ít nhất 2 nghiệm.

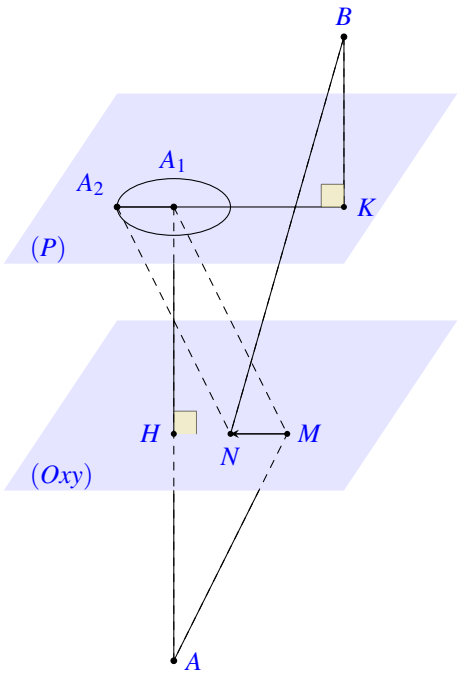


$$f'(|x^3+6x|+m)=0\Leftrightarrow\begin{cases}|x^3+6x|+m=-3.\\ |x^3+6x|+m=3.\\ |x^3+6x|+m=8.\end{cases}$$

Ta có đồ thị $u(x)=|x^3+6x|$ (với $m>0$).
Để $f'(|x^3+6x|+m)=0$ có ít nhất 2 nghiệm thì $8-m>0$ suy ra $m<8$ nên $m\in[1;7]$.
Vậy có 7 giá trị m.
Chọn đáp án (B) □

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2), B(-2;1;-3)$. Xét hai điểm M,N thay đổi trong mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=1$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng
(A) $\sqrt{17}$. (B) $\sqrt{41}$. (C) $\sqrt{37}$. (D) $\sqrt{61}$.

Lời giải.



Dễ thấy hai điểm A,B nằm khác phía so với mặt phẳng (Oxy).
Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy), khi đó ta có $H(1;-3;0)$.
Lấy điểm A_1 đối xứng với A qua mặt phẳng $(Oxy)\Rightarrow A_1=(1;-3;-2)$. Khi đó $A_1M=AM$.

Lấy điểm A_2 sao cho $\overrightarrow{A_1A_2} = \overrightarrow{MN}$. Tứ giác A_1A_2NM là hình bình hành nên $A_1M = A_2N$.
Do $MN = 1$ nên điểm N thuộc đường tròn (C) tâm M bán kính $R = MN = 1$ nằm trên mặt phẳng (Oxy) nên điểm A_2 thuộc vào đường tròn (C') tâm A_1 và bán kính $R' = R = 1$ và nằm trong mặt phẳng $z = -2$.
Ta có $|AM - BN| = |A_1M - BN = |A_2N - BN| \le A_2B$. Dấu bằng xảy ra khi $N = A_2B \cap (Oxy)$.
Dễ thấy $|AM - BN|$ đạt giá trị lớn nhất thì A_2B phải đạt giá trị lớn nhất.
Gọi K là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng $z = -2$, khi đó ta có $K(-2;1;-2)$ và $BK = 1, A_1K = 5$.
Tam giác BKA_2 vuông tại K nên ta có $A_2B = \sqrt{BK^2 + KA_2^2} = \sqrt{1 + KA_2^2}$.
Để A_2B phải đạt giá trị lớn nhất thì KA_2.
Mà $KA_2 \le A_1K + R' = 5 + 1 = 6 \Rightarrow A_2B \le \sqrt{1 + 6^2} = 37$.
Suy ra giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng $\sqrt{37}$, dấu bằng xảy ra khi $N = A_2B \cap (Oxy)$.

Chọn đáp án C □

— HẾT —

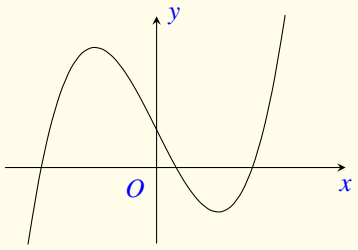
BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 71

1. C	2. D	3. D	4. D	5. A	6. A	7. C	8. C	9. C	10. A
11. B	12. D	13. A	14. B	15. D	16. D	17. B	18. D	19. C	20. C
21. D	22. D	23. C	24. D	25. C	26. A	27. D	28. B	29. B	30. B
31. A	32. C	33. C	34. B	35. B	36. C	37. B	38. B	39. C	40. A
41. B	42. B	43. D	44. C	45. A	46. A	47. A	48. B	49. B	50. C

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021
Môn: TOÁN, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 103
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1.
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



(A) $y=-x^3-2x+\dfrac{1}{2}$. (B) $y=x^3-2x+\dfrac{1}{2}$.
(C) $y=-x^4+2x^2+\dfrac{1}{2}$. (D) $y=x^4+2x^2+\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Dựa trên hình dạng đường cong đã cho, ta suy ra đường cong trên là đồ thị của hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$, với hệ số $a>0$.
Do đó đồ thị hàm số $y=x^3-2x+\dfrac{1}{2}$ có dạng như đường cong.

Chọn đáp án B □

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$, $u_2=15$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
(A) -12. (B) $\dfrac{1}{5}$. (C) 5. (D) 12.

Lời giải.

Ta có $u_2=u_1\cdot q \Leftrightarrow q=\dfrac{u_2}{u_1}=5$.

Chọn đáp án C □

Câu 3. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=7a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
(A) $\dfrac{7}{6}a^3$. (B) $\dfrac{7}{2}a^3$. (C) $\dfrac{7}{3}a^3$. (D) $7a^3$.

Lời giải.

Ta có thể tích khối chóp là $V=\dfrac{1}{3}Bh=\dfrac{1}{3}\cdot 7a^2\cdot a=\dfrac{7}{3}a^3$.

Chọn đáp án C □

Câu 4. Nếu $\displaystyle\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x=5$ và $\displaystyle\int_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x=-4$ thì $\displaystyle\int_1^4 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -1. (B) -9. (C) 1. (D) 9.

Lời giải.

Ta có $\int_1^4 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x = 5-(-4) = 9$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;1;2)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;4;-1)$. Phương trình của d là

(A) $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = 1+4t \\ z = 2-t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -3+2t \\ y = 1+4t \\ z = 2+t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = -3+2t \\ y = 1+4t \\ z = 2-t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 2-3t \\ y = 4+t \\ z = -1+2t \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua $M(-3;1;2)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;4;-1)$ có phương trình là $\begin{cases} x = -3+2t \\ y = 1+4t \\ z = 2-t. \end{cases}$

Chọn đáp án (C) □

Câu 6. Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

(A) $S = \pi R^2$. (B) $S = \frac{4}{3}\pi R^2$. (C) $S = 4\pi R^2$. (D) $S = 16\pi R^2$.

Lời giải.

Diện tích S của mặt cầu bán kính R là $S = 4\pi R^2$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-3=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

(A) $\vec{n}_3 = (1;2;2)$. (B) $\vec{n}_1 = (1;-2;2)$. (C) $\vec{n}_4 = (1;-2;-3)$. (D) $\vec{n}_2 = (1;2;-2)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_1 = (1;-2;2)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là

A $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$.
B $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.
C $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=3$.
D $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=3$.

Lời giải.

Mặt cầu có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kính bằng 3 có phương trình là

$$x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9.$$

Chọn đáp án A □

Câu 9. Cho hàm số $f(x)=x^2+1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^3+x+C$.
B $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+x+C$.
C $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^2+x+C$.
D $\int f(x)\,\mathrm{d}x=2x+C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int (x^2+1)\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+x+C$.

Chọn đáp án B □

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A 2.
B 3.
C 4.
D 5.

Lời giải.

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'(x)=0$ có 4 nghiệm và đổi dấu qua các nghiệm này nên hàm $y=f(x)$ có 4 điểm cực trị.

Chọn đáp án C □

Câu 11. Tập xác định của hàm số $y=6^x$ là

A $[0;+\infty)$.
B $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.
C $(0;+\infty)$.
D $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Hàm số mũ $y = a^x$ (với $a > 0$, $a \neq 1$) có tập xác định là $\mathbb{R}$.
Vậy tập xác định của hàm số $y = 6^x$ là $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án D

Câu 12. Nếu $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ thì $\int_0^3 3f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 6. B 2. C 18. D 3.

Lời giải.

Ta có $\int_0^3 3f(x)\,\mathrm{d}x = 3\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 3 \cdot 2 = 6$.

Chọn đáp án A

Câu 13. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2;3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A $z_3 = 2+3i$. B $z_4 = -2-3i$. C $z_1 = -2+3i$. D $z_2 = 2-3i$.

Lời giải.

Điểm $M(a;b)$ trong mặt phẳng tọa độ được gọi là điểm biểu diễn số phức $z = a+bi$.
Do đó điểm $M(-2;3)$ là điểm biểu diễn số phức $z = -2+3i$.

Chọn đáp án C

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x + 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + 3x + C$. B $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$.

C $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{x-3} + C$. D $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x - 3x + C$.

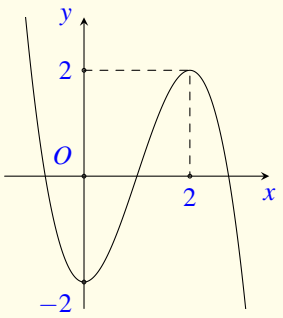
Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int (\mathrm{e}^x + 3)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + 3x + C$.

Chọn đáp án A

Câu 15.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào dưới đây?



(A) $(-\infty;2)$. (B) $(0;2)$. (C) $(-2;2)$. (D) $(2;+\infty)$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị suy ra hàm số đã cho đồng biến trong khoảng $(0;2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 16. Đồ thị hàm số $y=-x^3+2x^2-1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

(A) 3. (B) 1. (C) -1. (D) 0.

Lời giải.

Ta có $x=0\Rightarrow y=-1$.
Vậy đồ thị hàm số $y=-x^3+2x^2-1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1.

Chọn đáp án C □

Câu 17. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{4}{3}}$ là

(A) $y'=\frac{4}{3}x^{-\frac{1}{3}}$. (B) $y'=\frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$. (C) $y'=\frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}$. (D) $y'=\frac{3}{4}x^{\frac{1}{3}}$.

Lời giải.

Trên khoảng $(0;+\infty)$, ta có $y'=\frac{4}{3}x^{\frac{4}{3}-1}=\frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$.

Chọn đáp án B □

Câu 18. Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a\sqrt{a}$ bằng

(A) 2. (B) -2. (C) $-\frac{1}{2}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Với $a>0$ và $a\neq 1$, ta có $\log_a\sqrt{a}=\log_a a^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\log_a a=\frac{1}{2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-4)$. Tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{OA}$ là

(A) $(3;-2;-4)$. (B) $(-3;-2;4)$. (C) $(3;2;-4)$. (D) $(3;2;4)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA}=(3;2;-4)$.

Chọn đáp án C □

Câu 20. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x>3$ là

(A) $(\log_3 2;+\infty)$. (B) $(-\infty;\log_2 3)$. (C) $(-\infty;\log_3 2)$. (D) $(\log_2 3;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $2^x>3\Leftrightarrow x>\log_2 3$.

Chọn đáp án D □

Câu 21. Cho hai số phức $z=1+2i$ và $w=3-4i$. Số phức $z+w$ bằng

(A) $2-6i$. (B) $4+2i$. (C) $4-2i$. (D) $-2+6i$.

Lời giải.

Ta có $z+w=1+2i+3-4i=4-2i$.

Chọn đáp án C □

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

(A) 3. (B) 0. (C) 2. (D) 1.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 0.

Chọn đáp án B □

Câu 23. Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ bằng

(A) $27a^3$. (B) $3a^3$. (C) $9a^3$. (D) a^3.

Lời giải.

Ta có $V = (3a)^3 = 27a^3$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 24. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

(A) $x = 2$. (B) $x = 1$. (C) $x = -\dfrac{1}{2}$. (D) $x = -1$.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{2x+1}{x-1} = +\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{2x+1}{x-1} = -\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 25. Phần thực của số phức $z = 3 - 2i$ bằng

(A) 2. (B) -3. (C) 3. (D) -2.

Lời giải.

Phần thực của số phức $z = 3 - 2i$ bằng 3.

Chọn đáp án (C) □

Câu 26. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x) = 2$ là

(A) $x = \dfrac{9}{2}$. (B) $x = 9$. (C) $x = 4$. (D) $x = 8$.

Lời giải.

Ta có $\log_3(2x) = 2 \Leftrightarrow 2x = 3^2 \Leftrightarrow 2x = 9 \Leftrightarrow x = \dfrac{9}{2}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 27. Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 2$, công thức nào sau đây đúng?

(A) $\mathrm{A}_n^2 = \dfrac{(n-2)!}{n!}$. (B) $\mathrm{A}_n^2 = \dfrac{2!}{(n-2)!}$. (C) $\mathrm{A}_n^2 = \dfrac{n!}{2!(n-2)!}$. (D) $\mathrm{A}_n^2 = \dfrac{n!}{(n-2)!}$.

Lời giải.

Công thức đúng là $\mathrm{A}_n^2 = \dfrac{n!}{(n-2)!}$.

Chọn đáp án D

Câu 28. Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A 12π. B 18π. C 6π. D 4π.

Lời giải.

Ta có $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 12\pi$.

Chọn đáp án A

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, Cho điểm $M(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-3z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+1}{1}$. B $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+1}{-3}$.

C $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{1}$. D $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{-3}$.

Lời giải.

Đường thẳng cần tìm vuông góc với $(P)\colon 2x+y-3z+1=0$ nên nhận véc-tơ $\vec{n}_P = (2;1;-3)$ làm véc-tơ chỉ phương. Hơn nữa đường thẳng qua $M(1;2;-1)$ nên có phương trình chính tắc là

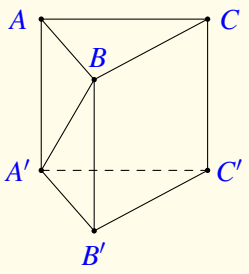
$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-3}.$$

Chọn đáp án B

Câu 30.

Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và CC' bằng

A $45°$. B $30°$. C $90°$. D $60°$.



Lời giải.

Ta có $(A'B, CC') = (A'B, BB') = \widehat{A'BB'}$.

Do $\triangle A'BB'$ vuông cân tại B' nên $\widehat{A'BB'} = 45°$.

Chọn đáp án A

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $iz=3+2i$. Số phức liên hợp của z là

A $\bar{z}=2+3i$. **B** $\bar{z}=-2-3i$. **C** $\bar{z}=-2+3i$. **D** $\bar{z}=2-3i$.

Lời giải.

Ta có $iz=3+2i \Leftrightarrow z=2-3i$. Nên $\bar{z}=2+3i$.

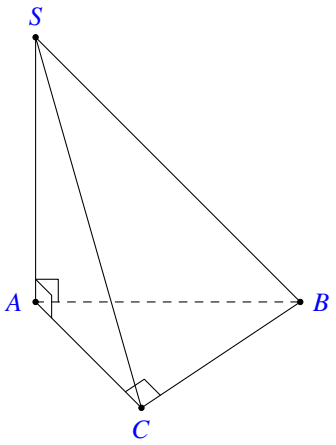
Chọn đáp án A □

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $AC=a$ và SA vuông góc với mặt đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A $\frac{1}{2}a$. **B** $\sqrt{2}a$. **C** $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. **D** a.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} SA\perp BC \\ AC\perp BC \end{cases} \Rightarrow BC\perp(SAC) \Rightarrow \mathrm{d}(B,(SAC))=BC=AC=a$.



Chọn đáp án D □

Câu 33. Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

A $\frac{1}{5}$. **B** $\frac{1}{6}$. **C** $\frac{2}{5}$. **D** $\frac{1}{30}$.

Lời giải.

Số cách lấy ngẫu nhiên 3 quả bóng từ 10 quả: C_{10}^3.
Số cách lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả bóng màu đỏ: C_4^3.

Vậy xác suất cần tính là: $P=\dfrac{C_4^3}{C_{10}^3}=\dfrac{1}{30}$.

Chọn đáp án D □

Câu 34. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 7$, khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $a^3 + b = 49$. (B) $a^3 b = 128$. (C) $a^3 + b = 128$. (D) $a^3 b = 49$.

Lời giải.

Ta có $\log_2 a^3 + \log_2 b = 7 \Leftrightarrow \log_2 \left(a^3 b\right) = 7 \Leftrightarrow a^3 b = 2^7 = 128$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(1;2;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

(A) $x+2y+2z-11=0$. (B) $x+2y+2z-2=0$.

(C) $x+2y+4z-4=0$. (D) $x+2y+4z-17=0$.

Lời giải.

Gọi mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB là (P). Suy ra một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{AB} = (1;2;2)$.
Phương trình mặt phẳng (P) là $x+2y+2(z-1)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z-2=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 36. Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

(A) $x=1$. (B) $x=0$. (C) $x=3$. (D) $x=2$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = -1$.
Ta có $y(0) = 4$, $y(1) = 2$ và $y(3) = 22$. Suy ra hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 37. Nếu $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 6$ thì $\displaystyle\int_0^2 [2f(x)-1]\,\mathrm{d}x$ bằng

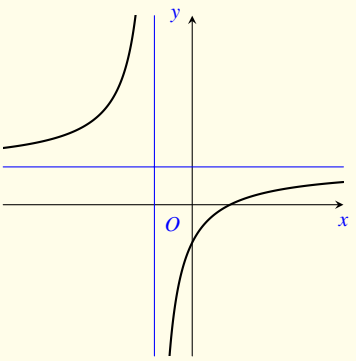
(A) 12. (B) 10. (C) 11. (D) 14.

Lời giải.

$$\int_0^2 [2f(x)-1]\,\mathrm{d}x = 2\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x - x\Big|_0^2 = 2\times 6 - 2 = 10.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 38. Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x-1}$, (a là số thực cho trước, $a\neq -1$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A $y'>0,\forall x\neq 1$.

B $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

C $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$.

D $y'<0,\forall x\neq 1$.

Lời giải.

Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.
Dựa vào đồ thị ta thấy hai nhánh của đồ thị đi lên từ trái sang phải nên hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng xác định.
Do đó $y'>0,\forall x\neq 1$.

Chọn đáp án A □

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_2(x+14)-4\right]\leq 0$?

A 14.

B 13.

C Vô số.

D 15.

Lời giải.

Bất phương trình $\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_2(x+14)-4\right]\leq 0$ có nghĩa khi $x>-14$.

Do đó $\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_2(x+14)-4\right]\leq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}\begin{cases}2^{x^2}\leq 4^x\\ \log_2(x+14)\geq 4\end{cases} & (1)\\ \begin{cases}2^{x^2}\geq 4^x\\ \log_2(x+14)\leq 4.\end{cases} & (2)\end{array}\right.$

- $(1)\Leftrightarrow\begin{cases}2^{x^2}\leq 2^{2x}\\ \log_2(x+14)\geq 4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2\leq 2x\\ x+14\geq 16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0\leq x\leq 2\\ x\geq 2\end{cases}\Leftrightarrow x=2.$
- $(2)\Leftrightarrow\begin{cases}2^{x^2}\geq 2^{2x}\\ \log_2(x+14)\leq 4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2\geq 2x\\ 0<x+14\leq 16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq 0 \text{ hay } x\geq 2\\ -14<x\leq 2\end{cases}\Leftrightarrow x\in\{-13,-12,\cdots,0,2\}.$

Vậy có 15 số nguyên x thỏa mãn $\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_2(x+14)-4\right]\leq 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 40. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+3 & \text{khi } x\geq 1\\ 3x^2+2 & \text{khi } x<1\end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

(A) 23. (B) 11. (C) 10. **D** 21.

Lời giải.

Ta có $F(x)=\begin{cases}x^2+3x+C_1 & \text{khi } x\geq 1\\ x^3+2x+C_2 & \text{khi } x<1.\end{cases}$

Vì $F(x)$ có đạo hàm nên liên tục tại $x=-1$ suy ra $\lim\limits_{x\to 1^+}F(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}F(x)=F(1)$.

Từ đó suy ra $C_1=C_2-1$.

Kết hợp $F(0)=2$ suy ra $C_2=2$, $C_1=1$.

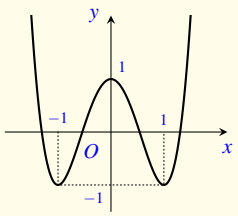
Suy ra $F(x)=\begin{cases}x^2+3x+1 & \text{khi } x\geq 1\\ x^3+2x+2 & \text{khi } x<1.\end{cases}$

Do đó $F(-1)+2F(2)=-1+2\cdot 11=21$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 41. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x))=0$ là

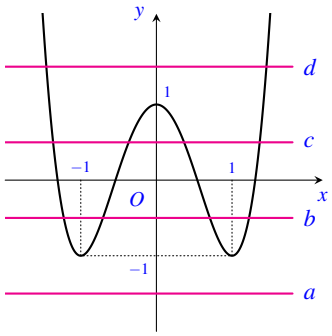
(A) 4. **B** 10. (C) 12. (D) 8.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta được

$$f(f(x))=0\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)=a & (a<-1)\\ f(x)=b & (-1<b<0)\\ f(x)=c & (0<c<1)\\ f(x)=d & (d>1).\end{cases}$$



- Với $a<-1$, phương trình $f(x)=a$ vô nghiệm.
- Với $-1<b<0$, phương trình $f(x)=b$ có 4 nghiệm phân biệt.
- Với $0<c<1$, phương trình $f(x)=c$ có 4 nghiệm phân biệt.
- Với $d>1$, phương trình $f(x)=d$ có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f(f(x))=0$ có 10 nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án (B) □

Câu 42. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $\left|z+i\overline{w}-6+8i\right|$ đạt giá trị

nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng

(A) 3. (B) $\dfrac{\sqrt{29}}{5}$. (C) $\sqrt{5}$. (D) $\dfrac{\sqrt{221}}{5}$.

Lời giải.

Theo bất đẳng thức mô-đun số phức, ta có
$\left|z+i\overline{w}\right| \le |z|+\left|i\overline{w}\right| = |z|+|w| = 3$.
Lại có
$\left|z+i\overline{w}-6+8i\right| = \left|(-6+8i)-[-(z+i\overline{w})]\right| \ge |-6+8i|-\left|-(z+i\overline{w})\right| = |-6+8i|-\left|z+i\overline{w}\right| \ge 10-3=7$.
Dấu bằng xảy ra, khi và chỉ khi $\begin{cases} z = ki\overline{w} \\ -6+8i = m(z+i\overline{w}) \end{cases}$, với $k>0, m<0$.
Lấy mô-đun hai vế, ta được $\begin{cases} |z| = k\cdot\left|i\overline{w}\right| \\ |-6+8i| = -m\left|z+i\overline{w}\right| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 2\cdot k \\ 10 = -m\cdot 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \dfrac{1}{2} \\ m = -\dfrac{10}{3}. \end{cases}$
Do đó suy ra $\begin{cases} z = \dfrac{3}{5}-\dfrac{4}{5}i \\ w = -\dfrac{8}{5}+\dfrac{6}{5}i. \end{cases}$
Vậy $|z-w| = \dfrac{\sqrt{221}}{5}$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng
$(P)\colon x+2y-z-6=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

(A) $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$. (B) $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+1}{1}$.
(C) $\dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-1}{7}$. (D) $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{4} = \dfrac{z+1}{7}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1;2;-1)$.
Gọi M là giao điểm của $d\colon \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \\ z = -1-2t \end{cases}$ và (P).
Do $M\in d \Rightarrow M(m+1;m+2;-2m-1)$.
Mặt khác $M\in(P) \Leftrightarrow m+1+2(m+2)-(-2m-1)-6=0 \Leftrightarrow m=0$.
Suy ra $M(1;2;-1)$.
Lấy $N(-1;0;3)\in d$, gọi Δ là đường thẳng qua N và vuông góc với (P).

Suy ra đường thẳng Δ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = \vec{n}_{(P)} = (1;2;-1)$.

Do đó phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = -1+t' \\ y = 2t' \\ z = 3-t'. \end{cases}$

Gọi H là giao điểm Δ và (P).

Do $H \in \Delta \Rightarrow H(h-1;2h;-h+3)$.

Mặt khác $H \in (P) \Leftrightarrow h-1+2\cdot 2h-(-h+3)-6=0 \Leftrightarrow 6h-10=0 \Leftrightarrow h=\dfrac{5}{3}$.

Suy ra $H\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{10}{3};\dfrac{4}{3}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{MH} = \left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{7}{3}\right)$.

Gọi d' hình chiếu vuông góc của d trên (P).

Suy ra đường thẳng d' qua $M(1;2;-1)$ có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_{d'} = 3\overrightarrow{MH} = (-1;4;7)$.

Vậy phương trình hình chiếu vuông góc d' của d trên (P) là: $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{4} = \dfrac{z+1}{7}$.

Chọn đáp án D □

Câu 44. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\dfrac{1}{3};5\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy} = (1+xy)\cdot 27^{15x}$?

A 17. B 16. C 18. D 15.

Lời giải.

- Ta có $27^{3x^2+xy} = (1+xy)\cdot 27^{15x} \Leftrightarrow 3x^2+xy = \log_{27}(1+xy)+15x$
  $\Leftrightarrow 3x^2-15x-1 = \log_{27} t - t$, với $t = 1+xy > 0$.
- Xét hàm số $f(x) = 3x^2-15x-1$.
  Ta có $-\dfrac{79}{4} \le f(x) < -1$, với $\forall x \in \left(\dfrac{1}{3};5\right)$.
- Xét hàm số $g(t) = \log_{27} t - t$, với $t > 0$.
  $g'(t) = \dfrac{1}{t\ln 27} - 1$; $g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{\ln 27}$.

t	0	$\approx 5{,}4\cdot 10^{-29}$	$\approx 0{,}04$	$t_0 = \dfrac{1}{\ln 27}$	1	$\approx 20{,}7$	$+\infty$
$g'(t)$			$+$	0	$-$		
$g(t)$	$-\infty$			$g(t_0) \approx -0{,}66$		$y=-1$	$-\infty$
				$y = -\dfrac{79}{4}$			

Ta có

$$\begin{aligned}
&-\frac{79}{4} \le f(x) < -1, \forall x \in \left(\frac{1}{3};5\right)\\
\Rightarrow &-\frac{79}{4} \le g(t) < -1\\
\Leftrightarrow &\left[\begin{array}{l} t \in \left(\approx 5{,}4\cdot 10^{-29};\approx 0{,}04\right)\\ t \in (1;\approx 20{,}7). \end{array}\right.\\
\Rightarrow &\left[\begin{array}{l} \approx 5{,}4\cdot 10^{-29} < 1+xy <\approx 0{,}04\\ 1 < 1+xy <\approx 20{,}7 \end{array}\right.\\
\Leftrightarrow &\left[\begin{array}{l} \approx \dfrac{-1+5{,}4\cdot 10^{-29}}{x} < y <\approx \dfrac{-1+0{,}04}{x}\\ 0 < y <\approx \dfrac{20{,}7}{x} \end{array}\right.\\
\Leftrightarrow &\left[\begin{array}{l} -3 < y < -\dfrac{1}{5}\\ 0 < y \le 62 \end{array}\right., \left(x \in \left(\frac{1}{3};5\right), y \in \mathbb{Z}\right).
\end{aligned}$$

- Nhận thấy $y=-2; y=-1$ thỏa mãn đề.

- Với $0 < y \le 62$, ta có $27^{3x^2+xy} = (1+xy)\cdot 27^{15x} \Leftrightarrow 3x^2 - 15x - \log_{27}(1+xy) + xy = 0$.
  Nhập hàm, thay các giá trị nguyên của y, kiểm tra nghiệm $x \in \left(\frac{1}{3};5\right)$ chọn $1 \le y \le 15$.
  (**Chú ý** hàm số $g(t) = \log_{27} t - t$ nghịch biến trong khoảng $\left(\frac{1}{\ln 27};+\infty\right)$ nên $\forall y \ge 16$, ta có

  $$3x^2 - 12x - 1 - \log_{27}(1+xy) + (1+xy) \le 3x^2 - 12x - 1 - \log_{27}(1+16x) + (1+16x) < 0,$$

  với $\forall x \in \left(\frac{1}{3};5\right)$. Suy ra loại những giá trị $16 \le y \le 62$.)

Vậy $y \in \{-2;-1;1;2;3;\ldots;11;15\}$ nên có 17 giá trị nguyên của y thỏa mãn đề.
Chọn đáp án (A) □

Câu 45. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60°. Thể tích khối hộp chữ nhật bằng

(A) $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. (B) $6\sqrt{3}a^3$. (C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. (D) $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có $\begin{cases} (A'BD)\cap(ABCD)=BD \\ AO\perp BD \\ A'O\perp BD \end{cases}$,

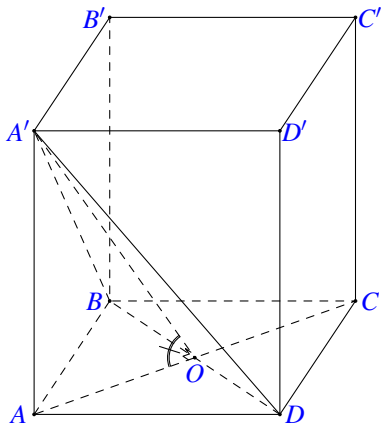
suy ra $\widehat{((A'BD),(ABCD))}=\widehat{A'OA}=60^\circ$.

Vì $BD=2a\Rightarrow AO=a$, $AB=a\sqrt{2}\Rightarrow S_{ABCD}=2a^2$.

Xét tam giác $A'OA$ vuông tại O, có

$\tan\widehat{A'OA}=\dfrac{AA'}{AO}\Rightarrow AA'=\tan\widehat{A'OA}\cdot AO=\tan 60^\circ\cdot a=\sqrt{3}a$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'}=S_{ABCD}\cdot AA'=2a^2\cdot\sqrt{3}a=2\sqrt{3}a^3$.



Chọn đáp án D

Câu 46. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A $2\ln 3$. B $\ln 2$. C $\ln 15$. D $3\ln 2$.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$.

Ta có $g'(x)=f'(x)+f''(x)+f'''(x)=f'(x)+f''(x)+6$.

Theo giả thiết ta có phương trình $g'(x)=0$ có hai nghiệm m, n $(n<m)$ và $\begin{cases} g(m)=-5 \\ g(n)=3. \end{cases}$

Xét phương trình $\dfrac{f(x)}{g(x)+6}=1\Rightarrow g(x)+6-f(x)=0\Leftrightarrow f'(x)+f''(x)+6=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x=n. \end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$\begin{aligned} S &= \left|\int_m^n\left(1-\frac{f(x)}{g(x)+6}\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\int_m^n\frac{g(x)+6-f(x)}{g(x)+6}\mathrm{d}x\right| \\ &= \left|\int_m^n\frac{f'(x)+f''(x)+6}{g(x)+6}\mathrm{d}x\right|=\left|\int_m^n\frac{g'(x)}{g(x)+6}\mathrm{d}x\right| \\ &= \left|\ln|g(x)+6|\right|_m^n=|\ln|g(n)+6|-\ln|g(m)+6||=|\ln 9-\ln 1|=2\ln 3. \end{aligned}$$

Chọn đáp án A

Câu 47. Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng 30° ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A $4\sqrt{7}\pi a^2$. B $8\sqrt{13}\pi a^2$. C $8\sqrt{13}\pi a^2$. D $4\sqrt{13}\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi O tâm đường tròn đáy với thiết diện là $\triangle SAB$ đều cạnh $4a$.

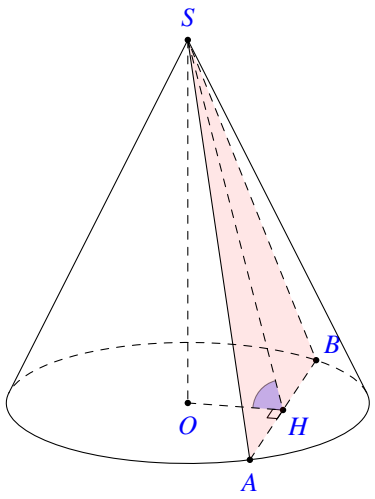
Gọi H là trung điểm AB. Ta có $SH = SA\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2a\sqrt{3}$.

Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (OAB) là góc $\widehat{SHO}$, suy ra $\widehat{SHO} = 30^\circ$.

Trong $\triangle SHO$ có $\sin 30^\circ = \dfrac{SO}{SH}$, suy ra $SO = SH \sin 30^\circ = \sqrt{3}a$.

Trong $\triangle SAO$ ta có $OA = \sqrt{SA^2 - OA^2} = a\sqrt{13}$.

Vậy diện tích xung quanh của (N) là $S_{\text{xung quanh}} = \pi rl = 4\pi\sqrt{13}a^2$.



Chọn đáp án D

Câu 48. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ với (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_o thỏa mãn $|z_o| = 8$?

A) 4. B) 3. C) 2. D) 1.

Lời giải.

phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (1) có $\Delta' = 2m + 1$.

★ **Trường hợp 1:** $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\dfrac{1}{2}$.

Phương trình (1) có nghiệm z_o thỏa mãn $|z_o| = 8$ suy ra $z_o = 8$ hay $z_= -8$.

Nếu $z_o = 8$ thì $64 - 16(m+1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 16m + 48 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = 12 \end{array}\right.$ (nhận).

Nếu $z_o = -8$ thì $64 + 16(m+1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 16m + 80 = 0$ vô nghiệm.

★ **Trường hợp 2:** $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < -\dfrac{1}{2}$ Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $z_o = z_1 = \bar{z}_2$. Suy ra $|z_o| = 8 \Leftrightarrow z_o \cdot \bar{z}_o = 64 \Leftrightarrow z_1 \cdot z_2 = 64 \Leftrightarrow m = \pm 8$.

Kết hợp với điều kiện $m < -\dfrac{1}{2}$ suy ra $m = -8$.

Vậy có 3 giá trị m thỏa mãn.

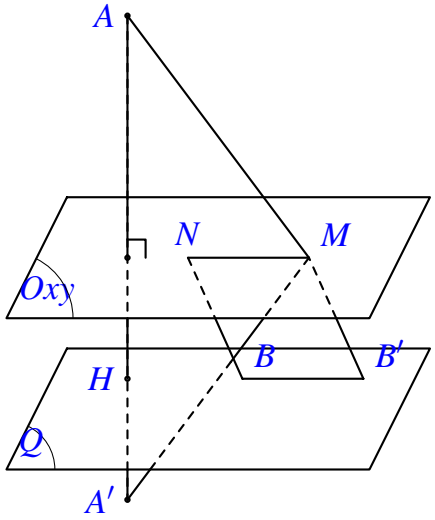
Chọn đáp án B

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, Cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(-2;1;4)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 2$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

A) $5\sqrt{2}$. B) $3\sqrt{13}$. C) $\sqrt{61}$. D) $\sqrt{85}$.

Lời giải.

Gọi A' đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy). Suy ra $A'(1;-3;-2)$.
Dựng $\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{NM}$. Khi đó B' thuộc mặt phẳng (Q) qua B và song song (Oxy).
Phương trình $(Q):z=4$. Và $BB'=4$.
Suy ra B' thuộc đường tròn tâm B, bán kính $R=2$ trong (Q).
Ta có: $|AM-BN|=|A'M-MB'|\le A'B'$. Trong đó A', B' cùng phía so với (Oxy).
Gọi H là hình chiếu của A' trên (Q). Suy ra $H(1;-3;4)$.
Suy ra $A'H=6$; $HB'\le HB+BB'=5+2=7$.
Khi đó $A'B'=\sqrt{A'H^2+HB'}\le\sqrt{36+49}=\sqrt{85}$. Dấu bằng xảy ra khi B nằm giữa B' và H và $M=A'B'\cap(Oxy)$ và $\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{NM}$.
Vậy giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng $\sqrt{85}$.



Chọn đáp án D □

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-10)\left(x^2-25\right),\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+8x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A 9. B 25. C 5. D 10.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=(x-10)(x-5)(x+5)\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=10\\x=5\\x=-5.\end{array}\right.$

Ta có $g'(x)=\dfrac{x^3+8x}{\left|x^3+8x\right|}\cdot\left(3x^2+8\right)f'\left(\left|x^3+8x\right|+m\right)=\dfrac{x\left(x^2+8\right)}{\left|x^3+8x\right|}\cdot\left(3x^2+8\right)f'\left(\left|x^3+8x\right|+m\right)$.
Khi đó $g'(x)=0\Leftrightarrow f'\left(\left|x^3+8x\right|+m\right)=0$.
Đạo hàm không xác định tại $x=0$. Do đó điều kiện để $g(x)$ có ít nhất 3 điểm cực trị là phương trình

$$f'\left(\left|x^3+8x\right|+m\right)=0$$

có ít nhất hai nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ khác 0.

$$f'\left(\left|x^3+8x\right|+m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^3+8x\right|+m=10\\\left|x^3+8x\right|+m=5\\\left|x^3+8x\right|+m=-5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^3+8x\right|-10=-m\\\left|x^3+8x\right|-5=-m\\\left|x^3+8x\right|+5=-m.\end{array}\right.$$

Suy ra phương trình $f'\left(\left|x^3+8x\right|+m\right)=0$ có ít nhất hai nghiệm bội lẻ khác $0\Leftrightarrow -m>-10\Leftrightarrow m<10$.
Vậy có tất cả 9 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Chọn đáp án A ☐

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 72

1. B	2. C	3. C	4. D	5. C	6. C	7. B	8. A	9. B	10. C
11. D	12. A	13. C	14. A	15. B	16. C	17. B	18. D	19. C	20. D
21. C	22. B	23. A	24. B	25. C	26. A	27. D	28. A	29. B	30. A
31. A	32. D	33. D	34. B	35. B	36. A	37. B	38. A	39. D	40. D
41. B	42. D	43. D	44. A	45. D	46. A	47. D	48. B	49. D	50. A

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021
Môn: TOÁN, ĐỢT 1- MÃ ĐỀ 104
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

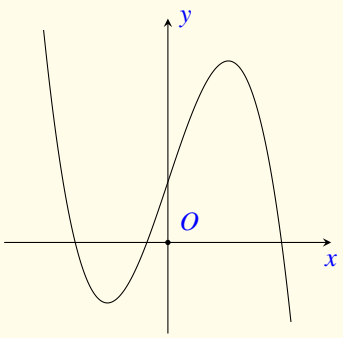
Câu 1. Cho hai số phức $z=3+2i$ và $w=1-4i$. Số phức $z+w$ bằng
(A) $4+2i$. (B) $4-2i$. (C) $-2-6i$. (D) $2+6i$.

Lời giải.

Ta có $z+w=(3+2i)+(1-4i)=4-2i$.

Chọn đáp án B □

Câu 2.
Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



(A) $y=x^3-3x+1$. (B) $y=x^4+4x^2+1$.
(C) $y=-x^3+3x+1$. (D) $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải.

Với các phương án đã cho, thì đường cong đã cho phải là đồ thị hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$.
Từ đồ thị ta thấy $\lim\limits_{x\to-\infty}\lim y=+\infty$ nên $a<0$.
Vậy đường cong đã cho là đồ thị hàm số $y=-x^3+3x+1$.

Chọn đáp án C □

Câu 3. Nếu $\int\limits_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x=4$ và $\int\limits_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x=-3$ thì $\int\limits_1^4 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng
(A) 1. (B) -7. (C) -1. (D) 7.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_1^4 [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x=\int\limits_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_1^4 g(x)\,\mathrm{d}x=4-(-3)=7$.

Chọn đáp án D □

Câu 4. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình

(A) $x=2$. (B) $x=-1$. (C) $x=-2$. (D) $x=1$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.
Vì $\lim\limits_{x\to(-2)^+} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng.

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

(A) $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=2$. (B) $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=4$.
(C) $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=4$. (D) $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=2$.

Lời giải.

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính bằng 2 nên có phương trình là

$$(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=4.$$

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x>5$ là

(A) $(-\infty;\log_2 5)$. (B) $(\log_5 2;+\infty)$. (C) $(-\infty;\log_5 2)$. (D) $(\log_2 5;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $2^x>5\Leftrightarrow x>\log_2 5$.
Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(\log_2 5;+\infty)$.

Chọn đáp án (D) ☐

Câu 7. Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

(A) a^3. (B) $2a^3$. (C) $8a^3$. (D) $4a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối lập phương đã cho là $V=(2a)^3=8a^3$.

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 8. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{3}}$ là

(A) $y'=\frac{3}{8}x^{\frac{8}{3}}$. (B) $y'=\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$. (C) $y'=\frac{5}{3}x^{-\frac{2}{3}}$. (D) $y'=\frac{3}{5}x^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải.

Ta có $y'=\frac{5}{3}x^{\frac{5}{3}-1}=\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\,(2;,-1;4)$. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{OA}$ là

(A) $(-2;1;4)$. (B) $(2;-1;4)$. (C) $(2;1;4)$. (D) $(-2;1;-4)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OA}=(2;-1;4)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 10. Nếu $\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ thì $\int\limits_0^3 4f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 3. (B) 12. (C) 36. (D) 4.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_0^3 4f(x)\,\mathrm{d}x=4\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=4\cdot 3=12$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=10$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

(A) -8. (B) 8. (C) 5. (D) $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Ta có $u_2=u_1\cdot q\Rightarrow q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{10}{2}=5$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 12. Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 3$, công thức nào dưới đây đúng?

(A) $\mathrm{A}_n^3 = \dfrac{(n-3)!}{n!}$. (B) $\mathrm{A}_n^3 = \dfrac{3!}{(n-3)!}$. (C) $\mathrm{A}_n^3 = \dfrac{n!}{(n-3)!}$. (D) $\mathrm{A}_n^3 = \dfrac{n!}{3!\,(n-3)!}$.

Lời giải.

Ta có $\mathrm{A}_n^3 = \dfrac{n!}{(n-3)!}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 2x + C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{3} + 2x + C$.

(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^2 + 2x + C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^3 + 2x + C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \left(x^2 + 2\right)\,\mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{2} + 2x + C$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	3	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) 0. (B) 3. (C) 1. (D) -1.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$ và giá trị cực tiểu $y = 1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x + 4y - z - 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

(A) $\vec{n}_1 = (2;-4;1)$. (B) $\vec{n}_2 = (2;4;1)$. (C) $\vec{n}_3 = (2;4;-1)$. (D) $\vec{n}_4 = (-2;4;-1)$.

Lời giải.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_3 = (2;4;-1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 16. Phần thực của số phức $z = 4 - 2i$ bằng

A 2. B -4. C 4. D -2.

Lời giải.

Phần thực của số phức $z = 4 - 2i$ bằng 4.

Chọn đáp án C □

Câu 17. Nghiệm của phương trình $\log_2(5x) = 3$ là

A $x = \dfrac{8}{5}$. B $x = \dfrac{9}{5}$. C $x = 8$. D $x = 9$.

Lời giải.

Phương trình $\log_2(5x) = 3 \Leftrightarrow 5x = 2^3 \Leftrightarrow x = \dfrac{8}{5}$.

Chọn đáp án A □

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y = 8^x$ là

A $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. B $\mathbb{R}$. C $[0;+\infty)$. D $(0;+\infty)$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số $y = 8^x$ là $\mathbb{R}$ vì hàm số mũ $y = a^x$ (với $a > 0$, $a \neq 1$) có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án B □

Câu 19. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[5]{a}$ bằng

A $\dfrac{1}{5}$. B $-\dfrac{1}{5}$. C 5. D -5.

Lời giải.

Với $a > 0$ và $a \neq 1$ ta có $\log_a \sqrt[5]{a} = \log_a a^{\frac{1}{5}} = \dfrac{1}{5}\log_a a = \dfrac{1}{5}$.

Chọn đáp án A □

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1;5;-2)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (3;-6;1)$. Phương trình của d là

(A) $\begin{cases} x=3+t \\ y=-6+5t \\ z=1-2t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=1+3t \\ y=5-6t \\ z=2+t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1+3t \\ y=5+6t \\ z=-2+t \end{cases}$. **D** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=5-6t \\ z=-2+t \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua $M(1;5;-2)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(3;-6;1)$ có phương trình là $\begin{cases} x=1+3t \\ y=5-6t \\ z=-2+t. \end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-4;3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

(A) $z_3=-4-3i$. (B) $z_4=4+3i$. (C) $z_2=4-3i$. **D** $z_1=-4+3i$.

Lời giải.

Điểm $M(a;b)$ trong mặt phẳng tọa độ được gọi là điểm biểu diễn số phức $z=a+bi$.
Do đó điểm $M(-4;3)$ là điểm biểu diễn số phức $z=-4+3i$.

Chọn đáp án D □

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 3. **B** 4. (C) 2. (D) 5.

Lời giải.

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'(x)=0$ có 4 nghiệm và đổi dấu qua các nghiệm này nên hàm số $y=f(x)$ có 4 điểm cực trị.

Chọn đáp án B □

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x+4$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+4x+C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$.

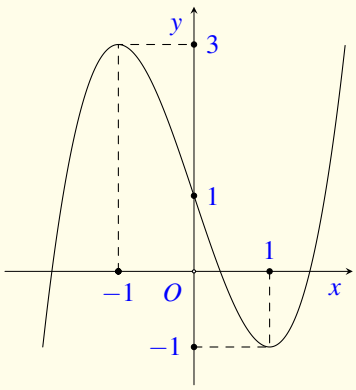
Ⓒ $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{x-4}+C$. Ⓓ $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{x}-4x+C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int (\mathrm{e}^{x}+4)\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{x}+4x+C$.

Chọn đáp án A □

Câu 24.
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A $(-1;1)$. Ⓑ $(1;+\infty)$. Ⓒ $(-\infty;1)$. Ⓓ $(0;3)$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$, ta thấy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 25. Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

Ⓐ $S=\pi R^2$. Ⓑ $S=16\pi R^2$. C $S=4\pi R^2$. Ⓓ $S=\dfrac{4}{3}\pi R^2$.

Lời giải.

Diện tích của mặt cầu bán kính R là $S=4\pi R^2$.

Chọn đáp án C □

Câu 26. Đồ thị của hàm số $y=-2x^3+3x^2-5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A -5. Ⓑ 0. Ⓒ -1. Ⓓ 2.

Lời giải.

Trục tung có phương trình $x=0$.
Thay $x=0$ vào phương trình $y=-2x^3+3x^2-5$, ta có $y=-5$.
Vậy đồ thị của hàm số $y=-2x^3+3x^2-5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -5.

Chọn đáp án A □

Câu 27. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 8a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

(A) $8a^3$. (B) $\frac{4}{3}a^3$. (C) $4a^3$. (D) $\frac{8}{3}a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp đã cho bằng $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}8a^2 \cdot a = \frac{8}{3}a^3$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 28. Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

(A) 15π. (B) 75π. (C) 25π. (D) 45π.

Lời giải.

Thể tích của khối trụ đã cho bằng $V = \pi r^2 \cdot h = \pi 5^2 \cdot 3 = 75\pi$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P): 3x+2y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$. (B) $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$.

(C) $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$. (D) $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

Lời giải.

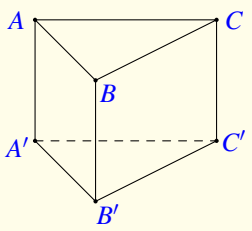
Véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_{(P)} = (3;2;-1)$.
Đường thẳng d cần tìm vuông góc với (P) nên d nhận $\vec{n}_{(P)}$ làm một véc-tơ chỉ phương.
Phương trình đường thẳng d đi qua M và vuông góc (P) là $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 30.

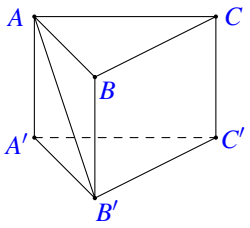
Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng

(A) $30°$. (B) $90°$. (C) $60°$. (D) $45°$.



Lời giải.

Ta có $(AB', CC') = (AB', BB') = \widehat{AB'B} = 45^\circ$ (vì $ABB'A'$ là hình vuông).



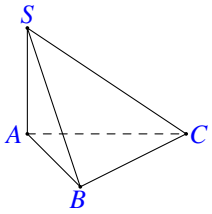
Chọn đáp án D

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB = 4a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A $4a$. B $4\sqrt{2}a$. C $2\sqrt{2}a$. D $2a$.

Lời giải.

Ta có $AB \perp BC$, $SA \perp BC$ suy ra $BC \perp (SAB)$.
Do đó $\mathrm{d}(C, (SAB)) = BC = AB = 4a$.



Chọn đáp án A

Câu 32. Nếu $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ thì $\int_0^2 [2f(x) - 1)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A 8. B 10. C 7. D 6.

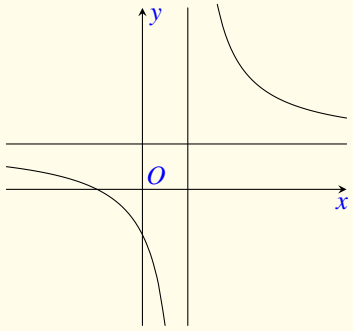
Lời giải.

Ta có: $\int_0^2 [2f(x) - 1)]\,\mathrm{d}x = \int_0^2 2f(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^2 \mathrm{d}x = 2 \cdot 4 - 2 = 6.$

Chọn đáp án D

Câu 33.

Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước và $a\neq -1$) có đồ thị như trong hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



(A) $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$.
(B) $y'<0,\forall x\neq 1$.
(C) $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.
(D) $y'>0,\forall x\neq 1$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.
Khi đó $y'=\dfrac{-1-a}{(x-1)^2},\forall x\neq 1$.
Hai nhánh của đồ thị có chiều đi xuống nên $y'<0,\forall x\neq 1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $iz=4+3i$. Số phức liên hợp của z là

(A) $\bar{z}=3+4i$.
(B) $\bar{z}=-3-4i$.
(C) $\bar{z}=3-4i$.
(D) $\bar{z}=-3+4i$.

Lời giải.

Từ giả thiết $iz=4+3i\Leftrightarrow z=\dfrac{4+3i}{i}\Leftrightarrow z=3-4i$. Khi đó $\bar{z}=3+4i$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 35. Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

(A) $\dfrac{1}{22}$.
(B) $\dfrac{7}{44}$.
(C) $\dfrac{5}{12}$.
(D) $\dfrac{2}{7}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là tổ hợp chập 3 của 12 phần tử $\Rightarrow n(\Omega)=C_{12}^3=220$.
Gọi A là biến cố: "lấy được 3 quả bóng màu đỏ".
Suy ra $n(A)=C_5^3=10$.
Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A)=\dfrac{10}{220}=\dfrac{1}{22}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 36. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3+\log_2 b=5$, khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $a^3b=32$.
(B) $a^3b=25$.
(C) $a^3+b=25$.
(D) $a^3+b=32$.

Lời giải.

$\log_2 a^3 + \log_2 b = 5 \Leftrightarrow \log_2 a^3 b = 5 \Leftrightarrow a^3 b = 2^5 \Leftrightarrow a^3 b = 32.$

Chọn đáp án A

Câu 37. Trên đoạn $[-1;2]$, hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A $x = 2$. B $x = 0$. C $x = -1$. D $x = 1$.

Lời giải.

Xét hàm số trên đoạn $[-1;2]$.

$y' = 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{[}x = 0 \in [-1,2] \\ x = -2 \notin [-1;2]. \end{]}$

$y(-1) = 3; y(0) = 1; y(2) = 21.$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;2]$ bằng 1 tại $x = 0$.

Chọn đáp án B

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(3;2;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A $2x + 2y + z - 2 = 0$. B $4x + 2y + z - 17 = 0$.

C $4x + 2y + z - 4 = 0$. D $2x + 2y + z - 11 = 0$.

Lời giải.

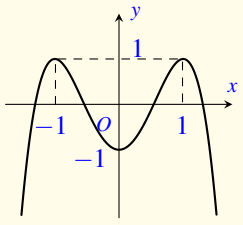
Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB nên nhận $\overrightarrow{AB} = (2;2;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $2(x-1) + 2y + z = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 2 = 0$.

Chọn đáp án A

Câu 39.

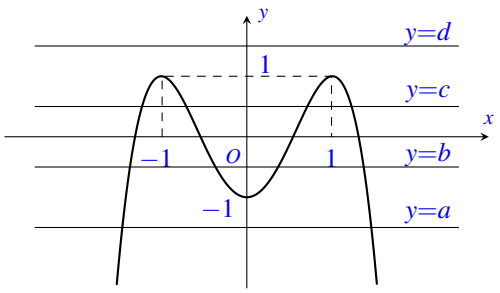
Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 0$ là

A 12. B 10. C 8. D 4.



Lời giải.

Ta có: $f(f(x))=0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=a(a<-1) & (1) \\ f(x)=b(-1<b<0) & (2) \\ f(x)=c(0<c<1) & (3) \\ f(x)=d(d>1). & (4) \end{cases}$



Từ đồ thị hàm số ta thấy:

- Phương trình (1) có 2 nghiệm.
- Phương trình (2) có 4 nghiệm.
- Phương trình (3) có 4 nghiệm.
- Phương trình (4) vô nghiệm.

Vậy phương trình $f(f(x))=0$ có tất cả 10 nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án B □

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_3(x+25)-3\right]\le 0$?

A 24. B vô số. C 25. D 26.

Lời giải.

Cách 1.

Điều kiện $x>-25$.

Đặt $A(x)=\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_3(x+25)-3\right]$, $x>-25$.

Ta có $2^{x^2}-4^x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2. \end{cases}$

$\log_3(x+25)-3=0 \Leftrightarrow x=2$.

Ta có bảng xét dấu $A(x)$ như sau

x	-25		0		2		$+\infty$
$A(x)$	‖	$-$	0	$+$	0	$+$	

Từ đó, $A(x)\le 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ -25<x\le 0 \end{cases} \Rightarrow x\in\{-24;-23;\ldots;0;2\}$ (do $x\in\mathbb{Z}$).

Kết luận: có 26 nghiệm nguyên thỏa mãn.

Cách 2.

Trường hợp 1:

$\begin{cases} 2^{x^2}-4^x\le 0 \\ \log_3(x+25)-3\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2}\le 2^{2x} \\ x+25\ge 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2x\le 0 \\ x\ge 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0\le x\le 2 \\ x\ge 2 \end{cases} \Leftrightarrow x=2.$

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} 2^{x^2}-4^x \geq 0 \\ \log_3(x+25)-3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2x \geq 0 \\ -25 < x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \leq 0 \\ x \geq 2 \end{array}\right. \\ -25 < x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -25 < x \leq 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$$

Vậy có 26 giá trị nguyên của x thỏa mãn.

Chọn đáp án D

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+2 \text{ khi } x \geq 1 \\ 3x^2+1 \text{ khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

A 18. B 20. C 9. D 24.

Lời giải.

- F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ nên $F(x) = \begin{cases} x^2+2x+C_1 \text{ khi } x \geq 1 \\ x^3+x+C_2 \text{ khi } x < 1. \end{cases}$
- Ta có: $F(0)=2 \Rightarrow C_2 = 2$.
- Do F liên tục tại $x=1$ nên
$\lim\limits_{x\to 1^+} F(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} F(x) = F(1) \Leftrightarrow C_1+3 = C_2+2 \Leftrightarrow C_1+3=4 \Leftrightarrow C_1=1.$
- Do đó $F(x) = \begin{cases} x^2+2x+1 \text{ khi } x \geq 1 \\ x^3+x+2 \text{ khi } x < 1. \end{cases}$
- Suy ra $F(-1)+2F(2)=18$.

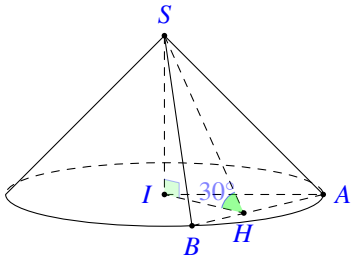
Chọn đáp án A

Câu 42. Cắt hình nón $(\mathcal{N})$ bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 30° ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của $(\mathcal{N})$ bằng

A $\sqrt{7}\pi a^2$. B $\sqrt{13}\pi a^2$. C $2\sqrt{13}\pi a^2$. D $2\sqrt{7}\pi a^2$.

Lời giải.

- Ta có ΔSAB đều cạnh $2a \Rightarrow SH = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.
- Góc giữa thiết diện và mặt phẳng đáy là $\widehat{SHI} = 30^\circ$.
- Xét ΔSHI vuông tại I; $HI = SH \cdot \cos 30^\circ = a\sqrt{3} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3a}{2}$.



Xét ΔAHI vuông tại H: $AI=\sqrt{AH^2+HI^2}=\sqrt{a^2+\dfrac{9a^2}{4}}=\dfrac{a\sqrt{13}}{2}$.

Vậy $S_{\text{xq}}=\pi rl=\pi AI\cdot SA=\pi\cdot\dfrac{a\sqrt{13}}{2}\cdot 2a=\sqrt{13}\pi a^2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z+2=0$. Hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (P) là đường thẳng có phương trình

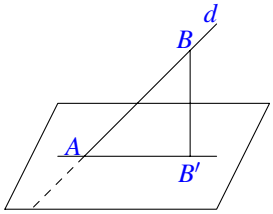
(A) $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z-1}{3}$. (B) $\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{8}$. (C) $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z+1}{3}$. (D) $\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{8}$.

Lời giải.

Cách 1.

Tọa độ $A=d\cap(P)$ thỏa:

$$\begin{cases}x+2y-2z+2=0\\ \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{2}=\dfrac{x+2y-2z+2}{1-2-4}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ y=0\\ z=1\end{cases}\Rightarrow A(0;0;1).$$



Lấy điểm $B(1;-1;3)\in d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

Gọi B' là hình chiếu của điểm B lên mặt phẳng $(P)\Rightarrow BB'\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{-2}$.

Tọa độ $B'=BB'\cap(P)$ thỏa

$$\begin{cases}x+2y-2z+2=0\\ \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{-2}=\dfrac{x+2y-2z+2+5}{1+4+4}=\dfrac{5}{9}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{14}{9}\\ y=\dfrac{1}{9}\\ z=\dfrac{17}{9}\end{cases}\Rightarrow B'\left(\frac{14}{9};\frac{1}{9};\frac{17}{9}\right).$$

$\overrightarrow{AB'}=\left(\dfrac{14}{9};\dfrac{1}{9};\dfrac{8}{9}\right)=\dfrac{1}{9}\vec{u}\Rightarrow\vec{u}=(14;1;8)$ là véc-tơ chỉ phương của AB'.

Vậy $AB'\colon \dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{8}$ là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d lên (P).

Cách 2.

Tọa độ $A=d\cap(P)$ thỏa $\begin{cases}x+2y-2z+2=0\\ \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{2}=\dfrac{x+2y-2z+2}{1-2-4}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ y=0\\ z=1\end{cases}\Rightarrow A(0;0;1).$

Gọi d' là hình chiếu của d lên (P);
+ Đường thẳng d có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;2)$.
+ Mặt phẳng (P) có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;-2)$.
+ $\vec{a}=[\vec{u},\vec{n}]=(-2;4;3)$.
+ $[\vec{n},\vec{a}]=(14;1;8)$ là vec-tơ chỉ phương của d'.
Vậy $d'\colon \dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{8}$.

Chọn đáp án D □

Câu 44. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\dfrac{1}{3};6\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{18x}$?

A) 19. **B) 20.** C) 18. D) 21.

Lời giải.

Cách 1.

Khi $y\le 0$, vì $xy>-1$ và $x>\dfrac{1}{3}$ nên ta có $y>-3$.

Với $y=0$, phương trình: $27^{3x^2-18x}-1=0$ vô nghiệm,
vì $27^{3x^2-18x}-1<27^0-1=0,\forall x\in\left(\dfrac{1}{3};6\right)$.

Với $y=-1$, phương trình: $27^{3x^2-19x}-(1-x)=0$ có nghiệm,
vì $g_1(x)=27^{3x^2-19x}-(1-x)$ liên tục trên $\left[\dfrac{1}{3};6\right]$ và $g_1\left(\dfrac{1}{3}\right)\cdot g_1(6)<0$.

Với $y=-2$, phương trình: $27^{3x^2-20x}-(1-2x)=0$ có nghiệm,
vì $g_2(x)=27^{3x^2-20x}-(1-2x)$ liên tục trên $\left[\dfrac{1}{3};6\right]$ và $g_2\left(\dfrac{1}{3}\right)\cdot g_2(6)<0$.

Khi $y\ge 1$, xét trên $\left[\dfrac{1}{3};6\right]$.

Ta có $27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{18x}\Leftrightarrow 3x^2-18x=\log_{27}(1+xy)-xy\Leftrightarrow 3x-18-\dfrac{\log_{27}(1+xy)}{x}+y=0$.

Xét hàm $g(x)=3x-18-\dfrac{\log_{27}(1+xy)}{x}+y$ trên $\left[\dfrac{1}{3};6\right]$.

Ta có $g'(x)=3+\dfrac{\ln(1+xy)}{x^2\ln 27}-\dfrac{y}{x(1+xy)\ln 27}>3-\dfrac{1}{3x^2\ln 3}\ge 3-\dfrac{3}{\ln 3}>0,\forall x\in\left[\dfrac{1}{3};6\right]$.

Do đó, hàm $g(x)$ đồng biến trên $\left[\dfrac{1}{3};6\right]$. Vì thế phương trình $g(x)=0$ có nghiệm trên $\left(\dfrac{1}{3};6\right)$ khi và chỉ khi $g\left(\dfrac{1}{3}\right)\cdot g(6)<0$.

- Áp dụng bất đẳng thức $\ln(1+u)<u$ với mọi $u>0$.
  Ta có $g(6)=-\dfrac{\log_{27}(1+6y)}{6}+y>-\dfrac{6y}{6\ln 27}+y>0$.
  Do đó $g\left(\dfrac{1}{3}\right)<0\Leftrightarrow-\log_3\left(1+\dfrac{y}{3}\right)+y-17<0\Leftrightarrow 1\le y\le 18$ (do y là số nguyên dương).
  Vậy $y\in\{-2;-1;1;2;\ldots;18\}$ hay có 20 giá trị y thỏa đề.

Cách 2.

- Giả sử y là một trong những số nguyên thỏa mãn yêu cầu, lúc đó ta xét phương trình

$$27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{18x}$$

  trên $\mathscr{D}=\left(\dfrac{1}{3};6\right)\cap\{x\in\mathbb{R}:xy>-1\}$, và trên $\mathscr{D}$ nó tương đương với $f(x)=0$, trong đó

$$f(x)=3x^2+(y-18)x-\frac{1}{3}\log_3(1+xy).$$

  Ta có vài tính toán sau $f'(x)=6x+y-18-\dfrac{y}{3(1+xy)\ln 3}$; $f''(x)=6+\dfrac{y^2}{(1+xy)^2\ln 3}$.

- Nếu $y<0$, khi ấy vì cần có nghiệm $x\in\left(\dfrac{1}{3};3\right)$ nên có ngay $y\ge -2$, lúc ấy $\mathscr{D}=\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{y}\right)$
  trên $\mathscr{D}$ ta có $\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}^+}f(x)=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}y-6-\dfrac{1}{3}\log_3\left(1+\dfrac{1}{3}y\right)\le -6-\frac{1}{3}\log_3\left(1-\dfrac{2}{3}\right)<0.$

- Kết hợp $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{y}}f(x)=+\infty$ và việc f liên tục trên $\mathscr{D}$ cho thấy f có điểm triệt tiêu trên $\mathscr{D}$,
  nghĩa là trường hợp này cho ta $y\in\{-2,-1\}$ thỏa yêu cầu.

- Nếu $y=0$, ta có $f(x)=3x^2-18x<0$ với mọi $x\in\mathscr{D}$, vì thế loại.

- Nếu $y\ge 19$, lúc đó có $\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}^+}f'(x)=y-16-\dfrac{y}{(3+y)\ln 3}>y-17>0.$
  Kết hợp việc $f'(x)$ tăng ngặt trên $\mathscr{D}$, cho ta f tăng ngặt trên $\mathscr{D}$ và trên $\mathscr{D}$ có

$$\lim_{x\to\frac{1}{3}^+}f(x)=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}y-6-\frac{1}{3}\log_3\left(1+\frac{1}{3}y\right).$$

- Xét $g(y)=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}y-6-\dfrac{1}{3}\log_3\left(1+\dfrac{1}{3}y\right)$ trên $[10;+\infty)$, ta có

$$g'(y)=\frac{1}{3}-\frac{1}{3(3+y)}>0, g(19)=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\log_3\left(1+\frac{19}{3}\right)>0$$

  .
  Vậy, $g(y)>0$ với mỗi $y\ge 19$, cho thấy là $f(x)>0$ với mọi $x\in\mathscr{D}$.

- Nếu $1 \le y \le 18$, thế thì vì $g(18) = \dfrac{1-\log_3 7}{3} < 0$ kết hợp tính tăng ngặt của g trên $[1;18]$ ta có $\lim\limits_{x \to \frac{1}{3}^+} f(x) = g(y) = \dfrac{1}{3} + y - 9 - \dfrac{1}{3}\log_3\left(1 + \dfrac{1}{3}y\right) < 0$.

- Theo bất đẳng thức số e, ta có $\lim\limits_{x \to 6^-} f(x) = 6y - \dfrac{1}{3}\log_3(1+6y) > 6y - \ln(1+6y) > 0$.
  Đến đây, theo tính liên tục của f, ta thấy nó triệt tiêu trên $\mathscr{D}$.
  Tóm lại $y \in \mathbb{Z}\backslash\{0\}$ và $-2 \le y \le 18$.

Chọn đáp án B □

Câu 45. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 6$?

(A) 4. (B) 1. (C) 2. **D** 3.

Lời giải.

Ta có $\Delta' = (m+1)^2 - m^2 = 2m+1$. Xét hai trường hợp sau

TH1. $\Delta' \ge 0 \Leftrightarrow m \ge -\dfrac{1}{2}$. Khi đó phương trình có hai nghiệm thực.
Từ $|z_0| = 6 \Leftrightarrow z_0 = \pm 6$.

- Khi $z_0 = 6$, thay vào phương trình ta được $m^2 - 12m + 24 = 0 \Leftrightarrow m = 6 \pm 2\sqrt{3}$.
- Khi $z_0 = -6$, thay vào phương trình ta được $m^2 + 12m + 48 = 0$, phương trình vô nghiệm.

Trong trường hợp này có hai giá trị cần tìm của m là $m = 6 \pm 2\sqrt{3}$.

TH2. $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < -\dfrac{1}{2}$. Khi đó phương trình có hai nghiệm phức phân biệt, liên hợp với nhau và có mô-đun bằng nhau.
Từ $|z_0| = 6 \Leftrightarrow |z_0| \cdot |\overline{z_0}| = 36 \Leftrightarrow z_0 \cdot \overline{z_0} = 36 \Leftrightarrow \dfrac{c}{a} = 36 \Leftrightarrow m^2 = 36 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 6 \text{ (loại)} \\ m = -6 \text{ (nhận).} \end{array}\right.$

Vậy có 3 giá trị của m thỏa yêu cầu bài toán.

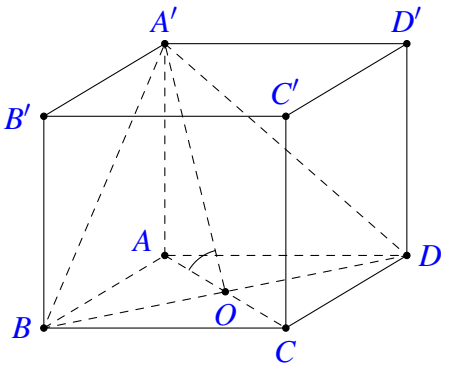
Chọn đáp án D □

Câu 46. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60°. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

(A) $48\sqrt{3}a^3$. (B) $\dfrac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. (C) $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}a^3$. **D** $16\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD.
Ta có $BD \perp AC$ và $BD \perp AA'$ nên $BD \perp (A'AC) \Rightarrow BD \perp A'O$.
Xét hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$, có
$$\begin{cases} (A'BD) \cap (ABCD) = BD \\ A'O \perp BD \\ AC \perp BD. \end{cases}$$



Do tam giác $A'AO$ vuông tại A nên $\widehat{A'OA}$ nhọn $\Rightarrow ((\widehat{A'BD}),(ABCD)) = \widehat{(A'O,AC)} = \widehat{A'OA} = 60^\circ$.
Ta tính được

- $AB = \dfrac{BD}{\sqrt{2}} = \dfrac{4a}{\sqrt{2}} = 2a\sqrt{2}$.
- $AO = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{BD}{2} = \dfrac{4a}{2} = 2a$.
- $AA' = AO \tan \widehat{A'OA} = 2a \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}$.

Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng $V = AB^2 \cdot AA' = \left(2a\sqrt{2}\right)^2 \cdot 2a\sqrt{3} = 16a^3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y = 1$ bằng

(A) $\ln 3$. (B) $3\ln 2$. (C) $\ln 10$. (D) $\ln 7$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} g(x) &= f(x) + f'(x) + f''(x) &&= x^3 + (a+3)x^2 + (2a+b+6)x + (2a+b+c). \\ g'(x) &= f'(x) + f''(x) + f'''(x) &&= 3x^2 + (2a+6)x + (2a+b+6). \end{aligned}$$

Vì $y = g(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 2 nên $g'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với $g(x_1) = -5$, $g(x_2) = 2$.
Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{f(x)}{g(x)+6} = 1 \Leftrightarrow \frac{f(x) - g(x) - 6}{g(x)+6} = 0 \Leftrightarrow \frac{3x^2 + (2a+6)x + (2a+b+6)}{g(x)+6} = 0 \Leftrightarrow \frac{g'(x)}{g(x)+6} = 0.$$

Phương trình này cũng có hai nghệm phân biệt x_1, x_2.
Như vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi các hàm số $y = \dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y = 1$ là

$$S = \left| \int_{x_1}^{x_2} \frac{g'(x)}{g(x)+6} \right| \mathrm{d}x = \left| \ln|g(x)+6| \Big|_{x_1}^{x_2} \right| = |\ln|2+6| - \ln|-5+6|| = 3\ln 2.$$

Chọn đáp án B □

Câu 48. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z|=1$ và $|w|=2$. Khi $|z+i\overline{w}+6+8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-w|$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{29}}{5}$. B $\dfrac{\sqrt{221}}{5}$. C 3. D $\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $|z+i\overline{w}+6+8i| \geq |6+8i|-|z|-|i\overline{w}| = 10-1-2=7$. (*)
Dấu "=" trong $(*)$ xảy ra khi

$$\begin{cases} i\overline{w}=kz, \text{với } k\geq 0 \\ -z-i\overline{w}=l(6+8i), \text{với } l\geq 0 \\ |z|=1 \\ |w|=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=2 \\ l=\dfrac{3}{10} \\ |z|=1 \\ |w|=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=2 \\ l=\dfrac{3}{10} \\ z=-\dfrac{3}{5}-\dfrac{4}{5}i \\ w=-\dfrac{8}{5}-\dfrac{6}{5}i. \end{cases}$$

Khi đó $|z-w|=\dfrac{\sqrt{221}}{5}$.

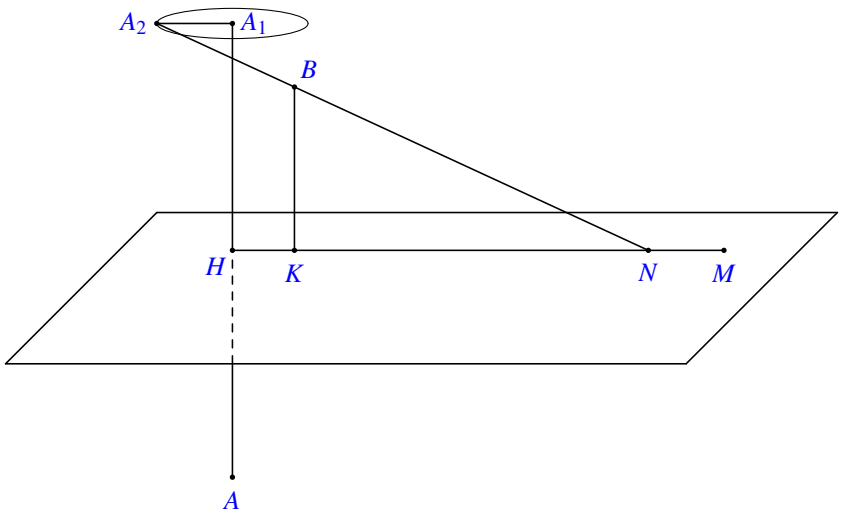
Chọn đáp án A □

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;-3)$ và $B(1;-3;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=3$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

A $\sqrt{65}$. B $\sqrt{29}$. C $\sqrt{26}$. D $\sqrt{91}$.

Lời giải.

Cách 1:



Gọi A_1 là điểm đối xứng của A qua $(Oxy) \Rightarrow A_1(-2;1;3)$.

Gọi A_2 là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{A_1A_2} = \overrightarrow{MN} \Rightarrow A_1A_2 = 3 \Rightarrow A_2$ thuộc đường tròn (C) nằm trong mặt phẳng song song với (Oxy) có tâm A_1, bán kính $R = 3$.
Khi đó $|AM - BN| = |A_1M - BN| = |A_2N - BN| \leq A_2B$.
Dấu "=" xảy ra và A_2B đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow \overrightarrow{A_1A_2}$ ngược hướng với $\overrightarrow{HK}$.
Suy ra $\overrightarrow{A_1A_2} = -\dfrac{A_1A_2}{HK}\overrightarrow{HK} = \left(-\dfrac{9}{5};\dfrac{12}{5};0\right) \Rightarrow A_2\left(-\dfrac{19}{5};\dfrac{17}{5};3\right) \Rightarrow A_2B = \sqrt{65}$.
Vậy giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng $\sqrt{65}$.
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi M, N nằm trên giao tuyến của mặt phẳng (Q) với mặt phẳng (Oxy) (trong đó (Q) là mặt phẳng đi qua A, B và vuông góc với (Oxy)) và $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với $\overrightarrow{KH}$.

Chọn đáp án A □

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-9)(x^2-16)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f\left(|x^3+7x|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

(A) 16. (B) 9. (C) 4. **D** 8.

Lời giải.

Ta có bảng biến thiên của hàm $y = |h(x)| = |x^3+7x|$ như sau

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$\|h(x)\|$	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

Ta có $g'(x) = |x^3+7x|' \cdot f'\left(|x^3+7x|+m\right)$. Rõ ràng $x = 0$ là điểm cực trị của hàm $y = |h(x)|$.
Ta có $f'\left(|x^3+5x|+m\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |x^3+7x|+m = 9 \\ |x^3+7x|+m = 4 \\ |x^3+7x|+m = -4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |x^3+7x| = 9-m \\ |x^3+7x| = 4-m \\ |x^3+7x| = -4-m. \end{array}\right.$
Để hàm số $g(x)$ có ít nhất 3 điểm cực trị thì phương trình $g'(x) = 0$ có ít nhất 2 nghiệm phân biệt khác 0 và $g'(x)$ đổi dấu khi đi qua ít nhất 2 trong số các nghiệm đó.
Từ BBT ta có $9-m > 0 \Leftrightarrow m < 9 \Rightarrow m \in \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$.
Vậy có 8 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn đáp án D □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 73

1. B	2. C	3. D	4. C	5. C	6. D	7. C	8. B	9. B	10. B
11. C	12. C	13. B	14. C	15. C	16. C	17. A	18. B	19. A	20. D
21. D	22. B	23. A	24. A	25. C	26. A	27. D	28. B	29. A	30. D
31. A	32. D	33. B	34. A	35. A	36. A	37. B	38. A	39. B	40. D

41. A	42. B	43. D	44. B	45. D	46. D	47. B	48. A	49. A	50. D

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021
Môn: TOÁN, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 101
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

(A) $y=-4$. (B) $y=1$. (C) $y=4$. (D) $y=-1$.

Lời giải.

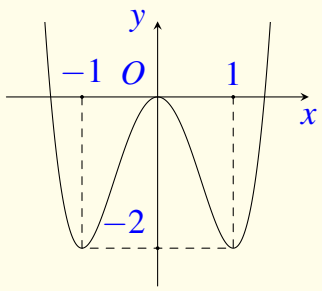
Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{4x-1}{x+1}=4$. Suy ra tiệm cận ngang $y=4$.

Chọn đáp án C □

Câu 2.

Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\,(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

(A) $x=1$. (B) $x=-1$. (C) $x=-2$. (D) $x=0$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị, hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 3. Với mọi số thực dương a, $\log_4(4a)$ bằng

(A) $1+\log_4 a$. (B) $1-\log_4 a$. (C) $\log_4 a$. (D) $4\log_4 a$.

Lời giải.

Ta có $\log_4(4a)=\log_4 4+\log_4 a=1+\log_4 a$.

Chọn đáp án A □

Câu 4. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh ℓ. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

(A) $S_{\text{xq}}=\pi r\ell$. (B) $S_{\text{xq}}=2\pi r\ell$. (C) $S_{\text{xq}}=4\pi r\ell$. (D) $S_{\text{xq}}=\dfrac{4}{3}\pi r\ell$.

Lời giải.

Ta có diện tích xung quanh hình nón tính theo công thức $S_{\text{xq}}=\pi r\ell$.

Chọn đáp án A

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

A $y' = \dfrac{3^x}{\ln 3}$. B $y' = 3^x$. C $y' = x3^{x-1}$. D $y' = 3^x \ln 3$.

Lời giải.

Dựa vào công thức $(a^x)' = a^x \ln a$ ta có $y' = (3^x)' = 3^x \ln 3$.

Chọn đáp án D

Câu 6. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A $V = \dfrac{1}{3}Bh$. B $V = \dfrac{4}{3}Bh$. C $V = 3Bh$. D $V = Bh$.

Lời giải.

Ta có thể tích khối chóp được tính theo công thức $V = \dfrac{1}{3}Bh$.

Chọn đáp án A

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-3)$ là

A $(-\infty;3]$. B $(3;+\infty)$. C $[3;+\infty)$. D $(-\infty;3)$.

Lời giải.

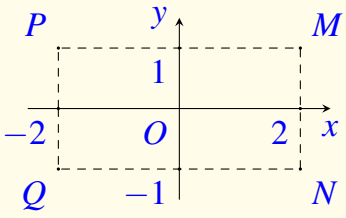
Hàm số đã cho xác định khi $x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$.
Do đó $\mathscr{D} = (3;+\infty)$.

Chọn đáp án B

Câu 8.

Điểm nào trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức $z = -2+i$?

A Điểm P. B Điểm Q. C Điểm M. D Điểm N.



Lời giải.

Điểm biểu diễn số phức $z = -2+i$ là $P(-2;1)$.

Chọn đáp án A

Câu 9. Thể tích của khối cầu bán kính $4a$ bằng

(A) $\frac{4}{3}\pi a^3$. (B) $\frac{256}{3}\pi a^3$. (C) $256\pi a^3$. (D) $\frac{64}{3}\pi a^3$.

Lời giải.

Theo công thức thể tích của khối cầu bán kính R là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Ta có $V = \frac{4}{3}\pi(4a)^3 = \frac{256}{3}\pi a^3$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 10. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ bằng

(A) -2. (B) -3. (C) 3. (D) 2.

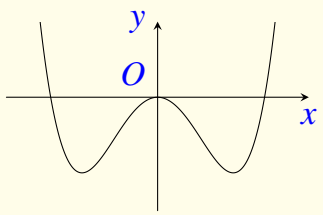
Lời giải.

Số phức $z = 2 - 3i$ có phần ảo bằng -3.

Chọn đáp án (B) □

Câu 11.

Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



(A) $y = \frac{3x+1}{x+2}$. (B) $y = x^2 + 2x$.

(C) $y = 2x^3 - x^2$. (D) $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy đây dạng đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương nên hàm số cần tìm là $y = x^4 - 2x^2$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1;-2;3)$ và $\vec{v} = (-1;2;0)$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{u} + \vec{v}$ là

(A) $(0;0;-3)$. (B) $(0;0;3)$. (C) $(-2;4;-3)$. (D) $(2;-4;3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} + \vec{v} = (0;0;3)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 13. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 5$ thì $\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 10. (B) 3. (C) 7. (D) -3.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 2+5 = 7$.

Chọn đáp án C □

Câu 14. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 3a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\frac{1}{2}a^3$. (B) $3a^3$. (C) $\frac{3}{2}a^3$. (D) a^3.

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V = B \cdot h = 3a^2 \cdot a = 3a^3$.

Chọn đáp án B □

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^4 - 3x + C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x^4 + C$.

(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 4x^3 - 3x + C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 12x^2 + C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \left(4x^3 - 3\right)\mathrm{d}x = x^4 - 3x + C$.

Chọn đáp án A □

Câu 16. Cho hai số phức $z = 3+4i$ và $w = 1-i$. Số phức $z-w$ là

(A) $7+i$. (B) $-2-5i$. (C) $4+3i$. (D) $2+5i$.

Lời giải.

Ta có $z - w = (3+4i) - (1-i) = 2+5i$.

Chọn đáp án D □

Câu 17. Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 5$, công thức nào dưới đây đúng?

(A) $C_n^5 = \dfrac{n!}{(n-5)!}$. (B) $C_n^5 = \dfrac{n!}{5!(n-5)!}$. (C) $C_n^5 = \dfrac{5!n!}{(n-5)!}$. (D) $C_n^5 = \dfrac{(n-5)!}{n!}$.

Lời giải.

Ta có $C_n^5 = \dfrac{n!}{5!(n-5)!}$.

Chọn đáp án B □

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = 4 + \cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\sin x + C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 4x + \sin x + C$.

(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 4x - \sin x + C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 4x + \cos x + C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 4x + \sin x + C$.

Chọn đáp án B □

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-5	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực trị tại $x = 1$; $x = 5$.

Chọn đáp án C □

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0;+\infty)$. (B) $(-2;2)$. (C) $(-2;0)$. (D) $(-\infty;-2)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Chọn đáp án C □

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận véc-tơ $\vec{u}=(1;-3;5)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-5}{3}$. (B) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z+3}{5}$.

(C) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{5}$. (D) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{5}$.

Lời giải.

Đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận véc-tơ $\vec{u}=(1;-3;5)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{5}$.

Chọn đáp án D □

Câu 22. Số nghiệm của phương trình $5^x=3$ là

(A) $x=\sqrt[3]{5}$. (B) $x=\dfrac{3}{5}$. (C) $x=\log_3 5$. (D) $x=\log_5 3$.

Lời giải.

Ta có $5^x=3\Leftrightarrow x=\log_5 3$.

Chọn đáp án D □

Câu 23. Cho f là hàm số liên tục trên $[1;2]$. Biết F là nguyên hàm của f trên $[1;2]$ thỏa $F(1)=-2$ và $F(2)=4$. Khi đó $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 6. (B) 2. (C) -6. (D) -2.

Lời giải.

Theo định nghĩa tích phân, ta có $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=F(2)-F(1)=6$.

Chọn đáp án A □

Câu 24. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$, $u_2 = 7$. Tìm công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A 5. **B** $\frac{2}{7}$. **C** -5. **D** $\frac{7}{2}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng $u_n = u_1 + (n-1)d$, ta có

$$u_2 = u_1 + d \Rightarrow d = u_2 - u_1 = 7 - 2 = 5 \Leftrightarrow d = 2.$$

Chọn đáp án A □

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$. Tâm mặt cầu (S) có tọa độ là

A $(1;-3;0)$. **B** $(-1;3;0)$. **C** $(1;3;0)$. **D** $(-1;-3;0)$.

Lời giải.

Ta có mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$ có tâm $I(-1;3;0)$, bán kính $R = 3$.

Chọn đáp án B □

Câu 26. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - x + 2$?

A Điểm $M(1;1)$. **B** Điểm $P(1;2)$. **C** Điểm $Q(1;3)$. **D** Điểm $N(1;0)$.

Lời giải.

Ta có

- Ta có $1 \neq 1^3 - 1 + 2$ nên điểm M không thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - x + 2$.
- Ta có $2 = 1^3 - 1 + 2$ nên điểm P thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - x + 2$.
- Ta có $3 \neq 1^3 - 1 + 2$ nên điểm Q không thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - x + 2$.
- Ta có $0 \neq 1^3 - 1 + 2$ nên điểm N không thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - x + 2$.

Chọn đáp án B □

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận véc-tơ $\vec{n} = (1;-2;5)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

A $x + 2y - 5z = 0$. **B** $x + 2y - 5z + 1 = 0$.
C $x - 2y + 5z = 0$. **D** $x - 2y + 5z + 1 = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng đi qua O và nhận véc-tơ $\vec{n}=(1;-2;5)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

$$(x-0)-2(y-0)+3(z-0)=0 \Leftrightarrow x-2y+5z=0.$$

Chọn đáp án C

Câu 28. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x)>5$ là

A $\left(0;\dfrac{32}{3}\right)$. B $\left(\dfrac{32}{3};+\infty\right)$. C $\left(0;\dfrac{25}{3}\right)$. D $\left(\dfrac{25}{3};+\infty\right)$.

Lời giải.

Điều kiện: $3x>0 \Leftrightarrow x>0$.

Ta có $\log_2(3x)>5 \Leftrightarrow 3x>2^5 \Leftrightarrow x>\dfrac{32}{3} \Leftrightarrow x\in\left(\dfrac{32}{3};+\infty\right)$.

So điều kiện suy ra tập nghiệm của bất phương trình $S=\left(\dfrac{32}{3};+\infty\right)$.

Chọn đáp án B

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 19 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng

A $\dfrac{10}{19}$. B $\dfrac{5}{19}$. C $\dfrac{4}{19}$. D $\dfrac{9}{19}$.

Lời giải.

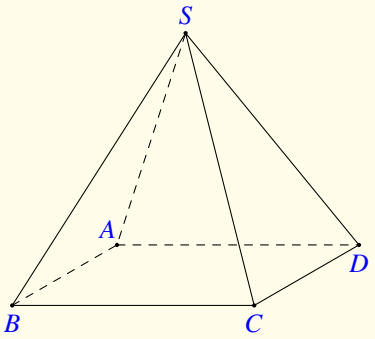
Gọi X là tập hợp 19 số nguyên dương đầu tiên.
Suy ra $X=\{1;2;3;\ldots;18;19\}$.
Khi đó tập X có 19 phần tử, trong đó có 9 phần là số chẵn, 10 phần tử là số lẻ.
Chọn đồng thời hai số từ tập X, ta có C_{19}^2 (cách chọn).
Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử chọn đồng thời hai số từ tập X.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=\mathrm{C}_{19}^2$.
Gọi A là biến cố: "Chọn được hai số chẵn từ tập X".
Khi đó số phần tử của biến cố A là $n(A)=\mathrm{C}_9^2$.
Vậy xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{\mathrm{C}_9^2}{\mathrm{C}_{19}^2}=\dfrac{4}{19}$.

Chọn đáp án C

Câu 30.

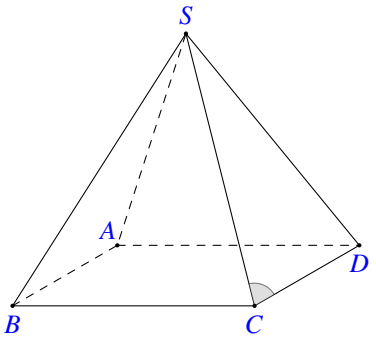
Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng SC và AB bằng

(A) 90°. (B) 60°. (C) 30°. (D) 45°.



Lời giải.

Vì $AB = BC = CD = DA$ nên đáy $ABCD$ là hình thoi.
Suy ra $AB \parallel DC$.
Vậy $\widehat{(SC,AB)} = \widehat{(SC,DC)}$. (1)
Xét tam giác SCD có $SD = DC = SC$.
Suy ra tam giác SCD đều. (2)
Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{(SC,AB)} = \widehat{SCD} = 60^\circ$.

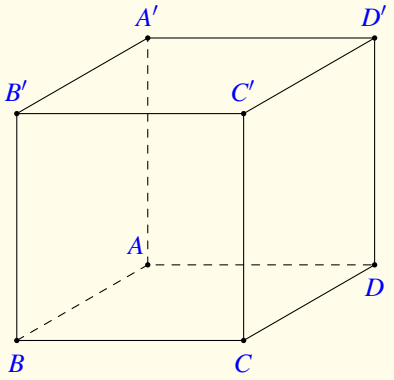


Chọn đáp án B □

Câu 31.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng

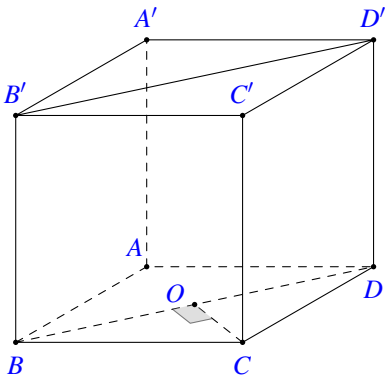
(A) $2\sqrt{2}a$. (B) $2\sqrt{3}a$. (C) $\sqrt{2}a$. (D) $\sqrt{3}a$.



Lời giải.

Gọi O là trung điểm BD, ta có $\begin{cases} CO \perp BD \\ CO \perp DD' \end{cases} \Rightarrow CO \perp (BDD'B')$.

$\Rightarrow \mathrm{d}(C;(BDD'B')) = CO = \dfrac{1}{2}BD = \dfrac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$.



Chọn đáp án C

Câu 32. Cho số phức $z = 4 - i$, mô-đun của số phức $(1+i)\bar{z}$.

A 34. B 30. C $\sqrt{34}$. D $\sqrt{30}$.

Lời giải.

Ta có $(1+i)\bar{z} = (1+i)(4+i) = (3+5i)$.
Suy ra $|(1+i)\bar{z}| = |3+5i| = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$.

Chọn đáp án C

Câu 33. Nếu $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ thì $\displaystyle\int_0^2 [4x - f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A 12. B 10. C 4. D 6.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_0^2 [4x - f(x)]\,\mathrm{d}x = \int_0^2 4x\,\mathrm{d}x - \int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 4 \cdot 2 - 2 = 6$.

Chọn đáp án D

Câu 34. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A $y = \dfrac{3x-1}{x+1}$. B $y = x^3 - x$. C $y = x^4 - 4x^2$. D $y = x^3 + x$.

Lời giải.

Xét hàm số $y = x^3 + x$.
Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
$y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án D

Câu 35. Trên đoạn $[-4;-1]$, hàm số $y=x^4-8x^2+13$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

(A) $x=-2$. (B) $x=-1$. (C) $x=-4$. (D) $x=-3$.

Lời giải.

Ta có $y'=4x^3-16x$. Suy ra $y'=0\Leftrightarrow 4x^3-16x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2\in[-4;-1] \\ x=0\notin[-4;-1] \\ x=2\notin[-4;-1]. \end{array}\right.$

Khi đó $y(-4)=141$; $y(-1)=6$ và $y(-2)=-3$.

Vậy $\min\limits_{[-4;-1]} y=-3$ tại $x=-2$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;1)$ và $N(3;1;-2)$. Đường thẳng MN có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$. (B) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

(C) $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-1}{-1}$. (D) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+1}{-3}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(2;-1;-3)$.

Đường thẳng MN đi qua điểm $M(1;2;1)$ nhận véc-tơ $\overrightarrow{MN}=(2;-1;-3)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 37. Với $a>0$, đặt $\log_2(2a)=b$, khi đó $\log_2(8a^4)$ bằng

(A) $4b+7$. (B) $4b+3$. (C) $4b$. (D) $4b-1$.

Lời giải.

$b=\log_2(2a)=1+\log_2 a\Leftrightarrow \log_2 a=b-1$.

$\log_2(8a^4)=\log_2 8+\log_2 a^4=3+4\log_2 a=3+4(b-1)=4b-1$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z+1=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

(A) $2x+y+3z+7=0$. (B) $2x+y+3z-7=0$.

(C) $2x-y+3z+9=0$. (D) $2x-y+3z-9=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(Q) \parallel (P)\colon 2x-y+3z+1=0 \Rightarrow (Q)\colon 2x-y+3z+D=0$ với $D \neq 1$.
$A(1;-1;2) \in (Q) \Rightarrow 2\cdot 1-(-1)+3\cdot 2+D=0 \Leftrightarrow D=-9$.
$\Rightarrow (Q)\colon 2x-y+3z-9=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2\left(x^2+1\right)-\log_2(x+31)\right]\left(32-2^{x-1}\right)\geq 0$?

A) 27. B) Vô số. C) 26. D) 28.

Lời giải.

Điều kiện: $x+31>0 \Leftrightarrow x>-31$.
Đặt $f(x)=\left[\log_2\left(x^2+1\right)-\log_2(x+31)\right]\left(32-2^{x-1}\right)$.
Ta có

$$\log_2\left(x^2+1\right)-\log_2(x+31)=0 \Leftrightarrow \log_2\left(x^2+1\right)=\log_2(x+31)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+31>0 \\ x^2+1=x+31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-31 \\ x^2-x-30=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-31 \\ \left[\begin{array}{l} x=6 \\ x=-5 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=6 \\ x=-5. \end{array}\right.$$

$$32-2^{x-1}=0 \Leftrightarrow x-1=\log_2 32 \Leftrightarrow x-1=5 \Leftrightarrow x=6.$$

Bảng xét dấu

x	-31		-5		6		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	

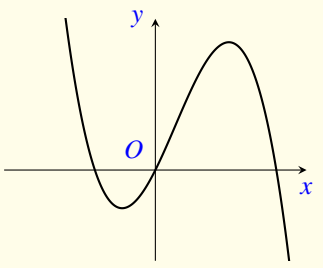
Khi đó $f(x)\geq 0 \Leftrightarrow -31<x\leq -5$.
Và $x\in\mathbb{Z} \Rightarrow x\in\{-30;-29;\cdots;-5\}$ nên có 26 giá trị nguyên của x.

Chọn đáp án C □

Câu 40.

Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2$, $(a,b,c\in\mathbb{R})$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như trong hình vẽ. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x)+4=0$ là

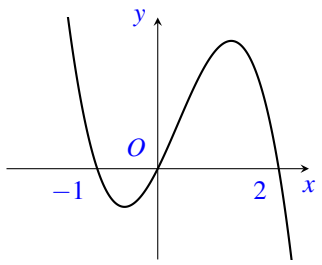
A) 4. B) 2. C) 3. D) 1.



Lời giải.

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a<0 \\ x=0 \\ x=b>0. \end{array}\right.$

Mà $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2 \Rightarrow f(0)=0$



Bảng biến thiên

x	$-\infty$		a		0		b		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗		↘	0	↗		↘	$-\infty$

$y=-\dfrac{4}{3}$

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=-\dfrac{4}{3}$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 2 điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=-\dfrac{4}{3} \Leftrightarrow 3f(x)+4=0$ có 2 nghiệm phân biệt.

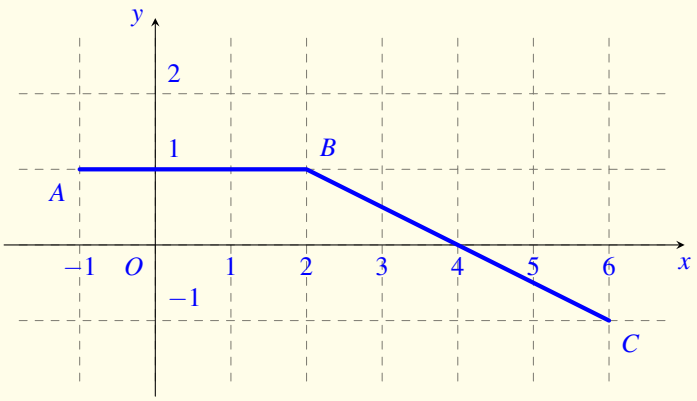
Chọn đáp án B □

Câu 41.

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-1;6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC như hình vẽ. Biết F là một nguyên hàm của f thỏa mãn $F(-1)=-1$. Giá trị của $F(4)+F(6)$ bằng

A 10. B 5.

C 6. D 7.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có hàm số $f(x)=\begin{cases} 1 & \text{khi } -1\le x\le 2 \\ -\dfrac{1}{2}x+2 & \text{khi } 2<x\le 6. \end{cases}$

$F(x)=\begin{cases} x+C_1 & \text{khi } -1\le x\le 2 \\ -\dfrac{1}{4}x^2+2x+C_2 & \text{khi } 2<x\le 6. \end{cases}$

Vì $F(-1)=-1 \Rightarrow -1+C_1=-1 \Leftrightarrow C_1=0$ nên $F(x)=\begin{cases} x & \text{khi } -1\le x\le 2 \\ -\dfrac{1}{4}x^2+2x+C_2 & \text{khi } 2<x\le 6. \end{cases}$

Mặt khác

$$\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x+\int_4^6 f(x)\,\mathrm{d}x=0\Rightarrow F(4)-F(2)+F(6)-F(4)=0\Rightarrow F(6)=F(2)=2,$$

$$\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x-\int_4^6 f(x)\,\mathrm{d}x=2\Rightarrow F(4)-F(2)-F(6)+F(4)=2\Rightarrow 2F(4)=6\Leftrightarrow F(4)=3.$$

Vậy $F(4)+F(6)=2+3=5$.

Chọn đáp án B □

Câu 42. Xét các số phức z và w thay đổi thỏa mãn $|z|=|w|=3$ và $|z-w|=3\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $P=|z-1-i|+|w+2-5i|$ bằng

A $5-3\sqrt{2}$. B $\sqrt{29}-\sqrt{2}$. C $\sqrt{17}$. D 5.

Lời giải.

Ta có: $\begin{cases}|z|=|w|=3\\|z-w|=3\sqrt{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\left|\dfrac{z}{w}\right|=1\\\left|\dfrac{z}{w}-1\right|=\dfrac{3\sqrt{2}}{|w|}=\sqrt{2}.\end{cases}$ (I)

Đặt $\dfrac{z}{w}=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$.

Từ (I) ta có: $\begin{cases}a^2+b^2=1\\(a-1)^2+b^2=2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=0\\b=1\end{cases}\\\begin{cases}a=0\\b=-1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=iw\\z=-iw.\end{array}\right.$

TH1: $z=iw$ ta có

$P=|z-1-i|+|w+2-5i|=|iw-1-i|+|w+2-5i|=|-w-i+1|+|w+2-5i|\geq|3-6i|.$

$\Rightarrow P\geq 3\sqrt{5}$.

TH2: $z=-iw$ ta có

$P=|z-1-i|+|w+2-5i|=|-iw-1-i|+|w+2-5i|=|-w+i-1|+|w+2-5i|\geq|1-4i|.$

$\Rightarrow P\geq\sqrt{17}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\sqrt{17}$.

Chọn đáp án C □

Câu 43. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A $\dfrac{8\sqrt{3}}{9}a^3$. B $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}a^3$. C $\dfrac{8\sqrt{3}}{27}a^3$. D $8\sqrt{3}a^3$.

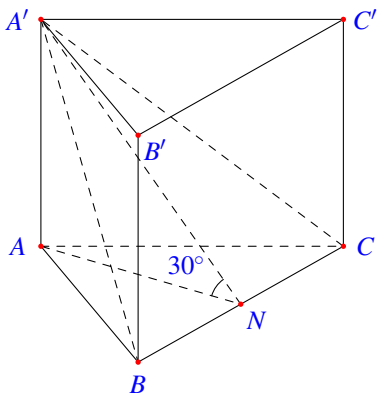
Lời giải.

Gọi N là trung điểm BC ta có: $\begin{cases} BC \perp AN \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'N)$.

$\Rightarrow \left(\widehat{(A'BC),(ABC)}\right) = \widehat{A'NA} = 30^\circ$.

Xét tam giác vuông $AA'N$ ta có

$$\tan\widehat{A'NA} = \frac{AA'}{AN} \Rightarrow AN = \frac{AA'}{\tan\widehat{A'NA}} = \frac{2a}{\tan 30^\circ} = 2a\sqrt{3}.$$



Xét tam giác đều ABC ta có

$$AN = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = \frac{2AN}{\sqrt{3}} = \frac{2\cdot 2a\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4a.$$

$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot 4a \cdot 2a\sqrt{3} = 4a^2\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC\cdot A'B'C'$ bằng $V = AA'\cdot S_{ABC} = 2a\cdot 4a^2\sqrt{3} = 8a^3\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 44. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x \in (1;6)$ thỏa mãn $4(x-1)e^x = y\left(e^x + xy - 2x^2 - 3\right)$?

(A) 18. (B) 15. (C) 16. (D) 17.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = 4(x-1)e^x - ye^x - xy^2 + 2x^2y + 3y$.

Ta có $f'(x) = 4e^x + 4(x-1)e^x - ye^x - y^2 + 4xy = (4x-y)e^x - y^2 + 4xy = (4x-y)(e^x + y)$.

Do $y \in \mathbb{N}^*$ nên $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{y}{4}$.

- Trường hợp 1: $\frac{y}{4} \in (1;6) \Leftrightarrow y \in (4;24)$.

x	1		$\frac{y}{4}$		6
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$f(1)$	↘	$f\left(\frac{y}{4}\right)$	↗	$f(6)$

Ta có $f(1) = -ye - y^2 + 5y = y(5 - e - y) < 0, \forall y \in (4;24)$.

$f(6) = -6y^2 + \left(75 - e^6\right)y + 20e^6$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f(6) > 0 \Leftrightarrow -6y^2 + \left(75 - e^6\right)y + 20e^6 > 0 \Rightarrow -73,13 < y < 18,39$.

Suy ra $y \in \{5;6;7;\ldots;18\}$, có 14 giá trị thỏa mãn.

- Trường hợp 2: $0 < \frac{y}{4} \le 1 \Rightarrow 0 < y \le 4$.

x	1		6
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$f(1)$	↗	$f(6)$

Yêu cầu bài tương đương $\begin{cases} f(1)<0 \\ f(6)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -y^2+(5-\mathrm{e})y<0 \\ 0<y<18,39 \end{cases}$

$\Rightarrow y>5-\mathrm{e} \Rightarrow 2,28<y\le 4 \Rightarrow y\in\{3;4\}$.

Trường hợp 3: $\frac{y}{4}\ge 6 \Leftrightarrow y\ge 24$.

x	1		6
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$f(1)$	↘	$f(6)$

Yêu cầu bài tương đương $\begin{cases} f(1)>0 \\ f(6)<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y\in(0;5-\mathrm{e}) \\ y>18,39. \end{cases}$

Suy ra không tồn tại y.

Qua 3 trường hợp có 16 số y nguyên dương thỏa yêu cầu bài.

Chọn đáp án C □

Câu 45. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-4az+b^2+2=0$ (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a;b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1+2iz_2=3+3i$?

A 3. B 2. C 1. D 4.

Lời giải.

Trường hợp 1: z_1, z_2 đều là số thực.

Từ $z_1+2iz_2=3+3i \Rightarrow z_1=3; z_2=\frac{3}{2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z_1+z_2=\frac{9}{2} \\ z_1\cdot z_2=b^2+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a=\frac{9}{2} \\ b^2+2=\frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{9}{8} \\ b=\pm\sqrt{\frac{5}{2}} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ có 2 cặp số thực $(a;b)$ (1).

Trường hợp 2: z_1, z_2 đều là số phức $z_1 = \overline{z_2}$.
Đặt $z_1 = x+yi, (x,y \in \mathbb{R}) \Rightarrow z_2 = x-yi$.

$$\Rightarrow (x+yi)+2i(x-yi) = 3+3i.$$
$$\Leftrightarrow (x+2y)+(2x+y)i = 3+3i.$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=3 \\ 2x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1. \end{cases}$$

Ta có $z_1 = 1+i, z_2 = 1-i \Leftrightarrow \begin{cases} z_1+z_2 = 4a \\ z_1 z_2 = b^2+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{2} \\ b^2+2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{2} \\ b=0 \end{cases}$
$\Rightarrow$ có 1 cặp số thực $(a;b)$ (2).

Từ (1) và (2) có 3 cặp số thực $(a;b)$ thỏa mãn giả thiết.
Thử lại ta thấy các giá trị a, b thỏa mãn.

Chọn đáp án A □

Câu 46. Cho hai hàm số $f(x) = ax^4+bx^3+cx^2+2x$ và $g(x) = mx^3+nx^2-x$; với a, b, c, m, $n \in \mathrm{R}$. Biết hàm số $y = f(x)-g(x)$ có 3 điểm cực trị là -1, 2 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

(A) $\dfrac{71}{6}$. (B) $\dfrac{32}{3}$. (C) $\dfrac{16}{3}$. (D) $\dfrac{71}{12}$.

Lời giải.

Xét hàm số $h(x) = f(x)-g(x) = ax^4+(b-m)x^3+(c-m)x^2+3x$
$\Rightarrow h'(x) = f'(x)-g'(x) = 4ax^3+3(b-m)x^2+2(c-m)x+3$ (1).
Theo giả thiết $h'(x) = f'(x)-g'(x) = 4a(x+1)(x-2)(x-3)$.
Từ (1) $\Rightarrow h'(0) = 3$, do đó $3 = 4a\cdot 1\cdot(-2)\cdot(-3) \Leftrightarrow a = \dfrac{1}{8}$.

$$\Leftrightarrow h'(x) = f'(x)-g'(x) = \frac{1}{2}(x+1)(x-2)(x-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=2 \\ x=3. \end{cases}$$

Do đó $S = \displaystyle\int_{-1}^{3} \left|\frac{1}{2}(x+1)(x-2)(x-3)\right| \mathrm{d}x = \frac{71}{12}$.

Chọn đáp án D □

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+1}{1}$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oy và vuông góc với d có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=3+3t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=-3-3t \\ y=4-2t \\ z=-1+t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=3+t \end{cases}$. **D** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=5-2t \\ z=-3+3t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi đường thẳng cần tìm là (Δ).
Gọi giao điểm của đường thẳng (Δ) và trục Oy là $B(0;y;0) \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(-1;y-1;-3)$.
Đường thẳng (d) có một vecto chỉ phương là $\vec{u}_d=(1;2;1)$.
Đường thẳng (Δ) vuông góc với đường thẳng (d) nên $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}_d=0 \Leftrightarrow -1+(2y-2)-3=0 \Leftrightarrow y=3$.
$\Rightarrow B(0;3;0) \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(-1;2;-3) \Rightarrow \vec{u}=(1;-2;3)$ là véc-tơ chỉ phương của (Δ).
Suy ra (Δ): $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=3+3t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.
Cho $t=-2$ ta có $M(-1;5;-3)\in(\Delta)$ nên (Δ) cũng có phương trình $\begin{cases} x=-1+t \\ y=5-2t \\ z=-3+3t. \end{cases}$

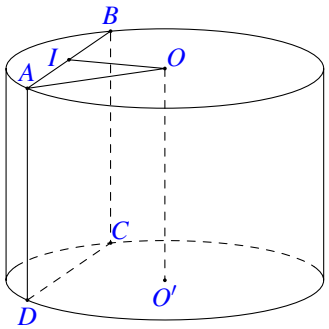
Chọn đáp án D □

Câu 48. Cắt hình trụ (T) bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $2a$, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $36a^2$. Diện tích xung quanh của (T) bằng

(A) $4\sqrt{13}\pi a^2$. **B** $12\sqrt{13}\pi a^2$. (C) $6\sqrt{13}\pi a^2$. (D) $8\sqrt{13}\pi a^2$.

Lời giải.

Diện tích hình vuông $ABCD$ bằng $36a^2$
Nên $AB^2=AD^2=36a^2 \Rightarrow AB=AD=6a$.
Gọi I là trung điểm của AB.
Do $(ABCD)\ /\!/\ OO'$ và cách OO' một khoảng bằng $2a$ nên $OI=2a$.
Tam giác AIO vuông tại I
Nên $OA=\sqrt{OI^2+IA^2}=\sqrt{(2a)^2+(3a)^2}=a\sqrt{13}$.



Mặt phẳng thiết diện song song với trục nên $AD=OO'=6a$.
Diện tích xung quanh của hình trụ (T) là

$$S_{xq}=2\cdot\pi\cdot OA\cdot OO'=2\cdot\pi\cdot a\sqrt{13}\cdot 6a=12\sqrt{13}\pi a^2.$$

Chọn đáp án B □

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-3)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (S) sao cho tiếp diện của (S) tại M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ mà a, b là các số nguyên dương và $\widehat{AMB}=90^\circ$?

A 2. **B** 1. **C** 3. **D** 4.

Lời giải.

Ta có $(S)\colon (x-3)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=1$ có tâm $I(3;2;1)$ và bán kính $R=1$.

Gọi K là trung điểm của $AB \Rightarrow K\left(\frac{a}{2};\frac{b}{2};0\right)$.

Theo giả thiết $\widehat{AMB}=90^\circ \Rightarrow MK=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$.

Lại có $\triangle IMK$ vuông tại $M \Rightarrow IM^2+MK^2=IK^2$.

$$\begin{aligned}&\Leftrightarrow 1+\frac{a^2+b^2}{4}=\left(\frac{a}{2}-3\right)^2+\left(\frac{b}{2}-2\right)^2+1\\&\Leftrightarrow -3a-2b+13=0\\&\Leftrightarrow 3a+2b=13.\end{aligned}$$

Mặt khác a, b là các số nguyên dương suy ra $0<a<4;\ 0<b<5$.

Ta có bảng sau

a	0	1	2	3	4
b	loại	5	loại	2	loại

Thử lại:

- Trường hợp 1: $A(1;0;0)$, $B(0;5;0)$ thỏa mãn do A, B nằm ngoài (S).
- Trường hợp 2: $A(3;0;0)$, $B(0;2;0)$ thỏa mãn do A, B nằm ngoài (S).

Vậy có 2 điểm M thỏa mãn yêu cầu của đề bài.

Chọn đáp án A □

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=x^4-12x^3+30x^2+(4-m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A 27. **B** 31. **C** 28. **D** 30.

Lời giải.

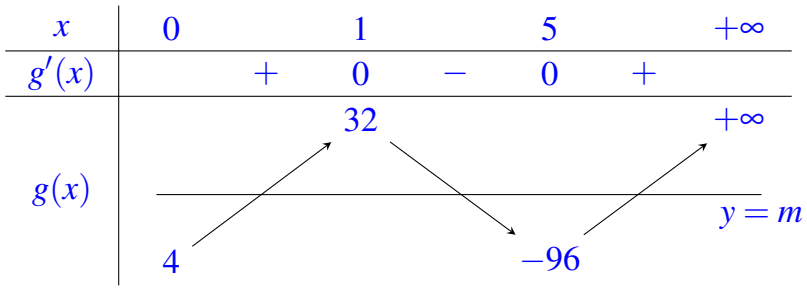
Để hàm số $y=f(|x|)$ có 7 cực trị $\Leftrightarrow$ hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị có hoành độ dương $\Leftrightarrow f'(x)=0$ có 3 nghiệm dương phân biệt.

Ta có

$$\begin{aligned}f'(x)=4x^3-36x^2+60x+4-m \quad &\Rightarrow \quad f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-36x^2+60x+4-m=0\\&\Leftrightarrow \quad g(x)=4x^3-36x^2+60x+4=m.\end{aligned}$$

Xét hàm số $g(x)=4x^3-36x^2+60x+4 \Rightarrow g'(x)=12x^2-72x+60=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=5. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của $g(x)$



Dựa vào BBT ta thấy, YCBT thỏa mãn $\Leftrightarrow 4<m<32$. Mà $min\mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{5;6;\ldots;31\}$.
Vậy có 27 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án A □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 74

1. C	2. D	3. A	4. A	5. D	6. A	7. B	8. A	9. B	10. B
11. D	12. B	13. C	14. B	15. A	16. D	17. B	18. B	19. C	20. C
21. D	22. D	23. A	24. A	25. B	26. B	27. C	28. B	29. C	30. B
31. C	32. C	33. D	34. D	35. A	36. B	37. D	38. D	39. C	40. B
41. B	42. C	43. D	44. C	45. A	46. D	47. D	48. B	49. A	50. A

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021
Môn: TOÁN, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 102
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Cho hai số phức $z=4+3i$ và $w=1-i$. Số phức $z-w$ bằng
(A) $5+2i$. (B) $7-i$. (C) $3+4i$. (D) $-3-4i$.

Lời giải.

Ta có $z-w=4+3i-(1-i)=3+4i$.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=5$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng
(A) -2. (B) $\frac{3}{5}$. (C) $\frac{5}{3}$. (D) 2.

Lời giải.

Ta có công sai $d=u_2-u_1=5-3=2$.

Chọn đáp án D □

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình
(A) $y=5$. (B) $y=1$. (C) $y=-5$. (D) $y=-1$.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x-1}{x-1}=5$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{5x-1}{x-1}=5$ nên tiệm cân ngang là $y=5$.

Chọn đáp án A □

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-4)$ là
(A) $(-\infty;4]$. (B) $[4;+\infty)$. (C) $(4;+\infty)$. (D) $(-\infty;4)$.

Lời giải.

Hàm số $y=\log_3(x-4)$ xác định khi và chỉ khi $x-4>0\Leftrightarrow x>4$.
Vậy tập xác định $\mathscr{D}=(4;+\infty)$.

Chọn đáp án C □

Câu 5. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A $V=\dfrac{1}{3}Bh$. **B** $V=\dfrac{4}{3}Bh$. **C** $V=Bh$. **D** $V=3Bh$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp được tính theo công thức $V=\dfrac{1}{3}Bh$.

Chọn đáp án A □

Câu 6. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y=x^3+x-2$?

A Điểm $M(1;1)$. **B** Điểm $N(1;2)$. **C** Điểm $P(1;3)$. **D** Điểm $Q(1;0)$.

Lời giải.

Thay tọa độ điểm $Q(1;0)$ vào hàm số $y=x^3+x-2$ ta thấy thỏa mãn.

Chọn đáp án D □

Câu 7. Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n\geq 3$, công thức nào sau đây đúng?

A $\mathrm{C}_n^3=\dfrac{(n-3)!}{n!}$. **B** $\mathrm{C}_n^3=\dfrac{3!(n-3)!}{n!}$. **C** $\mathrm{C}_n^3=\dfrac{n!}{(n-3)!}$. **D** $\mathrm{C}_n^3=\dfrac{n!}{3!(n-3)!}$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x)>2$ là

A $(0;4)$. **B** $\left(\dfrac{9}{2};+\infty\right)$. **C** $\left(0;\dfrac{9}{2}\right)$. **D** $(4;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\log_3(2x)>2\Leftrightarrow 2x>3^2\Leftrightarrow x=\dfrac{9}{2}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $\left(\dfrac{9}{2};+\infty\right)$.

Chọn đáp án B □

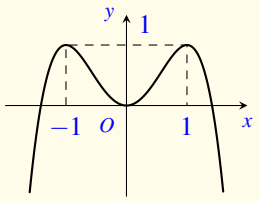
Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+3)^2+z^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ

A $(1;-3;0)$. **B** $(1;3;0)$. **C** $(-1;3;0)$. **D** $(-1;-3;0)$.

Lời giải.

Chọn đáp án A □

Câu 10.
Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$.
B $y=x^2-2x$.
C $y=2x^3+x^2$.
D $y=-x^4+2x^2$.

Lời giải.

Đây là đồ thị hàm trùng phương có hệ số $a<0$.

Chọn đáp án D □

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}=(-1;2;0)$ và $\vec{v}=(1;-2;3)$. Tọa độ của vec-tơ $\vec{u}+\vec{v}$ là
A $(-2;4;3)$.
B $(2;-4;3)$.
C $(0;0;3)$.
D $(0;0;-3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}+\vec{v}=(-1+1;2-2;0+3)\Rightarrow \vec{u}+\vec{v}=(0;0;3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	5	↘	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
A 1.
B 3.
C 0.
D 2.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=5. \end{array}\right.$

Suy ra hàm số có hai cực trị.

Chọn đáp án D □

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận $\vec{n}=(2;-1;4)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

(A) $2x+y-4z+1=0$. (B) $2x+y-4z=0$.

(C) $2x-y+4z=0$. (D) $2x-y+4z+1=0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng đi qua O và nhận $\vec{n}=(2;-1;4)$ làm véc-tơ pháp tuyến là $2x-y+4z=0$.

Chọn đáp án C □

Câu 14. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=5a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\frac{5a^3}{3}$. (B) $5a^3$. (C) $\frac{5a^3}{6}$. (D) $\frac{5a^3}{2}$.

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ $V=B\cdot h=5a^2\cdot a=5a^3$.

Chọn đáp án B □

Câu 15. Phần ảo của số phức $z=3-4i$ bằng

(A) 4. (B) -3. (C) -4. (D) 3.

Lời giải.

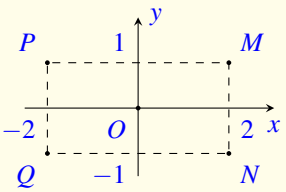
Phần ảo của số phức $z=3-4i$ là -4.

Chọn đáp án C □

Câu 16.

Điểm nào trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $z=-2-i$?

(A) Điểm Q. (B) Điểm P. (C) Điểm N. (D) Điểm M.



Lời giải.

Số phức $z=-2-i$ có điểm biểu diễn là $Q(-2;-1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y=4^x$ là

(A) $y' = x \cdot 4^{x-1}$. (B) $y' = 4^x \ln 4$. (C) $y' = \dfrac{4^x}{\ln 4}$. (D) $y' = 4^x$.

Lời giải.

Đạo hàm của hàm số $y = 4^x$ là $y' = 4^x \ln 4$.

Chọn đáp án B □

Câu 18. Thể tích của khối cầu bán kính $2a$ bằng

(A) $\dfrac{4}{3}\pi a^3$. (B) $\dfrac{32}{3}\pi a^2$. (C) $32\pi a^3$. (D) $\dfrac{8}{3}\pi a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối cầu cần tìm là $V = \dfrac{4}{3}\pi(2a)^3 = \dfrac{32}{3}\pi a^3$.

Chọn đáp án B □

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty;-2)$. (B) $(-2;2)$. (C) $(-2;0)$. (D) $(0;+\infty)$.

Lời giải.

Từ bảng xét dấu đạo hàm ta thấy $f'(x)$ dương trong các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$ nên hàm số đồng biến trong các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 20. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh ℓ. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

(A) $S_{xq} = \dfrac{4}{3}\pi r\ell$. (B) $S_{xq} = \pi r\ell$. (C) $S_{xq} = 4\pi r\ell$. (D) $S_{xq} = 2\pi r\ell$.

Lời giải.

Ta có $S_{xq} = \pi r\ell$.

Chọn đáp án B □

Câu 21. Với mọi số thực a dương, $\log_3(3a)$ bằng

(A) $3\log_3 a$. (B) $1-\log_3 a$. (C) $\log_3 a$. (D) $1+\log_3 a$.

Lời giải.

Với mọi số thực a dương ta có $\log_3(3a)=\log_3 3+\log_3 a=1+\log_3 a$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 22. Nghiệm của phương trình $5^x=2$ là

(A) $x=\log_2 5$. (B) $x=\log_5 2$. (C) $x=\dfrac{2}{5}$. (D) $x=\sqrt{5}$.

Lời giải.

Ta có $5^x=2\Leftrightarrow x=\log_5 2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=2+\cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\mathrm{d}x=2x+\sin x+C$. (B) $\int f(x)\mathrm{d}x=2x+\cos x+C$.

(C) $\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x+C$. (D) $\int f(x)\mathrm{d}x=2x-\sin x+C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(2+\cos x)\,\mathrm{d}x=2x+\sin x+C$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận véc-tơ $\vec{u}=(2;-3;4)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là

(A) $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{4}$. (B) $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z+3}{4}$.

(C) $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{3}$. (D) $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{4}$.

Lời giải.

Đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(2;-3;4)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{4}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 25. Cho hàm số $f(x)=4x^3-2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\int f(x)\mathrm{d}x=x^4-2x+C$.

B $\int f(x)\mathrm{d}x=4x^3-2x+C$.

C $\int f(x)\mathrm{d}x=12x^2+C$.

D $\int f(x)\mathrm{d}x=x^4+C$.

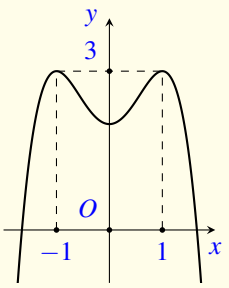
Lời giải.

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(4x^3-2\right)\mathrm{d}x=x^4-2x+C$.

Chọn đáp án A

Câu 26.

Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c,\ (a;b;c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



A $x=-1$. **B** $x=2$. **C** $x=1$. **D** $x=0$.

Lời giải.

Từ đồ thị hàm số ta thấy điểm cực tiểu của hàm số là $x=0$.

Chọn đáp án D

Câu 27. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=5$ và $\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=2$ thì $\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 10. **B** -3. **C** 3. **D** 7.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x\Rightarrow\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=5+2=7$.

Chọn đáp án D

Câu 28. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[1;2]$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $F(1)=-2$ và $F(2)=3$. Khi đó $\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A -5. **B** 1. **C** -1. **D** 5.

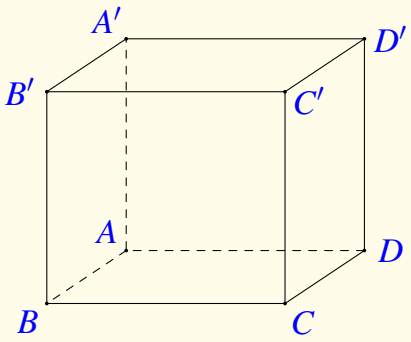
Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x = F(x)\Big|_1^2 = F(2)-F(1) = 3-(-2) = 5$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng

(A) $\sqrt{3}a$. (B) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$. (C) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$. (D) $\sqrt{2}a$.

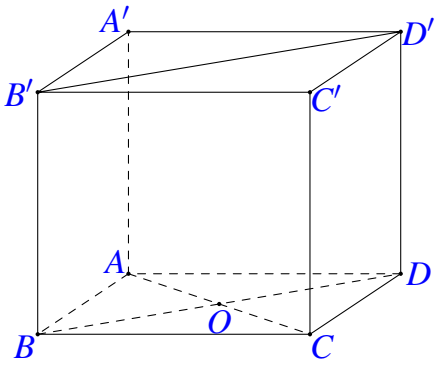


Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$, ta có

$$\begin{cases} CO \perp BD \\ CO \perp BB' \end{cases} \Rightarrow CO \perp (BDD'B')$$

$\Rightarrow \mathrm{d}(C,(BDD'B')) = CO = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}a$.



Chọn đáp án (B) □

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+y-3z+1=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

(A) $2x+y-3z-7=0$. (B) $2x+y-3z+7=0$.

(C) $2x+y+3z-1=0$. (D) $2x+y+3z+1=0$.

Lời giải.

Ta có véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_{(P)} = (2;1;-3)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua $A(1;2;-1)$ và song song với (P), khi đó véc-tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_{(Q)} = \vec{n}_{(P)} = (2;1;-3)$.

Vậy phương trình của mặt phẳng (Q) là $2(x-1)+(y-2)-3(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x+y-3z-7=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 31. Với $a>0$, đặt $\log_2(2a)=b$, khi đó $\log_2\left(4a^3\right)$ bằng

(A) $3b+5$. (B) $3b$. (C) $3b+2$. (D) $3b-1$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(2a)=b \Leftrightarrow 1+\log_2(a)=b \Leftrightarrow \log_2(a)=b-1$.
Suy ra $\log_2\left(4a^3\right)=\log_2 4+3\log_2 a=2+3(b-1)=3b-1$.
Vậy $\log_2\left(4a^3\right)=3b-1$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 32. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 17 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng

(A) $\frac{7}{34}$. (B) $\frac{9}{34}$. (C) $\frac{9}{17}$. (D) $\frac{8}{17}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 17 số nguyên dương đầu tiên.
Ta có $n(\Omega)=\mathrm{C}_{17}^2=136$.
Trong 17 số nguyên dương đầu tiên có 9 số lẻ và 8 số chẵn nên số cách chọn được hai số chẵn là $\mathrm{C}_8^2=28$ cách.
Vậy xác suất cần tìm là $\frac{28}{136}=\frac{7}{34}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 33. Cho số phức $z=4-2i$, mô-đun của số phức $(1+i)z$ bằng

(A) $2\sqrt{10}$. (B) 24. (C) $2\sqrt{26}$. (D) 40.

Lời giải.

Ta có $(1+i)z=(1+i)(4-2i)=6+2i$.
Do đó mô-đun của $(1+i)z=|6+2i|=\sqrt{6^2+2^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$.
Vậy $|(1+i)z|=2\sqrt{10}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 34. Trên đoạn $[-4;-1]$, hàm số $y=-x^4+8x^2-19$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

(A) $x=-3$. (B) $x=-2$. (C) $x=-4$. (D) $x=-1$.

Lời giải.

Hàm số $y=-x^4+8x^2-19$ xác định và liên tục trên $[-4;-1]$.

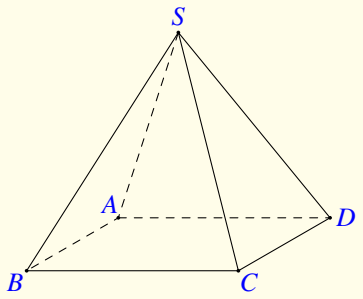
Ta có $y' = -4x^3 + 16x = -4x\left(x^2 - 4\right)$, khi đó trên $[-4;-1]$ ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 0 & \text{(loại)} \\ x = -2 & \text{(thỏa mãn)} \\ x = 2 & \text{(loại).} \end{array}\right.$

Lại có $f(-1) = -12$; $f(-2) = -3$; $f(-4) = -147$.
Vậy trên đoạn $[-4;-1]$, hàm số $y = -x^4 + 8x^2 - 19$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = -2$.

Chọn đáp án B

Câu 35.
Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

A 90°. B 60°. C 30°. D 45°.



Lời giải.

Do $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau, tứ giác $ABCD$ là hình vuông và tam giác SAB đều.
Lại có $AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{(SB,CD)} = \widehat{(SB,AB)} = \widehat{SBA} = 60^\circ$.

Chọn đáp án B

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;-1)$ và $N(3;0;2)$. Đường thẳng MN có phương trình là

A $\dfrac{x+1}{4} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{1}$. B $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{3}$.

C $\dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+1}{1}$. D $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-1}{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng MN nhận véc-tơ $\vec{u} = \overrightarrow{MN} = (2;-1;3)$ làm véc-tơ chỉ phương và đi qua điểm $M(1;1;-1)$ nên MN có phương trình là $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{3}$.

Chọn đáp án B

Câu 37. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A $y = x^3 + 4x$. B $y = x^3 - 4x$. C $y = x^4 - 2x^2$. D $y = \dfrac{4x-1}{x+1}$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^3 + 4x$ có tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
Ta có $y' = 3x^2 + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án A

Câu 38. Nếu $\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ thì $\int\limits_0^2 [2x - f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

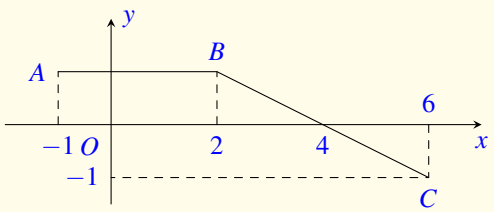
A 2. **B** 8. **C** 6. **D** 0.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_0^2 [2x - f(x)]\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^2 2x\,\mathrm{d}x - \int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = x^2\Big|_0^2 - 2 = 2.$

Chọn đáp án A

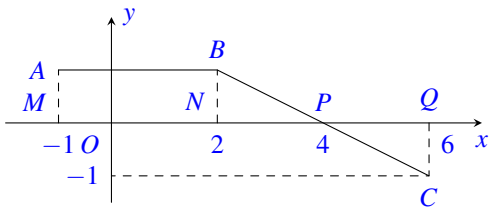
Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1;6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC như hình bên. Biết F là nguyên hàm của f thỏa mãn $F(-1) = -2$. Giá trị của $F(4) + F(6)$ bằng



A 3. **B** 4. **C** 8. **D** 5.

Lời giải.

Diện tích của $ABNM$ là $S_1 = 3$.
Diện tích của BPN là $S_2 = 1$.
Diện tích của PCQ là $S_3 = 1$.
Ta có



- $S_1 = \int\limits_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 3 \Leftrightarrow F(2) - F(-1) = 3 \Leftrightarrow F(2) = 1.$
- $S_2 = \int\limits_{2}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x = 1 \Leftrightarrow F(4) - F(2) = 1 \Leftrightarrow F(4) = 2.$
- $S_3 = -\int\limits_{4}^{6} f(x)\,\mathrm{d}x = 1 \Leftrightarrow F(4) - F(6) = 1 \Leftrightarrow F(6) = 1.$

Suy ra $F(4) + F(6) = 3$.

Chọn đáp án A

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_3\left(x^2+1\right) - \log_3(x+21)\right]\left(16 - 2^{x-1}\right) \geq 0$.

(A) 17. **(B) 18.** (C) 16. (D) Vô số.

Lời giải.

Điều kiện $x > -21$.

Ta có $\left[\log_3\left(x^2+1\right)-\log_3(x+21)\right]\left(16-2^{x-1}\right)\geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x>-21 \\ \left[\begin{cases}\log_3\left(x^2+1\right)-\log_3(x+21)\geq 0\\ 16-2^{x-1}\geq 0\end{cases}\right. \\ \left[\begin{cases}\log_3\left(x^2+1\right)-\log_3(x+21)\leq 0\\ 16-2^{x-1}\leq 0\end{cases}\right.\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x>-21 \\ \left[\begin{cases}\log_3\left(x^2+1\right)\geq \log_3(x+21)\\ 16\geq 2^{x-1}\end{cases}\right. \\ \left[\begin{cases}\log_3\left(x^2+1\right)\leq \log_3(x+21)\\ 16\leq 2^{x-1}\end{cases}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-21 \\ \left[\begin{cases}x^2+1\geq x+21\\ x\leq 5\end{cases}\right. \\ \left[\begin{cases}x^2+1\leq x+21\\ x\geq 5\end{cases}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-21 \\ \left[\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\geq 5\\ x\leq -4\end{array}\right.\\ x\leq 5\end{cases}\right. \\ \left[\begin{cases}-4\leq x\leq 5\\ x\geq 5\end{cases}\right.\end{cases}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ -21<x\leq -4.\end{array}\right.$

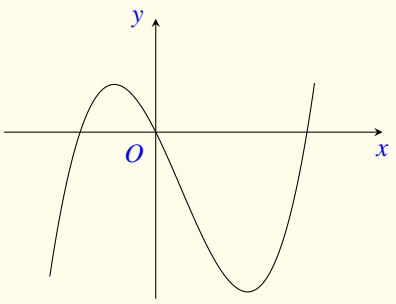
Do x nguyên nên $x\in\{-20,-19,\ldots,-4,5\}$.

Vậy có 18 giá trị nguyên thỏa mãn.

Chọn đáp án (B) □

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x)-4=0$ là

(A) 1. **(B) 2.** (C) 3. (D) 4.



Lời giải.

Gọi $x_1<x_2$ (với $x_1,x_2\neq 0$) là hoành độ giao điểm của đồ thị $y=f'(x)$ với trục hoành.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(x_1)$	↗	0	↘	$f(x_2)$	↗	$+\infty$

Phương trình $3f(x)-4=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{4}{3}$.

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(x_1)$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$f(x_2)$	$\nearrow$	$+\infty$

$y=\dfrac{4}{3}$

Số nghiệm phương trình $f(x)=\dfrac{4}{3}$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{4}{3}$.
Từ bảng biến thiên, ta thấy phương trình $3f(x)-4=0$ có hai nghiệm phân biệt.

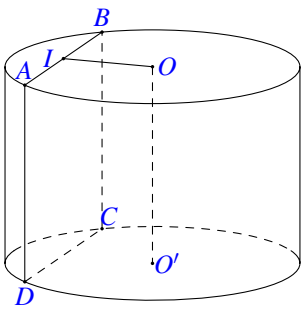
Chọn đáp án (B) ☐

Câu 42. Cắt hình trụ (T) bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $16a^2$. Diện tích xung quanh của (T) bằng

(A) $\dfrac{16\sqrt{13}}{3}\pi a^2$. (B) $4\sqrt{12}\pi a^2$. (C) $\dfrac{18\sqrt{13}}{3}\pi a^2$. (D) $8\sqrt{13}\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi (P) là mặt phẳng song song với trục OO'.
Theo đề bài ta có (P) cắt (T) theo thiết diện là hình vuông $ABCD$.
Diện tích hình vuông $ABCD$ bằng $16a^2$
Nên $AB^2=AD^2=16a^2 \Rightarrow AB=AD=4a$.
Gọi I là trung điểm của AB.
Mặt phẳng song song với trục cách trục một khoảng bằng $3a$ nên $OI=3a$.
Tam giác AIO vuông tại I



Nên $OA=\sqrt{OI^2+IA^2}=\sqrt{OI^2+\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2}=\sqrt{(3a)^2+(2a)^2}=a\sqrt{13}$.

Mặt phẳng thiết diện song song với trục nên $AD=OO'=4a$.
Diện tích xung quanh của hình trụ (T) là

$$S_{xq}=2\cdot\pi\cdot OA\cdot OO'=2\cdot\pi\cdot a\sqrt{13}\cdot 4a=8\sqrt{13}\pi a^2.$$

Chọn đáp án (D) ☐

Câu 43. Xét các số phức z và w thay đổi thỏa mãn $|z|=|w|=4$ và $|z-w|=4\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $P=|z-1-i|+|w+3-4i|$ bằng

(A) $\sqrt{41}$. (B) $5-2\sqrt{2}$. (C) $5-\sqrt{2}$. **D** $\sqrt{13}$.

Lời giải.

Đặt $\frac{z}{w}=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có $\begin{cases}\dfrac{|z|}{|w|}=1\\ |z-w|=4\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left|\dfrac{z}{w}\right|=1\\ \dfrac{|z-w|}{|w|}=\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x^2+y^2}=1\\ \left|\dfrac{z-w}{w}\right|=\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x^2+y^2}=1\\ \left|\dfrac{z}{w}-1\right|=\sqrt{2}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x^2+y^2}=1\\ \sqrt{(x-1)^2+y^2}=\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2=1\\ (x-1)^2+y^2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ y=\pm1.\end{cases}$

Suy ra $z=iw$ hoặc $z=-iw$.

Trường hợp 1:

$$\begin{aligned}z=iw\Rightarrow P&=|iw-1-i|+|w+3-4i|\\&=|w-1+i|+|-w-3+4i|\\&\geq|w-1+i-w-3+4i|=\sqrt{41}.\end{aligned}\tag{1}$$

Trường hợp 2:

$$\begin{aligned}z=-iw\Rightarrow P&=|-iw-1-i|+|w+3-4i|\\&=|-w-1+i|+|w+3-4i|\geq|-w-1+i+w+3-4i|=\sqrt{13}.\end{aligned}\tag{2}$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \min P=\sqrt{13}$ đạt được $\Leftrightarrow\begin{cases}z=\dfrac{2-9\sqrt{23}}{13}-\dfrac{3+6\sqrt{23}}{13}i\\ w=-\dfrac{3+6\sqrt{23}}{13}-\dfrac{2-9\sqrt{23}}{13}i.\end{cases}$.

Chọn đáp án D □

Câu 44. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x$ với a, b, c, m, $n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1, 2 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

(A) $\frac{32}{3}$. **B** $\frac{71}{9}$. (C) $\frac{71}{6}$. (D) $\frac{64}{9}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+3; g'(x)=3mx^2+2nx-1$.

Suy ra $f'(x)-g'(x)=4ax^3+(3b-3m)x^2+(2c-2n)x+4$. (1)

Vì hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1, 2, 3 nên phương trình $f'(x)-g'(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt -1, 2, 3. Do đó $a\neq0$ và $f'(x)-g'(x)=4a(x+1)(x-2)(x-3)$. (2)

Thay lần lượt $x=0$ vào (1) và (2) ta được

$$\begin{cases}f'(0)-g'(0)=24a\\ f'(0)-g'(0)=4\end{cases}\Rightarrow 24a=4\Leftrightarrow a=\frac{1}{6}.$$

Suy ra $f'(x)-g'(x)=\dfrac{2}{3}(x+1)(x-2)(x-3)$.

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

$$S=\int_{-1}^{3}\left|\frac{2}{3}(x+1)(x-2)(x-3)\right|\mathrm{d}x=\frac{71}{9}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x\in(1;5)$ thỏa mãn $4(x-1)e^x=y\left(e^x+xy-2x^2-3\right)$?

(A) 14. (B) 12. (C) 10. (D) 11.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương $4(x-1)e^x-y\left(e^x+xy-2x^2-3\right)=0.$ (1)

Xét hàm số $f(x)=4(x-1)e^x-y\left(e^x+xy-2x^2-3\right)$, ta có

$f'(x)=4e^x+4(x-1)e^x-y(e^x+y-4x)=4xe^x-y(e^x+y-4x)=(e^x+y)(4x-y).$

$f'(x)=0\Leftrightarrow 4x-y=0\Leftrightarrow x=\dfrac{y}{4}$ (Vì $e^x+y>0,\forall x\in\mathbb{R},\ \forall y\in\mathbb{N}^*$).

Trường hợp 1: $1<\dfrac{y}{4}<5\Leftrightarrow 4<y<20$. Ta có bảng biến thiên

y	$-\infty$		1		$\dfrac{y}{4}$		5		$+\infty$
$f'(y)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(y)$	$+\infty$	↘	$f(1)$	↘	$f\left(\dfrac{y}{4}\right)$	↗	$f(5)$	↗	$+\infty$

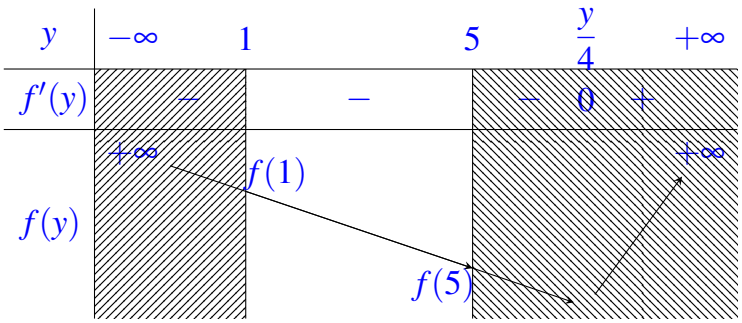
Ta thấy $f(1)=-t(e+y-5)<0,\forall y\in(4;20)$ nên phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi

$$\begin{aligned}f(5)>0&\Leftrightarrow 16e^5-y\left(e^5+5y-53\right)>0\\&\Leftrightarrow -5y^2-\left(e^5-53\right)y+16e^5>0\\&\Leftrightarrow 5y^2+\left(e^5-53\right)y-16e^5<0\\&\Leftrightarrow \frac{53-e^5-\sqrt{(e^5-53)^2+320e^5}}{10}<y<\frac{53-e^5+\sqrt{(e^5-53)^2+320e^5}}{10}.\end{aligned}$$

$$\left(\frac{53-e^5-\sqrt{(e^5-53)^2+320e^5}}{10}\approx -33,33,\ \frac{53-e^5+\sqrt{(e^5-53)^2+320e^5}}{10}\approx 14,25\right).$$

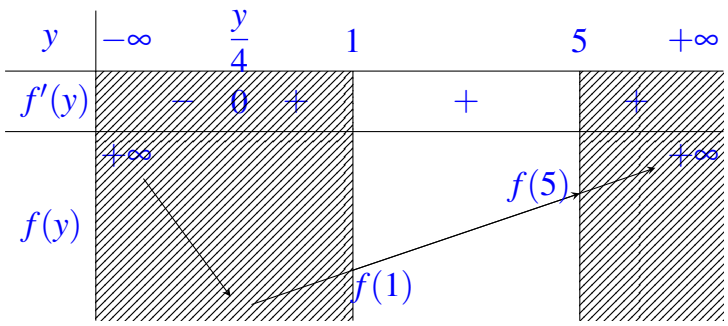
Do $y\in\mathbb{N}^*$ và $4<y<20$ nên nhận $y\in\{5;6;\ldots;14\}$.

Trường hợp 2. $\frac{y}{4} \geq 5 \Leftrightarrow y \geq 20$. Ta có bảng biến thiên



Vì $f(1) = -y(e+y-5) < 0,\ \forall y \in \mathbb{N}^*, y \geq 20$ nên từ bảng biến thiên suy ra phương trình (1) vô nghiệm.

Trường hợp 3. $\frac{y}{4} \leq 1 \Leftrightarrow y \leq 4$. Ta có bảng biến thiên



Vì $f(5) = 16e^5 - y\left(e^5 + 5y - 53\right) = e^5(16-y) + y(53-y) > 0,\ \forall y \leq 4$ nên phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi

$$f(1) < 0 \Leftrightarrow -y(e+y-5) < 0 \Leftrightarrow e+y-5 > 0 \Leftrightarrow y > 5-e \approx 2,28.$$

Do $y \in \mathbb{N}^*$ và $y \leq 4$ nên nhận $y \in \{3;4\}$.

Kết hợp các trường hợp, ta thu được $y \in \{3;4;5;6;\ldots;14\}$.
Vậy có 12 giá trị nguyên của y thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (B) □

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;1)$ và đường thẳng $d\colon \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$.
Đường thẳng qua A cắt trục Oy và vuông góc với d có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = 3+t \\ y = 1-t \\ z = 1+t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 4-2t \\ z = -3+3t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = 1-t \\ z = 1+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = -3+3t \\ y = 5-2t \\ z = -1+t \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;1)$. Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và B là giao điểm của Δ và trục Oy thì $B(0;b;0)$. Khi đó $\overrightarrow{BA}=(3;1-b;1)$.
Theo đề $d\perp\Delta\Leftrightarrow\overrightarrow{BA}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 3+2-2b+1=0\Leftrightarrow b=3$.
Δ nhận $\overrightarrow{BA}=(3;-2;1)$ làm véc-tơ chỉ phương và đi qua điểm $A(3;1;1)$ nên có phương trình là
$$\begin{cases}x=3+3t\\y=1-2t\\z=1+t.\end{cases}$$
Cho $t=-2$, ta được $M(-3;5;-1)\in\Delta$ nên phương trình Δ có thể viết là $\begin{cases}x=-3+3t\\y=5-2t\\z=-1+t.\end{cases}$

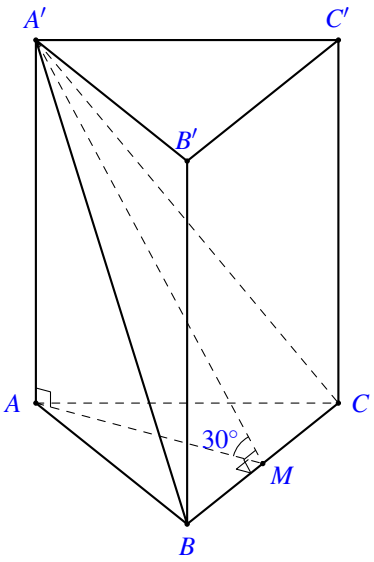
Chọn đáp án D □

Câu 47. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A $64\sqrt{3}a^3$. B $\dfrac{64\sqrt{3}}{3}a^3$. C $\dfrac{64\sqrt{3}}{27}a^3$. D $\dfrac{64\sqrt{3}}{9}a^3$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm cạnh BC. Vì $(A'MA)\perp BC$ nên góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) chính là góc giữa hai đường thẳng MA và MA'.
Tam giác $A'MA$ vuông tại A nên góc giữa hai đường thẳng MA và MA' là số đo của góc $\widehat{A'MA}$.
Suy ra $\widehat{A'MA}=30^\circ$, $AM=AA'\cdot\cot 30^\circ=4a\sqrt{3}$.
$\triangle ABC$ đều $\Rightarrow AM=\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AB=\dfrac{2AM}{\sqrt{3}}=8a$.
Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC}=\dfrac{(8a)^2\sqrt{3}}{4}=16a^2\sqrt{3}$.
Vậy thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'}=4a\cdot 16a^2\sqrt{3}=64a^3\sqrt{3}$.



Chọn đáp án A □

Câu 48. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2+4az+b^2+2=0$ (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a;b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1+2iz_2=3+3i$?

A 4. B 1. C 2. D 3.

Lời giải.

Trường hợp 1: z_1 và z_2 là hai nghiệm thực.

Ta có $z_1+2iz_2=3+3i \Leftrightarrow \begin{cases} z_1=3 \\ z_2=\dfrac{3}{2}. \end{cases}$

Khi đó

$-4a=z_1+z_2=3+\dfrac{3}{2} \Leftrightarrow a=-\dfrac{9}{8}$ và $b^2+2=z_1\cdot z_2=3\cdot\dfrac{3}{2} \Leftrightarrow b=\pm\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

Như vậy, trường hợp 1 có $(a;b)\in\left\{\left(-\dfrac{9}{8};-\dfrac{\sqrt{10}}{2}\right);\left(-\dfrac{9}{8};\dfrac{\sqrt{10}}{2}\right)\right\}$.

Trường hợp 2: z_1 và z_2 là hai nghiệm phức.

Đặt $z_1=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$ thì $z_2=x-yi$. Ta có

$$z_1+2iz_2=3+3i \Leftrightarrow x+yi+2i(x-yi)=3+3i \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=3 \\ 2x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1=1+i \\ z_2=1-i. \end{cases}$$

Khi đó $-4a=z_1+z_2=2 \Leftrightarrow a=-\dfrac{1}{2}$ và $b^2+2=z_1\cdot z_2=2 \Leftrightarrow b=0$.

Như vậy, trường hợp 2 có $(a;b)=\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$.

Vậy có 3 cặp số thực $(a;b)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án D □

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=x^4-12x^3+30x^2+(3-m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A) 25. B) 27. C) 26. D) 28.

Lời giải.

Tập xác định $\mathbb{R}$.

$f'(x)=4x^3-36x^2+60x+3-m$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 4x^3-36x^2+60x+3=m$. (1)

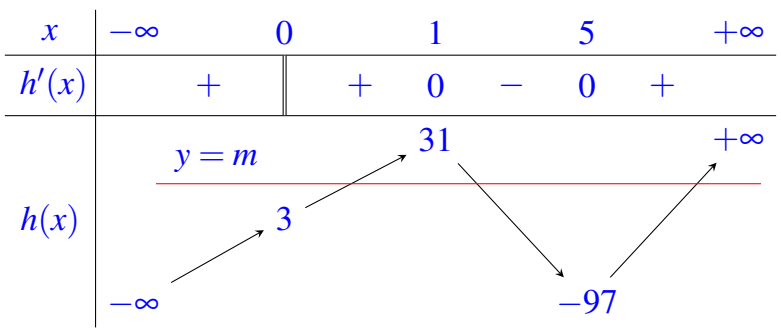
Hàm số $g(x)=f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị khi và chỉ khi hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị với hoành độ dương. Điều này xảy ra khi và chỉ khi $f'(x)$ có 3 nghiệm dương phân biệt.

Đặt $h(x)=4x^3-36x^2+60x+3$, ta có

$h'(x)=12x^2-72x+60$,

$h'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=5. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $h(x)$



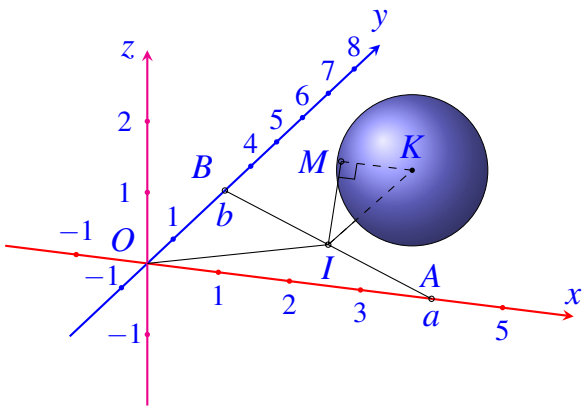
Phương trình (1) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=h(x)$ và đường thẳng $y=m$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt dương khi và chỉ khi $m\in(3;31)$. Kết hợp giả thiết m nguyên ta được $m\in\{4;5;\ldots;30\}$.
Vậy có 27 giá trị m thỏa mãn.

Chọn đáp án B □

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (S) sao cho tiếp diện của (S) tại điểm M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ mà a, b là các số nguyên dương và $\widehat{AMB}=90^\circ$?

A 4. B 1. C 3. D 2.

Lời giải.



Gọi K là tâm mặt cầu và I là trung điểm AB. Tam giác AMB vuông tại M và I là trung điểm của AB nên $MI=\dfrac{1}{2}AB=OI$ (O là gốc tọa độ). Như vậy, ta có

$$\begin{aligned}
OI^2=MI^2\Leftrightarrow OI^2=KI^2-MK^2 &\Leftrightarrow KI^2-OI^2=MK^2\\
&\Leftrightarrow (x_I-2)^2+(y_I-3)^2+(z-1)^2-\left(x_I^2+y_I^2+z_I^2\right)=1\\
&\Leftrightarrow 6x_I+4y_I+2z_I=13\\
&\Leftrightarrow 6x_I+4y_I=13\ (\text{Vì } z_I=0)\\
&\Leftrightarrow 3x_A+2y_B=13\\
&\Leftrightarrow 3a+2b=13.
\end{aligned}$$

Vì a, b nguyên dương nên chỉ có hai cặp thỏa $(1;5)$, $(3;2)$. Ứng với mỗi cặp điểm A, B thì có duy nhất một điểm M thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án D □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 75

1. C	2. D	3. A	4. C	5. A	6. D	7. D	8. B	9. A	10. D

11. C	12. D	13. C	14. B	15. C	16. A	17. B	18. B	19. A	20. B
21. D	22. B	23. A	24. A	25. A	26. D	27. D	28. D	29. B	30. A
31. D	32. A	33. A	34. B	35. B	36. B	37. A	38. A	39. A	40. B
41. B	42. D	43. D	44. B	45. B	46. D	47. A	48. D	49. B	50. D

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021
Môn: TOÁN, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 111
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 2$, công thức nào dưới đây đúng?

A $C_n^2 = \dfrac{n!}{2!(n-2)!}$. **B** $C_n^2 = \dfrac{(n-2)!}{n!}$. **C** $C_n^2 = \dfrac{n!}{(n-2)!}$. **D** $C_n^2 = \dfrac{2!(n-2)!}{n!}$.

Lời giải.

Ta có $C_n^2 = \dfrac{n!}{2!(n-2)!}$.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 2a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A $\dfrac{1}{3}a^3$. **B** $2a^3$. **C** $\dfrac{2}{3}a^3$. **D** a^3.

Lời giải.

Ta có $V = B \cdot h = 2a^2 \cdot a = 2a^3$.

Chọn đáp án B □

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận vec-tơ $\vec{n} = (1;2;-3)$ làm vec-tơ pháp tuyến có phương trình là

A $x+2y-3z+1=0$. **B** $x-2y+3z+1=0$.
C $x-2y+3z=0$. **D** $x+2y-3z=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng đi qua O và nhận vec-tơ $\vec{n} = (1;2;-3)$ làm vec-tơ pháp tuyến có phương trình là

$$(x-0)+2(y-0)-3(z-0)=0 \Leftrightarrow x+2y-3z=0.$$

Chọn đáp án D □

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vec-tơ $\vec{u} = (-1;2;-5)$ và $\vec{v} = (0;-2;3)$. Tọa độ của vec-tơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

A $(1;0;2)$. **B** $(-1;4;-8)$. **C** $(-1;0;-2)$. **D** $(1;-4;8)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}+\vec{v} = (-1;0;-2)$.

Chọn đáp án C □

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-\infty;-1)$. B $(0;+\infty)$. C $(-1;1)$. D $(-1;0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$, ta có hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 6. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y=x^3-x+1$?

A Điểm $M(1;1)$. B Điểm $Q(1;3)$. C Điểm $N(1;0)$. D Điểm $P(1;2)$.

Lời giải.

Ta thay tọa độ điểm M,N,P,Q lần lượt vào $y=x^3-x+1$ thì có điểm M thỏa mãn còn các điểm N,P,Q không thỏa mãn.

Chọn đáp án A □

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=1+\cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\sin x+C$. B $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x-\sin x+C$.

C $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\sin x+C$. D $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\cos x+C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int(1+\cos x)\,\mathrm{d}=x+\sin x+C$.

Chọn đáp án A □

Câu 8. Đạo hàm của hàm số $y=6^x$ là

A $y'=\dfrac{6^x}{\ln 6}$. B $y'=x6^{x-1}$. C $y'=6^x\ln 6$. D $y'=6^x$.

Lời giải.

Ta có $y=6^x\Rightarrow y'=(6^x)'=6^x\ln 6$.

Chọn đáp án C □

Câu 9. Với mọi số thực a dương $\log_2(2a)$ bằng

A $1+\log_2 a$. B $1-\log_2 a$. C $2\log_2 a$. D $\log_2 a$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(2a)=\log_2 2+\log_2 a=1+\log_2 a$.

Chọn đáp án A □

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-1)$ là

A $[1;+\infty)$. B $(-\infty;1)$. C $(1;+\infty)$. D $(-\infty;1]$.

Lời giải.

Điều kiện $x-1>0\Leftrightarrow x>1$.
Tập xác định $\mathscr{D}=(1;+\infty)$.

Chọn đáp án C □

Câu 11. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[1;2]$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[1;2]$ thoả mãn $F(1)=-1$ và $F(2)=3$. Khi đó $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A -4. B 2. C -2. D 4.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=F(x)\big|_1^2=F(2)-F(1)=3-(-1)=4$.

Chọn đáp án D □

Câu 12. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A $y=2$. B $y=-2$. C $y=-1$. D $y=1$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} y=2\\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=2\end{cases}\Rightarrow y=2$ là phương trình tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án A □

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+y^2+(z+2)^2=4$. Tâm mặt cầu (S) có tọa độ là

(A) $(1;0;2)$. (B) $(1;0;-2)$. (C) $(-1;0;-2)$. (D) $(-1;0;2)$.

Lời giải.

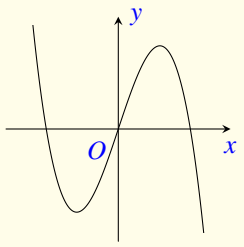
Mặt cầu (S) có tâm là $(1;0;-2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 14. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

(A) $y=x^2+x$. (B) $y=-x^3+3x$.

(C) $y=x^4-x^2$. (D) $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$.

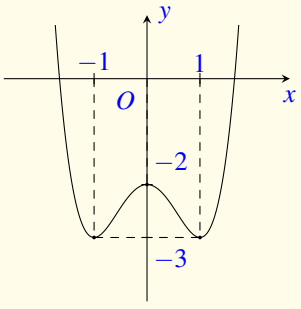


Lời giải.

Đồ thị đã cho là hàm đa thức bậc ba có hệ số $a<0$.
Đối chiếu với các đáp án thì phương án $y=-x^3+3x$ có đồ thị phù hợp với hình đã cho.

Chọn đáp án B □

Câu 15. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là



(A) $x=1$. (B) $x=0$. (C) $x=-2$. (D) $x=-1$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số điểm cực đại của hàm số đã cho là $x=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và có một vec-tơ $\vec{u}=(2;3;-5)$ làm vec-tơ chỉ phương có phương trình là

A $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{-5}$.

B $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{5}$.

C $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+5}{3}$.

D $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+3}{-5}$.

Lời giải.

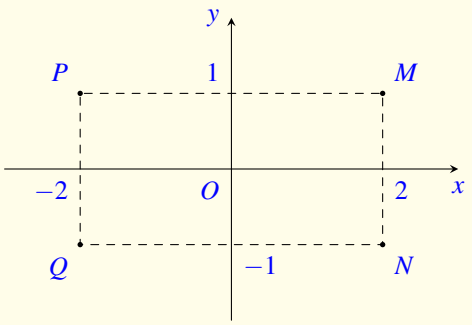
Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và có một vec-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;-5)$. Phương trình của d là $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{-5}$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 17.

Điểm nào trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức $z=2-i$?

A Điểm N. **B** Điểm M. **C** Điểm Q. **D** Điểm P.



Lời giải.

Điểm biểu diễn của số phức $z=2-i$ là điểm $N(2;-1)$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 18. Cho hai số phức $z=2+3i$ và $w=1-i$. Số phức $z-w$ bằng

A $-1-4i$. **B** $5+i$. **C** $3+2i$. **D** $1+4i$.

Lời giải.

Ta có $z-w=2+3i-(1-i)=1+4i$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	3	↘	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A 3. **B** 4. **C** 1. **D** 2.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án A □

Câu 20. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh là l thì diện tích xung quanh của hình nón tính theo công thức nào dưới đây?

A $S_{xq}=\pi rl$. **B** $S_{xq}=\dfrac{4}{3}\pi rl$. **C** $S_{xq}=4\pi rl$. **D** $S_{xq}=2\pi rl$.

Lời giải.

Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl$.

Chọn đáp án A □

Câu 21. Cho hàm số $f(x)=4x^3-1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^4+C$. **B** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=12x^2+C$.

C $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^4-x+C$. **D** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=4x^3-x+C$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int\left(4x^3-x\right)\mathrm{d}x=x^4-x+C$.

Chọn đáp án C □

Câu 22. Nghiệm của phương trình $7^x=2$ là

A $x=\log_7 2$. **B** $x=\sqrt{7}$. **C** $x=\dfrac{2}{7}$. **D** $x=\log_2 7$.

Lời giải.

Ta có $7^x=2\Leftrightarrow x=\log_7 2$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x) > 3$ là

A $\left(\frac{8}{3};+\infty\right)$. B $(0;3)$. C $\left(0;\frac{8}{3}\right)$. D $(3;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(3x) > 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x > 0 \\ 3x > 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > \frac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{8}{3}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left(\frac{8}{3};+\infty\right)$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 24. Nếu $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ thì $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 1. B 12. C 7. D -1.

Lời giải.

Ta có $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x \Rightarrow \int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 3+4 = 7$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 25. Thể tích của khối cầu bán kính $4a$ bằng

A $\frac{256}{3}\pi a^3$. B $64\pi a^3$. C $\frac{4}{3}\pi a^3$. D $\frac{64}{3}\pi a^3$.

Lời giải.

Theo công thức tính thể tích khối cầu ta có $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(4a)^3 = \frac{256}{3}\pi a^3$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 26. Phần ảo của số phức $z = 3-2i$ bằng

A -3. B 3. C -2. D 2.

Lời giải.

Phần ảo của số phức $z = 3-2i$ là -2.

Chọn đáp án C ☐

Câu 27. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 5$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

(A) $\frac{2}{5}$. (B) $\frac{5}{2}$. (C) -3. (D) 3.

Lời giải.

Gọi d là công sai của cấp số cộng (u_n), ta có: $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow d = u_2 - u_1 = 5 - 2 = 3$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 28. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

(A) $V = 3Bh$. (B) $V = Bh$. (C) $V = \frac{1}{3}Bh$. (D) $V = \frac{4}{3}Bh$.

Lời giải.

Công thức tính thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}Bh$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 29. Trên đoạn $[1;4]$, hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 19$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

(A) $x = 4$. (B) $x = 1$. (C) $x = 2$. (D) $x = 3$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 19$ xác định và liên tục trên $[1;4]$.

Ta có $y' = 4x^3 - 16x = 4x(x^2 - 4)$, khi đó trên $[1;4]$ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 0 & \text{(loại)} \\ x = 2 & \text{(thỏa mãn)} \\ x = -2 & \text{(loại).} \end{array}\right.$

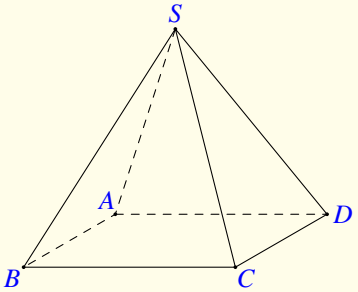
Lại có $f(1) = 12$; $f(2) = 3$; $f(4) = 106$.
Vậy trên đoạn $[1;4]$, hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 19$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 2$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 30.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng

(A) $90°$. (B) $60°$. (C) $30°$. (D) $45°$.



Lời giải.

Do $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau tứ giác $ABCD$ là hình vuông và tam giác SCD đều.
Lại có $AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{(SA,CD)} = \widehat{(SA,AB)} = \widehat{SAB} = 60^\circ$.

Chọn đáp án B □

Câu 31. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 17 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số lẻ bằng

A $\frac{8}{17}$. B $\frac{7}{34}$. C $\frac{9}{17}$. D $\frac{9}{34}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 17 số nguyên dương đầu tiên.
Ta có $n(\Omega) = C_{17}^2 = 136$.
Trong 17 số nguyên dương đầu tiên có 9 số lẻ và 8 số chẵn nên số cách chọn được hai số lẻ từ 17 số này là $C_9^2 = 36$ cách.
Vậy xác suất cần tìm là $\frac{36}{136} = \frac{9}{34}$.

Chọn đáp án D □

Câu 32. Với $a > 0$, đặt $\log_3(3a) = b$, khi đó $\log_3\left(9a^3\right)$ bằng

A $3b$. B $3b+2$. C $3b+5$. D $3b-1$.

Lời giải.

Ta có $\log_3\left(9a^3\right) = \log_3 \frac{(3a)^3}{3} = 3\log_3 3a - \log_3 3 = 3b-1$.

Chọn đáp án D □

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;2)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-3z+1=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

A $(P): x+2y-3z+5=0$. B $(P): x+2y-3z+7=0$.

C $(P): x+2y-3z-5=0$. D $(P): x+2y-3z-7=0$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm, do $(P) \parallel (\alpha) \Rightarrow (\alpha): x+2y-3z+d=0, (d \neq 1)$.
Mà $A(1;-1;2) \in (P) \Rightarrow d = 7 \Rightarrow (\alpha): x+2y-3z+7=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 34. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

(A) $y = x^4 - x^2$. (B) $y = \dfrac{x-1}{x+1}$. (C) $y = x^3 - 3x$. **D** $y = x^3 + 3x$.

Lời giải.

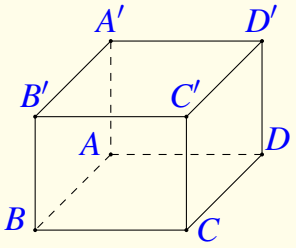
Ta có $y = x^3 + 3x \Rightarrow y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
Do đó hàm số $y = x^3 + 3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án D

Câu 35.

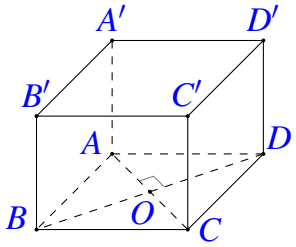
Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$. (B) $\sqrt{3}a$. (C) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$. (D) $\sqrt{2}a$.



Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD. Vì $ABCD$ là hình vuông nên $AO \perp BD$.
Mặt khác $AO \perp BB'$. Suy ra $AO \perp (BDD'B')$.
Suy ra khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BDD'B')$ là AO.
Ta có $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án A

Câu 36. Cho số phức $z = 2 - i$, mô-đun của số phức $(1+i)\bar{z}$ bằng

(A) 10. **B** $\sqrt{10}$. (C) 6. (D) $\sqrt{6}$.

Lời giải.

Ta có $z = 2 - i \Rightarrow \bar{z} = 2 + i$.
Suy ra $|(1+i)\bar{z}| = |(1+i)(2+i)| = |1+3i| = \sqrt{10}$.

Chọn đáp án B

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(4;2;-2)$. Đường thẳng MN có phương trình là

(A) $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-3}$.
(B) $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$.
(C) $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-3}$.
(D) $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Lời giải.

Đường thẳng MN qua điểm $M(1;0;1)$ nhận véc-tơ $\overrightarrow{MN}=(3;2;-3)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 38. Nếu $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ thì $\displaystyle\int_0^2 [2x-f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 7. (B) 10. (C) 1. (D) -2.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_0^2 [2x-f(x)]\,\mathrm{d}x=\int_0^2 2x\,\mathrm{d}x-\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=x^2|_0^2-3=4-3=1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2(x^2+1)-\log_2(x+21)\right](16-2^{x-1})\geq 0$?

(A) 17. (B) 16. (C) 18. (D) Vô số.

Lời giải.

Điều kiện: $x>-21$.

$\log_2(x^2+1)-\log_2(x+21)=0\Leftrightarrow\log_2(x^2+1)=\log_2(x+21)\Leftrightarrow x^2-x-20=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=5\\x=-4.\end{array}\right.$

$16-2^{x-1}=0\Leftrightarrow x=5$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-21		-4		5		$+\infty$
$\log_2(x^2+1)-\log_2(x+21)$	∥	∥	$+$	0	$-$	0	$+$		
$16-2^{x-1}$	∥	∥	$+$	$\vert$	$+$	0	$-$		
VT	∥	∥	$+$	0	$-$	0	$-$		

Từ bảng xét dấu ta có $[\log_2(x^2+1)-\log_2(x+21)](16-2^{x-1})\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-21<x\leq -4\\x=5.\end{array}\right.$

Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{-20,-19,\ldots,-5,-4,5\}$.

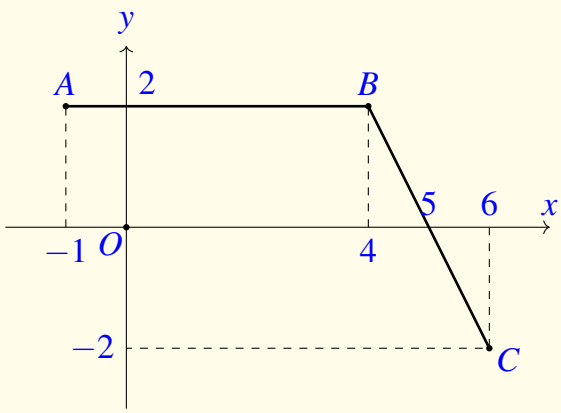
Vậy có 18 số nguyên x thỏa điều kiện bài toán.

Chọn đáp án C

Câu 40.

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC trong hình bên. Biết F là nguyên hàm của f thỏa mãn $F(-1)=-1$. Giá trị của $F(5)+F(6)$ bằng

A) 21. B) 25. C) 23. D) 19.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có: $f(x)=\begin{cases}2 & \text{khi } -1\le x\le 4\\ -2x+10 & \text{khi } 4\le x\le 6.\end{cases}$

$$\int_{-1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x=\int_{-1}^{4} 2\,\mathrm{d}x=F(4)-F(-1)=10\Rightarrow F(4)=9.$$

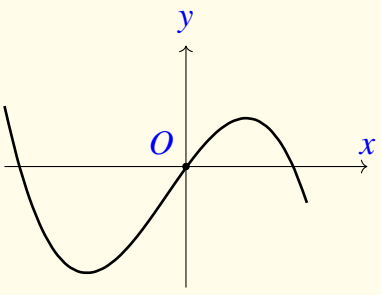
Xét $4\le x\le 6$, ta có $F(x)=-x^2+10x+C$.
Mà $F(4)=9\Rightarrow C=-15$. Nên $F(x)=-x^2+10x-15$.
Ta có $F(5)=10; F(6)=9$. Vậy $F(5)+F(6)=19$.

Chọn đáp án D

Câu 41.

Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2$ (a, b, $c\in\mathbb{R}$). Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A) 4. B) 2. C) 3. D) 1.



Lời giải.

Ta có $2f(x)+3=0\Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{3}{2}$.
Số nghiệm thực phương trình $2f(x)+3=0$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=-\dfrac{3}{2}$.
Ta có $f'(0)=0$. Gọi x_1, x_2 ($x_1<x_2$) là 2 nghiệm khác 0 của phương trình $f'(x)=0$.
Từ đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như sau

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(x_1)$	↘	0	↗	$f(x_2)$	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-\dfrac{3}{2}$ tại hai điểm phân biệt.
Do đó phương trình $2f(x)+3=0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án B □

Câu 42. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

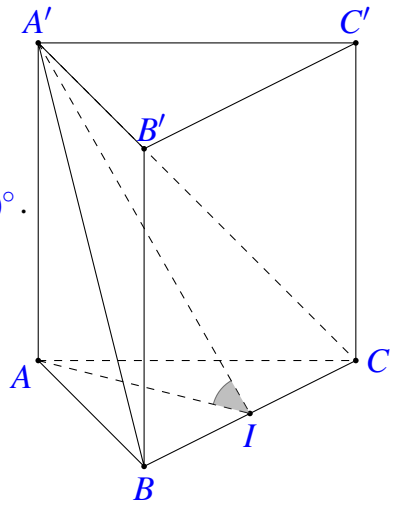
A $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}a^3$. B $\dfrac{8\sqrt{3}}{9}a^3$. C $8\sqrt{3}a^3$. D $\dfrac{8\sqrt{3}}{27}a^3$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm BC. Ta có $\begin{cases} BC\perp AI \\ BC\perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC\perp (AA'I)$.

Suy ra $BC\perp A'I$.

Khi đó $\begin{cases} (A'BC)\cap(ABC)=BC \\ A'I\subset(A'BC),\ A'I\perp BC \Rightarrow ((A'BC),(ABC))=\widehat{A'IA}=60^\circ \\ AI\subset(ABC),\ AI\perp BC \end{cases}$.



Xét tam giác $A'AI$ vuông tại A

$$\tan 60^\circ=\frac{AA'}{AI}\Leftrightarrow AI=\frac{AA'}{\tan 60^\circ}=\frac{2a}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}a}{3}.$$

Xét tam giác ABC đều, đường cao $AI=\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow AB=\dfrac{4a}{3}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

$$V=S_{\triangle ABC}\cdot h=\frac{AB^2\sqrt{3}}{2}\cdot AA'=\frac{\left(\frac{4a}{3}\right)^2\sqrt{3}}{4}\cdot 2a=\frac{8\sqrt{3}}{9}a^3.$$

Chọn đáp án B □

Câu 43. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-2x$, với a, b, c, m, $n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1, 2 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

(A) $\frac{71}{6}$. (B) $\frac{16}{3}$. (C) $\frac{32}{3}$. (D) $\frac{71}{12}$.

Lời giải.

Vì hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1, 2 và 3 nên phương trình $y'=f'(x)-g'(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt -1, 2 và 3.
Ta có $y=f(x)-g(x)=ax^4+(b-m)x^3+(c-n)x^2+3x$.
Suy ra $y'=f'(x)-g'(x)=4ax^3+3(b-m)x^2+2(c-n)x+3=k(x+1)(x-2)(x-3)$.
Mà $y'(0)=f'(0)-g'(0)=3$ nên suy ra $k(0+1)(0-2)(0-3)=3\Leftrightarrow k=\frac{1}{2}$.
Khi đó $f'(x)-g'(x)=\frac{1}{2}(x+1)(x-2)(x-3)$.
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ là

$$S=\int_{-1}^{3}\left|f'(x)-g'(x)\right|\mathrm{d}x=\int_{-1}^{3}\left|\frac{1}{2}(x+1)(x-2)(x-3)\right|\mathrm{d}x=\frac{71}{12}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 44. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x\in(1;6)$ thỏa mãn $4(x-1)\mathrm{e}^x=y(\mathrm{e}^x+xy-2x^2-3)$?

(A) 15. (B) 17. (C) 18. (D) 16.

Lời giải.

Ta có phương trình đã cho tương đương với

$$4(x-1)\mathrm{e}^x=y(\mathrm{e}^x+xy-2x^2-3)\Leftrightarrow f(x)=4(x-1)\mathrm{e}^x-y(\mathrm{e}^x+xy-2x^2-3)=0.$$

Xét hàm số $y=f(x)=4(x-1)\mathrm{e}^x-y(\mathrm{e}^x+xy-2x^2-3)$ liên tục trên $[1;6]$.
$f'(x)=4\mathrm{e}^x+4(x-1)\mathrm{e}^x-y(\mathrm{e}^x+y-4x)=(\mathrm{e}^x+y)(4x-y)$.
$f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{y}{4}$.
Do $x\in(1;6)$ nên hàm số $y=f(x)$ sẽ tồn tại điểm cực trị $x=\frac{y}{4}$ khi $y\in(4;24)$.
Từ đó ta có cơ sở chia các trường hợp như sau

TH1. $y\le 4$.

x	1		6
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$f(1)$	↗	$f(6)$

Ta có $\begin{cases} f(1) = -y(\mathrm{e}+y-5) \\ f(6) = 20\mathrm{e}^6 - y(\mathrm{e}^6+6y-75). \end{cases}$

Điều kiện cần và đủ để tồn tại $x \Leftrightarrow \begin{cases} f(6) > 0 \\ f(1)f(6) < 0 \end{cases} \Rightarrow f(1) < 0 \Leftrightarrow -y(\mathrm{e}+y-5) < 0 \Leftrightarrow y > 5-\mathrm{e}$.

Mà $\begin{cases} y \le 4 \\ y \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ nên $y \in \{3;4\}$ (1).

TH2. $y \ge 24$.

x	1		6
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$f(1)$	↘	$f(6)$

Ta có $\begin{cases} f(1) = -y(\mathrm{e}+y-5) \\ f(6) = 20\mathrm{e}^6 - y(\mathrm{e}^6+6y-75). \end{cases}$

Điều kiện cần và đủ để tồn tại $x \Leftrightarrow \begin{cases} f(6) < 0 \\ f(1)f(6) < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow f(1) > 0 \Leftrightarrow -y(\mathrm{e}+y-5) < 0, \forall y \ge 24$ (vô lí) nên loại.

TH3. $4 < y < 24$.

x	1		$\frac{y}{4}$		6
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$f(1)$	↘	$f\left(\frac{y}{4}\right)$	↗	$f(6)$

Do $f(1) < 0$ nên để tồn tại nghiệm $x \in (1;6)$ thì $f(6) > 0$

$\Leftrightarrow 20\mathrm{e}^6 - y(\mathrm{e}^6+6y-75) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -6y^2 - (\mathrm{e}^6-75)y + 20\mathrm{e}^6 > 0 \\ y \in \mathbb{N}^*;\ y \in (4;24) \end{cases} \Leftrightarrow y \in \{5;6;\ldots;18\}$ (2).

Từ (1) và (2), suy ra $y \in \{3;4;5;6;\ldots;18\}$.

Vậy có tất cả 16 giá trị y nguyên dương thỏa mãn.

Chọn đáp án D □

Câu 45. Xét các số phức z và w thay đổi thỏa mãn $|z| = |w| = 3$ và $|z-w| = 3\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z+1+i| + |w-2+5i|$ bằng

(A) 5. (B) $\sqrt{17}$. (C) $\sqrt{29}-\sqrt{2}$. (D) $5-3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases}|z|=|w|=3\\|z-w|=3\sqrt{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\left|\dfrac{z}{w}\right|=1\\\left|\dfrac{z}{w}-1\right|=\dfrac{3\sqrt{2}}{|w|}=\sqrt{2}.\end{cases}$

- **TH1.** $\dfrac{z}{w}=1$ thì $\left|\dfrac{z}{w}-1\right|=0\neq\sqrt{2}$ (loại).
- **TH2.** $\begin{cases}\dfrac{z}{w}=a+bi\\a,\ b\in\mathbb{R}\end{cases}$. Khi đó $\begin{cases}a^2+b^2=1\\(a-1)^2+b^2=2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=0\\b=1\end{cases}\\\begin{cases}a=0\\b=-1.\end{cases}\end{array}\right.$

Ta xét $z=iw\Rightarrow P=|iw+1+i|+|w-2+5i|=|-w-1+i|+|w-2+5i|\geq|-3+6i|=3\sqrt{5}$.
Ta xét $z=-iw\Rightarrow P=|-iw+1+i|+|w-2+5i|=|w-1+i|+|-w+2-5i|\geq|1-4i|=\sqrt{17}$.
Vậy $P_{\min}=\sqrt{17}$.

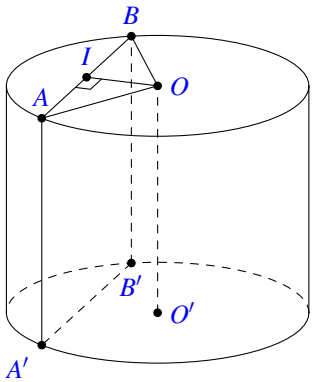
Chọn đáp án (B) □

Câu 46. Cắt hình trụ (T) bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $2a$, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $16a^2$. Diện tích xung quanh của (T) bằng

(A) $8\sqrt{2}\pi a^2$. (B) $16\sqrt{2}\pi a^2$. (C) $\dfrac{16\sqrt{2}}{3}\pi a^2$. (D) $\dfrac{32\sqrt{2}}{3}\pi a^2$.

Lời giải.

Gọi thiết diện là hình vuông $ABB'A'$; O, O' lần lượt là tâm của hai đáy, I là trung điểm AB.
Theo bài ra ta có



- $OI=2a$;
- $S_{ABB'A'}=AB^2=16a^2\Leftrightarrow AB=4a\Rightarrow IA=\dfrac{1}{2}AB=2a$;
- $OO'=AA'=AB=4a$.

Khi đó $R=OA=\sqrt{AI^2+OI^2}=2\sqrt{2}a$.
Vậy $S_{\text{xq}}=2\pi Rh=2\pi 2\sqrt{2}a\cdot 4a=16\sqrt{2}\pi a^2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 47. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2+2az+b^2+2=0$ (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực (a,b) sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1+2iz_2=3+3i$?

(A) 2. **B** 3. (C) 1. (D) 4.

Lời giải.

Cách 1: Vì phương trình $z^2+2az+b^2+2=0$ nên các hệ số a, b là các tham số thực nên ta xét

TH1. z_1, z_2 là các số thực nên $z_1+2iz_2=3+3i \Leftrightarrow \begin{cases} z_1=3 \\ z_2=\dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1+z_2=\dfrac{9}{2} \\ z_1z_2=\dfrac{9}{2} \end{cases}$ $(*)$.

Mặt khác z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2+2az+b^2+2=0$ nên theo định lý Viete ta có $\begin{cases} z_1+z_2=2a \\ z_1z_2=b^2+2 \end{cases}$ $(**)$.

Từ $(*)$ và $(**)$ suy ra $\begin{cases} 2a=\dfrac{9}{2} \\ b^2+2=\dfrac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{9}{4} \\ b^2=\dfrac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{9}{4} \\ b=\pm\dfrac{\sqrt{10}}{2}. \end{cases}$

Suy ra có 2 cặp (a,b) thỏa mãn.

TH2. z_1, z_2 là các số phức sao cho $z_1=\overline{z_2}$.

Đặt $z_1=x+yi$ (x, $y\in\mathbb{R}$), suy ra $z_2=x-yi$.

Do z_1, z_2 thỏa mãn $z_1+2iz_2=3+3i$

$\Leftrightarrow (x+yi)+2i(x-yi)=3+3i \Leftrightarrow (x+2)+i(2x+y)=3+3i \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=3 \\ 2x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1. \end{cases}$

Khi đó, $z_1=1+i$, $z_2=1-i$. Mà z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2+2az+b^2+2=0$ nên theo định lý Viete ta có $\begin{cases} z_1+z_2=2a \\ z_1z_2=b^2+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a=2 \\ b^2+2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0. \end{cases}$

Suy ra có 1 cặp (a,b) thỏa mãn.

Vậy có tất cả 3 cặp (a,b) thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách 2:

TH1. z_1, z_2 là các số thực nên $(*)$ xảy ra khi $\begin{cases} z_1=3 \\ z_2=\dfrac{3}{2}. \end{cases}$

Theo Viete ta có $\begin{cases} z_1+z_2=-2a=\dfrac{3}{2} \\ z_1z_2=b^2+2=\dfrac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{9}{4} \\ b=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{2}. \end{cases}$

TH2. z_1, z_2 là các số thuần ảo, ta suy ra

$$\begin{cases} z_1=c+di \\ z_2=c-di \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1+2iz_2=(c+2d)+(2c+d)i \\ z_1+2iz_2=3+3i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=1 \\ d=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1=1+i \\ z_2=1-i. \end{cases}$$

Theo Viete, ta thu được $\begin{cases} a=-1 \\ b=0. \end{cases}$

Vậy có tất cả 3 cặp (a,b) thỏa mãn.

Chọn đáp án B □

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oy và vuông góc với d có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t. \\ z=1+t \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2+t \\ z=3-3t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=-1+t \\ y=3-t \\ z=-1+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1-3t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;1)$.
Giả sử đường thẳng cần tìm cắt trục Oy tại điểm $B(0;b;0)$.
Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;b-1;-1)$.
Do đường thẳng cần tìm vuông góc với d nên $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}=0\Leftrightarrow -1+2(b-1)-1=0\Leftrightarrow b=2$.
Khi đó $\overrightarrow{AB}=(-1;1;-1)$.
Do đó đường thẳng cần tìm có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(1;-1;1)$.
Vậy phương trình đường thẳng đi qua A, cắt trục Oy và vuông góc với d là $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=1+t. \end{cases}$
Dễ thấy đường thẳng trên đi qua điểm $C(-1;3;-1)$ nên phương trình đường thẳng đi qua A, cắt trục Oy và vuông góc với d là $\begin{cases} x=-1+t \\ y=3-t \\ z=-1+t. \end{cases}$

Chọn đáp án C □

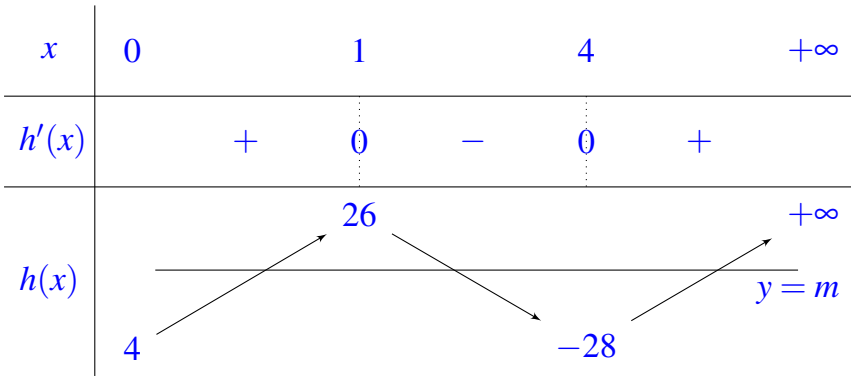
Câu 49. Cho hàm số $f(x)=x^4-10x^3+24x^2+(4-m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị?

(A) 22. (B) 26. (C) 25. (D) 21.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=4x^3-30x^2+48x+4-m$.
Để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 7 điểm cực trị thì $f(x)$ phải có 3 điểm cực trị dương
$\Leftrightarrow f'(x)=0$ phải có 3 nghiệm dương phân biệt
$\Leftrightarrow m=4x^3-30x^2+48x+4$ phải có 3 nghiệm dương phân biệt.
Xét hàm số $h(x)=4x^3-30x^2+48x+4$ trên khoảng $(0;+\infty)$, ta có
$h'(x)=12x^2-60x+48$. Xét $g'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4\in(0;+\infty) \\ x=1\in(0;+\infty). \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của $h(x)$



Để phương trình $m = 4x^3 - 30x^2 + 48x + 4$ có 3 nghiệm dương phân biệt thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = h(x)$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ dương.
Dựa vào bảng biến thiên, ta suy ra $4 < m < 26$.
Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{5;6;\ldots;25\}$.
Vậy có 21 giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (D) □

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (S) sao cho tiếp diện của (S) tại M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ mà a, b là các số nguyên dương và $\widehat{AMB} = 90^\circ$?

(A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 4.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;-1)$ và bán kính $R=1$.
Ta có $IA^2 = (a-2)^2+3^2+(-1)^2 = a^2-4a+14$; $IB^2 = 2^2+(b-3)^2+(-1)^2 = b^2-6b+14$.
Gọi M là điểm thỏa mãn bài toán, $IM = R = 1$.
Vì tiếp diện của mặt cầu (S) tại M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm A, B nên ta có $\widehat{IMA} = \widehat{IMB} = 90^\circ$.
Suy ra $MA^2 = IA^2 - IM^2 = a^2-4a+13$; $MB^2 = IB^2 - IM^2 = b^2-6b+13$.
Ta lại có $AB^2 = a^2+b^2$ và $\widehat{AMB} = 90^\circ$ nên $AB^2 = MA^2 + MB^2$ hay

$$a^2+b^2 = a^2-4a+13+b^2-6b+13 \Rightarrow 2a+3b = 13.$$

Mặt khác, với a, b là các số nguyên dương, ta có các trường hợp sau

- $b=1$, $a=5$;
- $b=2$, $a=\dfrac{7}{2}$ (không thỏa mãn);
- $b=3$, $a=2$;
- $b=4$, $a=\dfrac{1}{2}$ (không thỏa mãn).

Thử lại

- **TH1:** $A(5;0;0)$, $B(0;1;0)$.
  Gọi P là tiếp diện của (S) đi qua A, B cắt Oz tại $C(0;0;c)$, $c \neq 0$, có phương trình $(P)\colon \dfrac{x}{5}+$

$y+\frac{z}{5}-1=0$.

(P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên $\frac{\left|\frac{3}{5}+2-\frac{1}{c}-1\right|}{\sqrt{\frac{1}{25}+1+\frac{1}{c^2}}}=1\Rightarrow\frac{64}{25}-\frac{16}{5c}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{25}+1+\frac{1}{c^2}\Rightarrow$

$c=\frac{49}{19}$.

Chú ý rằng qua A, B còn có mặt phẳng (Oxy) cũng tiếp xúc với mặt cầu (S) nhưng tiếp diện này không thỏa mãn bài toán.

Như vậy, trường hợp này có 1 điểm M thỏa mãn.

TH2: $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$.

Gọi (P) là tiếp diện của (S) đi qua A, B cắt Oz tại $C(0;0;c)$, $c\neq 0$, có phương trình $(P):\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{c}-1=0$.

(P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên $\frac{\left|1+1-\frac{1}{c}-1\right|}{\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\frac{1}{c^2}}}=1\Rightarrow 1-\frac{2}{c}+\frac{1}{c^2}=+\frac{13}{36}+\frac{1}{c^2}\Rightarrow c=\frac{72}{23}$.

Chú ý rằng qua A, B còn có mặt phẳng (Oxy) cũng tiếp xúc với mặt cầu (S) nhưng tiếp diện này không thỏa mãn bài toán.

Như vậy, trường hợp này cũng có 1 điểm M thỏa mãn.

Tóm lại, có 2 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 76

1. A	2. B	3. D	4. C	5. A	6. A	7. A	8. C	9. A	10. C
11. D	12. A	13. B	14. B	15. B	16. A	17. A	18. D	19. A	20. A
21. C	22. A	23. A	24. C	25. A	26. C	27. D	28. C	29. C	30. B
31. D	32. D	33. B	34. D	35. A	36. B	37. C	38. C	39. C	40. D
41. B	42. B	43. B	44. D	45. B	46. B	47. B	48. C	49. D	50. C

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021
Môn: TOÁN, ĐỢT 2- MÃ ĐỀ 120
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A $y=3$. **B** $y=-1$. **C** $y=-3$. **D** $y=1$.

Lời giải.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình $y=3$.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=4a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A $2a^3$. **B** $\dfrac{4}{3}a^3$. **C** $\dfrac{2}{3}a^3$. **D** $4a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng $V=Bh=4a^2\cdot a=4a^3$.

Chọn đáp án D □

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=3+\cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=3x+\sin x+C$. **B** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\sin x+C$.

C $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=3x-\sin x+C$. **D** $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=3x+\cos x+C$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=3x+\sin x+C$.

Chọn đáp án A □

Câu 4. Nếu $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=4$ và $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ thì $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 1. **B** 12. **C** 7. **D** -1.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x \Rightarrow \int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 4+3 = 7$.

Chọn đáp án C

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (0;-2;3)$ và $\vec{v} = (-1;2;-5)$, Tọa độ của véc-tơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

A $(-1;0;-2)$. B $(1;-4;8)$. C $(-1;4;-8)$. D $(1;0;2)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}+\vec{v} = (-1;0;-2)$.

Chọn đáp án A

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-2)$ là

A $(-\infty;2]$. B $[2;+\infty)$. C $(-\infty;2)$. D $(2;+\infty)$.

Lời giải.

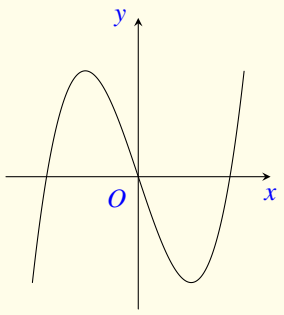
Hàm số $y = \log_3(x-2)$ có nghĩa $\Leftrightarrow x-2>0 \Leftrightarrow x>2$.
Vậy tập xác định của hàm số là $(2;+\infty)$.

Chọn đáp án D

Câu 7.

Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

A $y = x^4+x^2$. B $y = x^3-3x$. C $y = x^2-x$. D $y = \dfrac{2x-1}{x+2}$.



Lời giải.

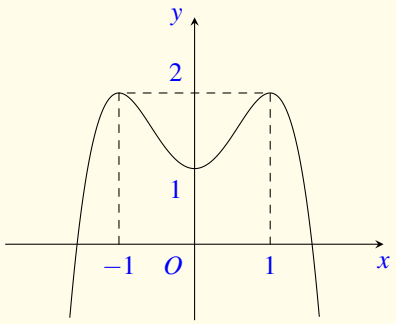
Đường cong trong hình bên có dạng đồ thị hàm số bậc 3 nên chọn hàm số $y = x^3-3x$.

Chọn đáp án B

Câu 8.

Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$, $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A $x=0$. **B** $x=2$. **C** $x=-1$. **D** $x=1$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy điểm cực tiểu hàm số là $x=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-\infty;-1)$. **B** $(-1;0)$. **C** $(-1;1)$. **D** $(0;+\infty)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên thì hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Chọn đáp án B □

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua O và nhận véc-tơ $\vec{n}=(2;3;-4)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

A $2x+3y-4z+1=0$. **B** $2x-3y+4z=0$.

C $2x+3y-4z=0$. **D** $2x-3y+4z+1=0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm O và nhận véc-tơ $\vec{n}=(2;3;-4)$ làm véc-tơ pháp tuyến là

$$2(x-0)+3(y-0)-4(z-0)=0\Rightarrow 2x+3y-4z=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 11. Phần ảo của số phức $z=4-3i$ bằng

A -4. **B** 3. **C** -3. **D** 4.

Lời giải.

Phần ảo của số phức $z=4-3i$ bằng -3.

Chọn đáp án C

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận véc-tơ $\vec{u}=(1;3;-5)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là

A $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{5}$.

B $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+5}{3}$.

C $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-3}{-5}$.

D $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+3}{-5}$.

Lời giải.

Đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận véctơ $\vec{u}=(1;3;-5)$ làm véctơ chỉ phương có phương trình là

$$\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{-5}.$$

Chọn đáp án C

Câu 13. Cho hàm số $f(x)=4x^3-4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^4+c$.

B $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^4-4x+C$.

C $\int f(x)\,\mathrm{d}x=12x^2+C$.

D $\int f(x)\,\mathrm{d}x=4x^3-4x+C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int(4x^3-4)\,\mathrm{d}x=x^4-4x+C$.

Chọn đáp án B

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y=5^x$ là

A $y'=x5^{x-1}$.

B $y'=\dfrac{5^x}{\ln 5}$.

C $y'=5^x\ln 5$.

D $y'=5^x$.

Lời giải.

Ta có $y'=(5^x)'=5^x\cdot\ln 5$.

Chọn đáp án C

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x)>4$ là

A $\left(\dfrac{81}{2};+\infty\right)$.

B $(0;32)$.

C $\left(0;\dfrac{81}{2}\right)$.

D $(32;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\log_3(2x) > 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > 0 \\ 2x > 3^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > \dfrac{81}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > \dfrac{81}{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left(\dfrac{81}{2}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án A □

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A 3. **B** 4. **C** 1. **D** 2.

Lời giải.

Nhìn bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án A □

Câu 17. Cho hai số phức $z = 3+2i$ và $w = 1-i$. Số phức $z-w$ bằng

A $-2-3i$. **B** $4+i$. **C** $5-i$. **D** $2+3i$.

Lời giải.

Ta có $z-w = (3+2i)-(1-i) = 2+3i$.

Chọn đáp án D □

Câu 18. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A $\dfrac{3}{7}$. **B** $\dfrac{7}{3}$. **C** -4. **D** 4.

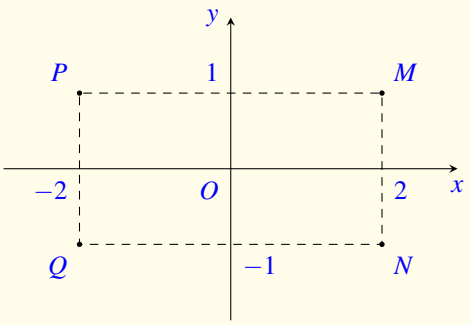
Lời giải.

Gọi d là công sai của cấp số cộng (u_n), ta có:

$$u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow d = u_2 - u_1 = 7-3 = 4.$$

Chọn đáp án D □

Câu 19.
Điểm nào trong hình bên là điểm biểu diễn số phức $z = 2+i$?
(A) Điểm N. (B) Điểm Q. (C) Điểm M. (D) Điểm P.



Lời giải.

Điểm biểu diễn của số phức $z = 2+i$ là điểm có hoành độ bằng 2 và tung độ bằng 1.
Vậy điểm M là điểm biểu diễn của số phức $z = 2+i$.

Chọn đáp án C

Câu 20. Với mọi số thực a dương, $\log_5(5a)$ bằng
(A) $1-\log_5 a$. (B) $\log_5 a$. (C) $5\log_5 a$. (D) $1+\log_5 a$.

Lời giải.

Với mọi số thực a dương, ta có $\log_5(5a) = \log_5 5 + \log_5 a = 1+\log_5 a$.

Chọn đáp án D

Câu 21. Nghiệm của phương trình $7^x = 3$ là
(A) $x = \log_7 3$. (B) $x = \sqrt[3]{7}$. (C) $x = \dfrac{3}{7}$. (D) $x = \log_3 7$.

Lời giải.

Ta có $7^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_7 3$.

Chọn đáp án A

Câu 22. Cho f là hàm số liên tục trên đoạn $[1;2]$. Biết F là nguyên hàm của f trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $F(1) = -1$ và $F(2) = 4$. Khi đó $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng
(A) 3. (B) 5. (C) -3. (D) -5.

Lời giải.

$$\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x = F(x)\Big|_1^2 = F(2) - F(1) = 4-(-1) = 5.$$

Chọn đáp án B ☐

Câu 23. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A $V = 3Bh$. B $V = Bh$. C $V = \frac{1}{3}Bh$. D $V = \frac{4}{3}Bh$.

Lời giải.

Công thức tính thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}Bh$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 24. Thể tích của khối cầu bán kính $2a$ bằng

A $\frac{32}{3}\pi a^3$. B $8\pi a^3$. C $\frac{4}{3}\pi a^3$. D $\frac{8}{3}\pi a^3$.

Lời giải.

Theo công thức tính thể tích khối cầu ta có $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(2a)^3 = \frac{32}{3}\pi a^3$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 25. Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 4$, công thức nào dưới đây đúng?

A $C_n^4 = \frac{n!}{4!(n-4)!}$. B $C_n^4 = \frac{n!}{(n-4)!}$. C $C_n^4 = \frac{(n-4)!}{n!}$. D $C_n^4 = \frac{4!(n-4)!}{n!}$.

Lời giải.

Theo công thức tính số tổ hợp chập k của n phần tử ta có $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ nên $C_n^4 = \frac{n!}{4!(n-4)!}$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 26. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh ℓ. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A $S_{\text{xq}} = 2\pi r\ell$. B $S_{\text{xq}} = 2\pi r\ell$. C $S_{\text{xq}} = \frac{4}{3}\pi r\ell$. D $S_{\text{xq}} = \pi r\ell$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón được tính theo công thức $S_{\text{xq}} = \pi r\ell$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

Ⓐ $(-1;0;-2)$. Ⓑ $(1;0;2)$. Ⓒ $(1;0;-2)$. **D** $(-1;0;2)$.

Lời giải.

Tâm của mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+y^2+(z-2)^2=4$ có tọa độ là $(-1;0;2)$.

Chọn đáp án D □

Câu 28. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y=x^3+x-1$?

Ⓐ Điểm $Q(1;3)$. Ⓑ Điểm $M(1;2)$. **C** Điểm $N(1;1)$. Ⓓ Điểm $P(1;0)$.

Lời giải.

Thay $x=1$ vào hàm số $y=x^3+x-1$ ta được $y=1$ nên điểm $N(1;1)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án C □

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y+3z+1=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

A $x-2y+3z+6=0$. Ⓑ $x+2y+3z-2=0$.

Ⓒ $x+2y+3z+2=0$. Ⓓ $x-2y+3z-6=0$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n}_{(P)}=(1;-2;3)$.

Mặt phẳng đi qua $A(1;2;-1)$ và song song với (P) (nhận véc-tơ $\vec{n}_{(P)}=(1;-2;3)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là $1(x-1)-2(y-2)+3(z+1)=0\Leftrightarrow x-2y+3z+6=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 30. Nếu $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ thì $\displaystyle\int_0^2 [4x-f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

Ⓐ -2. **B** 5. Ⓒ 14. Ⓓ 11.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_0^2 [4x-f(x)]\,\mathrm{d}x=\int_0^2 4x\,\mathrm{d}x-\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=2x^2\Big|_0^2-3=8-3=5$.

Chọn đáp án B □

Câu 31. Với $a>0$, đặt $\log_3(3a)=b$, khi đó $\log_3\left(27a^4\right)$ bằng

(A) $4b+3$. (B) $4b-1$. (C) $4b+7$. (D) $4b$.

Lời giải.

Ta có $\log_3(3a)=b \Leftrightarrow 3a=3^b \Leftrightarrow a=3^{b-1}$.
Lại có $\log_3\left(27a^4\right)=\log_3\left(3^3\cdot 3^{4(b-1)}\right)=\log_3\left(3^{4b-1}\right)=4b-1$.
Vậy $\log_3\left(27a^4\right)=4b-1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 32. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 19 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số lẻ bằng

(A) $\frac{9}{19}$. (B) $\frac{10}{19}$. (C) $\frac{4}{19}$. (D) $\frac{5}{19}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 19 số nguyên dương đầu tiên.
Ta có $n(\Omega)=\mathrm{C}_{19}^2$.
Trong 19 số nguyên dương đầu tiên có 10 số lẻ và 9 số chẵn nên số cách chọn được hai số lẻ từ 19 số này là: C_{10}^2.
Vậy xác suất cần tìm là: $\frac{\mathrm{C}_{10}^2}{\mathrm{C}_{19}^2}=\frac{5}{19}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;0)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình là

(A) $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-1}$. (B) $\frac{x+1}{4}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{-1}$.
(C) $\frac{x-1}{4}=\frac{y-1}{3}=\frac{z}{-1}$. (D) $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-1}$.

Lời giải.

Đường thẳng MN nhận véc-tơ $\vec{u}=\overrightarrow{MN}=(2;1;-1)$ làm véc-tơ chỉ phương và đi qua điểm $M(1;1;0)$ nên MN có phương trình là

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-1}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 34. Cho số phức $z=3-2i$, mô-đun của số phức $(1+i)\bar{z}$ bằng

(A) $\sqrt{10}$. (B) 26. (C) 10. **(D)** $\sqrt{26}$.

Lời giải.

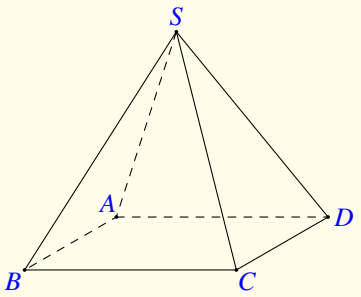
Ta có $z = 3-2i \Rightarrow \bar{z} = 3+2i$.
Suy ra $(1+i)\bar{z} = (1+i)(3+2i) = 1+5i$.
Suy ra $|(1+i)\bar{z}| = |1+5i| = \sqrt{1^2+5^2} = \sqrt{26}$.
Vậy $|(1+i)\bar{z}| = \sqrt{26}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 35.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng SD và AB bằng

(A) $90°$. **(B)** $60°$. (C) $30°$. (D) $45°$.



Lời giải.

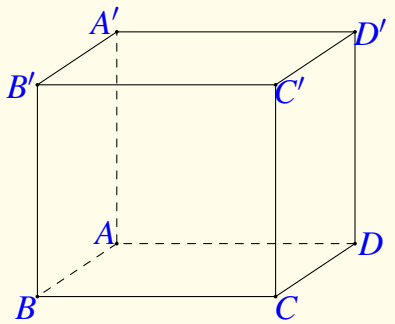
Ta có $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau nên $SD = CD = SC$,
suy ra tam giác SCD là tam giác đều.
Lại có $AB \parallel CD \Rightarrow \widehat{(SD,AB)} = \widehat{(SD,CD)} = \widehat{SDC} = 60°$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 36.

Cho hình lập phươnng $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng

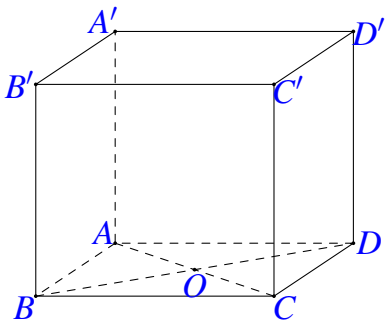
(A) $\sqrt{3}a$. (B) $2\sqrt{2}a$. **(C)** $\sqrt{2}a$. (D) $2\sqrt{3}a$.



Lời giải.

Gọi $O = AC \cap BD$, ta có $\begin{cases} AO \perp BD \\ AO \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AO \perp (BDD'B')$.

$\Rightarrow \mathrm{d}(A,(BDD'B')) = AO = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{AB\sqrt{2}}{2} = \dfrac{2a\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}a.$



Chọn đáp án C □

Câu 37. Trên đoạn $[1;4]$, hàm số $y = -x^4 + 8x^2 - 13$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A $x = 4$. B $x = 1$. C $x = 2$. D $x = 3$.

Lời giải.

Hàm số $y = -x^4 + 8x^2 - 13$ xác định và liên tục trên $[1;4]$

Ta có $y' = -4x^3 + 16x = -4x\left(x^2 - 4\right)$ $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 0 & \text{(loại)} \\ x = 2 & \text{(thỏa mãn)} \\ x = -2 & \text{(loại).} \end{array}\right.$

Lại có $y(1) = -6; y(2) = 3; y(4) = -141$.

Suy ra hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = 2$.

Chọn đáp án C □

Câu 38. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên R?

A $y = x^3 - 2x$. B $y = x^4 - 3x^2$. C $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$. D $y = x^3 + 2x$.

Lời giải.

Do hàm số cần tìm đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên loại $y = x^4 - 3x^2$ và $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$.

- Xét hàm số $y = x^3 - 2x$
  Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
  $y' = 3x^2 - 2$ suy ra $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt .
  Nên hàm số $y = x^3 - 2x$ không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- Xét hàm số $y = x^3 + 2x$.
  Tập xác định $D = \mathbb{R}$.
  $y' = 3x^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
  Suy ra hàm số $y = x^3 + 2x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y = x^3 + 2x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án D □

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $[\log_3(x^2+1)-\log_3(x+31)](32-2^{x-1})\geq 0$?

(A) Vô số. (B) 27. (C) 26. (D) 28.

Lời giải.

Xét bất phương trình $\left[\log_3\left(x^2+1\right)-\log_3(x+31)\right]\left(32-2^{x-1}\right)\geq 0$.

Điều kiện: $\begin{cases} x>-31 \\ x\in\mathbb{Z}. \end{cases}$

Trường hợp 1:

$$\begin{cases} \log_3\left(x^2+1\right)-\log_3(x+31)\geq 0 \\ 32-2^{x-1}\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3\left(x^2+1\right)\geq \log_3(x+31) \\ 32\geq 2^{x-1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+1\geq x+31 \\ x+31>0 \\ 5\geq x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x-30\geq 0 \\ x>-31 \\ x\leq 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\geq 6 \\ x\leq -5 \end{array}\right. \\ x>-31 \\ x\leq 6 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} -31<x\leq -5 \\ x=6. \end{array}\right. \quad (1)$$

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} \log_3\left(x^2+1\right)-\log_3(x+31)\leq 0 \\ 32-2^{x-1}\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3\left(x^2+1\right)\leq \log_3(x+31) \\ 32\leq 2^{x-1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+1\leq x+31 \\ 5\leq x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x-30\leq 0 \\ x\geq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5\leq x\leq 6 \\ x\geq 6 \end{cases} \Rightarrow x=6 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $\left[\begin{array}{l} -31<x\leq -5 \\ x=6. \end{array}\right.$

Mà $x\in\mathbb{Z}$ suy ra $x\in\{-30;-29;\ldots;-6;-5;6\}$.

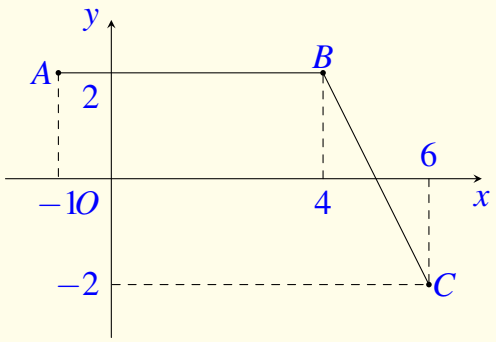
Vậy có 27 số nguyên x.

Chọn đáp án (B) □

Câu 40.

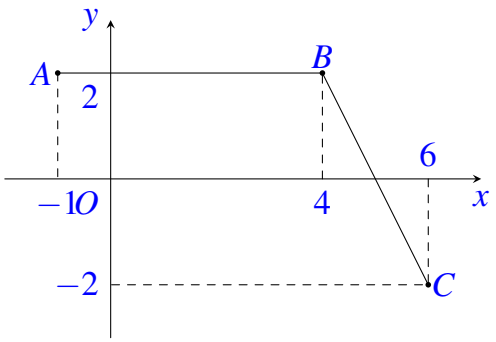
Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC trong hình bên. Biết F là nguyên hàm của f thỏa mãn $F(-1)=-2$. Giá trị của $F(5)+F(6)$ bằng

(A) 19. (B) 17. (C) 22. (D) 18.



Lời giải.

Dựa vào hình vẽ ta có:



$$S_1=\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x=10\Rightarrow F(4)-F(-1)=10\Rightarrow F(4)=8.$$

$$S_2=\int_{4}^{5} f(x)\mathrm{d}x=1\Rightarrow F(5)-F(4)=1\Rightarrow F(5)=9.$$

$$S_3=\int_{5}^{6} |f(x)|\,\mathrm{d}x=1\Leftrightarrow F(6)-F(5)=-1\Rightarrow F(6)=8.$$

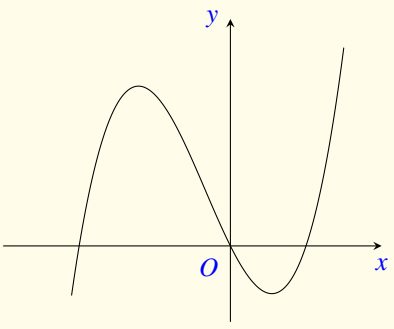
Vậy $F(5)+F(6)=17$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 41.

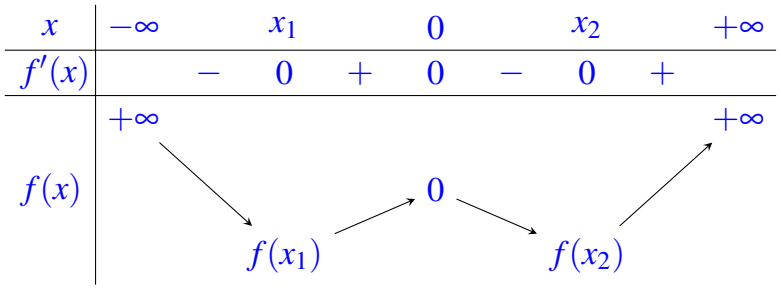
Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2$, $(a,b,c\in\mathbb{R})$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2f(x)-3=0$ là

(A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

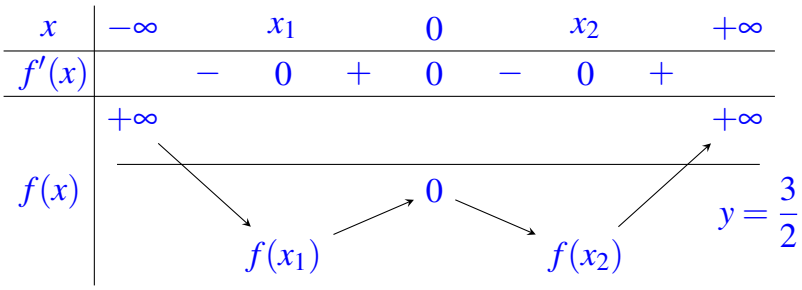


Lời giải.

Gọi $x_1<x_2$ (với $x_1,x_2\neq 0$) là hoành độ giao điểm của đồ thị $y=f'(x)$ với trục hoành.
Ta có bảng biến thiên



Phương trình $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{3}{2}$.



Từ bảng biến thiên, ta thấy phương trình $2f(x)-3=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Chọn đáp án (C) □

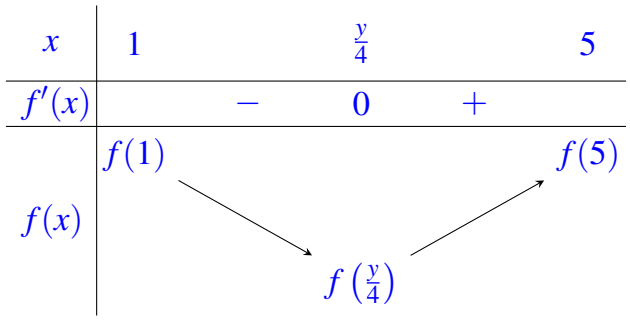
Câu 42. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x \in (1;5)$ thỏa mãn $4(x-1)\mathrm{e}^x = y\left(\mathrm{e}^x + xy - 2x^2 - 3\right)$?

(A) 14. (B) 11. (C) 12. (D) 10.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = 4(x-1)\mathrm{e}^x - y\mathrm{e}^x - xy^2 + 2x^2y + 3y$.
Ta có $f'(x) = 4\mathrm{e}^x + 4(x-1)\mathrm{e}^x - y\mathrm{e}^x - y^2 + 4xy = (4x-y)\mathrm{e}^x - y^2 + 4xy = (4x-y)\left(\mathrm{e}^x + y\right)$.
Do $y \in \mathbb{N}^*$ nên $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{y}{4}$.

- Trường hợp 1: $\frac{y}{4} \in (1;5) \Leftrightarrow y \in (4;20)$.



Ta có $f(1) = -y\mathrm{e} - y^2 + 5y = y(5 - \mathrm{e} - y) < 0, \forall y \in (4;20)$.
$f(5) = -5y^2 + \left(53 - \mathrm{e}^5\right)y + 16\mathrm{e}^5$.
Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f(5) > 0 \Leftrightarrow -5y^2 + \left(53 - \mathrm{e}^5\right)y + 16\mathrm{e}^5 > 0 \Rightarrow -33,33 < y < 14,24$.
Suy ra $y \in \{5;6;7;\ldots;14\}$, có 10 giá trị thỏa mãn.

Trường hợp 2: $0 < \frac{y}{4} \le 1 \Rightarrow 0 < y \le 4$.

x	1		5
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$f(1)$	$\nearrow$	$f(5)$

Yêu cầu bài tương đương $\begin{cases} f(1) < 0 \\ f(5) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -y^2 + (5 - \mathrm{e})y < 0 \\ 0 < y < 14,24 \end{cases}$

$\Rightarrow y > 5 - \mathrm{e} \Rightarrow 2,28 < y \le 4 \Rightarrow y \in \{3; 4\}$.

Trường hợp 3: $\frac{y}{4} \ge 5 \Leftrightarrow y \ge 20$.

x	1		5
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$f(1)$	$\searrow$	$f(5)$

Yêu cầu bài tương đương $\begin{cases} f(1) > 0 \\ f(5) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y \in (0; 5 - \mathrm{e}) \\ y > 14,24. \end{cases}$

Suy ra không tồn tại y.

Qua 3 trường hợp có 12 số y nguyên dương thỏa yêu cầu bài.

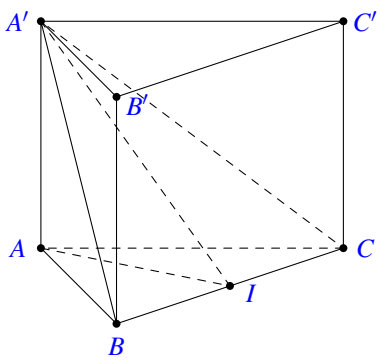
Chọn đáp án C

Câu 43. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A $\frac{64\sqrt{3}}{27}a^3$. B $\frac{64\sqrt{3}}{9}a^3$. C $\frac{64\sqrt{3}}{3}a^3$. D $64\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} AI \perp BC \\ A'I \perp BC \end{cases} \Rightarrow ((A'BC), (ABC)) = \widehat{A'IA} = 60^\circ$.



Có $\tan\widehat{A'IA} = \frac{AA'}{AI} \Rightarrow AI = \frac{AA'}{\sqrt{3}} = \frac{4a}{\sqrt{3}}$.

$\tan\widehat{ABI} = \frac{AI}{BI} \Rightarrow BI = \frac{AI}{\tan 60^\circ} = \frac{4a}{3} \Rightarrow BC = \frac{8a}{3}$.

Thể tích V của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$$V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = 4a \cdot \frac{BC^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4a \cdot 64a^2\sqrt{3}}{4 \cdot 9} = \frac{64a^3\sqrt{3}}{9}.$$

Chọn đáp án B

Câu 44. Xét các số phức z và w thay đổi thỏa mãn $|z|=|w|=4$ và $|z-w|=4\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $P=|z+1+i|+|w-3+4i|$ bằng

(A) $5-2\sqrt{2}$. (B) $5-\sqrt{2}$. (C) $\sqrt{41}$. (D) $\sqrt{13}$.

Lời giải.

Đặt $\frac{z}{w}=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có $\begin{cases}x^2+y^2=1\\(x-1)^2+y^2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=\pm1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z=iw\\z=-iw\end{cases}$

Trường hợp 1:

$$\begin{aligned}z=iw\Rightarrow P&=|iw+1+i|+|w-3+4i|\\&=|w-i+1|+|w-3+4i|\\&=|-w+i-1|+|w-3+4i|\geq|5i-4|=\sqrt{41}.\end{aligned}$$

Trường hợp 2:

$$\begin{aligned}z=-iw\Rightarrow P&=|-iw+1+i|+|w-3+4i|\\&=|-w-i+1|+|w-3+4i|\geq|3i-2|=\sqrt{13}.\end{aligned}$$

$\Rightarrow \min P=\sqrt{13}$ đạt được $\Leftrightarrow\begin{cases}-w-i+1=m(3i-2)\\w-3+4i=n(3i-2)\end{cases}(m,n>0)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 45. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2az+b^2+2=0$ (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a;b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1,z_2 thỏa mãn $z_1+2iz_2=3+3i$?

(A) 2. (B) 1. (C) 4. (D) 3.

Lời giải.

Vì phương trình $z^2-2az+b^2+2=0$ có các tham số thực.

Trường hợp 1: z_1, z_2 đều là số thực.

Từ $z_1+2iz_2=3+3i\Rightarrow z_1=3;z_2=\frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}z_1+z_2=\frac{9}{2}\\z_1\cdot z_2=b^2+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a=\frac{9}{2}\\b^2+2=\frac{9}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{9}{4}\\b=\pm\sqrt{\frac{5}{2}}\end{cases}\Rightarrow$ có 2 cặp (1).

Trường hợp 2: z_1, z_2 đều là số phức $z_1=\overline{z}_2$.

Đặt $z_1 = x+yi, (x,y \in \mathbb{R}) \Rightarrow z_2 = x-yi$.

$$\Rightarrow (x+yi)+2i(x-yi) = 3+3i.$$
$$\Leftrightarrow (x+2y)+(2x+y)i = 3+3i.$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=3 \\ 2x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1. \end{cases}$$

Ta có $z_1 = 1+i, z_2 = 1-i \Leftrightarrow \begin{cases} z_1+z_2 = 2a \\ z_1 z_2 = b^2+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b^2+2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \end{cases} \Rightarrow$ có 1 cặp số thực (2).

Từ (1) và (2) có 3 cặp.
Thử lại ta thấy các giá trị a, b thỏa mãn.

Chọn đáp án (D) □

Câu 46. Cho hai hàm số $f(x) = ax^4+bx^3+cx^2+2x$ và $g(x) = mx^3+nx^2-2x$; với a, b, c, m, $n \in \mathrm{R}$. Biết hàm số $y = f(x)-g(x)$ có 3 điểm cực trị là $-1, 2$ và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

(A) $\frac{32}{3}$. (B) $\frac{71}{9}$. (C) $\frac{64}{9}$. (D) $\frac{71}{6}$.

Lời giải.

Ta có $f(x)-g(x) = ax^4+(b-m)x^3+(c-m)x^2+4x \Leftrightarrow f'(x)-g'(x) = 4ax^3+3(b-m)x^2+2(c-m)x+4$.
Theo giả thiết $f'(x)-g'(x) = 4a(x+1)(x-2)(x-3)$.
Ta có $4 = 4a \cdot 1 \cdot (-2) \cdot (-3) \Leftrightarrow a = \frac{1}{6}$.

$$\Leftrightarrow f'(x)-g'(x) = \frac{2}{3}(x+1)(x-2)(x-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=2 \\ x=3. \end{cases}$$

$$S = \int_{-1}^{3} \left| \frac{2}{3}(x+1)(x-2)(x-3) \right| \mathrm{d}x = \frac{71}{9}.$$

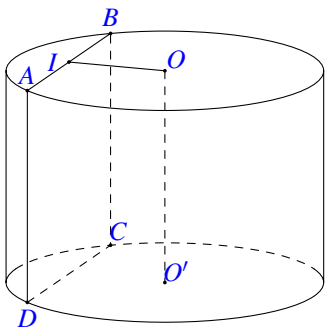
Chọn đáp án (B) □

Câu 47. Cắt hình trụ (T) bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng $36a^2$. Diện tích xung quanh của (T) bằng

(A) $24\sqrt{2}\pi a^2$. (B) $18\sqrt{2}\pi a^2$. (C) $12\sqrt{2}\pi a^2$. (D) $36\sqrt{2}\pi a^2$.

Lời giải.

Diện tích hình vuông $ABCD$ bằng $36a^2$
Nên $AB^2 = AD^2 = 36a^2 \Rightarrow AB = AD = 6a$.
Gọi I là trung điểm của AB.
Mặt phẳng song song với trục cách trục một khoảng bằng $3a$ nên $OI = 3a$.
Tam giác AIO vuông tại I
Nên $OA = \sqrt{OI^2 + IA^2} = \sqrt{OI^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{(3a)^2 + (3a)^2} = 3a\sqrt{2}$.



Mặt phẳng thiết diện song song với trục nên $AD = OO' = 6a$.
Diện tích xung quanh của hình trụ (T) là

$$S_{xq} = 2 \cdot \pi \cdot OA \cdot OO' = 2 \cdot \pi \cdot 3a\sqrt{2} \cdot 6a = 36\sqrt{2}\pi a^2.$$

Chọn đáp án D □

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;1)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+1}{1}$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oy và vuông góc với d có phương trình là

A $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 3-t \\ z = 1-t \end{cases}$. B $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 1-t \\ z = 3+3t \end{cases}$. C $\begin{cases} x = 2-t \\ y = 2+t \\ z = 2-t \end{cases}$. D $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 3+t \\ z = 1+t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi đường thẳng cần tìm là (Δ).
Gọi giao điểm của đường thẳng (Δ) và trục Oy là $B(0;y;0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-1;y-3;-1)$.
Đường thẳng (d) có một vecto chỉ phương là $\vec{u}_d = (1;2;1)$.
Đường thẳng (Δ) vuông góc với đường thẳng (d) nên $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow -1 + (2y-6) - 1 = 0 \Leftrightarrow y = 4$.
$\Rightarrow B(0;4;0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-1;1;-1)$.
Suy ra $(\Delta): \begin{cases} x = 1-t \\ y = 3+t \\ z = 1-t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.
Do điểm $D(2;2;2) \in (\Delta)$.

Chọn đáp án C □

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (S) sao cho tiếp diện của (S) tại M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ mà a, b là các số nguyên dương và $\widehat{AMB} = 90^\circ$?

A 4. B 3. C 2. D 1.

Lời giải.

Ta có $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 1$.

Suy ra tâm $I(3;2;-1)$ và bán kính $R=1$.

Gọi K là trung điểm của $AB \Rightarrow K\left(\frac{a}{2};\frac{b}{2};0\right) \Rightarrow MK=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$.

$\triangle IMK$ vuông tại $M \Rightarrow IM^2+MK^2=IK^2$.

$$\Leftrightarrow 1+\frac{a^2+b^2}{4}=\left(\frac{a}{2}-3\right)^2+\left(\frac{b}{2}-2\right)^2+1$$
$$\Leftrightarrow -3a-2b+13=0$$
$$\Leftrightarrow 3a+2b=13.$$

a	0	1	2	3	4
b	loại	5	loại	2	loại

Trường hợp 1: $A(1;0;0)$, $B(0;5;0)$ không thỏa mãn.
Trường hợp 2: $A(3;0;0)$, $B(0;2;0)$ thỏa mãn do A, B nằm ngoài

Chọn đáp án D □

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=x^4-10x^3+24x^2+(3-m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A 22. B 21. C 25. D 24.

Lời giải.

Để hàm số $y=f(|x|)$ có 7 cực trị $\Leftrightarrow$ hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị dương.
$\Leftrightarrow f'(x)=0$ có 3 nghiệm dương.
Ta có $f'(x)=4x^3-30x^2+48x+3-m$.
$f'(x)=0 \Leftrightarrow 4x^3-30x^2+48x+3-m=0 \Leftrightarrow m=4x^3-30x^2+48x+3=g(x)$.
Bảng biến thiên của $g(x)$

x	0		1		4		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	3	↗	25	↘	-29	↗	$+\infty$ $y=m$

Để hàm số có 3 nghiệm dương thì $3<m<25$.

Chọn đáp án B □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 77

1. A	2. D	3. A	4. C	5. A	6. D	7. B	8. A	9. B	10. C
11. C	12. C	13. B	14. C	15. A	16. A	17. D	18. D	19. C	20. D

21. A	22. B	23. C	24. A	25. A	26. D	27. D	28. C	29. A	30. B
31. B	32. D	33. D	34. D	35. B	36. C	37. C	38. D	39. B	40. B
41. C	42. C	43. B	44. D	45. D	46. B	47. D	48. C	49. D	50. B

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THAM KHẢO

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022
Môn: TOÁN, ĐỀ THAM KHẢO
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Mô-đun của số phức $z=3-i$ là
(A) 3. (B) 2. (C) $\sqrt{10}$. (D) 1.

Lời giải.

Ta có $|z|=\sqrt{3^2+(-1)^2}=\sqrt{10}$.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y-2)^2+z^2=9$ có bán kính bằng
(A) 3. (B) 81. (C) 9. (D) 6.

Lời giải.

Bán kính của mặt cầu (S) là $R=\sqrt{9}=3$.

Chọn đáp án A □

Câu 3. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y=x^4+x^2-2$?
(A) Điểm $P(-1;-1)$. (B) Điểm $N(-1;-2)$. (C) Điểm $M(-1;0)$. (D) Điểm $Q(-1;1)$.

Lời giải.

Vì $(-1)^4+(-1)^2-2=0$ nên điểm $M(-1;0)$ thuộc đồ thị của hàm số $y=x^4+x^2-2$.

Chọn đáp án C □

Câu 4. Thể tích V của khối cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?
(A) $V=\dfrac{1}{3}\pi r^3$. (B) $V=2\pi r^3$. (C) $V=4\pi r^3$. (D) $V=\dfrac{4}{3}\pi r^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối cầu bán kính r là $V=\dfrac{4}{3}\pi r^3$.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Trên khoảng $(0;+\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^{\frac{3}{2}}$ là

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + C$.
(B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{5}{2}x^{\frac{2}{5}} + C$.
(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$.
(D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}} + C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int x^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{d}x = \frac{x^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$.

Chọn đáp án C □

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
(A) 3. (B) 2. (C) 4. (D) 5.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↘		↗		↘		↗		↘	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số có 4 điểm cực trị.

Chọn đáp án C □

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 6$ là
(A) $(\log_2 6; +\infty)$. (B) $(-\infty; 3)$. (C) $(3; +\infty)$. (D) $(-\infty; \log_2 6)$.

Lời giải.

Ta có $2^x > 6 \Leftrightarrow x > \log_2 6$.

Chọn đáp án A □

Câu 8. Cho khối chóp có diện tích đáy là $B = 7$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối chóp đã cho là

(A) 42. (B) 126. (C) 14. (D) 56.

Lời giải.

Áp dụng công thức thể tích của hình chóp ta có $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.7.6 = 14$.

Chọn đáp án C □

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ là

(A) $\mathbb{R}$. (B) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. (C) $(0;+\infty)$. (D) $(2;+\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ xác định khi và chỉ khi $x > 0$.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+4) = 3$ là

(A) $x = 5$. (B) $x = 4$. (C) $x = 2$. (D) $x = 12$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(x+4) = 3 \Leftrightarrow x+4 = 2^3 \Leftrightarrow x = 4$.

Chọn đáp án B □

Câu 11. Nếu $\int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\int_2^5 g(x)\,\mathrm{d}x = -2$ thì $\int_2^5 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 5. (B) -5. (C) 1. (D) 3.

Lời giải.

Ta có

$$\int_2^5 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_2^5 g(x)\,\mathrm{d}x = 3-2 = 1.$$

Chọn đáp án C □

Câu 12. Cho số phức $z = 3-2i$, khi đó $2z$ bằng

(A) $6-2i$. (B) $6-4i$. (C) $3-4i$. (D) $-6+4i$.

Lời giải.

Ta có $2z = 2(3-2i) = 6-4i$.

Chọn đáp án B

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y+4z-1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A $\vec{n}_4 = (-1;2;-3)$. B $\vec{n}_3 = (-3;4;-1)$. C $\vec{n}_2 = (2;-3;4)$. D $\vec{n}_1 = (2;3;4)$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y+4z-1=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (2;-3;4)$.

Chọn đáp án C

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1;3;-2)$ và $\vec{v} = (2;1;-1)$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{u}-\vec{v}$ là

A $(3;4;-3)$. B $(-1;2;-3)$. C $(-1;2;-1)$. D $(1;-2;1)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}-\vec{v} = (-1;2;-1)$.

Chọn đáp án C

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(2;3)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần thực của z bằng

A 2. B 3. C -3. D -2.

Lời giải.

Vì $M(2;3)$ là điểm biểu diễn của số phức z nên $z = 2+3i$.
Vậy phần thực của z bằng 2.

Chọn đáp án A

Câu 16. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A $x=2$. B $x=-1$. C $x=3$. D $x=-2$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}\setminus\{2\}$. Ta có

$\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{3x+2}{x-2} = +\infty$.

$\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{3x+2}{x-2}=-\infty$.

Vậy đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-2}$.

Chọn đáp án A

Câu 17. Với mọi số thực a dương, $\log_2\dfrac{a}{2}$ bằng

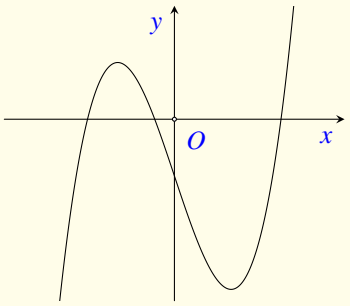
A $\dfrac{1}{2}\log_2 a$. B $\log_2 a+1$. C $\log_2 a-1$. D $\log_2 a-2$.

Lời giải.

Với $a>0$, ta có $\log_2\dfrac{a}{2}=\log_2 a-\log_2 2=\log_2 a-1$.

Chọn đáp án C

Câu 18. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A $y=x^4-2x^2-1$. B $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

C $y=x^3-3x-1$. D $y=x^2+x-1$.

Lời giải.

Dựa vào hình vẽ, suy ra đồ thị trong hình là của hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a>0$ nên loại các hàm số $y=x^4-2x^2-1$, $y=\dfrac{x+1}{x-1}$, $y=x^2+x-1$.
Xét hàm số $y=x^3-3x-1$ ta thấy có đồ thị như hình đã cho.

Chọn đáp án C

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-2t\\z=-3-3t\end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A Điểm $Q(2;2;3)$. B Điểm $N(2;-2;-3)$.

C Điểm $M(1;2;-3)$. D Điểm $P(1;2;3)$.

Lời giải.

Đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-2t \\ z=-3-3t \end{cases}$ đi qua điểm $M(1;2;-3)$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 20. Với n là số nguyên dương, công thức nào dưới đây đúng?

A $\mathrm{P}_n = n!$. B $\mathrm{P}_n = n-1$. C $\mathrm{P}_n = (n-1)!$. D $\mathrm{P}_n = n$.

Lời giải.

Với n là số nguyên dương, số các hoán vị của n phần tử là $\mathrm{P}_n = n!$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 21. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A $V = \dfrac{1}{3}Bh$. B $V = \dfrac{4}{3}Bh$. C $V = 6Bh$. D $V = Bh$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = Bh$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 22. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ là

A $y' = \dfrac{1}{x\ln 2}$. B $y' = \dfrac{\ln 2}{x}$. C $y' = \dfrac{1}{x}$. D $y' = \dfrac{1}{2x}$.

Lời giải.

Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ là $y' = \dfrac{1}{x\ln 2}$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	1	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(0;+\infty)$. B $(-\infty;-2)$. C $(0;2)$. D $(-2;0)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Chọn đáp án D

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh ℓ. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A $S_{\text{xq}} = 4\pi r\ell$. B $S_{\text{xq}} = 2\pi r\ell$. C $S_{\text{xq}} = 3\pi r\ell$. D $S_{\text{xq}} = \pi r\ell$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh ℓ là $S_{\text{xq}} = 2\pi r\ell$.

Chọn đáp án B

Câu 25. Nếu $\int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ thì $\int_2^5 3f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 6. B 3. C 18. D 2.

Lời giải.

Ta có $\int_2^5 3f(x)\,\mathrm{d}x = 3\int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 3.2 = 6$.

Chọn đáp án A

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 7$ và công sai $d = 4$. Giá trị của u_2 bằng

A 11. B 3. C $\frac{7}{4}$. D 28.

Lời giải.

Với cấp số cộng đã cho, ta có $u_2 = u_1 + d = 7 + 4 = 11$.

Chọn đáp án A

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = 1 + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x - \cos x + C$. B $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \sin x + C$.

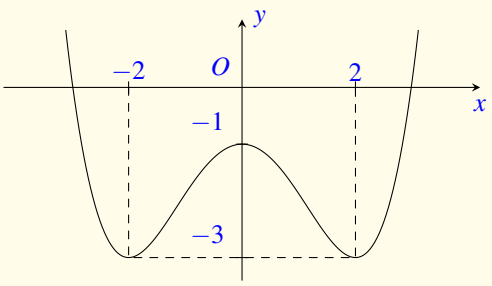
C $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \cos x + C$. D $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \cos x + C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int (1+\sin x)\,\mathrm{d}x = \int 1\,\mathrm{d}x + \int \sin x\,\mathrm{d}x = x - \cos x + C$.

Chọn đáp án A

Câu 28. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



(A) 0. (B) -1. (C) -3. (D) 2.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng -1.

Chọn đáp án B □

Câu 29. Trên đoạn $[1;5]$, hàm số $y=x+\dfrac{4}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

(A) $x=5$. (B) $x=2$. (C) $x=1$. (D) $x=4$.

Lời giải.

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[1;5]$.

Ta có $y'=1-\dfrac{4}{x^2}=\dfrac{x^2-4}{x^2}$.

Vậy $y'=0\Leftrightarrow x^2-4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2\in(1;5) \\ x=-2\notin(1;5). \end{array}\right.$

Ta có $y(1)=5$, $y(5)=\dfrac{29}{5}$, $y(2)=4$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 4 đạt được khi $x=2$.

Chọn đáp án B □

Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

(A) $y=-x^3-x$. (B) $y=-x^4-x^2$. (C) $y=-x^3+x$. (D) $y=\dfrac{x+2}{x-1}$.

Lời giải.

Xét hàm số $y=-x^3-x$, tập xác định của hàm số $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=-3x^2-1<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y=-x^3-x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án A □

Câu 31. Với mọi a,b thỏa mãn $\log_2 a-3\log_2 b=2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $a=4b^3$. (B) $a=3b+4$. (C) $a=3b+2$. (D) $a=\dfrac{4}{b^3}$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} a>0 \\ b>0. \end{cases}$

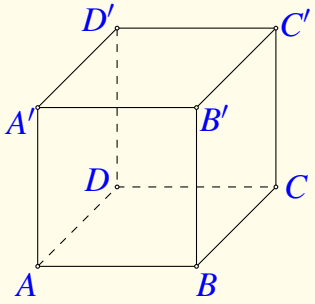
Ta có

$$\begin{aligned} \log_2 a - 3\log_2 b = 2 &\Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{b^3} = 2 \\ &\Leftrightarrow \frac{a}{b^3} = 4 \\ &\Leftrightarrow a = 4b^3. \end{aligned}$$

Chọn đáp án A □

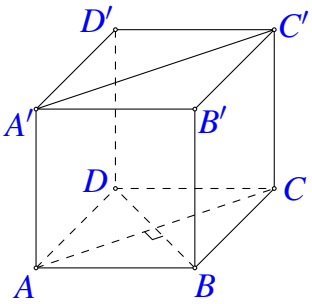
Câu 32. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng

A $90°$. B $30°$. C $45°$. D $60°$.



Lời giải.

Ta có $A'C' \parallel AC$ nên $(A'C', BD) = (AC, BD)$.
Mà $AC \perp BD$ suy ra $(A'C', BD) = (AC, BD) = 90°$.



Chọn đáp án A □

Câu 33. Nếu $\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ thì $\int_1^3 [f(x)+2x]\,\mathrm{d}x$ bằng

A 20. B 10. C 18. D 12.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} \int_1^3 [f(x)+2x]\,\mathrm{d}x &= \int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_1^3 2x\,\mathrm{d}x \\ &= 2 + x^2\Big|_1^3 = 2 + (9-1) \end{aligned}$$

$= 2+8=10.$

Chọn đáp án B

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-5;3)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A $2x-5y+3z-38=0$. B $2x+4y-z+19=0$.

C $2x+4y-z-19=0$. D $2x+4y-z+11=0$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm.
Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;4;-1)$.
Do $(\alpha)\perp d$ nên (α) nhận $\vec{u}$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Do đó (α) đi qua $M(2;-5;3)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{u}=(2;4;-1)$.
Vậy phương trình mặt phẳng (α) là

$$\begin{aligned} & 2.(x-2)+4.(y+5)-(z-3)=0 \\ \Leftrightarrow\ & 2x+4y-z+19=0. \end{aligned}$$

Chọn đáp án B

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $i\overline{z}=5+2i$. Phần ảo của z bằng

A 5. B 2. C -5. D -2.

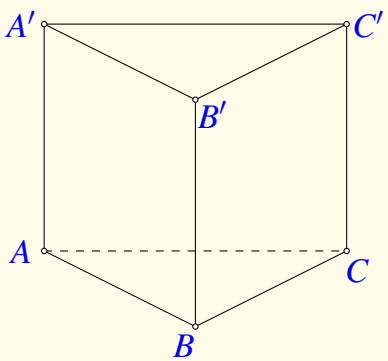
Lời giải.

Ta có $\overline{z}=\dfrac{5+2i}{i}=2-5i$.
Suy ra $z=2+5i$. Vậy phần ảo của z bằng 5.

Chọn đáp án A

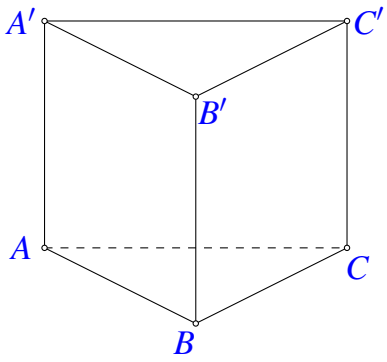
Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB=4$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng

A $2\sqrt{2}$. B 2. C $4\sqrt{2}$. D 4.



Lời giải.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp BB' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ABB'A')$.
Khi đó $\mathrm{d}(C,(ABB'A')) = BC = 4$.



Chọn đáp án D

Câu 37. Từ một hộp chứa 16 quả cầu gồm 7 quả màu đỏ và 9 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được hai quả có màu khác nhau bằng

A $\dfrac{7}{40}$. B $\dfrac{21}{40}$. C $\dfrac{3}{10}$. D $\dfrac{2}{15}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là số cách lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả cầu từ hộp chứa 16 quả cầu. Do đó $n(\Omega) = \mathrm{C}_{16}^2$.
Số cách lấy hai quả có màu khác nhau là $\mathrm{C}_7^1\mathrm{C}_9^1$.
Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{\mathrm{C}_7^1\mathrm{C}_9^1}{\mathrm{C}_{16}^2} = \dfrac{21}{40}$.

Chọn đáp án B

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-2;3)$, $B(1;3;4)$ và $C(3;-1;5)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+4}{-2} = \dfrac{z-1}{3}$. B $\dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-2}{-4} = \dfrac{z+3}{1}$.
C $\dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-3}{9}$. D $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+2}{-4} = \dfrac{z-3}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng cần xác định song song với đường thẳng BC nên nhận $\overrightarrow{BC}$ làm véc-tơ chỉ phương.
Vậy, đường thẳng đi qua điểm $A(2;-2;3)$ và nhận $\overrightarrow{BC} = (2;-4;1)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+2}{-4} = \dfrac{z-3}{1}$.

Chọn đáp án D

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(4^x - 5.2^{x+2} + 64\right)\sqrt{2-\log(4x)} \geq 0$?

A 22. B 25. C 23. D 24.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} 2-\log(4x)\geq 0 \\ 4x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log(4x)\leq 2 \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x\leq 10^2 \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\leq 25 \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<x\leq 25.$

Ta có

$$\left(4^x-5.2^{x+2}+64\right)\sqrt{2-\log(4x)}\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4^x-5.2^{x+2}+64=0 \\ \sqrt{2-\log(4x)}=0 \\ \begin{cases} 4^x-5.2^{x+2}+64>0 \\ \sqrt{2-\log(4x)}>0. \end{cases} \end{array}\right.$$

- Với $4^x-5.2^{x+2}+64=0 \Leftrightarrow \left(2^x\right)^2-20.2^x+64=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x=16 \\ 2^x=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4(\text{nhận}) \\ x=2(\text{nhận}). \end{array}\right.$
- Với $\sqrt{2-\log(4x)}=0 \Leftrightarrow 2-\log(4x)=0 \Leftrightarrow \log(4x)=2 \Leftrightarrow 4x=10^2 \Leftrightarrow x=25(\text{nhận}).$
- Với $\begin{cases} 4^x-5.2^{x+2}+64>0 \\ \sqrt{2-\log(4x)}>0. \end{cases} \quad (1)$

  Ta có

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \left(2^x\right)^2-20.2^x+64>0 \\ 2-\log(4x)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} 2^x<4 \\ 2^x>16 \end{array}\right. \\ \log(4x)<2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<2 \\ x>4 \end{array}\right. \\ x<25 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<2 \\ 4<x<25. \end{array}\right.$$

  Theo điều kiện thì tập nghiệm của hệ (1) là $(0;2)\cup(4;25)$.

Kết hợp với điều kiện tập nghiệm của bất phương trình $\left(4^x-5.2^{x+2}+64\right)\sqrt{2-\log(4x)}\geq 0$ là $S=[4;25]\cup(0;2]$.

Vậy có 24 số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\left(4^x-5.2^{x+2}+64\right)\sqrt{2-\log(4x)}\geq 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-5	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'\left(f(x)\right)=0$ là

A 3. B 4. C 5. D 6.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta có

$$f'\big(f(x)\big)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=-1\\f(x)=2.\end{array}\right.$$

- Với $f(x)=-1$, dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có 3 nghiệm thực phân biệt là x_1, x_2, x_3 với $x_1<-1<x_2<2<x_3$.

- Với $f(x)=2$, dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có 1 nghiệm duy nhất x_4 với $x_4>x_3$.

Vậy số nghiệm thực phân biệt của phương trình là $f'\big(f(x)\big)=0$ là 4.

Chọn đáp án B □

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=12x^2+2$, $\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=2$, khi đó $F(1)$ bằng

A -3. B 1. C 2. D 7.

Lời giải.

Ta có

- $f(x)=\displaystyle\int f'(x)\,\mathrm{d}x=\int\big(12x^2+2\big)\,\mathrm{d}x=4x^3+2x+C_1$.
  Mà $f(1)=3\Rightarrow C_1=-3$. Do đó $f(x)=4x^3+2x-3$.

- $F(x)=\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int\big(4x^3+2x-3\big)\,\mathrm{d}x=x^4+x^2-3x+C_2$.
  Mà $F(0)=2\Rightarrow C_2=2$. Do đó $F(x)=x^4+x^2-3x+2$.
  Vậy $F(1)=1$.

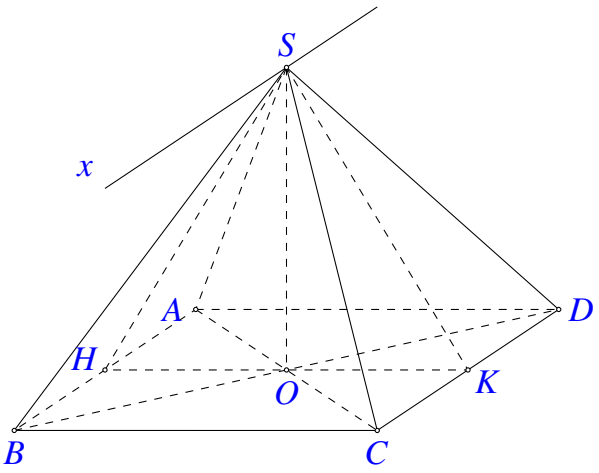
Chọn đáp án B □

Câu 42. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có $AC=4a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A $\dfrac{16\sqrt{2}}{3}a^3$. B $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}a^3$. C $16a^3$. D $\dfrac{16}{3}a^3$.

Lời giải.

Vì $AB \parallel CD \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx$, với $Sx \parallel AB \parallel CD$.
Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, CD.
Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên các tam giác SAB, SCD cân tại S.
Do đó $SH \perp AB$, $SK \perp CD$.
Suy ra $SH \perp Sx$, $SK \perp Sx$.
Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là góc tạo bởi hai đường thẳng SH và SK.
Suy ra $\widehat{HSK} = 90^\circ$.
Đặt cạnh hình vuông $ABCD$ là b. Ta có



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Leftrightarrow 16a^2 = 2b^2 \Leftrightarrow b = 2a\sqrt{2}.$$

Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow O$ là trung điểm của HK.
Xét $\triangle SHK$ vuông tại S, ta có $SO = \dfrac{HK}{2} = \dfrac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$.
Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \left(2a\sqrt{2}\right)^2 = \dfrac{8\sqrt{2}}{3}a^3$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + 8m - 12 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$?
(A) 5. (B) 6. (C) 3. **D** 4.

Lời giải.

Ta có: $z^2 - 2mz + 8m - 12 = 0\,(*)$ thì $\Delta' = m^2 - 8m + 12$.
TH1: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m + 12 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 6 \\ m < 2 \end{array}\right.$. Khi đó phương trình $(*)$ có 2 nghiệm thực phân biệt z_1, z_2 và theo yêu cầu bài toán

$$|z_1| = |z_2| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = z_2 \text{ (không thỏa mãn)} \\ z_1 = -z_2 \Leftrightarrow z_1 + z_2 = 0 \Leftrightarrow 2m = 0 \Leftrightarrow m = 0 \text{ (thỏa mãn).} \end{array}\right.$$

TH2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow 2 < m < 6$. Phương trình $(*)$ khi đó có 2 nghiệm $z_{1,2} = m \pm i\sqrt{|\Delta'|}$ luôn thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$. Nên $m \in \{3;4;5\}$.
Vậy các giá trị m thỏa mãn là $m \in \{0;3;4;5\}$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w = \dfrac{1}{|z| - z}$ có phần

thực bằng $\frac{1}{8}$. Xét các số phức z_1, $z_2 \in S$ thoả mãn $|z_1 - z_2| = 2$, giá trị lớn nhất của $P = |z_1 - 5i|^2 - |z_2 - 5i|^2$ bằng

(A) 16. (B) 20. (C) 10. (D) 32.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$. Theo bài ra ta có

$$w = \frac{1}{|z| - z} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2} - (a+bi)} = \frac{\left(\sqrt{a^2+b^2} - a\right) + bi}{\left(\sqrt{a^2+b^2} - a\right)^2 + b^2}.$$

Do w có phần thực bằng $\frac{1}{8}$ nên

$$\begin{aligned}
\frac{\sqrt{a^2+b^2} - a}{\left(\sqrt{a^2+b^2} - a\right)^2 + b^2} = \frac{1}{8} &\Leftrightarrow 8\left(\sqrt{a^2+b^2} - a\right) = \left(\sqrt{a^2+b^2} - a\right)^2 + b^2 \\
&\Leftrightarrow 4\left(\sqrt{a^2+b^2} - a\right) = a^2 + b^2 - a\sqrt{a^2+b^2} \\
&\Leftrightarrow 4\left(\sqrt{a^2+b^2} - a\right) = \sqrt{a^2+b^2}\left(\sqrt{a^2+b^2} - a\right) \\
&\Leftrightarrow \left(\sqrt{a^2+b^2} - a\right)\left(\sqrt{a^2+b^2} - 4\right) = 0 \\
&\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{a^2+b^2} - a = 0 \\ \sqrt{a^2+b^2} - 4 = 0. \end{array}\right. \quad (*)
\end{aligned}$$

Ta có w tồn tại nên $|z| - z \neq 0$ hay $b \neq 0$, suy ra $\sqrt{a^2+b^2} - a > 0$.
Do đó, ta có $(*) \Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2} - 4 = 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 16$.
Giả sử $z_1 = x_1 + y_1 i$, $z_2 = x_2 + y_2 i$, $(x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{R})$.
Do z_1, $z_2 \in S$ nên $x_1^2 + y_1^2 = x_2^2 + y_2^2 = 16$.
Mặt khác, $|z_1 - z_2| = 2 \Rightarrow (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 4 \Rightarrow (y_1 - y_2)^2 \leq 4 \Leftrightarrow |y_1 - y_2| \leq 2$.
Ta có

$$\begin{aligned}
P = |z_1 - 5i|^2 - |z_2 - 5i|^2 &= \left[x_1^2 + (y_1 - 5)^2\right] - \left[x_2^2 + (y_2 - 5)^2\right] \\
&= \left[x_1^2 + y_1^2 - 10y_1 + 25\right] - \left[x_2^2 + y_2^2 - 10y_2 + 25\right] \\
&= 10(y_2 - y_1).
\end{aligned}$$

Do $y_2 - y_1 \leq |y_1 - y_2| = 2$ nên $P = 10(y_2 - y_1) \leq 20$.
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x_1 = x_2$, $y_2 - y_1 = 2$.
Vậy giá trị lớn nhất của P là 20.

Chọn đáp án (C) □

Câu 45. Cho hàm số $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có ba điểm cực trị là -2, -1 và 1. Gọi $y = g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

(A) $\dfrac{500}{81}$. (B) $\dfrac{36}{5}$. (C) $\dfrac{2932}{405}$. (D) $\dfrac{2948}{405}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=12x^3+3ax^2+2bx+c=12(x+2)(x+1)(x-1)=12(x^3+2x^2-x-2)$.

Suy ra $\begin{cases}3a=24\\2b=-12\\c=-24\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=8\\b=-6\\c=-24.\end{cases}$

Vậy $f(x)=3x^4+8x^3-6x^2-24x+d$.

Từ phép chia đa thức $f(x)$ cho $f'(x)$ ta có

$$f(x)=f'(x)\left(\frac{x}{4}+\frac{1}{6}\right)-7x^2-16x+d+4.$$

Vì $g(x)$ là hàm bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của $y=f(x)$ nên $g(x)=-7x^2-16x+d+4$.

Vậy diện tích cần tính là $S=\displaystyle\int_{-2}^{1}|f(x)-g(x)|\,\mathrm{d}x=\int_{-2}^{1}\left|3x^4+8x^3+x^2-8x-4\right|\,\mathrm{d}x=\frac{2984}{405}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4;-3;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z=0$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Oz và song song với (P) có phương trình là

(A) $\dfrac{x-4}{4}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z-3}{-7}$. (B) $\dfrac{x+4}{4}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-3}{1}$.

(C) $\dfrac{x+4}{-4}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z-3}{1}$. (D) $\dfrac{x+8}{4}=\dfrac{y+6}{3}=\dfrac{z-10}{-7}$.

Lời giải.

Lấy điểm $B(0;0;b)$ thuộc trục Oz. Gọi Δ là đường thẳng đi qua hai điểm $A(-4;-3;3)$, $B(0;0;b)$ và song song với mặt phẳng (P).

Đường thẳng Δ nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB}=(4;3;b-3)$ làm véc-tơ chỉ phương.

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}_P=(1;1;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Vì Δ song song với (P) nên $\overrightarrow{AB}\perp\vec{n}_P$.

Ta có

$$\overrightarrow{AB}\perp\vec{n}_P\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\vec{n}_P=0\Leftrightarrow4+3+b-3=0\Leftrightarrow b=-4.$$

Đường thẳng Δ qua $A(-4;-3;3)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(4;3;-7)$ làm véc-tơ chỉ phương nên Δ có phương trình là

$$\frac{x+4}{4}=\frac{y+3}{3}=\frac{z-3}{-7}.$$

Ta thấy phương trình $\dfrac{x+8}{4}=\dfrac{y+6}{3}=\dfrac{z-10}{-7}$ cũng là một phương trình chính tắc của Δ.

***)Thử lại.**

- Đường thẳng Δ và trục Oz có chung điểm $B(0;0;-7)$ và Δ có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}(4;3;-7)$ không cùng phương với véc-tơ chỉ phương $\vec{k}(0;0;1)$ của trục Oz nên Δ cắt trục Oz tại $B(0;0;-7)$.

Vì $\overrightarrow{AB} \perp \vec{n}_P$ và điểm $A(-4;-3;3)$ thuộc Δ nhưng không thuộc mặt phẳng (P) nên Δ song song với (P).

Vậy $\Delta\colon \dfrac{x+8}{4} = \dfrac{y+6}{3} = \dfrac{z-10}{-7}$ thỏa mãn đề bài.

Chọn đáp án D □

Câu 47. Cho khối nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $2\sqrt{3}a$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB = 4a$. Biết khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng $2a$, thể tích khối nón đã cho bằng

A $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}\pi a^3$. B $4\sqrt{6}\pi a^3$. C $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. D $8\sqrt{2}\pi a^3$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm AB, dựng OH vuông góc với SI tại H.

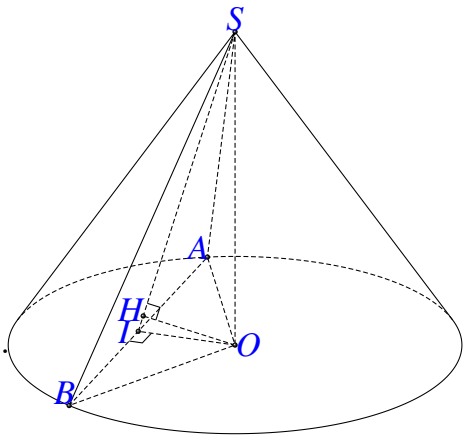
Ta có $\begin{cases} AB \perp OI \\ AB \perp SO \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOI) \Rightarrow AB \perp OH$.

Mà $SI \perp OH$, suy ra $OH \perp (SAB) \Rightarrow OH = 2a$.

Ta có $IB = \dfrac{AB}{2} = 2a$, $OB = 2\sqrt{3}$, $IO = \sqrt{OB^2 - IB^2} = 2\sqrt{2}a$.

Vì $\triangle SOI$ vuông tại O, có OH là đường cao, nên

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{OS^2} \Leftrightarrow \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{4a^2} - \frac{1}{8a^2} = \frac{1}{8a^2} \Leftrightarrow OS = 2\sqrt{2}a.$$



Thể tích khối nón là $V = \dfrac{1}{3} \cdot SO.S_{\text{đáy}} = \dfrac{1}{3} \cdot 2\sqrt{2}a.12\pi a^2 = 8\sqrt{2}\pi a^3$.

Chọn đáp án D □

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại ít nhất bốn số nguyên $b \in (-12;12)$ thỏa mãn $4^{a^2+b} \le 3^{b-a} + 65$?

A 4. B 6. C 5. D 7.

Lời giải.

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$3^{b-a} - 4^{a^2+b} + 65 \ge 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3^a} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^b + 65.\left(\frac{1}{4}\right)^b - 4^{a^2} \ge 0.$$

Xét hàm số $f(b) = \dfrac{1}{3^a} \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^b + 65.\left(\dfrac{1}{4}\right)^b - 4^{a^2}$, ta có

$$f'(b) = \frac{1}{3^a} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^b . \ln\frac{3}{4} + 65.\left(\frac{1}{4}\right)^b . \ln\frac{1}{4} < 0, \ \forall b \in \mathbb{R}.$$

Suy ra hàm số $f(b)$ nghịch biến trên khoảng $(-12;12)$ (1).

Ta có $f(3-a^2)=\dfrac{3^{3-a^2-a}+1}{4^{3-a^2}}>0$ và $f(4-a^2)=\dfrac{3^{4-a-a^2}-191}{4^{4-a^2}}$.

Với mọi $a\in\mathbb{Z}$ thì $a^2+a\geq 0\Rightarrow 4-a-a^2\leq 4$. Suy ra $f(4-a^2)\leq\dfrac{3^4-191}{4^{4-a^2}}<0$.

Vì vậy $3-a^2$ là nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương đã cho (2).

Từ (1) và (2), để bất phương trình có ít nhất 4 nghiệm nguyên thì $3-a^2\geq -8\Leftrightarrow a^2\leq 12$.

Vậy tập tất cả số nguyên a thỏa mãn bài toán là $\{0,\pm1,\pm2,\pm3\}$.

Chọn đáp án D □

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-4)^2+(y+3)^2+(z+6)^2=50$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục hoành, với hoành độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d?

A) 29. B) 33. C) 55. D) 28.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(4;-3;-6)$ và bán kính $R=5\sqrt{2}$.

Vì $M\in Ox$ nên $M(m;0;0)$ với $m\in\mathbb{Z}$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa hai tiếp tuyến kẻ từ M đến (S).

Do hai tiếp tuyến đi qua M và cùng vuông góc với d nên (P) đi qua M và (P) vuông góc với d.

Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;4;-1)$ và $(P)\perp d$ nên $\vec{u}$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P).

Khi đó (P) có phương trình là $2(x-m)+4y-z=0\Leftrightarrow 2x+4y-z-2m=0$.

- Nếu M nằm bên trong mặt cầu (S) thì từ M không có tiếp tuyến với (S).
- Nếu $M\in(S)$ thì (P) tiếp xúc với (S) tại M, tức là $\overrightarrow{IM}$ cùng phương với $\vec{u}$ (không xảy ra).
- Nếu M nằm ngoài mặt cầu (S), suy ra

$$IM>R\Leftrightarrow IM^2>R^2\Leftrightarrow (m-4)^2+9+36>50\Leftrightarrow (m-4)^2>5\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>4+\sqrt{5}\\ m<4-\sqrt{5}.\end{array}\right. \quad (1)$$

Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) nên

$$\begin{aligned} &\mathrm{d}\big(I;(P)\big)<R\Leftrightarrow \frac{|8-12+6-2m|}{\sqrt{21}}<5\sqrt{2}\\ \Leftrightarrow\ &|2-2m|<5\sqrt{42}\Leftrightarrow -5\sqrt{42}<2-2m<5\sqrt{42}\\ \Leftrightarrow\ &\frac{2-5\sqrt{42}}{2}<m<\frac{2+5\sqrt{42}}{2}. \quad (2)\end{aligned}$$

Từ (1), (2) và m là số nguyên nên $m\in\{-15;-14;\ldots;0;1;7;8;\ldots;17\}$.

Vậy có 28 giá trị của m thỏa mãn bài.

Chọn đáp án D □

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x^2+10x,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(x^4-8x^2+m)$ có đúng 9 điểm cực trị?

(A) 16. (B) 9. (C) 15. **D** 10.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x^2+10x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\\ x=-10.\end{array}\right.$

Khi đó $y'=\left[f(x^4-8x^2=m)\right]'=(4x^3-16x).f'(x^4-8x^2+m)$.

$$y'=0\Leftrightarrow(4x^3-16x).f'(x^4-8x^2+m)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0\\ x=2\\ x=-2\\ x^4-8x^2+m=0\\ x^4-8x^2+m=-10\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} x=0 & \\ x=2 & \\ x=-2 & \\ x^4-8x^2=-m & (1)\\ x^4-8x^2=-10-m. & (2)\end{array}\right.$$

Xét hàm số $y=x^4-8x^2$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-16	$\nearrow$	0	$\searrow$	-16	$\nearrow$	$+\infty$

Để hàm số $y=f(x^4-8x^2+m)$ có 9 điểm cực trị thì $f'(x^4-8x^2+m)=0$ phải có 6 nghiệm đơn (hoặc bội lẻ) phân biệt và bao nhiêu nghiệm bội chẵn cũng được. Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y=x^4-8x^2$, suy ra rằng phương trình (2) phải có 4 nghiệm phân biệt, phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt hoặc (1) có ba nghiệm, trong đó có nghiệm $x=0$. Do đó

$$\left\{\begin{array}{l}-m\geq 0\\ -16<-10-m<0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m\leq 0\\ -10<m<6\end{array}\right.\Leftrightarrow -10<m\leq 0.$$

Do đó $m\in\{-9;-8;-7;\ldots;-1;0\}$.

Vậy có 10 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án D □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 78

1. C	2. A	3. C	4. D	5. C	6. C	7. A	8. C	9. C	10. B
11. C	12. B	13. C	14. C	15. A	16. A	17. C	18. C	19. C	20. A
21. D	22. A	23. D	24. B	25. A	26. A	27. A	28. B	29. B	30. A
31. A	32. A	33. B	34. B	35. A	36. D	37. B	38. D	39. D	40. B
41. B	42. B	43. D	44. C	45. D	46. D	47. D	48. D	49. D	50. D

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 101
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Nếu $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ thì $\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x)+2\right]\mathrm{d}x$ bằng

A 6. **B** 8. **C** 4. **D** 2.

Lời giải.

Ta có $\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x)+2\right]\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x + \int_0^2 2\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\cdot 4 + 4 = 6$.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A a^3. **B** $6a^3$. **C** $3a^3$. **D** $2a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = 3a^2.2a = 6a^3$.

Chọn đáp án B □

Câu 3. Nếu $\int_{-1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x = -3$ thì $\int_5^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 5. **B** 6. **C** 4. **D** 3.

Lời giải.

Áp dụng tính chất $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = -\int_b^a f(x)\,\mathrm{d}x$.

Suy ra $\int_5^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x = -\int_{-1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x = -(-3) = 3$.

Chọn đáp án D □

Câu 4. Cho $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\cos x + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $f(x) = -\sin x$. **B** $f(x) = -\cos x$. **C** $f(x) = \sin x$. **D** $f(x) = \cos x$.

Lời giải.

Ta có $\int \sin x\,\mathrm{d}x = -\cos x + C$.

Chọn đáp án C □

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(1;+\infty)$. B $(0;1)$. C $(-1;0)$. D $(0;+\infty)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=6$. Đường kính của (S) bằng

A $\sqrt{6}$. B 12. C $2\sqrt{6}$. D 3.

Lời giải.

Ta có bán kính của (S) là $\sqrt{6}$ nên đường kính của (S) bằng $2\sqrt{6}$.

Chọn đáp án C □

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A $(0;2;-3)$. B $(1;0;-3)$. C $(1;2;0)$. D $(1;0;0)$.

Lời giải.

Hình chiếu của điểm $A(a;b;c)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $A'(a;b;0)$ nên hình chiếu của điểm $A(1;2;-3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $A'(1;2;0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A 2. B 15. C 10. D 30.

Lời giải.

Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3} \cdot 10.3 = 10$.

Chọn đáp án C

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

A $q = \frac{1}{2}$. B $q = 2$. C $q = -2$. D $q = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $u_2 = u_1.q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = 2$.
Vậy $q = 2$.

Chọn đáp án B

Câu 10. Cho hình trụ có chiều cao $h = 1$ và bán kính đáy $r = 2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A 4π. B 2π. C 3π. D 6π.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là $S_{xq} = 2\pi.r.h = 2\pi.2.1 = 4\pi$.

Chọn đáp án A

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

A $x = -2$. B $x = 1$. C $y = 1$. D $y = -2$.

Lời giải.

Do $\lim\limits_{x\to\infty} y = 1$ nên $y = 1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$.

Chọn đáp án C

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x+1) > 2$ là

A $(9;+\infty)$. B $(25;+\infty)$. C $(31;+\infty)$. D $(24;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\log_5(x+1) > 2 \Leftrightarrow x+1 > 5^2 \Leftrightarrow x+1 > 25 \Leftrightarrow x > 24$.
Vậy tập nghiệp của bất phương trình là $(24;+\infty)$.

Chọn đáp án D

Câu 13. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

(A) $y = x^4 - 2x^2$. (B) $y = -x^3 + 3x$. (C) $y = -x^4 + 2x^2$. **D** $y = x^3 - 3x$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = -\infty$ nên loại $y = x^4 - 2x^2$ và $y = -x^3 + 3x$.

Có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$ nên loại $y = -x^4 + 2x^2$. Chọn $y = x^3 - 3x$.

Chọn đáp án D □

Câu 14. Môđun của số phức $z = 3 + 4i$ bằng

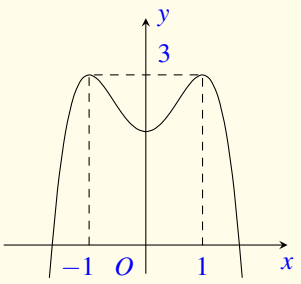
(A) 25. (B) $\sqrt{7}$. **C** 5. (D) 7.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

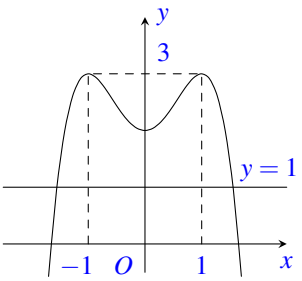
Câu 15. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ là

(A) 1. **B** 2. (C) 4. (D) 3.



Lời giải.

Kẻ đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị $y = f(x)$ tại 2 điểm phân biệt nên phương trình $f(x) = 1$ có 2 nghiệm phân biệt.



Chọn đáp án B ☐

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-4)$ là

A $(5;+\infty)$. B $(-\infty;+\infty)$. C $(4;+\infty)$. D $(-\infty;4)$.

Lời giải.

Điều kiện $x-4>0 \Leftrightarrow x>4$.
Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathscr{D}=(4;+\infty)$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 17. Với a là số thực dương tùy ý, $4\log\sqrt{a}$ bằng

A $-2\log a$. B $2\log a$. C $-4\log a$. D $8\log a$.

Lời giải.

Ta có $4\log\sqrt{a}=4\log a^{\frac{1}{2}}=4.\frac{1}{2}\log a=2\log a$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 18. Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là

A 1320. B 36. C 220. D 1728.

Lời giải.

Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là $C_{12}^3=220$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A $x=-2$. B $x=2$. C $x=-1$. D $x=1$.

Lời giải.

Dựa vào BBT, ta có điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x=1$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

(A) $z=0$. (B) $x=0$. (C) $x+y+z=0$. (D) $y=0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oyz) nhận $\vec{i}=(1;0;0)$ làm véc-tơ pháp tuyến và đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ có phương trình là $x=0$.

Chọn đáp án B

Câu 21. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1}=3^{2-x}$ là

(A) $x=\dfrac{1}{3}$. (B) $x=0$. (C) $x=-1$. (D) $x=1$.

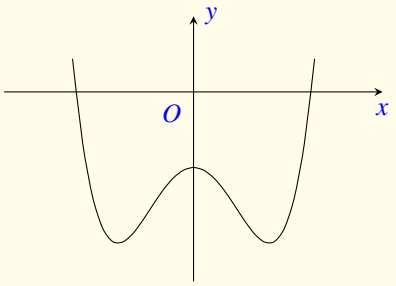
Lời giải.

Ta có $3^{2x+1}=3^{2-x}\Leftrightarrow 2x+1=2-x\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án A

Câu 22. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta suy ra số điểm cực trị của hàm số đã là 3.

Chọn đáp án B

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t \\ z=-1+3t \end{cases}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_1=(2;1;-1)$. (B) $\vec{u}_2=(1;2;3)$. (C) $\vec{u}_3=(1;-2;3)$. (D) $\vec{u}_4=(2;1;1)$.

Lời giải.

Từ phương trình đường thẳng d ta thấy véc-tơ $\vec{u}_3=(1;-2;3)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

Chọn đáp án C

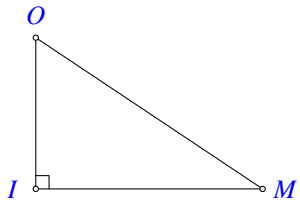
Câu 24. Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI = 3$ và $IM = 4$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OIM tạo thành hình nón có độ dài đường sinh bằng

(A) 7. (B) 3. (C) 5. (D) 4.

Lời giải.

Xét tam giác OIM vuông tại I, ta có

$$OM^2 = OI^2 + IM^2 \Leftrightarrow OM^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Leftrightarrow OM = 5.$$



Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OIM tạo thành hình nón có đường sinh là cạnh huyền OM.
Vậy độ dài đường sinh của hình nón là 5.

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 25. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 7i$ có tọa độ là

(A) $(2;7)$. (B) $(-2;7)$. (C) $(2;-7)$. (D) $(-7;2)$.

Lời giải.

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 - 7i$ có tọa độ là $(2;-7)$.

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 26. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i, z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

(A) $5 + i$. (B) $3 + 2i$. (C) $1 + 4i$. (D) $3 + 4i$.

Lời giải.

Ta có $z_1 + z_2 = 2 + 3i + 1 - i = 3 + 2i$.

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\,dx = e^x + x^2 + C$. (B) $\int f(x)\,dx = e^x + C$.

(C) $\int f(x)\,dx = e^x - x^2 + C$. (D) $\int f(x)\,dx = e^x + 2x^2 + C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int \left(e^x + 2x\right)\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + x^2 + C$.

Chọn đáp án A □

Câu 28. Đạo hàm của hàm số $y = x^{-3}$ là

A $y' = -x^{-4}$. B $y' = \dfrac{-1}{2}x^{-2}$. C $y' = -\dfrac{1}{3}x^{-4}$. D $y' = -3x^{-4}$.

Lời giải.

Ta có $y = x^{-3} \Rightarrow y' = -3x^{-4}$.

Chọn đáp án D □

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;1)$ và $C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z+1}{3}$. B $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-1}{1}$.

C $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$. D $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{1}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;-2;2)$, $\overrightarrow{AC} = (1;0;-1)$.
Suy ra mặt phẳng (ABC) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(ABC)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1;2;1)$.
Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = \vec{n}_{(ABC)} = (2;4;2)$.
Ta chọn VTCP là $\vec{u} = (1;2;1)$
Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$.

Chọn đáp án D □

Câu 30. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng

A -12. B 10. C 15. D -2.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2;2]$, ta có
$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \in [-2;2] \\ x = 3 \notin [-2;2]. \end{array}\right.$$

$f(-2) = 8; f(-1) = 15; f(2) = -12$.
Suy ra $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(-1) = 15$.

Chọn đáp án C □

Câu 31. Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y=\log[(6-x)(x+2)]$?

A 7. **B** 8. **C** 9. **D** Vô số.

Lời giải.

Điều kiện $(6-x)(x+2)>0 \Leftrightarrow -2<x<6$ suy ra $\mathscr{D}=(-2;6)$.
Vậy có 7 số nguyên x thuộc tập xác định của hàm số đã cho.

Chọn đáp án A □

Câu 32. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+z+6=0$. Khi đó $z_1+z_2+z_1z_2$ bằng

A 7. **B** 5. **C** -7. **D** -5.

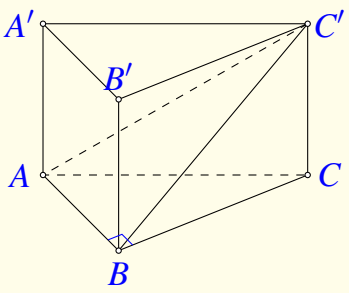
Lời giải.

Ta có z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+z+6=0$.
Theo định lý Vi-ét, ta có $\begin{cases} z_1+z_2=-1 \\ z_1z_2=6 \end{cases}$.
Do đó $z_1+z_2+z_1z_2=-1+6=5$.

Chọn đáp án B □

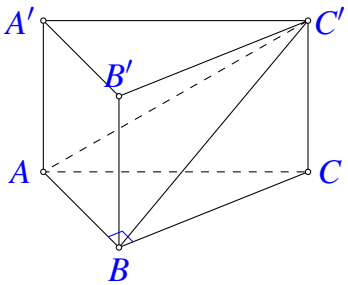
Câu 33. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC=2$, $AB=\sqrt{3}$ và $AA'=1$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng

A 30°. **B** 45°. **C** 90°. **D** 60°.



Lời giải.

Ta có $\begin{cases} AB\perp BC, AB\perp BB' \\ BC, BB'\subset (BCC'B') \Rightarrow AB\perp (BCC'B'). \\ BC\cap BB'=B \end{cases}$
Mà $BC'\subset (BCC'B') \Rightarrow AB\perp BC'$.



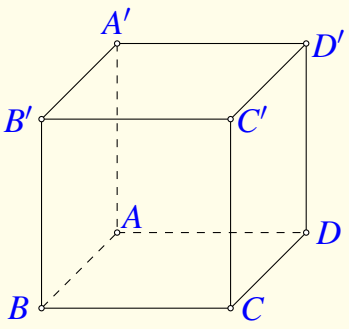
Lại có $\begin{cases} (ABC')\cap (ABC)=AB \\ BC'\subset (ABC'), BC'\perp AB, \text{ suy ra } \big((ABC'),(ABC)\big)=(BC',BC)=\widehat{C'BC}. \\ BC\subset (ABC), BC\perp AB \end{cases}$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B có $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{2^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=1=CC'$.
Do đó $\triangle BCC'$ vuông cân tại C nên $\widehat{C'BC}=45^\circ$.

Chọn đáp án B □

Câu 34. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $BC=2a$ và $AA'=3a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

A a. B $\sqrt{2}a$. C $2a$. D $3a$.



Lời giải.

Ta có $BD\subset(ABCD)$ và $A'C'\parallel(ABCD)$.
Suy ra $\mathrm{d}(BD,A'C')=\mathrm{d}(A'C',(ABCD))=\mathrm{d}(A',(ABCD))=AA'=3a$.

Chọn đáp án D □

Câu 35. Cho hàm số $f(x)=1-\frac{1}{\cos^2 2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\tan 2x+C$. B $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\frac{1}{2}\cot 2x+C$.
C $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x-\frac{1}{2}\tan 2x+C$. D $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\frac{1}{2}\tan 2x+C$.

Lời giải.

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int\left(1-\frac{1}{\cos^2 2x}\right)\mathrm{d}x=x-\frac{1}{2}\tan 2x+C.$$

Chọn đáp án C □

Câu 36. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A $y=x^4-x^2$. B $y=x^3-x$. C $y=\frac{x-1}{x+2}$. D $y=x^3+x$.

Lời giải.

Xét hàm số $y=x^3+x$ có tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.
Ta có $y'=3x^2+1$ nên $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.
Vậy hàm số $y=x^3+x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án D □

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-3;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z+5=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

(A) $2x-y+3z+9=0$. (B) $2x+y+3z-3=0$.
(C) $2x+y+3z+3=0$. (D) $2x-y+3z-9=0$.

Lời giải.

Gọi (Q) là mặt phẳng cần tìm.
Theo giả thiết $(Q)\ /\!/\ (P)$ nên $(Q)\colon 2x-y+3z+m=0\,(m\neq 5)$.
Mà (Q) qua A nên $2.0-(-3)+3.2+m=0\Leftrightarrow m=-9$.
Vậy mặt phẳng $(Q)\colon 2x-y+3z-9=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 38. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[40;60]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng
(A) $\frac{4}{7}$. (B) $\frac{2}{5}$. (C) $\frac{3}{5}$. (D) $\frac{3}{7}$.

Lời giải.

Gọi số tự nhiên chọn được theo yêu cầu có dạng $\overline{ab}$, ta có

- Với $a=4\Rightarrow b\in\{5;6;7;8;9\}$.
- Với $a=5\Rightarrow b\in\{6;7;8;9\}$.

Suy ra có 9 số thỏa mãn yêu cầu.
Vậy xác suất chọn được số theo yêu cầu đề bài là $P=\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$.

Chọn đáp án D □

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng ba số nguyên b thỏa mãn $(3^b-3)(a.2^b-18)<0$?
(A) 72. (B) 73. (C) 71. (D) 74.

Lời giải.

- **Trường hợp 1.** Với $3^b-3>0\Leftrightarrow b>1$.
  Khi đó $a.2^b-18<0\Rightarrow 2^b<\frac{18}{a}$.
  Suy ra 3 giá trị nguyên b có thể là $b\in\{2;3;4\}$.
  Do đó $2^4<\frac{18}{a}\leq 2^5\Rightarrow\frac{9}{16}\leq a<\frac{9}{8}\Rightarrow a=1$.
- **Trường hợp 2.** Với $3^b-3<0\Leftrightarrow b<1$.
  Khi đó $a.2^b-18>0\Rightarrow 2^b>\frac{18}{a}$.
  Suy ra 3 giá trị nguyên b có thể là $b\in\{-2;-1;0\}$.
  Do đó $2^{-3}\leq\frac{18}{a}<2^{-2}\Rightarrow 72<a\leq 144$.
  Số giá trị nguyên dương của a trong trường hợp này là $144-73+1=72$.
  Vậy có tổng cộng $1+72=73$ giá trị a thỏa mãn.

Chọn đáp án B □

Câu 40. Cho hàm số $f(x)=(m-1)x^4-2mx^2+1$ với m là tham số thực. Nếu $\min\limits_{[0;3]} f(x)=f(2)$ thì $\max\limits_{[0;3]} f(x)$ bằng

A $-\dfrac{13}{3}$. **B** 4. C $-\dfrac{14}{3}$. D 1.

Lời giải.

Ta có $f(x)=(m-1)x^4-2mx^2+1$ nên $f'(x)=4(m-1)x^3-4mx=4x\left[(m-1)x^2-m\right]$.
Do đó

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\(m-1)x^2-m=0.\end{bmatrix}\qquad(*)$$

Điều kiện cần để $\min\limits_{[0;3]} f(x)=f(2)$ là phương trình $(*)$ có nghiệm $x=2$
Tương đương $4(m-1)-m=0\Leftrightarrow m=\frac{4}{3}$.
Khi đó $f(x)=\frac{1}{3}x^4-\frac{8}{3}x^2+1\Rightarrow f'(x)=\frac{4}{3}x^3-\frac{16}{3}x$.
Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\in[0;3]\\x=2\in[0;3]\\x=-2\notin[0;3].\end{bmatrix}$
Ta có $f(0)=1; f(3)=4; f(2)=-\frac{13}{3}$.
Vậy $\min\limits_{[0;3]} f(x)=f(2)=-\frac{13}{3}$ và $\max\limits_{[0;3]} f(x)=4$ khi $x=3$.

Chọn đáp án B □

Câu 41. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=F(3)-G(0)+a$ $(a>0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x)$, $y=G(x)$, $x=0$ và $x=3$. Khi $S=15$ thì a bằng?

A 15. B 12. C 18. **D** 5.

Lời giải.

Giả thiết $F(x)$, $G(x)$ đều là nguyên hàm của $f(x)$ nên ta có

$$F(x)=G(x)+C\Rightarrow F(0)=G(0)+C.$$

Ta có $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=F(x)\Big|_0^3=F(3)-F(0)=F(3)-(G(0)+C)=F(3)-G(0)-C$.
Theo giả thiết $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=F(3)-G(0)+a$ nên $C=-a$.
Suy ra $F(x)=G(x)-a\Leftrightarrow F(x)-G(x)=-a$.
Ta có $S=\int_0^3 |F(x)-G(x)|\,\mathrm{d}x=\int_0^3 |-a|\,\mathrm{d}x=ax\Big|_0^3=3a$.
Mà $S=15$ nên ta có $a=5$.

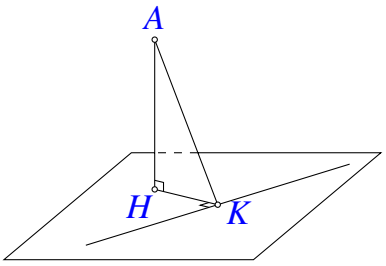
Chọn đáp án D □

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là

A $2y+z=0$. B $2y-z=0$. C $y+z=0$. D $y-z=0$.

Lời giải.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;-2)$ lên trục Ox.
Ta có $K(1;0;0), \overrightarrow{AK}=(0;-2;2)$.
Gọi H là điểm chiếu của A lên mặt phẳng (P).
Ta có $\mathrm{d}(A,(P))=AH\le AK=2\sqrt{2}$.
Suy ra $\max \mathrm{d}(A,(P))=2\sqrt{2}$, đạt được khi $H\equiv K(1;0;0)$.
Khi đó mặt phẳng (P) qua $O(0;0;0)$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AK}=(0;-2;2)$.



Nên phương trình mặt phẳng (P) là

$$0.(x-1)-2(y-0)+2(z-0)=0\Leftrightarrow y-z=0.$$

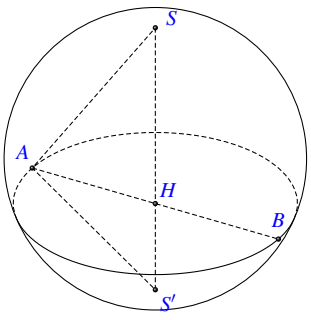
Vậy $(P)\colon y-z=0$.

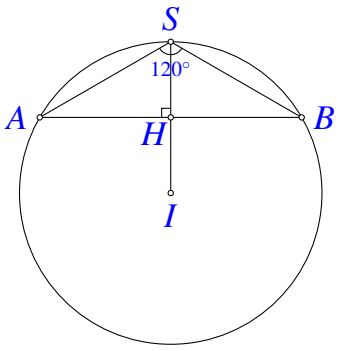
Chọn đáp án D □

Câu 43. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 4. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

A 64π. B 256π. C 192π. D 96π.

Lời giải.





Gọi S là đỉnh của hình nón và gọi I là tâm mặt cầu.
Gọi đường kính đường tròn đáy của hình nón là AB; H là trung điểm của AB.
Ta có $\widehat{ASH}=\frac{1}{2}\widehat{ASB}=60^\circ$.
Vì $\begin{cases} AI=AS \\ \widehat{ASI}=60^\circ \end{cases}$ nên $\triangle AIS$ là tam giác đều.

Suy ra $AI = R = 2SH = 8$.
Vậy $S_{mc} = 4\pi R^2 = 256\pi$.

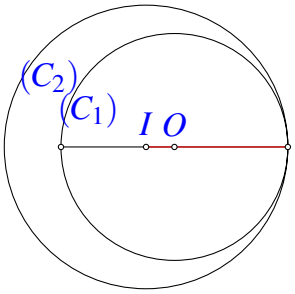
Chọn đáp án (B) □

Câu 44. Xét tất cả các số thực x, y sao cho $a^{4x-\log_5 a^2} \le 25^{40-y^2}$ với mọi số thực dương a. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + x - 3y$ bằng

(A) $\frac{125}{2}$. (B) 80. (C) 60. (D) 20.

Lời giải.

Do a dương nên $a^{4x-\log_5 a^2} \le 25^{40-y^2} \Leftrightarrow a^{4x-2\log_5 a} \le 5^{2(40-y^2)}$. (1)



Đặt $\log_5 a = t$ thì $a = 5^t$.
Tacó

$$\begin{aligned}(1) &\Leftrightarrow 5^{t(4x-2t)} \le 5^{2(40-y^2)}\\ &\Leftrightarrow 2tx - t^2 \le 40 - y^2\\ &\Leftrightarrow t^2 - 2tx + 40 - y^2 \ge 0. \qquad (2)\end{aligned}$$

(1) đúng với mọi số thực dương a khi và chỉ khi (2) đúng với mọi số thực t khi và chỉ khi $\Delta' = x^2 + y^2 - 40 \le 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \le 40$.
Theo bất đẳng thức Bunhia - Cốpxki, ta có

$$(x - 3y)^2 \le 10(x^2 + y^2) \le 10.40 = 400.$$

Suy ra $x - 3y \le 20$.
Khi đó $P = x^2 + y^2 + x - 3y \le 40 + 20 = 60$.
Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} x^2 + y^2 = 40 \\ x = \dfrac{y}{-3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -6 \end{cases}$.
Vậy giá trị lớn nhất của P bằng 60.

Chọn đáp án (C) □

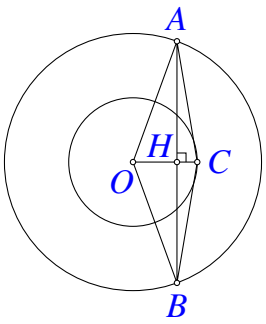
Câu 45. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 2|z_3| = 2$ và $8(z_1 + z_2)z_3 = 3z_1z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

(A) $\frac{\sqrt{55}}{32}$. (B) $\frac{\sqrt{55}}{16}$. (C) $\frac{\sqrt{55}}{24}$. (D) $\frac{\sqrt{55}}{8}$.

Lời giải.

Ta có

$$8(z_1+z_2)z_3 = 3z_1z_2 \Leftrightarrow \frac{8}{z_2}+\frac{8}{z_1}=\frac{3}{z_3}$$
$$\Leftrightarrow \frac{8\bar{z}_2}{z_2\bar{z}_2}+\frac{8\bar{z}_1}{z_1\bar{z}_1}=\frac{3\bar{z}_3}{z_3\bar{z}_3}$$
$$\Leftrightarrow \frac{8\bar{z}_2}{|z_2|^2}+\frac{8\bar{z}_1}{|z_1|^2}=\frac{3\bar{z}_3}{|z_3|^2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{8\bar{z}_2}{4}+\frac{8\bar{z}_1}{4}=\frac{3\bar{z}_3}{1}$$
$$\Leftrightarrow \bar{z}_2+\bar{z}_1=\frac{3\bar{z}_3}{2}. \qquad (1)$$



Gọi A', B', C' lần lượt là các điểm biểu diễn của $\bar{z}_1$, $\bar{z}_2$, $\bar{z}_3$.

Suy ra A', B', C' lần lượt đối xứng với A, B, C qua trục Ox.
Do đó $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle A'B'C'}$.

- Ta có $(1) \Leftrightarrow \overrightarrow{OA'}+\overrightarrow{OB'}=\frac{3}{2}\overrightarrow{OC'}=\overrightarrow{OD}$, trong đó $OA'=OB'=2OC'=2$, $\overrightarrow{OD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{OC'}$.
  Suy ra tứ giác $OA'DB'$ là hình thoi có $OA'=OB'=2$, $OD=\frac{3}{2}$ và $C'\in OD$; $OC'=1$.
- Ta có $DC'=\frac{1}{2} \Rightarrow IC'=ID-DC'=\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$.
  Do đó $IC'=\frac{1}{3}ID \Rightarrow S_{\triangle A'B'C'}=\frac{1}{3}S_{\triangle OA'B'}$.

$$S_{\triangle OA'B'} = 2S_{\triangle OA'I} = OI.\sqrt{OA'^2-OI^2} = \frac{3}{4}\cdot\sqrt{4-\frac{9}{16}} = \frac{3\sqrt{55}}{16}.$$

Vậy $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle A'B'C'} = \frac{\sqrt{55}}{16}$.

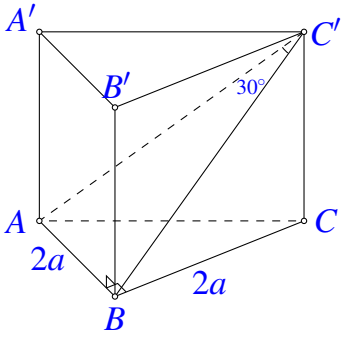
Chọn đáp án (B) □

Câu 46. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=2a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng $30°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $3a^3$. (B) a^3. (C) $12\sqrt{2}a^3$. (D) $4\sqrt{2}a^3$.

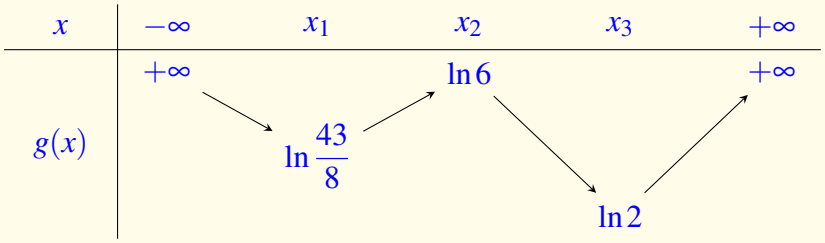
Lời giải.

Ta có $BA \perp BC$ và $BA \perp AA' \Rightarrow BA \perp (ACC'A')$.
Suy ra góc $(BC',(AC'A')) = (BC',C'A) = \widehat{BC'A} = 30°$.
Tam giác ABC' vuông tại A, có $AC' = AB.\cot\widehat{AC'B} = 2a\sqrt{3}$.
Tam giác CAC' vuông tại C, có $CC' = \sqrt{AC'^2-AC^2} = 2a\sqrt{2}$.
Thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = \frac{1}{2}AB.AC.CC' = 4a^3\sqrt{2}$.



Chọn đáp án D □

Câu 47. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x)=\ln(f(x))$ có bảng biến thiên như sau:



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(5;6)$. B $(4;5)$. C $(2;3)$. D $(3;4)$.

Lời giải.

Ta có $g(x)=\ln(f(x)) \Leftrightarrow f(x)=\mathrm{e}^{g(x)}$.
Từ bảng biến thiên ta được

$$\begin{aligned} g(x_1)=\ln\frac{43}{8} &\Rightarrow f(x_1)=\frac{43}{8}.\\ g(x_2)=\ln 6 &\Rightarrow f(x_2)=6.\\ g(x_3)=\ln 2 &\Rightarrow f(x_3)=2. \end{aligned}$$

Ta có $f'(x)-g'(x)=g'(x).\mathrm{e}^{g(x)}-g'(x)=g'(x)\left[\mathrm{e}^{g(x)}-1\right]$.

$$\begin{aligned} f'(x)-g'(x)=0 &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} g'(x)=0.\\ \mathrm{e}^{g(x)}-1=0 \end{array}\right.\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} g'(x)=0.\\ g(x)=0 \text{ (vô nghiệm)} \end{array}\right.\\ &\Leftrightarrow x\in\{x_1,x_2,x_3\}. \end{aligned}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ là.

$$\begin{aligned} S&=\int_{x_1}^{x_3}\left|f'(x)-g'(x)\right|\mathrm{d}x=\int_{x_1}^{x_2}\left|f'(x)-g'(x)\right|\mathrm{d}x+\int_{x_2}^{x_3}\left|f'(x)-g'(x)\right|\mathrm{d}x\\ &=\left|\int_{x_1}^{x_2}\left[f'(x)-g'(x)\right]\mathrm{d}x\right|+\left|\int_{x_2}^{x_3}\left[f'(x)-g'(x)\right]\mathrm{d}x\right|\\ &=\left|[f(x)-g(x)]\big|_{x_1}^{x_2}\right|+\left|[f(x)-g(x)]\big|_{x_2}^{x_3}\right|\\ &=\left|\left[f(x_2)-g(x_2)\right]-\left[f(x_1)-g(x_1)\right]\right|+\left|\left[f(x_3)-g(x_3)\right]-\left[f(x_2)-g(x_2)\right]\right|\\ &=\left|(6-\ln 6)-\left(\frac{43}{8}-\ln\frac{43}{8}\right)\right|+\left|(2-\ln 2)-(6-\ln 6)\right|\approx 3{,}42\in(3;4). \end{aligned}$$

Chọn đáp án D □

Câu 48. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2| = 2|z-\bar{z}|$ và $|(z-4)(\bar{z}-4i)| = |z+4|^2$?

(A) 3. (B) 1. (C) 2. **D** 4.

Lời giải.

Ta có $\bar{z}-4i = \overline{z+4i} \Rightarrow |\bar{z}-4i| = |\overline{z+4i}| = |z+4i|$.
Do đó

$$\begin{aligned} |(z-4)(\bar{z}-4i)| = |z+4i|^2 &\Leftrightarrow |z-4|.|\bar{z}-4i| = |z+4i|^2 \\ &\Leftrightarrow |z-4|.|z+4i| = |z+4i|^2. \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |z+4i| = 0 \\ |z-4| = |z+4i|. \end{array}\right. \end{aligned}$$

- Xét (1) : $|z+4i| = 0 \Leftrightarrow z+4i = 0 \Leftrightarrow z = -4i \Rightarrow \bar{z} = 4i$.
  Khi đó $\begin{cases} z^2 = -16 \Rightarrow |z^2| = 16 \\ |z-\bar{z}| = |-8i| = 8 \end{cases}$.
  Suy ra $|z^2| = 2|z-\bar{z}|$ (thỏa mãn yêu cầu bài toán).

- Xét (2) : $|z-4| = |z+4i|$.
  Giả sử $z = a+bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$.
  Ta có $(2) \Leftrightarrow (a-4)^2+b^2 = a^2+(b+4)^2 \Leftrightarrow b = -a$.
  Hay $z = a-ai \Rightarrow z^2 = -2a^2i \Rightarrow |z^2| = 2a^2$.
  Mặt khác $z-\bar{z} = -2ai$.
  Suy ra $|z-\bar{z}| = 2|a|$.
  Khi đó $|z^2| = 2|z-\bar{z}| \Leftrightarrow 2a^2 = 4|a| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = \pm 2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} z = 0 \\ z = 2-2i \\ z = -2+2i \end{array}\right.$.

Vậy có 4 số phức $z = 0$, $z = 2-2i$, $z = -2+2i$, $z = -4i$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án D □

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1;3;9)$ bán kính bằng 3. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

(A) 39. **B** $12\sqrt{3}$. (C) 18. (D) $28\sqrt{3}$.

Lời giải.

Đặt $M(a;0;0)$ và $N(0;0;b)$.
Nhận xét: (S) tiếp xúc (Oxz) mà $MN \subset (Oxz)$ tiếp xúc (S).

Suy ra MN tiếp xúc (S) tại tiếp điểm của (S) và $(Oxz) \Rightarrow A(1;0;9)$.

$$\begin{cases} \overrightarrow{AM} = (a-1;0;-9) \\ \overrightarrow{AN} = (-1;0;b-9) \end{cases} \Rightarrow \frac{a-1}{-1} = \frac{-9}{b-9} \Rightarrow (a-1)(b-9) = 9.$$

Khi đó $OIMN$ có $\triangle OMN$ vuông tại O, $(IMN) \perp (OMN)$ (do $IA \subset (IMN)$, $IA \perp (OMN)$).
Suy ra Bán kính mặt cầu ngoại tiếp $OIMN$ bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle IMN$ bằng $\frac{13}{2}$.
Suy ra $\frac{1}{2} \cdot 3.MN = \frac{IM.IN.MN}{4.\frac{13}{2}} \Leftrightarrow IM.IN = 39.$ (1)

Mà $IM = \sqrt{(a-1)^2 + 3^2 + 9^2} = \sqrt{(a-1)^2 + 90}$.

$IN = \sqrt{1^2 + 3^2 + (b-9)^2} = \sqrt{10 + \dfrac{81}{(a-1)^2}}$.

Thay vào (1) ta được: $\left[(a-1)^2 + 90\right]\left[10 + \frac{81}{(a-1)^2}\right] = 1521 \Leftrightarrow (a-1)^2 = 27$.

Ta có $\begin{cases} AM = \sqrt{(a-1)^2 + 81} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3} \\ AN = \sqrt{1 + (b-9)^2} = \sqrt{1+3} = 2 \end{cases}$, suy ra $AM.AN = 12\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \left|x^4 - 2mx^2 + 64x\right|$ có đúng ba điểm cực trị?

(A) 5. (B) 6. (C) 12. (D) 11.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = x^4 - 2mx^2 + 64x$; $\lim\limits_{x \to \pm\infty} g(x) = +\infty$.

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^3 - 2mx + 64 = 0. \end{array}\right.$$

Suy ra phương trình $g(x) = 0$ có ít nhất hai nghiệm đơn phân biệt.
Do đó hàm số $y = |g(x)|$ có đúng ba điểm cực trị khi và chỉ khi hàm số $y = g(x)$ có đúng một điểm cực trị.
Ta có $g'(x) = 4x^3 - 4mx + 64$.
Do đó $g'(x) = 0 \Leftrightarrow m = x^2 + \frac{16}{x}$ (vì $x = 0$ không là nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$).
Xét hàm số $h(x) = x^2 + \frac{16}{x}$.
Ta có $h'(x) = 2x - \frac{16}{x^2} = \frac{2x^3 - 16}{x^2}$.
Do đó $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$.
Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	‖ $+\infty$	$\searrow$	12	$\nearrow$	$+\infty$
		$-\infty$	‖				

Từ bảng biến thiên suy ra $m \leq 12$.
Vậy có 12 giá trị nguyên dương của m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 79

1. A	2. B	3. D	4. C	5. B	6. C	7. C	8. C	9. B	10. A
11. C	12. D	13. D	14. C	15. B	16. C	17. B	18. C	19. D	20. B
21. A	22. B	23. C	24. C	25. C	26. B	27. A	28. D	29. D	30. C
31. A	32. B	33. B	34. D	35. C	36. D	37. D	38. D	39. B	40. B
41. D	42. D	43. B	44. C	45. B	46. D	47. D	48. D	49. B	50. C

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 102
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x+2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+2x^2+C$.
(B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x-x^2+C$.
(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$.
(D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+x^2+C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+x^2+C$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y=x^{-3}$ là

(A) $y'=-x^{-4}$.
(B) $y'=-3x^{-4}$.
(C) $y'=-\frac{1}{3}x^{-4}$.
(D) $y'=-\frac{1}{2}x^{-2}$.

Lời giải.

Ta có $y'=-3x^{-4}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 3. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

(A) $y=-x^3+3x$.
(B) $y=x^3-3x$.
(C) $y=-x^4+2x^2$.
(D) $y=x^4-2x^2$.

Lời giải.

Từ đồ thị ta có đây là đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a>0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oyz) là

(A) $x=0$.
(B) $x+y+z=0$.
(C) $z=0$.
(D) $y=0$.

Lời giải.

Phương trình mặt phẳng (Oyz) là $x=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

A $y=-2$. B $x=-2$. C $x=1$. D $y=1$.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-1}{2x+4}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{2x+4}=1$.
Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình $y=1$.

Chọn đáp án D □

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(0;+\infty)$. B $(1;+\infty)$. C $(-1;0)$. D $(0;1)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên, ta có hàm nghịch biến trên $(0;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A $x=-2$. B $x=1$. C $x=-1$. D $x=2$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên suy ra điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x=1$.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=2-7i$ có tọa độ là

A $(2;-7)$. B $(-7;2)$. C $(2;7)$. D $(-2;7)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn số phức $z=2-7i$ có tọa độ là $(2;-7)$.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=1$ và $u_2=2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

A $\frac{1}{2}$. B 2. C -2. D $-\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Công bội của cấp số nhân là $q=\dfrac{u_2}{u_1}=\dfrac{2}{1}=2$.

Chọn đáp án B □

Câu 10. Cho 2 số phức $z_1=2+3i$ và $z_2=1-i$. Số phức z_1+z_2 bằng

A $3+4i$. B $1+4i$. C $z=5+i$. D $3+2i$.

Lời giải.

Ta có $z_1+z_2=2+3i+1-i=3+2i$.

Chọn đáp án D □

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $4\log\sqrt{a}$ bằng

A $-4\log a$. B $8\log a$. C $2\log a$. D $-2\log a$.

Lời giải.

Ta có $4\log\sqrt{a}=4\log a^{\frac{1}{2}}=2\log a$.

Chọn đáp án C □

Câu 12. Cho $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $f(x)=-\sin x$. Ⓑ $f(x)=\cos x$. Ⓒ $f(x)=\sin x$. Ⓓ $f(x)=-\cos x$.

Lời giải.

Ta có $f(x)=(-\cos x+C)'=\sin x$.

Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 13. Cho hình trụ có chiều cao $h=1$ và bán kính đáy $r=2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

Ⓐ 3π. Ⓑ 4π. Ⓒ 2π. Ⓓ 6π.

Lời giải.

Diện tích xung quanh $S_{xq}=2\pi rl=4\pi$.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

Ⓐ 15. Ⓑ 10. Ⓒ 2. Ⓓ 30.

Lời giải.

$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}hB=\dfrac{1}{3}\cdot 3.10=10.$

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 15. Mô đun của số phức $z=3+4i$ bằng

Ⓐ $\sqrt{7}$. Ⓑ 5. Ⓒ 7. Ⓓ 25.

Lời giải.

Ta có $|z|=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 16. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1}=3^{2-x}$ là

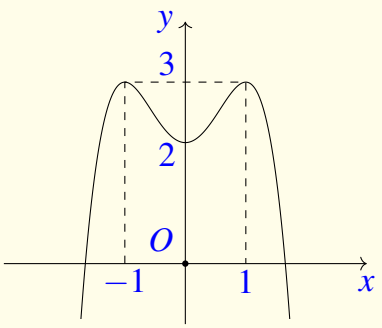
Ⓐ $x=\dfrac{1}{3}$. Ⓑ $x=0$. Ⓒ $x=-1$. Ⓓ $x=1$.

Lời giải.

Ta có $3^{2x+1}=3^{2-x}\Leftrightarrow 2x+1=2-x\Leftrightarrow 3x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án A

Câu 17. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=1$ là



A) 4. B) 3. C) 2. D) 1.

Lời giải.

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=1$ bằng với số giao điểm của đường thẳng $(d): y=1$ và đồ thị (C) của hàm số $y=f(x)$.
Dựa vào hình vẽ, ta thấy (d) và (C) cắt nhau tại hai điểm phân biệt nên phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt.

Chọn đáp án C

Câu 18. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x+1)>2$ là

A) $(24;+\infty)$. B) $(9;+\infty)$. C) $(25;+\infty)$. D) $(31;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\log_5(x+1)>2 \Leftrightarrow x+1>5^2 \Leftrightarrow x>24$.
Vậy tập hợp nghiệm của bất phương trình là $S=(24;+\infty)$.

Chọn đáp án A

Câu 19. Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$ thì $\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x)+2\right]\mathrm{d}x$ bằng

A) 2. B) 6. C) 4. D) 8.

Lời giải.

$$\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x)+2\right]\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^2 2\mathrm{d}x=2+4=6.$$

Chọn đáp án B

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-4)$ là

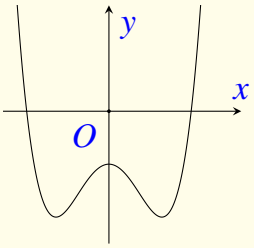
A) $(-\infty;4)$. B) $(4;+\infty)$. C) $(5;+\infty)$. D) $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải.

ĐKXĐ $x-4>0 \Leftrightarrow x>4$.
Vậy tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-4)$ là $(4;+\infty)$.

Chọn đáp án B □

Câu 21. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A 1. B 0. C 2. D 3.

Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án D □

Câu 22. Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là

A 1728. B 220. C 1320. D 36.

Lời giải.

Số các tổ hợp chập 3 của 12 phần tử là $C_{12}^3=220$.

Chọn đáp án B □

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A $(1;0;-3)$. B $(1;0;0)$. C $(1;2;0)$. D $(0;2;-3)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của $A(1;2;-3)$ lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(1;2;0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=6$. Đường kính của (S) bằng

A 3. B $\sqrt{6}$. C $2\sqrt{6}$. D 12.

Lời giải.

Đường kính của (S) bằng $2R=2\sqrt{6}$.

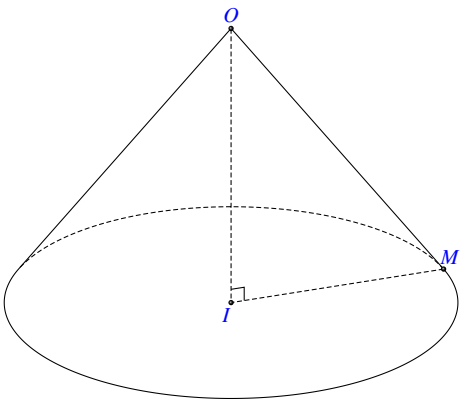
Chọn đáp án C □

Câu 25. Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI = 3$ và $IM = 4$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành hình nón có độ dài đường sinh bằng

(A) 4. (B) 3. (C) 5. (D) 7.

Lời giải.

Hình nón có chiều cao $h = OI = 3$, bán kính đáy $r = IM = 4$ nên độ dài đường sinh là $\ell = OM = \sqrt{IM^2 + OI^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.



Chọn đáp án (C) ☐

Câu 26. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $3a^3$. (B) $6a^3$. (C) $2a^3$. (D) a^3.

Lời giải.

Ta có thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = 3a^2.2a = 6a^3$.

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng (d): $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + 3t. \end{cases}$ Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u_4} = (2;1;1)$. (B) $\vec{u_1} = (2;1;-1)$. (C) $\vec{u_3} = (1;-2;3)$. (D) $\vec{u_3} = (1;2;3)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u_3} = (1;-2;3)$.

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 28. Nếu $\int_{-1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x = -3$ thì $\int_{5}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 3. **B** 4. **C** 6. **D** 5.

Lời giải.

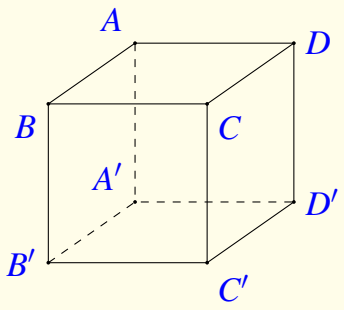
Ta có

$$\int_{5}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x = -\int_{-1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x = 3.$$

Chọn đáp án A □

Câu 29. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$ và $AA' = 3a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

A $2a$. **B** $\sqrt{2}a$. **C** $3a$. **D** a.



Lời giải.

Ta có $\mathrm{d}(BD, A'C') = \mathrm{d}\big(BD, (A'B'C'D')\big) = \mathrm{d}\big(B, (A'B'C'D')\big) = BB' = 3a$.

Chọn đáp án C □

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A $y = x^4 - x^2$. **B** $y = x^3 + x$. **C** $y = \dfrac{x-1}{x+2}$. **D** $y = x^3 - x$.

Lời giải.

Nhận thấy hàm số $y = x^3 + x$ có $y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn đáp án B □

Câu 31. Giá trị trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng

A 15. **B** 10. **C** -1. **D** -12.

Lời giải.

Ta có

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9;$$

$$\begin{cases} f'(x)=0 \\ x\in(-2;2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right. \\ x\in(-2;2) \end{cases} \Leftrightarrow x=-1;$$
$$f(-2)=8, f(-1)=15, f(2)=-12.$$

Vậy $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(-1)=15$.

Chọn đáp án A □

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-3;2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z+5=0$. Mặt phẳng đi qua A và và song song với (P) có phương trình là

A $2x-y+3z+9=0$. B $2x+y+3z-3=0$.

C $2x+y+3z+3=0$. D $2x-y+3z-9=0$.

Lời giải.

Vì mặt phẳng cần tìm song song với mặt phẳng (P) nên mặt phẳng này nhận véc-tơ $\vec{n}_P=(2;-1;3)$ làm véc-tơ pháp tuyến và do mặt phẳng qua $A(1;2;-1)$ nên có phương trình là

$$2(x-0)-(y+3)+3(z-2)=0 \Leftrightarrow 2x-y+3z-9=0.$$

Chọn đáp án D □

Câu 33. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[40;60]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

A $\frac{2}{5}$. B $\frac{4}{7}$. C $\frac{3}{7}$. D $\frac{3}{5}$.

Lời giải.

Số cách chọn một số thuộc đoạn $[40;60]$ có 21 cách chọn nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=21$.
Gọi A là biến cố : "Chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục".
Tìm $n(A)$.

- Trường hợp 1. Trên đoạn $[40;49]$ gồm các số $\{45;46;\ldots;49\}$ nên có 5 cách chọn.
- Trường hợp 2. Trên đoạn $[50;59]$ gồm các số $\{56;57;\ldots;59\}$ nên có 4 cách chọn.

Suy ra $n(A)=4+5=9$.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{9}{21}=\dfrac{3}{7}$.

Chọn đáp án C □

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;2;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

(A) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$.
(B) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$.
(C) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$.
(D) $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-2;2)$, $\overrightarrow{AC}=(1;0;-1)$. Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2;4;2)=2\vec{u}$, $\vec{u}=(1;2;1)$.
Đường thẳng cần tìm vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên đường thẳng nhận véc-tơ $\vec{u}=(1;2;1)$ làm véc-tơ chỉ phương và do đường thẳng đi qua $A(1;2;-1)$ nên phương trình đường thẳng là

$$\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 35. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+z+6=0$. Khi đó $z_1+z_2+z_1.z_2$ bằng

(A) -5. (B) -7. (C) 7. (D) 5.

Lời giải.

Áp dụng định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} z_1+z_2=\dfrac{-b}{a}=-1 \\ z_1.z_2=\dfrac{c}{a}=6. \end{cases}$

Vậy $z_1+z_2+z_1.z_2=(z_1+z_2)+(z_1.z_2)=-1+6=5$.

Chọn đáp án D □

Câu 36. Cho hàm số $f(x)=1-\dfrac{1}{\cos^2 2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$.
(B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\tan 2x+C$.
(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x+\dfrac{1}{2}\tan 2x+C$.
(D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x-\dfrac{1}{2}\tan 2x+C$.

Lời giải.

Ta có

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int\left(1-\frac{1}{\cos^2 2x}\right)\mathrm{d}x=x-\frac{1}{2}\tan 2x+C.$$

Chọn đáp án D □

Câu 37. Có bao nhiêu số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y=\log[(6-x)(x+2)]$?

A 7. **B** 8. **C** Vô số. **D** 9.

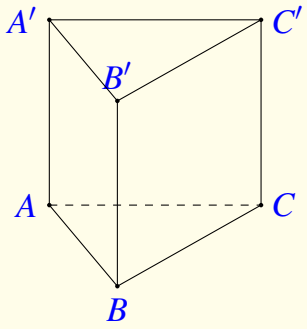
Lời giải.

Điều kiện xác định: $(6-x)(x+2)>0 \Leftrightarrow -2<x<6$.
Mà $x\in\mathbb{Z} \Rightarrow x\in\{-1;0;1;2;3;4;5\}$.
Vậy có 7 số nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y=\log[(6-x)(x+2)]$.

Chọn đáp án A □

Câu 38. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC=2$, $AB=\sqrt{3}$ và $AA'=1$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng

A 90°. **B** 60°. **C** 30°. **D** 45°.



Lời giải.

Ta có $\begin{cases} AB\perp CC' (\text{do} CC'\perp(ABC)) \\ AB\perp BC \end{cases} \Rightarrow AB\perp C'B$.

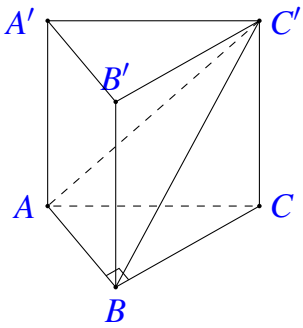
Do đó $\begin{cases} (C'AB)\cap(ABC)=AB \\ C'B\perp AB \\ CB\perp AB. \end{cases}$

$\Rightarrow \big((C'AB);(ABC)\big)=(C'B;BC)=\widehat{C'BC}$.

$\triangle ABC$ vuông tại B nên $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{2^2-(\sqrt{3})^2}=1$.

Xét $\triangle C'BC$ vuông có $\tan\widehat{C'BC}=\dfrac{C'C}{BC}=\dfrac{1}{1}=1\Rightarrow\widehat{C'BC}=45^\circ$.

Vậy $\big((C'AB);(ABC)\big)=45^\circ$.



Chọn đáp án D □

Câu 39. Cho hàm số $f(x)=mx^4+2(m-1)x^2$ với m là tham số thực. Nếu $\min\limits_{[0;2]} f(x)=f(1)$ thì $\max\limits_{[0;2]} f(x)$ bằng

A 2. **B** -1. **C** 4. **D** 0.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=4mx^3+4(m-1)x$.

- Với $m=0$ thì $f(x)=-2x^2$ là hàm số nghịch biến trên $(0;2)$.
  Khi đó $\min\limits_{[0;2]} f(x)=f(2)$ (không thỏa yêu cầu bài toán).

- Với $m\neq 0$ thì hàm số $y=f(x)$ có đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng và luôn có một điểm cực trị $x=0$.
  Khi đó, từ yêu cầu bài toán ta suy ra $\begin{cases}m>0\\ f'(1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ 4m+4(m-1)=0\end{cases}\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}$.
  Do đó $f'(x)=2x^3-2x$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\notin(0;2)\\ x=0\notin(0;2)\\ x=1\in(0;2).\end{array}\right.$
  Ta có $f(0)=0$, $f(2)=4$, $f(1)=-\dfrac{1}{2}$.

Vậy $\max\limits_{[0;2]} f(x)=4$ tại $x=2$.

Chọn đáp án C □

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $(5^b-1)(a.2^b-5)<0$?

A 20. B 21. C 22. D 19.

Lời giải.

Ta có $(5^b-1)(a.2^b-5)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}5^b-1=0\\ a.2^b-5=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=0\\ b=\log_2\dfrac{5}{a}.\end{array}\right.$

- **TH1:** $\log_2\dfrac{5}{a}<b<0$.
  Khi đó để tồn tại đúng hai giá trị của b thì $b\in\{-2;-1\}$.
  Do đó $-3\leq\log_2\dfrac{5}{a}<-2\Leftrightarrow\dfrac{1}{8}\leq\dfrac{5}{a}<\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow 20<a\leq 40$.
  Mà $a\in\mathbb{N}^*$ nên $a\in\{21;22;\ldots;40\}$.

- **TH2:** $0<b<\log_2\dfrac{5}{a}$.
  Khi đó để tồn tại đúng hai giá trị của b thì $b\in\{1;2\}$.
  Do đó $2<\log_2\dfrac{5}{a}\leq 3\Leftrightarrow 4<\dfrac{5}{a}\leq 8\Leftrightarrow\dfrac{5}{8}\leq a<\dfrac{5}{4}$.
  Mà $a\in\mathbb{N}^*$ nên $a=1$.

Vậy có 21 số nguyên dương a thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Chọn đáp án B □

Câu 41. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x = F(5)-G(0)+a$ $(a>0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x)$, $y=G(x)$, $x=0$ và $x=5$. Khi $S=20$ thì a bằng

A 4. **B** 15. **C** 25. **D** 20.

Lời giải.

Đặt $G(x)=F(x)+C$ (với C là hằng số).

Ta có $\int_0^5 f(x)\,\mathrm{d}x = F(5)-F(0) = F(5)-\big(G(0)-C\big) = F(5)-G(0)+C$.

Suy ra $C=a$.

Do đó

$$S=\int_0^5 |F(x)-G(x)|\,\mathrm{d}x = \int_0^5 |a|\,\mathrm{d}x = \int_0^5 a\,\mathrm{d}x = 5a.$$

Theo giả thiết $S=20 \Leftrightarrow 5a=20 \Leftrightarrow a=4$.

Chọn đáp án **A** □

Câu 42. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A $\frac{1}{8}a^3$. **B** $\frac{3}{8}a^3$. **C** $\frac{3\sqrt{2}}{2}a^3$. **D** $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

Lời giải.

Diện tích đáy là $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB^2=\frac{a^2}{2}$.

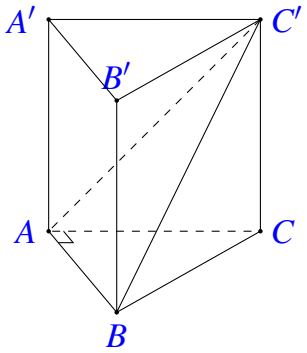
Ta có $\begin{cases} AB\perp AC \\ AB\perp AA' \end{cases} \Rightarrow AB\perp (ACC'A')$.

Suy ra $\big(BC',(ACC'A')\big)=(BC',AC')=\widehat{BC'A}=30^\circ$.

Khi đó $AC'=AC.\cot 30^\circ = a\sqrt{3}$.

$\Rightarrow AA'=\sqrt{AC'^2-A'C'^2}=\sqrt{(a\sqrt{3})^2-a^2}=a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là



$$V=S_{ABC}.AA'=\frac{a^2}{2}\cdot a\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot a^3.$$

Chọn đáp án **D** □

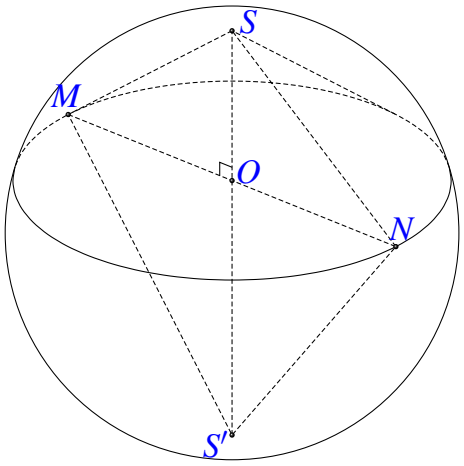
Câu 43. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 1. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

A 16π. **B** 12π. **C** 4π. **D** 48π.

Lời giải.

Xét $\triangle SMO$ vuông có

$$\tan\widehat{MSO} = \frac{OM}{OS} \Rightarrow OM = OS.\tan 60^\circ = \sqrt{3}.$$



Kẻ đường kính SS' của mặt cầu ngoại tiếp hình nón.
Tam giác SMS' vuông tại M có $MO \perp SS'$.
Suy ra $OM^2 = OS.OS' \Leftrightarrow OS' = \dfrac{OM^2}{OS} = \dfrac{(\sqrt{3})^2}{1} = 3$.
Do đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là

$$R = \frac{OS + OS'}{2} = \frac{1+3}{2} = 2.$$

Vậy diện tích của (S) là $S = 4\pi R^2 = 4\pi.2^2 = 16\pi$.

Chọn đáp án A

Câu 44. Xét các số thực x, y sao cho $49^{9-y^2} \geq a^{4x-\log_7 a^2}$ với mọi số thực dương a. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 4x - 3y$ bằng

A $\dfrac{121}{4}$. **B** $\dfrac{39}{4}$. **C** 24. **D** 39.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 49^{9-y^2} \geq a^{4x-\log_7 a^2} &\Leftrightarrow \log_7\left(49^{9-y^2}\right) \geq \log_7\left(a^{4x-\log_7 a^2}\right) \\ &\Leftrightarrow (9-y^2).\log_7(49) \geq (4x - \log_7 a^2).\log_7 a. \end{aligned}$$

Do đó ta được $2.(9-y^2) \geq 2.(2x - \log_7 a).\log_7 a$. (1)

Đặt $t = \log_7 a$ thì (1) trở thành $t^2 - 2x.t + 9 - y^2 \geq 0$. (2)

Khi đó (1) đúng với mọi $a > 0 \Leftrightarrow$ (2) đúng với mọi $t \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \Delta' = x^2 - 9 + y^2 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 9.$$

Mặt khác $(4x-3y)^2 \leq (16+9).(x^2+y^2) = 225 \Rightarrow 4x - 3y \leq 15$.
Suy ra $P = x^2 + y^2 + 4x - 3y \leq 9 + 15 = 24$.
Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \dfrac{x}{4} = \dfrac{y}{-3} > 0 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow x = \dfrac{12}{5}; y = -\dfrac{9}{5}$.
Vậy giá trị lớn nhất của P bằng 24.

Chọn đáp án C □

Câu 45. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 2|z_3| = 2$ và $3z_1z_2 = 4z_3(z_1 + z_2)$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

A $\frac{\sqrt{7}}{4}$. B $\frac{3\sqrt{7}}{4}$. C $\frac{\sqrt{7}}{2}$. D $\frac{3\sqrt{7}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $3z_1z_2 = 4z_3(z_1+z_2)$, suy ra $|3z_1z_2| = |4z_3(z_1+z_2)| \Leftrightarrow |z_1+z_2| = 3$.
Mặt khác

$$\begin{aligned} |z_1+z_2|^2 + |z_1-z_2|^2 = 2\left(|z_1|^2+|z_2|^2\right) &\Leftrightarrow 9 + |z_1-z_2|^2 = 2\left(2^2+2^2\right) \\ &\Leftrightarrow |z_1-z_2| = \sqrt{7} = AB. \end{aligned}$$

Lại có $3z_1z_2 = 4z_3.(z_1+z_2) \Leftrightarrow z_1.(3z_2-4z_3) = 4z_2z_3$.
Suy ra

$$\begin{aligned} |z_1|.|3z_2-4z_3| = |4z_2z_3| &\Leftrightarrow |3z_2-4z_3| = 4 \\ &\Leftrightarrow \left|3\overrightarrow{OB} - 4\overrightarrow{OC}\right| = 4 \\ &\Leftrightarrow 9.OB^2 + 16.OC^2 - 24.OB.OC.\cos\widehat{BOC} = 16 \\ &\Leftrightarrow \cos\widehat{BOC} = \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

Áp dụng định lí cosin cho $\triangle BOC$ ta có

$$BC = \sqrt{OB^2+OC^2-2.OB.OC.\cos\widehat{BOC}} = \sqrt{4+1-4.\frac{3}{4}} = \sqrt{2}.$$

Tương tự ta tính được $AC = \sqrt{2}$.
Do đó nửa chu vi của $\triangle ABC$ là $p = \frac{AB+AC+BC}{2} = \frac{\sqrt{7}+2\sqrt{2}}{2}$.
Vậy $S_{\triangle ABC} = \sqrt{p.(p-AB).(p-AC).(p-BC)} = \frac{\sqrt{7}}{4}$.

Chọn đáp án A □

Câu 46. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z^2| = |z-\bar{z}|$ và $|(z+2)(\bar{z}+2i)| = |z-2i|^2$?

A 4. B 2. C 3. D 1.

Lời giải.

Gọi $z = a+bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.
Ta có $|z^2| = |z-\bar{z}| \Leftrightarrow a^2+b^2 = 2|b|$. (*)

Mặt khác $|(z+2)(\overline{z}+2i)| = |z-2i|^2 \Leftrightarrow |z+2|\,.\,|\overline{z}+2i| = |z-2i|^2$

$$\Leftrightarrow |z+2|\,.\,|\overline{z-2i}| = |z-2i|^2$$
$$\Leftrightarrow |z+2|\,.\,|z-2i| = |z-2i|^2$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |z-2i| = 0 \\ |z+2| = |z-2i|\,. \end{array}\right.$$

Với $|z-2i| = 0 \Leftrightarrow z = 2i$, ta có $a = 0$, $b = 2$ (thoả mãn $(*)$).

Với $|z+2| = |z-2i|$, ta có $(a+2)^2 + b^2 = a^2 + (b-2)^2 \Leftrightarrow a = -b$, thay vào (*) ta được:

$$b^2 + b^2 = 2|b| \Leftrightarrow b^2 = |b| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0 \\ b = 1 \\ b = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 0 \\ z = -1+i \\ z = 1-i. \end{array}\right.$$

Vậy có tất cả 4 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án A □

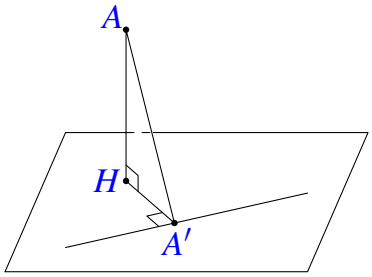
Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất. Phương trình của (P) là

A $2x-z=0$. B $2x+z=0$. C $x-z=0$. D $x+z=0$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên (P) và A' là hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Oy

$$\Rightarrow A'(0;1;0).$$

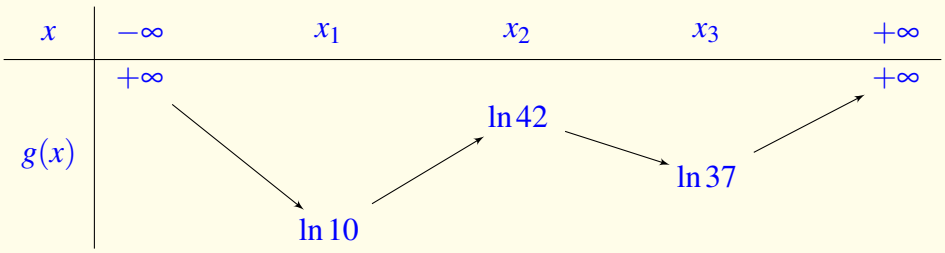


Khi đó khoảng cách từ A đến (P) là đoạn thẳng $AH \le AA'$.
Độ dài đoạn thẳng AH dài nhất khi H và A' trùng nhau.
Khi đó (P) nhận $\overrightarrow{A'A} = (2;0;-1)$ làm véctơ pháp tuyến.
Suy ra phương trình mặt phẳng (P): $\overrightarrow{A'A} = (2;0;-1)$ là

$$2(x-0)+0(y-1)+(-1)(z-0) = 0 \Leftrightarrow 2x-z = 0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 48. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = \ln f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(38;39)$. (B) $(25;26)$. (C) $(28;29)$. **D** $(35;36)$.

Lời giải.

Ta có $g(x)=\ln f(x) \Rightarrow g'(x)=\dfrac{f'(x)}{f(x)}$.

Từ bảng biến thiên ta thấy $g(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}$ suy ra $f(x)=\mathrm{e}^{g(x)}>1, \forall x\in\mathbb{R}$.

Phương trình $f'(x)=g'(x)\Leftrightarrow g'(x).f(x)=g'(x)\Leftrightarrow g'(x).[f(x)-1]=0\Leftrightarrow g'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1\\ x=x_2\\ x=x_3. \end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ là:

$$\begin{aligned} S=\int_{x_1}^{x_3}\left|f'(x)-g'(x)\right|\mathrm{d}x &= \left|\int_{x_1}^{x_2}\left(f'(x)-\frac{f'(x)}{f(x)}\right)\mathrm{d}x\right|+\left|\int_{x_2}^{x_3}\left(f'(x)-\frac{f'(x)}{f(x)}\right)\mathrm{d}x\right| \\ &\overset{t=f(x)}{=} \left|\int_{10}^{42}\left(1-\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t\right|+\left|\int_{42}^{37}\left(1-\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t\right| \\ &\approx 35,438\in(35;36). \end{aligned}$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(4;1;2)$ bán kính bằng 2. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\dfrac{7}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

A $6\sqrt{2}$. (B) 14. (C) 8. (D) $9\sqrt{2}$.

Lời giải.

Cách 1:

Ta có $\mathrm{d}\big(I,(Oxy)\big)=2$ nên mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm $A(4;1;0)$, đồng thời đường thẳng MN tiếp xúc với (S) cũng tại điểm $A(4;1;0)$ do $MN\subset(Oxy)$.

Gọi $M(m;0;0)$, $N(0;n;0)$ ta có $\overrightarrow{AM}=(m-4;-1;0)$ và $\overrightarrow{AN}=(-4;n-1;0)$.

Do $A\in MN$ nên $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AN}\Rightarrow\begin{cases} m-4=-4k\\ -1=k(n-1)\end{cases}\Rightarrow(m-4)(n-1)=4\Leftrightarrow m=\dfrac{4n}{n-1}, n-1\neq 0.$

Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn OI: $4x+y+2z-\dfrac{21}{2}=0$.

Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn OM: $x=\dfrac{m}{2}$.

Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn ON: $y=\dfrac{n}{2}$.

Do đó tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ là $J\left(\dfrac{m}{2};\dfrac{n}{2};\dfrac{-n^2+6n-21}{4n-4}\right)$.

Theo giả thuyết cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\dfrac{7}{2}$ nên $OJ=\dfrac{7}{2}$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow OJ^2=\frac{49}{4}\\
&\Leftrightarrow \frac{4n^2}{(n-1)^2}+\frac{n^2}{4}+\frac{\left(n^2-6n+21\right)^2}{16(n-1)^2}=\frac{49}{4}\\
&\Leftrightarrow n^4-4n^3-10n^2+28n+49=0\\
&\Leftrightarrow n=1\pm 2\sqrt{2}.
\end{aligned}$$

Vì $n>0$ nên chọn $n=1+2\sqrt{2}$, suy ra $m=4+\sqrt{2}$.
Khi đó $AM.AN=6\sqrt{2}$.

Cách 2:

Dễ thấy mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm $A(4;1;0)$, đồng thời đường thẳng MN tiếp xúc với (S) cũng tại điểm $A(1;4;0)$ do $MN\subset(Oxy)$.

Gọi $M(m;0;0)$; $N(0;n;0)$ ta có $\overrightarrow{AM}=(m-4;-1;0)$ và $\overrightarrow{AN}=(-4;n-1;0)$.

Do $A\in MN$ nên $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AN}\Rightarrow\begin{cases}m-4=-4k\\-1=k(n-1)\end{cases}\Rightarrow\dfrac{1}{n}+\dfrac{4}{m}=1$.

Gọi J là trung điểm $MN\Rightarrow J\left(\dfrac{m}{2};\dfrac{n}{2};0\right)$ và $I(4;1;2)$ thuộc đường thẳng Δ vuông góc với (Oxy) tại điểm J. Phương trình Δ là $\begin{cases}x=\dfrac{m}{2}\\y=\dfrac{n}{2}\\z=t.\end{cases}$

Suy ra tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ là điểm $K\left(\dfrac{m}{2};\dfrac{n}{2};t\right)$.

Theo giả thiết ta có hệ $\begin{cases} \frac{1}{n}+\frac{4}{m}=1 \\ OK=\frac{7}{2} \\ IK=\frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{n}+\frac{4}{m}=1 \\ \frac{m^2}{4}+\frac{n^2}{4}+t^2=\frac{49}{4} \\ \left(\frac{m}{2}-4\right)^2+\left(\frac{n}{2}-1\right)^2+(t-2)^2=\frac{49}{4} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{4n}{n-1} \\ 4m+n+4t-21=0 \\ \frac{m^2}{4}+\frac{n^2}{4}+t^2=\frac{49}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{4n}{b-1} \\ t=\frac{n^2-6n+21}{4(n-1)} \\ \frac{m^2}{4}+\frac{n^2}{4}+t^2=\frac{49}{4}. \end{cases}$$

Suy ra $\frac{n^2}{4}+\frac{4n^2}{(n-1)^2}+\frac{(n^2-6n+21)^2}{16(n-1)^2}=\frac{49}{4}$

$$\Leftrightarrow 4n^2+64\left(1+\frac{1}{n-1}\right)^2+\left(n-5+\frac{16}{n-1}\right)^2=196$$

$$\Leftrightarrow 4n^2+64+\frac{128}{n-1}+\frac{64}{(n-1)^2}+(n-5)^2+32(n-5).\frac{1}{n-1}+\frac{256}{(n-1)^2}=196$$

$$\Leftrightarrow 5n^2-10n+25+\frac{320}{(n-1)^2}+32(n-5+4).\frac{1}{n-1}=132 \Leftrightarrow (n-1)^2+\frac{64}{(n-1)^2}=16$$

$$\Leftrightarrow \left[(n-1)^2-8\right]^2=0 \Leftrightarrow (n-1)^2=8 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=1-2\sqrt{2} \\ n=1+2\sqrt{2}. \end{array}\right.$$

Với $n=1-2\sqrt{2}$ ta được $m=4-\sqrt{2} \Rightarrow AM.AN=6\sqrt{2}$.

Với $n=1+2\sqrt{2}$ ta được $m=4+\sqrt{2} \Rightarrow AM.AN=6\sqrt{2}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số a để hàm số $y=\left|x^4+2ax^2+8x\right|$ có đúng ba điểm cực trị?

(A) 2. (B) 6. (C) 5. (D) 3.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x)=x^4+2ax^2+8x$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=4x^3+4ax+8$. $f'(x)=0 \Leftrightarrow 4x^3+4ax+8=0 \Leftrightarrow a=-x^2-\frac{2}{x}$.

(do $x=0$ không thỏa mãn $f'(x)=0$ nên $x\neq 0$).

Xét hàm số $g(x)=-x^2-\frac{2}{x}$ trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ có $g'(x)=-2x+\frac{2}{x^2}$.

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow -2x+\frac{2}{x^2}=0 \Leftrightarrow x=1.$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$-\infty$

Dễ thấy phương trình $f(x)=0$ có ít nhất hai nghiệm phân biệt, trong đó có ít nhất một nghiệm đơn $x=0$ nên

$$\begin{aligned}\text{yêu cầu của bài toán} &\Leftrightarrow \text{hàm số} f(x) \text{có đúng một điểm cực trị}\\ &\Leftrightarrow \text{phương trình} a=g(x) \text{có một nghiệm đơn duy nhất}\\ &\Leftrightarrow a\geq -3.\end{aligned}$$

Do a nguyên âm nên $a\in\{-3;-2;-1\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên âm của tham số a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án D □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 80

1. D	2. B	3. B	4. A	5. D	6. D	7. C	8. A	9. B	10. D
11. C	12. C	13. B	14. B	15. B	16. A	17. C	18. A	19. B	20. B
21. D	22. B	23. C	24. C	25. C	26. B	27. C	28. A	29. C	30. B
31. A	32. D	33. C	34. C	35. D	36. D	37. A	38. D	39. C	40. B
41. A	42. D	43. A	44. C	45. A	46. A	47. A	48. D	49. A	50. D

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 103
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

A $y=x^3-3x$. **B** $y=-x^3+3x$. **C** $y=x^2-2x$. **D** $y=-x^2+2x$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta nhận thấy:

- Đây là hàm số dạng $y=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a\neq 0)$.
- Có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ suy ra $a<0$.

Vậy hàm số thỏa mãn là $y=-x^3+3x$.

Chọn đáp án B

Câu 2. Nếu $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3}f(x)+2\right]\mathrm{d}x$ bằng

A 8. **B** 5. **C** 9. **D** 6.

Lời giải.

Ta có $\int_0^3 \left[\frac{1}{3}f(x)+2\right]\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^3 2\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\cdot 6+6=8$.

Chọn đáp án A

Câu 3. Phần ảo của số phức $z=(2-i)(1+i)$ bằng

A 3. **B** 1. **C** -1. **D** -3.

Lời giải.

Ta có $z=(2-i)(1+i)=3+i$. Vậy phần ảo của số phức z là 1.

Chọn đáp án B

Câu 4. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x\mathrm{e}^x + C$.
(B) $\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^{x+1} + C$.
(C) $\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = -\mathrm{e}^{x+1} + C$.
(D) $\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$.

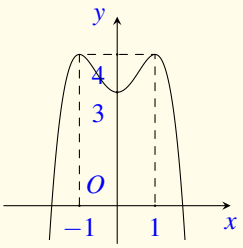
Lời giải.

Ta có $\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$.

Chọn đáp án (D) ☐

Câu 5. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) 1. (B) 4. (C) -1. **(D)** 3.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy giá trị cực tiểu bằng 3.

Chọn đáp án (D) ☐

Câu 6. Cho $a = 3^{\sqrt{5}}$, $b = 3^2$ và $c = 3^{\sqrt{6}}$ mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a < c < b$. (B) $a < b < c$. **(C)** $b < a < c$. (D) $c < a < b$.

Lời giải.

Ta có $a = 3^{\sqrt{5}}$, $b = 3^2 = 3^{\sqrt{4}}$, $c = 3^{\sqrt{6}}$ và $\begin{cases} \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{6} \\ 3 > 1 \end{cases} \Rightarrow b < a < c$.

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 7. Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_{2}^{5} f(x)\mathrm{d}x = -5$ thì $\int_{-1}^{5} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) -7. **(B)** -3. (C) 4. (D) 7.

Lời giải.

Ta có $\int_{-1}^{5} f(x)\mathrm{d}x = \int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x + \int_{2}^{5} f(x)\mathrm{d}x = 2 - 5 = -3$.

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y = 1$ là

(A) 1. (B) 0. (C) 2. **(D) 3.**

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm.

Chọn đáp án D □

Câu 9. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm năm chữ số đôi một khác nhau?

(A) 120. (B) 5. (C) 3125. (D) 1.

Lời giải.

Số các số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5 là $5! = 120$.

Chọn đáp án A □

Câu 10. Cho khối nón có diện tích đáy bằng $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

(A) $3a^3$. (B) $6a^3$. **(C) $2a^3$.** (D) $\frac{2}{3}a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón đã cho bằng $V = \frac{1}{3} \cdot 3a^2.2a = 2a^3$.

Chọn đáp án C □

Câu 11. Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1} = 4$ là

(A) 1. **(B) 2.** (C) 3. (D) 0.

Lời giải.

$$2^{x^2+1} = 2^2 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1. \end{array}\right.$$

Chọn đáp án B ☐

Câu 12. Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

A $1-\log a$. **B** $2+\log a$. C $2-\log a$. D $1+\log a$.

Lời giải.

Ta có $\log(100a)=\log(100)+\log a=2+\log a$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 13. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A 11. **B** 10. C 15. D 30.

Lời giải.

Ta có $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}\cdot S.h=\dfrac{1}{3}\cdot 6.5=10$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 14. Hàm số $F(x)=\cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$

A $f_2(x)=\dfrac{1}{\sin^2 x}$. B $f_1(x)=-\dfrac{1}{\cos^2 x}$. C $f_4(x)=\dfrac{1}{\cos^2 x}$. **D** $f_3(x)=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$.

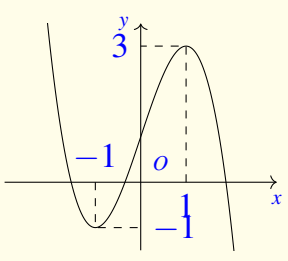
Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int\dfrac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=-\cot x+C$ suy ra $F(x)=\cot x$ trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_3(x)=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 15. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ

A $(1;-1)$. B $(3;1)$. C $(1;3)$. **D** $(-1;-1)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị, điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là $(-1;-1)$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 16. Số phức nào dưới đây có phần ảo bằng phần ảo của số phức $w=1-4i$?

(A) $z_2=3+4i$. (B) $z_1=5-4i$. (C) $z_3=1-5i$. (D) $z_4=1+4i$.

Lời giải.

Số phức có phần ảo bằng phần ảo của số phức $w=1-4i$ là $z_1=5-4i$.

Chọn đáp án B □

Câu 17. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và công bội $q=2$. Số hạng tổng quát u_n $(n\geq 2)$ bằng

(A) 3.2^{n-1}. (B) 3.2^{n+2}. (C) 3.2^n. (D) 3.2^{n+1}.

Lời giải.

Cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và công bội $q=2$ có số hạng tổng quát $u_n=3.2^{n-1}$.

Chọn đáp án A □

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là

(A) $(-4;2;-6)$. (B) $(4;-2;6)$. (C) $(2;-1;3)$. (D) $(-2;1;-3)$.

Lời giải.

Mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$ có tâm là $(2;-1;3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 19. Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1,V_2. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

(A) $\frac{2}{3}$. (B) 3. (C) $\frac{3}{2}$. (D) $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi diện tích đáy và chiều cao tương ứng của khối chóp và khối lăng trụ là B và h.

Ta có $\begin{cases} V_1=\frac{1}{3}Bh \\ V_2=Bh \end{cases} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án D □

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. Điểm nào

dưới đây thuộc d?

(A) $Q(2;1;1)$. (B) $M(1;2;3)$. (C) $P(2;1;-1)$. (D) $N(1;-2;3)$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $P(2;1;-1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là

(A) $z=0$. (B) $x=0$. (C) $y=0$. (D) $x+y=0$.

Lời giải.

Phương trình của mặt phẳng (Oxy) là $z=0$.

Chọn đáp án A □

Câu 22. Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O;R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $OM \leq R$. (B) $OM > R$. (C) $OM = R$. (D) $OM < R$.

Lời giải.

Khẳng định đúng là $OM > R$.

Chọn đáp án B □

Câu 23. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=2+7i$ có tọa độ là

(A) $(2;-7)$. (B) $(2;7)$. (C) $(7;2)$. (D) $(-2;-7)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn số phức $z=2+7i$ có tọa độ là $(2;7)$.

Chọn đáp án B □

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)=0$ là

(A) $x=\dfrac{3}{4}$. (B) $x=1$. (C) $x=\dfrac{1}{2}$. (D) $x=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải.

Điều kiện: $2x-1>0 \Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$.

Ta có

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)=0 \Leftrightarrow 2x-1=1 \Leftrightarrow x=1.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x=1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là

(A) $(2;+\infty)$. (B) $(-\infty;+\infty)$. (C) $(1;+\infty)$. (D) $(-\infty;1)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$.
Tập xác định của hàm số là $D=(1;+\infty)$

Chọn đáp án (C) □

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	-1	↘	‖ $+\infty$	↘	-1
		$-\infty$	‖		

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

(A) $x=-1$. (B) $y=-1$. (C) $y=-2$. (D) $x=-2$.

Lời giải.

Ta thấy: $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)=-\infty$.
Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là $x=-2$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$. Cho hai vectơ $\vec{u}=(1;-4;0)$ và $\vec{v}=(-1;-2;1)$. Vectơ $\vec{u}+3\vec{v}$ có tọa độ là

(A) $(-2;-6;3)$. (B) $(-4;-8;4)$. (C) $(-2;-10;-3)$. (D) $(-2;-10;3)$.

Lời giải.

Ta có: $\vec{u}=(1;-4;0)$; $3\vec{v}=(-3;-6;3)$.
Suy ra $\vec{u}+3\vec{v}=(-2;-10;3)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

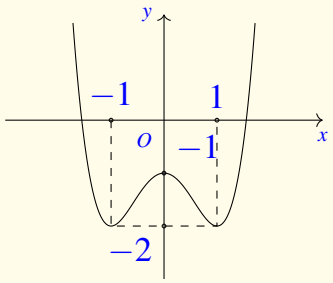
(A) $(0;3)$. (B) $(0;+\infty)$. (C) $(-1;0)$. (D) $(-\infty;-1)$.

Lời giải.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Chọn đáp án C □

Câu 29. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2;5]$ của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?



(A) 1. (B) 6. (C) 7. (D) 5.

Lời giải.

Số nghiệm phương trình $f(x)=m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

Suy ra phương trình $f(x)=m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m>-1. \end{array}\right.$

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-2;0;1;2;3;4;5\}$.
Vậy có 7 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C □

Câu 30. Cho hàm số $f(x)=1+\mathrm{e}^{2x}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

(A) $\int f(x)\mathrm{d}x=x+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{x}+C$. (B) $\int f(x)\mathrm{d}x=x+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}+C$.

(C) $\int f(x)\mathrm{d}x=x+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}+C$. (D) $\int f(x)\mathrm{d}x=x+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}+C$.

Lời giải.

Ta có $\int\left(1+\mathrm{e}^{2x}\right)\mathrm{d}x=x+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}+C$.

Chọn đáp án C

Câu 31. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+5=0$. Khi đó $z_1^2+z_2^2$ bằng

A 6. B $8i$. C $-8i$. D -6.

Lời giải.

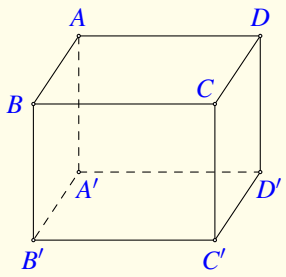
Theo định lý Viét ta có $\begin{cases} z_1+z_2=2 \\ z_1.z_2=5. \end{cases}$

Ta có $z_1^2+z_2^2=(z_1+z_2)^2-2z_1z_2=4-10=-6$.

Chọn đáp án D

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B $\frac{\sqrt{6}}{3}$. C $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D $\frac{\sqrt{2}}{2}$.



Lời giải.

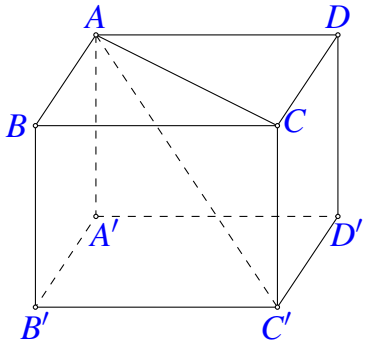
Gọi độ dài cạnh hình lập phương là $a>0$.

Ta có $AC=a\sqrt{2} \Rightarrow AC'=\sqrt{AC^2+CC'^2}=a\sqrt{3}$.

Do $CC' \perp (ABCD)$ nên $\left(\widehat{AC';(ABCD)}\right)=\widehat{(AC';AC)}=\widehat{CAC'}$.

Trong $\triangle ACC'$ vuông tại C ta có

$$\sin\widehat{CAC'}=\frac{CC'}{AC'}=\frac{a}{a\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án A

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng $x-2y+2x+3=0$ là

A $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=2$. B $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2$.

C $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$. D $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu là khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng đã cho nên

$$R=\frac{|1-2.2+2.3+3|}{\sqrt{1+(-2)^2+2^2}}=\frac{6}{3}=2.$$

Vậy phương trình của mặt cầu là $4(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$.

Chọn đáp án D □

Câu 34. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}}\dfrac{1}{b^3}$ bằng

A $3\log_a b$. B $\log_a b$. C $-3\log_a b$. D $\frac{1}{3}\log_a b$.

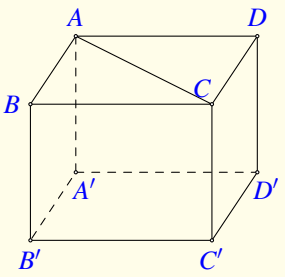
Lời giải.

Ta có $\log_{\frac{1}{a}}\dfrac{1}{b^3}=-\log_a b^{-3}=3\log_a b$.

Chọn đáp án A □

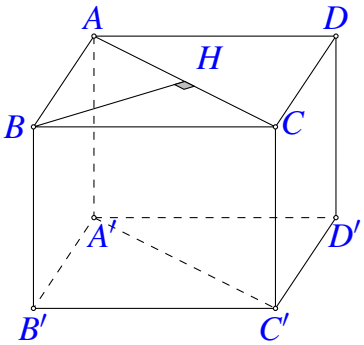
Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

A $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. B $\dfrac{3}{2}$. C $3\sqrt{2}$. D 3.



Lời giải.

Gọi H là trung điểm của AC.
Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $BH\perp(ACC'A')$.
Suy ra $\mathrm{d}\big(B;(ACC'A')\big)=BH=\dfrac{1}{2}AC$.
Mà $ABCD$ là hình vuông cạnh 3 nên $AC=3\sqrt{2}$.
Vậy $\mathrm{d}\big(B;(ACC'A')\big)=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án A □

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x+1$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-1;+\infty)$. B $(1;+\infty)$. C $(-\infty;-1)$. D $(-\infty;1)$.

Lời giải.

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$.
Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(-1)$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$

Chọn đáp án C □

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A $\begin{cases} x=2+2t \\ y=2-3t \\ z=1-t. \end{cases}$ B $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t. \end{cases}$ C $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2+3t \\ z=1+t. \end{cases}$ D $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3-2t \\ z=-1+t. \end{cases}$

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P).
Do d vuông góc với (P) nên d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-3;-1)$.
Vậy phương trình của đường thẳng d là $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t. \end{cases}$

Chọn đáp án B □

Câu 38. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[30;50]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

A $\frac{11}{21}$. B $\frac{8}{21}$. C $\frac{13}{21}$. D $\frac{10}{21}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=21$.
Gọi A là biến cố: "chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục". Khi đó $A=\{34;35;36;37;38;39;45;46;47;48;49\} \Rightarrow n(A)=11$.
Vậy $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{11}{21}$.

Chọn đáp án A □

Câu 39. Biết $F(x)$; $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và

$$\int_0^4 f(x)dx = F(4) - G(0) + a(a > 0).$$

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$; $y = G(x)$; $x = 0$; $x = 4$. Khi $S = 8$ thì a bằng

(A) 8. (B) 4. (C) 12. **D** 2.

Lời giải.

Đặt $F(x) = G(x) + c$.

Từ giả thiết suy ra $S = \int_0^4 |F(x) - G(x)|\,dx = 8 \Rightarrow |F(x) - G(x)| = 2$ hay $|c| = 2$.

Ta có $\int_0^4 f(x)dx = F(4) - G(0) + a \Leftrightarrow F(4) - F(0) = F(4) - G(0) + a \Leftrightarrow -G(0) - c = -G(0) + a \Leftrightarrow a = -c \Rightarrow a = \pm 2$.

Mà $a > 0 \Rightarrow a = 2$

Chọn đáp án D □

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + 2(a+4)x^2 - 1$ với a là tham số thực. Nếu $\max\limits_{[0;2]} f(x) = f(1)$ thì $\min\limits_{[0;2]} f(x)$ bằng

A -17. (B) -16. (C) -1. (D) 3.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $f'(1) = 0 \Rightarrow 4a + 4(a+4) = 0 \Leftrightarrow a = -2$ và $f(x) = -2x^4 + 4x^2 - 1$.

Ta có $f(0) = -1$, $f(1) = 1$, $f(2) = -17$.

Vậy $\min\limits_{[0;2]} f(x) = f(2) = -17$

Chọn đáp án A □

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $\left(4^b - 1\right)\left(a.3^b - 10\right) < 0$?

(A) 182. (B) 179. (C) 180. **D** 181.

Lời giải.

Theo đề bài $a \in \mathbb{Z}$; $a \geq 1$ và $b \in \mathbb{Z}$.

Trường hợp 1: $\begin{cases} 4^b - 1 < 0 \\ a3^b - 10 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b < 0 \\ b > \log_3 \dfrac{10}{a}. \end{cases}$

Vì có đúng hai số nguyên b thỏa mãn nên $b \in \{-2; -1\}$.

Do đó $-2 > \log_3 \dfrac{10}{a} \geq -3 \Leftrightarrow 270 \geq a > 90$ nên $a \in \{91;92;\ldots;270\}$. Suy ra có 180 giá trị của a thoả mãn trường hợp 1.

Trường hợp 2: $\begin{cases} 4^b - 1 > 0 \\ a3^b - 10 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0 \\ b < \log_3 \dfrac{10}{a}. \end{cases}$

Vì có đúng hai số nguyên b thỏa mãn nên $b \in \{1;2\}$.

Do đó $3 \geq \log_3 \dfrac{10}{a} > 2 \Leftrightarrow \dfrac{10}{9} > a \geq \dfrac{10}{27}$ nên $a = 1$.

Suy ra có 1 giá trị của a thoả mãn trường hợp 2.

Vậy có $180 + 1 = 181$ giá trị của a thoả mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án D □

Câu 42. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 120° và chiều cao bằng 3. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

A 144π. B 108π. C 48π. D 96π.

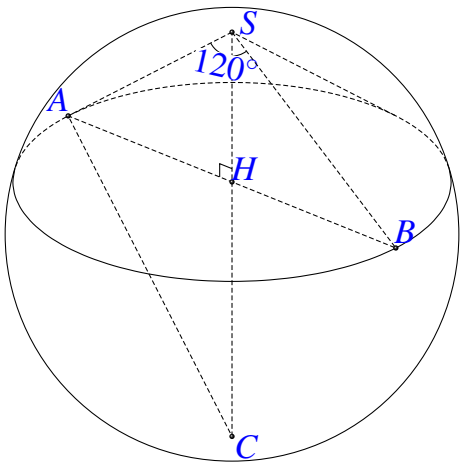
Lời giải.

Gọi H là tâm đáy, AB là đường kính của đáy hình nón và SC là đường kính của mặt cầu (S). Khi đó $SH = 3$ và $\widehat{ASC} = 60^\circ$.

$SA = \dfrac{SH}{\cos 60^\circ} = 6$ (đvđd).

$SA^2 = SH.SC \Leftrightarrow 6^2 = 3.SC \Leftrightarrow SC = 12$.

Bán kính của mặt cầu (S) là $R = 6$ nên diện tích của (S) là $S = 4\pi.6^2 = 144\pi$ (đvdt).



Chọn đáp án A □

Câu 43. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = \ln f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
y	$+\infty$	↘	$\ln 30$	↗	$\ln 35$	↘	$\ln 3$	↗	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(33;35)$. B $(37;40)$. C $(29;32)$. D $(24;26)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên hàm số $g(x)=\ln f(x)$ ta có $\ln f(x)\geq \ln 3, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow f(x)\geq 3, \forall x\in\mathbb{R}$.

Ta có $g'(x)=\dfrac{f'(x)}{f(x)}$.

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 3 điểm cực trị là $A\left(x_1;\ln 30\right)$, $B\left(x_2;\ln 35\right)$, $C\left(x_3;\ln 3\right)$ nên $f'\left(x_1\right)=f'\left(x_2\right)=f'\left(x_3\right)=0$ và $f\left(x_1\right)=30$, $f\left(x_2\right)=35$, $f\left(x_3\right)=3$.

Do $y=f'(x)$ là hàm số bậc 3 nên phương trình $f'(x)=0$ chỉ có 3 nghiệm x_1,x_2,x_3.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của $f'(x)$ và $g'(x)$ ta có

$$f'(x)=g'(x)\Leftrightarrow f'(x)=\frac{f'(x)}{f(x)}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\ f(x)=1(\text{vô nghiệm})\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\\ x=x_2\\ x=x_3.\end{array}\right.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ là:

$$\begin{aligned}S&=\int_{x_1}^{x_3}\left|g'(x)-f'(x)\right|\mathrm{d}x=\int_{x_1}^{x_3}\left|\frac{f'(x)}{f(x)}-f'(x)\right|\mathrm{d}x=\int_{x_1}^{x_3}\left|f'(x).\left(\frac{1}{f(x)}-1\right)\right|\mathrm{d}x\\&=\int_{x_1}^{x_2}\left|f'(x).\left(\frac{1}{f(x)}-1\right)\right|\mathrm{d}x+\int_{x_2}^{x_3}\left|f'(x).\left(\frac{1}{f(x)}-1\right)\right|\mathrm{d}x.\end{aligned}$$

+ Tính $I_1=\displaystyle\int_{x_1}^{x_2}\left|f'(x).\left(\frac{1}{f(x)}-1\right)\right|\mathrm{d}x=\int_{x_1}^{x_2}f'(x).\left(1-\frac{1}{f(x)}\right)\mathrm{d}x$ (do $f'(x)\geq 0,\forall x\in\left(x_1;x_2\right)$)

Đặt $t=f(x)\Rightarrow \mathrm{d}t=f'(x)\mathrm{d}x$.

Đổi cận:

$x=x_1\Rightarrow t=f\left(x_1\right)=30$.

$x=x_2\Rightarrow t=f\left(x_2\right)=35$.

Suy ra $I_1=\displaystyle\int_{30}^{35}\left(1-\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t=\left(t-\ln|t|\right)\Big|_{30}^{35}=35-\ln 35-30+\ln 30=5+\ln\frac{6}{7}$.

+ Tính $I_2=\displaystyle\int_{x_2}^{x_3}\left|f'(x).\left(\frac{1}{f(x)}-1\right)\right|\mathrm{d}x=-\int_{x_2}^{x_3}f'(x).\left(1-\frac{1}{f(x)}\right)\mathrm{d}x$ (do $f'(x)\leq 0$).

Đặt $t=f(x)\Rightarrow \mathrm{d}t=f'(x)\mathrm{d}x$.

Đổi cận:

$x=x_2\Rightarrow t=f\left(x_2\right)=35$.

$x=x_3\Rightarrow t=f\left(x_3\right)=3$.

Suy ra $I_2=-\displaystyle\int_{35}^{3}\left(1-\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t=-\left(t-\ln|t|\right)\Big|_{35}^{3}=-(3-\ln 3-35+\ln 35)=32-\ln\frac{35}{3}$.

Vậy $S=5+\ln\dfrac{6}{7}+\left(32-\ln\dfrac{35}{3}\right)=37+\ln\dfrac{18}{245}\approx 34,39\in(33;35)$.

Chọn đáp án A. □

Câu 44. Xét tất cả số thực x,y sao cho $27^{5-y^2}\geq a^{6x-\log_3 a^3}$ với mọi số thực dương a. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2-4x+8y$ bằng

A -15. **B** 25. **C** -5. **D** -20.

Lời giải.

Giả sử x, y thỏa $27^{5-y^2} \geq a^{6x-\log_3 a^3}$ với mọi số thực dương a.
Ta có $P = x^2+y^2-4x+8y \Leftrightarrow x^2+y^2-4x+8y-P=0$.
Suy ra điểm $M(x;y)$ thuộc đường tròn tâm $I(2;-4)$ và bán kính

$$R_1 = \sqrt{2^2+(-4)^2+P} = \sqrt{20+P}$$

Mặt khác, $27^{5-y^2} \geq a^{6x-\log_3 a^3} \Leftrightarrow (5-y^2).3 \geq (6x-\log_3 a^3)\log_3 a$.
Suy ra, $27^{5-y^2} \geq a^{6x-\log_3 a^3} \Leftrightarrow (5-y^2).3 \geq (6x-3\log_3 a)\log_3 a$.
Đặt $t = \log_3 a, t \in \mathbb{R}$.
Suy ra $(5-y^2).3 \geq (6x-3t)t \Leftrightarrow -3t^2+6xt-15+3y^2 \leq 0$.
Theo đề bài ta có $27^{5-y^2} \geq a^{6x-\log_3 a^3}$ đúng với mọi số thực dương a nên $-3t^2+6xt-15+3y^2 \leq 0$ đúng với mọi $t \in \mathbb{R}$.
Do đó $\begin{cases} -3<0 \\ (3x)^2+3(-15+3y^2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 9x^2+9y^2-45 \leq 0 \Leftrightarrow x^2+y^2 \leq 5$.
Suy ra tập hợp các điểm $M(x;y)$ là hình tròn tâm $O(0;0)$ và bán kính $R_2 = \sqrt{5}$.
Vậy để tồn tại cặp $(x;y)$ thì đường tròn $(I;R_1)$ và hình tròn $(O;\sqrt{5})$ phải có điểm chung.
Do đó $IO \leq R_1+\sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{2^2+(-4)^2} \leq \sqrt{20+P}+\sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{5} \leq \sqrt{20+P} \Leftrightarrow P \geq -15$.
Vậy giá trị nhỏ nhất của P là -15.

Chọn đáp án A □

Câu 45. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $2|z_1| = 2|z_2| = |z_3| = 2$ và $(z_1+z_2)z_3 = 3z_1z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

A $\frac{5\sqrt{7}}{8}$. **B** $\frac{5\sqrt{7}}{16}$. **C** $\frac{5\sqrt{7}}{24}$. **D** $\frac{5\sqrt{7}}{32}$.

Lời giải.

Không mất tính tổng quát, giả sử $z_3 = 2$.
Khi đó $(z_1+z_2)z_3 = 3z_1z_2$ trở thành $2(z_1+z_2) = 3z_1z_2$ suy ra $\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2} = \frac{3}{2}$.
Đặt $\frac{1}{z_1} = x+yi (x,y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \frac{1}{z_2} = \left(\frac{3}{2}-x\right)-yi$.
Ta có $z_3 = 2$ và $2|z_1| = 2|z_2| = |z_3| = 2$ nên $|z_1| = |z_2| = 1 \Leftrightarrow \left|\frac{1}{z_1}\right| = \left|\frac{1}{z_2}\right| = 1$.

Suy ra $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ \left(\frac{3}{2}-x\right)^2+y^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ \left[\begin{array}{l} y = \frac{\sqrt{7}}{4} \\ y = -\frac{\sqrt{7}}{4} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}-x = \frac{3}{4} \\ \left[\begin{array}{l} -y = -\frac{\sqrt{7}}{4} \\ -y = +\frac{\sqrt{7}}{4} \end{array}\right. \end{cases}$.

Do đó $z_1=\dfrac{3}{4}+\dfrac{\sqrt{7}}{4}i; z_1=\dfrac{3}{4}-\dfrac{\sqrt{7}}{4}i$.

Nên tọa độ các điểm là $A\left(\dfrac{3}{4};\dfrac{\sqrt{7}}{4}\right); B\left(\dfrac{3}{4};-\dfrac{\sqrt{7}}{4}\right); C(2;0)$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.\mathrm{d}(C;AB)=\dfrac{1}{2}\cdot 2.\dfrac{\sqrt{7}}{4}\cdot\left(2-\dfrac{3}{4}\right)=\dfrac{5\sqrt{7}}{16}$.

Chọn đáp án B □

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Ox sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là:

A $2y-z=0$. B $2y+z=0$. C $y-z=0$. D $y+z=0$.

Lời giải.

Gọi hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;2)$ lên trục Ox là $M(1;0;0)$.
Khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất nên mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{MA}=(0;2;2)$.
Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;0;0)$ và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{MA}=(0;2;2)$ nên $0.(x-1)+2(y-0)+2(z-0)=0\Leftrightarrow y+z=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 47. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\left|z^2\right|=|z-\bar{z}|$ và $|(z-2)(\bar{z}-2i)|=|z+2i|^2$?

A 2. B 3. C 1. D 4.

Lời giải.

$$|(z-2)(\bar{z}-2i)|=|z+2i|^2\Leftrightarrow|z-2||\bar{z}-2i|=|z+2i||\bar{z}-2i|$$
$$\Leftrightarrow|\bar{z}-2i|.(|z-2|-|z+2i|).$$

Trường hợp 1: $|\bar{z}-2i|=0\Leftrightarrow\bar{z}=2i\Leftrightarrow z=-2i$.
Trường hợp 2: $|z-2|-|z+2i|=0\Leftrightarrow|z-2|=|z+2i|=0$.
Đặt $z=x+yi$ ta có $z-2=x-2+yi$ và $z+2i=x+(y+2)i$.
Khi đó: $|z-2|=|z+2i|\Leftrightarrow(x-2)^2+y^2=x^2+(y+2)^2$
$$\Leftrightarrow x^2-4x+4+y^2=x^2+y^2+4y+4$$
$$\Leftrightarrow -4x=4y\Leftrightarrow x=-y$$
Lại có: $\left|z^2\right|=|z-\bar{z}|\Leftrightarrow x^2+y^2=2|y|\Leftrightarrow 2y^2=2|y|\Leftrightarrow 2|y|.(|y|-1)=0$.
$\Leftrightarrow y=0$ hoặc $y=\pm 1$
Do đó ta có các số $z\in\{0;1-i;-1+i;-2i\}$ thỏa mãn.
Vậy có 4 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

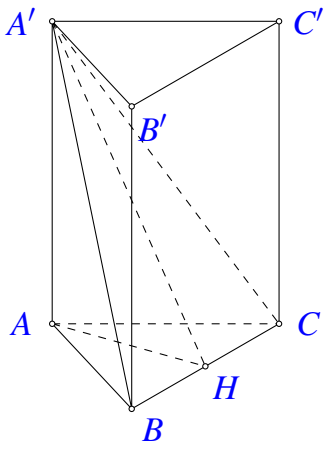
Chọn đáp án D □

Câu 48. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh bên $AA'=2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A $24a^3$. **B** $\frac{8}{3}a^3$. **C** $8a^3$. **D** $\frac{8}{9}a^3$.

Lời giải.

Kẻ $AH \perp BC$, ta có $AA' \perp (ABC)$ nên $AA' \perp BC$.
$AH \perp BC$ và $AA' \perp BC$ suy ra $BC \perp (AA'H) \Rightarrow A'H \perp BC$.
Suy ra góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là $\widehat{A'HA} \Rightarrow \widehat{A'HA} = 30^\circ$.
$\Delta AA'H$ vuông tại A có
$\tan\widehat{A'HA} = \dfrac{AA'}{AH} \Rightarrow \tan 30^\circ = \dfrac{2a}{AH} \Leftrightarrow AH = \dfrac{2a}{\tan 30^\circ} = 2a\sqrt{3}$.
ΔABC vuông cân tại A nên $BC = 2AH = 4a\sqrt{3}$.
$\Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AH.BC = \dfrac{1}{2}2a\sqrt{3} \cdot 4a\sqrt{3} = 12a^2$.
Vậy thể tích của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là $24a^3$.



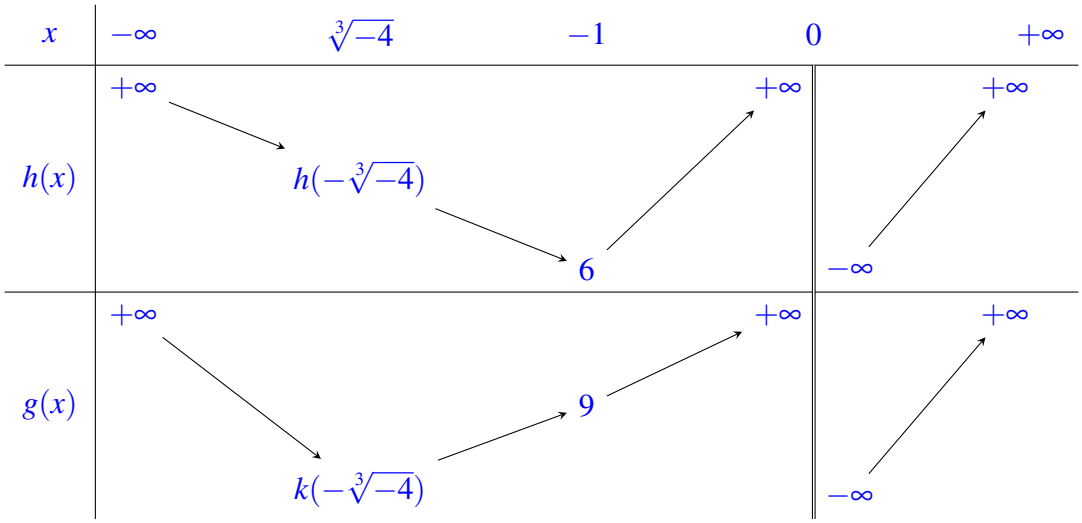
Chọn đáp án A

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số a để hàm số $y = \left|x^4 + ax^2 - 8x\right|$ có đúng 3 điểm cực trị?

A 5. **B** 6. **C** 11. **D** 10.

Lời giải.

Xét $g(x) = x^4 + ax^2 - 8x$.
$g'(x) = 4x^3 + 2ax - 8$.
Xét $g'(x) = 0 \Rightarrow 4x^3 + 2ax - 8 = 0 \Leftrightarrow -a = \dfrac{2x^3 - 4}{x} = 2x^2 - \dfrac{4}{x} = h(x)$ (do $x = 0$ không là nghiệm).
$g(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^3 + ax - 8 = 0 \Leftrightarrow -a = \dfrac{x^3 - 8}{x} = x^2 - \dfrac{8}{x} = k(x). \end{array}\right.$
$h'(x) = 4x + \dfrac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = -1$.
$k'(x) = 2x + \dfrac{8}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{-4}$.



Để hàm số $y=|g(x)|$ có đúng 3 cực trị $\Leftrightarrow -a\le 6\Leftrightarrow a\ge -6$.
Mà a là số nguyên âm nên $a\in\{-6;-5;-4;-3;-2;-1\}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) tâm $I(9;3;1)$ bán kính bằng 3. Gọi M,N là hai điểm lần lượt thuộc 2 trục Ox,Oz sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{13}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

(A) $12\sqrt{3}$. (B) 18. (C) $28\sqrt{3}$. (D) 39.

Lời giải.

Do $I(9;3;1)$ nên $\mathrm{d}\big(I,(Oxz)\big)=3=R$.
Suy ra (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz).
Gọi $M(a;0;0)\in Ox$, $N(0;0;b)\in Oz$. Đường MN tiếp xúc với (S) tại A nên A là hình chiếu của I lên (Oxz). Suy ra $A(9;0;1)$.

Gọi K là trung điểm MN. Khi đó, $K\left(\frac{a}{2};0;\frac{b}{2}\right)$.

Gọi H là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$. Theo giả thuyết, ta suy ra $OH=\frac{13}{2}$.
Suy ra $HK\perp MN$.

Gọi T là trung điểm, ta có $OM\Rightarrow \left.\begin{matrix}OM\perp KT\\ OM\perp HT\end{matrix}\right\}\Rightarrow OM\perp(KHT)\Rightarrow OM\perp HK\Rightarrow HK\perp(OMN)$.

Mà $IA\perp(OMN)$ nên $HK\parallel IA$.

Ta có $\overrightarrow{AI}=(0;3;0)$, $\overrightarrow{KH}=\left(x_H-\frac{a}{2};y_H-0;z_H-\frac{b}{2}\right)$.

Do $\overrightarrow{AI}$ cùng phương $\overrightarrow{KH}$ nên $\begin{cases}x_H=\frac{a}{2}\\ y_H=c(c\neq 0)\\ z_H=\frac{b}{2}.\end{cases}$

Suy ra $H\left(\frac{a}{2};c;\frac{b}{2}\right)$.

Từ $OH=\frac{13}{2}$ suy ra $\frac{a^2}{4}+c^2+\frac{b^2}{4}=\frac{169}{4}$ (1)

Mặt khác, $HI = OH = \dfrac{13}{2} \Rightarrow \left(\dfrac{a}{2}-9\right)^2 + (c-3)^2 + \left(\dfrac{b}{2}-1\right)^2 = \dfrac{169}{4}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\dfrac{a^2}{4}+c^2+\dfrac{b^2}{4} = \left(\dfrac{a}{2}-9\right)^2 + (c-3)^2 + \left(\dfrac{b}{2}-1\right)^2$. Do đó, $9a+b+6c=91$ (3)

Mặt khác, $AM=(a-9;0;-1)$, $AN=(-9;0;b-1)$.

A,M,N thẳng hàng $\Rightarrow \dfrac{a-9}{-9} = \dfrac{-1}{b-1} \Leftrightarrow (a-2)(b-1)=9$

$\Leftrightarrow ab-a-9b+9=9$

$\Leftrightarrow ab-a-9b=0$

$\Leftrightarrow a(b-1)=ab$

$\Leftrightarrow a = \dfrac{9b}{b-1}$

Từ (3) suy ra $9\cdot\dfrac{9b}{b-1}+b+6c = 91 \dfrac{81b}{b-1}+b+6c$

$\Leftrightarrow \dfrac{b^2+80b}{b-1}+6c=91$

$\Leftrightarrow 6c = 91 - \dfrac{b^2+80b}{b-1} = \dfrac{-b^2+11b-91}{b-1}$

$\Leftrightarrow c = \dfrac{-b^2+11b-91}{6(b-1)}$

Ta có $a^2+4c^2+b^2=169$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{9b}{b-1}\right)^2 + 4\left(\dfrac{-b^2+11b-91}{6(b-1)}\right)^2 + b^2 = 169$

$\Leftrightarrow 9.81b^2 + \left(b^4+121b^2+8281-22b^3+182b^2-2002b\right) + 9b^2(b-1)^2 = 169.9.(b-1)^2$

$\Leftrightarrow 729b^2+b^4+121b^2+8281-22b^3+182b^2-2002b+9b^4-18b^3+9b^2$

$= 1521b^2-3042b+1521$

$\Leftrightarrow 10b^4-40b^3-480b^2+1040b+6760=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=1+3\sqrt{3} \Rightarrow a = \dfrac{9(1+3\sqrt{3})}{3\sqrt{3}} = 9+\sqrt{3} \\ b=1-3\sqrt{3} \Rightarrow a = \dfrac{9(1-3\sqrt{3})}{-3\sqrt{3}} = 9-\sqrt{3}. \end{array}\right.$

- Trường hợp: $a=9+\sqrt{3}; b=1+3\sqrt{3}$. Khi đó, $\overrightarrow{AM} = \left(\sqrt{3};0;-1\right) \Rightarrow AM=2$.
  $\overrightarrow{AN} = \left(-9;0;3\sqrt{3}\right) \Rightarrow AN = \sqrt{108}$.
  Do đó, $AM.AN = 2.\sqrt{108} = 12\sqrt{3}$.
- Trường hợp 2: $a=9-\sqrt{3}; b=1-3\sqrt{3}$.
  Khi đó, $\overrightarrow{AM} = \left(-\sqrt{3};0;-1\right) \Rightarrow AM=2$.
  $\overrightarrow{AN} = \left(-9;0;-3\sqrt{3}\right) \Rightarrow AN = \sqrt{108}$.
  Do đó, $AM.AN = 2.\sqrt{108} = 12\sqrt{3}$.

Chọn đáp án (A) □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 81

1. B	2. A	3. B	4. D	5. D	6. C	7. B	8. D	9. A	10. C
11. B	12. B	13. B	14. D	15. D	16. B	17. A	18. C	19. D	20. C
21. A	22. B	23. B	24. B	25. C	26. D	27. D	28. C	29. C	30. C
31. D	32. A	33. D	34. A	35. A	36. C	37. B	38. A	39. D	40. A
41. D	42. A	43. A	44. A	45. B	46. D	47. D	48. A	49. B	50. A

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 104
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

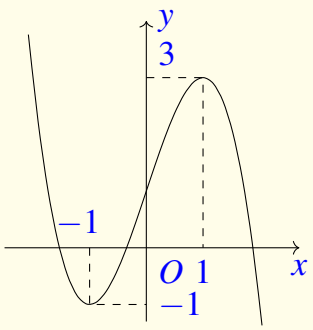
Câu 1. Số phức nào dưới đây có phần ảo bằng phần ảo của số phức $w=1-4i$?
A $z_1=5-4i$. B $z_4=1+4i$. C $z_3=1-5i$. D $z_2=3+4i$.

Lời giải.

Số phức $w=1-4i$ có phần ảo bằng -4.
Trong các số phức đã cho, số phức $z_1=5-4i$ cũng có phần ảo bằng -4.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là
A $(1;3)$. B $(3;1)$. C $(-1;-1)$. D $(1;-1)$.



Lời giải.

Từ đồ thị hàm số bậc ba $y=f(x)$, ta có điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có tọa độ là $(-1;-1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 3. Phần ảo của số phức $z=(2-i)(1+i)$ bằng
A -3. B 1. C 3. D -1.

Lời giải.

Ta có $z=(2-i)(1+i)=3+i$.
Vậy phần ảo của số phức z bằng 1.

Chọn đáp án B □

Câu 4. Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_{2}^{5} f(x)\mathrm{d}x=-5$ thì $\int_{-1}^{5} f(x)\mathrm{d}x$ bằng
A 7. B -3. C -7. D 4.

Lời giải.

Ta có $\int_{-1}^{5} f(x)\mathrm{d}x = \int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x + \int_{2}^{5} f(x)\mathrm{d}x = 2 + (-5) = -3$.

Chọn đáp án B □

Câu 5. Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A 30. **B** 10. C 15. D 11.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3} \cdot 5.6 = 10$.

Chọn đáp án B □

Câu 6. Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1, V_2. Tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$ bằng

A $\dfrac{2}{3}$. B $\dfrac{3}{2}$. C 3. **D** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải.

Gọi đường cao, diện tích đáy lần lượt là h, B.

Khi đó áp dụng công thức thể tích khối chóp, khối lăng trụ ta được $V_1 = \dfrac{1}{3}B.h$ và $V_2 = B.h$.

Suy ra $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{\frac{1}{3}B.h}{B.h} = \dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án D □

Câu 7. Với a là số thực dương tuỳ ý, $\log(100a)$ bằng

A $2 - \log a$. **B** $2 + \log a$. C $1 - \log a$. D $1 + \log a$.

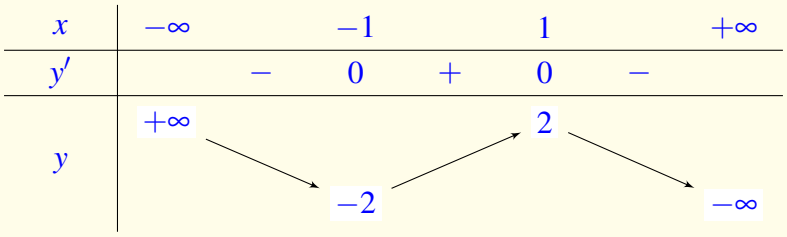
Lời giải.

Với $a > 0$, ta có

$$\log(100a) = \log 100 + \log a = \log 10^2 + \log a = 2 + \log a.$$

Chọn đáp án B □

Câu 8. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?



(A) $y=x^3-3x$. (B) $y=x^2-2x$. (C) $y=-x^3+3x$. (D) $y=-x^2+2x$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên trên, ta nhận thấy đây là hàm số bậc ba có dạng $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a\neq 0$.
Mà $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(ax^3+bx^2+cx+d\right)=-\infty\Rightarrow a<0$.
Do đó có duy nhất hàm số $y=-x^3+3x$ thoả mãn.

Chọn đáp án (C) □

Câu 9. Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1}=4$ là

(A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) 3.

Lời giải.

Ta có $2^{x^2+1}=4\Leftrightarrow x^2+1=2\Leftrightarrow x^2=1\Leftrightarrow x=\pm 1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là

(A) $y=0$. (B) $x=0$. (C) $x+y=0$. (D) $z=0$.

Lời giải.

Phương trình của mặt phẳng (Oxy) là $z=0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 11. Hàm số $F(x)=\cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$?

(A) $f_2(x)=\dfrac{1}{\sin^2 x}$. (B) $f_1(x)=-\dfrac{1}{\cos^2 x}$. (C) $f_3(x)=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$. (D) $f_4(x)=\dfrac{1}{\cos^2 x}$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int -\frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=\cot x+C$.

Chọn đáp án C □

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-\infty;-1)$. B $(0;3)$. C $(0;+\infty)$. D $(-1;0)$.

Lời giải.

Ta có đồ thị tăng trên khoảng $(-1;0)$, nên đó là đáp án đúng.

Chọn đáp án D □

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A $P(2;1;-1)$. B $M(1;2;3)$. C $Q(2;1;1)$. D $N(1;-2;3)$.

Lời giải.

Thay tọa độ điểm $P(2;1;-1)$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có:
$\dfrac{2-2}{1}=\dfrac{1-1}{-2}=\dfrac{-1+1}{3}\Leftrightarrow\dfrac{0}{1}=\dfrac{0}{-2}=\dfrac{0}{3}=0$ (thỏa mãn).
Thay tọa độ điểm $M(1;2;3)$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có:
$\dfrac{1-2}{1}=\dfrac{2-1}{-2}=\dfrac{3+1}{3}\Leftrightarrow\dfrac{-1}{1}=\dfrac{1}{-2}=\dfrac{4}{3}$ (vô lí).
Thay tọa độ điểm $Q(2;1;1)$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có:
$\dfrac{2-2}{1}=\dfrac{1-1}{-2}=\dfrac{1+1}{3}\Leftrightarrow\dfrac{0}{1}=\dfrac{0}{-2}=\dfrac{2}{3}$ (vô lí).
Thay tọa độ điểm $N(1;-2;3)$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có:
$\dfrac{1-2}{1}=\dfrac{-2-1}{-2}=\dfrac{3+1}{3}\Leftrightarrow\dfrac{-1}{1}=\dfrac{-3}{-2}=\dfrac{4}{3}$ (vô lí).
Vậy điểm $P(2;1;-1)$ thuộc đường thẳng (d).

Chọn đáp án A □

Câu 14. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=2+7i$ có tọa độ là

A $(2;-7)$. B $(-2;-7)$. C $(7;2)$. D $(2;7)$.

Lời giải.

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=2+7i$ có tọa độ là $(2;7)$.

Chọn đáp án D

Câu 15. Cho điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O;R)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $OM < R$. B $OM = R$. C $OM > R$. D $OM \leq R$.

Lời giải.

M nằm ngoài mặt cầu $S(O;R) \Leftrightarrow OM > R$.

Chọn đáp án C

Câu 16. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $\int e^x dx = e^x + C$. B $\int e^x dx = xe^x + C$.

C $\int e^x dx = -e^{x+1} + C$. D $\int e^x dx = e^{x+1} + C$.

Lời giải.

$$\int e^x dx = e^x + C.$$

Chọn đáp án A

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1;-4;0)$ và $\vec{v} = (-1;-2;1)$. Véc-tơ $\vec{u} + 3\vec{v}$ có tọa độ là

A $(-2;-10;3)$. B $(-2;-6;3)$. C $(-4;-8;4)$. D $(-2;-10;-3)$.

Lời giải.

Ta có $3\vec{v} = (-3;-6;3)$.
Do đó $\vec{u} + 3\vec{v} = (-2;-10;3)$.

Chọn đáp án A

Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng tổng quát $u_n (n \geq 2)$ bằng

A 3.2^n. B 3.2^{n+2}. C 3.2^{n+1}. D 3.2^{n-1}.

Lời giải.

Ta có $u_n = u_1.q^{n-1} = 3.2^{n-1}$.

Chọn đáp án D

Câu 19. Cho $a=3^{\sqrt{5}}$, $b=3^2$ và $c=3^{\sqrt{6}}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a<b<c$. (B) $a<c<b$. (C) $c<a<b$. **(D)** $b<a<c$.

Lời giải.

Ta có $2<\sqrt{5}<\sqrt{6}$ mà cơ số $3>1$ nên $3^2<3^{\sqrt{5}}<3^{\sqrt{6}}$ hay $b<a<c$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 20. Cho khối nón có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích của khối nón đã cho là

(A) $3a^3$. (B) $6a^3$. **(C)** $2a^3$. (D) $\frac{2}{3}a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối nón đã cho là $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}\cdot 3a^2.2a=2a^3$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 21. Nếu $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=6$ thì $\int_0^3\left[\frac{1}{3}f(x)+2\right]\mathrm{d}x$ bằng

(A) 6. (B) 5. (C) 9. **(D)** 8.

Lời giải.

Ta có $\int_0^3\left[\frac{1}{3}f(x)+2\right]\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x+\int_0^3 2\,\mathrm{d}x=2+6=8$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 22. Tập xác định của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là

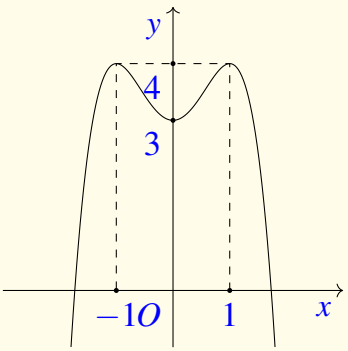
(A) $(2;+\infty)$. (B) $(-\infty;+\infty)$. (C) $(-\infty;1)$. **(D)** $(1;+\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện $x-1>0\Leftrightarrow x>1$.
Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $\mathscr{D}=(1;+\infty)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 23. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng



A 3. **B** 4. **C** -1. **D** 1.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta dễ dàng thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 3.

Chọn đáp án A □

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)=0$ là

A $x=1$. **B** $x=\dfrac{3}{4}$. **C** $x=\dfrac{2}{3}$. **D** $x=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=1 \\ 2x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x>\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$

Vậy nghiệm phương trình đã cho là $x=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	-1	↘	‖	↘	-1
		$-\infty$	‖	$+\infty$	

Tiệm cận đứng của đồ thị đã cho là đường thẳng có phương trình:

A $y=-1$. **B** $y=-2$. **C** $x=-2$. **D** $x=-1$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to(-2)^-} f(x)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-2)^+} f(x)=+\infty$, suy ra đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-2$.

Chọn đáp án C □

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là

(A) $(-2;1;-3)$. (B) $(-4;2;-6)$. (C) $(4;-2;6)$. (D) $(2;-1;3)$.

Lời giải.

Mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$ có tâm $I(2;-1;3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 27. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau?

(A) 3125. (B) 1. (C) 120. (D) 5.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có năm chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 là hoán vị của 5 phần tử nên có $5!=120$ (số).

Chọn đáp án C □

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

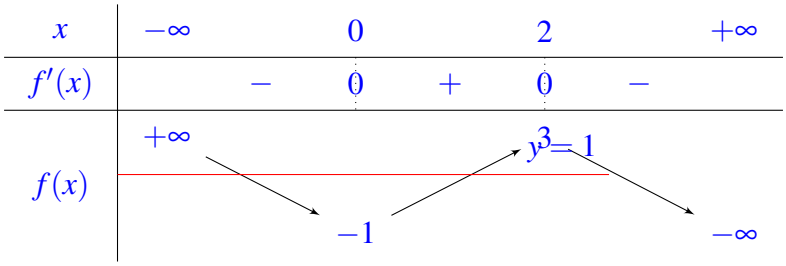
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y=1$ là

(A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 0.

Lời giải.

Ta vẽ đường thẳng $y=1$.

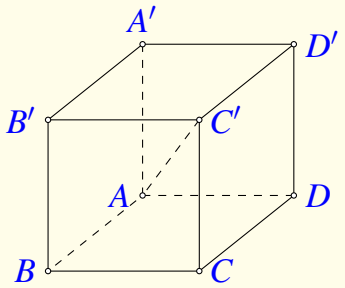


Đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số tại 3 giao điểm.

Chọn đáp án C □

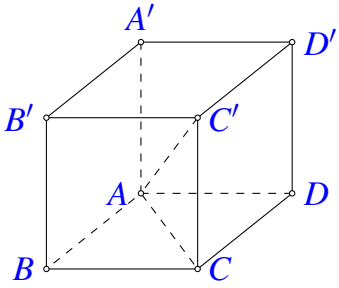
Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D $\frac{\sqrt{6}}{3}$.



Lời giải.

Hình chiếu của đường thẳng AC' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng AC suy ra $\left(CA',(ABCD)\right)=(CA,CA')=\widehat{CAC'}$.
Gọi cạnh hình lập phương bằng 1, suy ra $AC=\sqrt{2}$.
Xét tam giác vuông CAC' vuông tại C ta có
$AC'=\sqrt{CC'^2+AC'^2}=\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+1}=\sqrt{3}$.
Suy ra $\sin\left(CA',(ABCD)\right)=\sin\widehat{CAC'}=\dfrac{CC'}{AC'}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.



Chọn đáp án A □

Câu 30. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[30;50]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục bằng

A $\frac{11}{21}$. B $\frac{13}{21}$. C $\frac{10}{21}$. D $\frac{8}{21}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên thuộc đoạn $[30;50]$, nên ta có số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=50-30+1=21$.
Gọi A "Biến cố để chọn được số có chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục".
Trường hợp 1: Chữ số hàng chục là 3, có 6 cách chọn số tự nhiên thỏa đề là $\{34,35,36,37,38,39\}$.
Trường hợp 2: Chữ số hàng chục là 4, có 5 cách chọn số tự nhiên thỏa đề là $\{45,46,47,48,49\}$.
Suy ra $n(A)=6+5=11$.
Xác suất của biến cố A là $P(A)=\dfrac{11}{21}$.

Chọn đáp án A □

Câu 31. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}}\dfrac{1}{b^3}$ bằng

A $\log_a b$. B $-3\log_a b$. C $\frac{1}{3}\log_a b$. D $3\log_a b$.

Lời giải.

Ta có $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3} = \log_{a^{-1}} b^{-3} = 3\log_a b$.

Chọn đáp án D □

Câu 32. Cho hàm số $f(x) = 1 + \mathrm{e}^{2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\mathrm{e}^x + C$. B $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + 2\mathrm{e}^{2x} + C$.

C $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \mathrm{e}^{2x} + C$. D $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int (1 + \mathrm{e}^{2x})\,\mathrm{d}x = x + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x} + C$.

Chọn đáp án D □

Câu 33. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Khi đó $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A 6. B $-8i$. C $8i$. D -6.

Lời giải.

Vì z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ nên ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} = 2 \\ z_1.z_2 = \frac{c}{a} = 5. \end{cases}$

Ta có $z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = 2^2 - 2.5 = -6$.

Chọn đáp án D □

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-\infty; -1)$. B $(-\infty; 1)$. C $(-1; +\infty)$. D $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -1$.
Vậy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng $x-2y+2z+3=0$ là

(A) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2$. (B) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=2$.

(C) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$. **(D)** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$.

Lời giải.

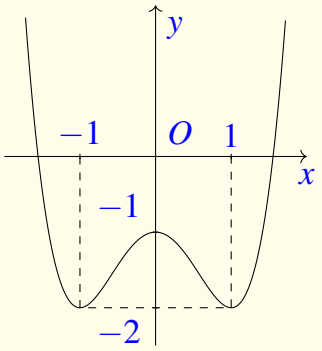
Mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng đã cho có bán kính $R=\dfrac{|1-2.2+2.3+3|}{\sqrt{1+4+4}}=2$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 36. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2;5]$ của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

(A) 7. (B) 6. (C) 5. (D) 1.



Lời giải.

Ta có yêu cầu bài toán tương đương với $\begin{cases} m=-2 \\ m>-1. \end{cases}$

Do $m\in[-2;5]$ và m nguyên nên có 7 giá trị m cần tìm là -2, 0, 1, 2, 3, 4, 5.

Chọn đáp án (A) □

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2+3t \\ z=1+t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=2+2t \\ y=2-3t \\ z=1-t \end{cases}$. **(C)** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3-2t \\ z=-1+t \end{cases}$.

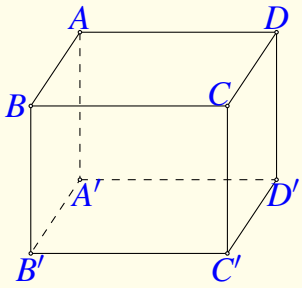
Lời giải.

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=\vec{n}_{(P)}=(2;-3;-1)$.

Đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-2-3t \\ z=1-t. \end{cases}$

Chọn đáp án (C) □

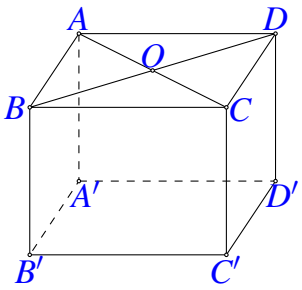
Câu 38. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng



(A) 3. (B) $3\sqrt{2}$. (C) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. (D) $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow BD \perp AC$ tại O.
Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $AA' \perp (ABCD)$.
Suy ra $AA' \perp BD$.
Do đó, $BO \perp (ACC'A')$ tại O.
Suy ra $\mathrm{d}\big(B;(ACC'A')\big) = BO = \dfrac{1}{2}BD = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.



Chọn đáp án (C) □

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $\left(3^b-3\right)\left(a.2^b-16\right)<0$?

(A) 34. (B) 32. (C) 31. (D) 33.

Lời giải.

Trường hợp 1: $a=1 \Rightarrow \left(3^b-3\right)\left(2^b-16\right)<0$.
Nếu $b \le 1$ hoặc $b \ge 4$ không thỏa mãn bất phương trình và $b \in \{2;3\}$ thỏa mãn.
Vậy $a=1$ thỏa mãn.
Trường hợp 2: $a=2 \Rightarrow \left(3^b-3\right)\left(2.2^b-16\right)<0 \Leftrightarrow \left(3^b-3\right)\left(2^{b+1}-16\right)<0$.
Nếu $b \le 1$ hoặc $b \ge 3$ không thỏa mãn bất phương trình và $b=2$ thỏa mãn.
Vậy $a=2$ không thỏa mãn.
Trường hợp 3: $a=3 \Rightarrow \left(3^b-3\right)\left(3.2^b-16\right)<0$.
Nếu $b \le 1$ hoặc $b \ge 3$ không thỏa mãn bất phương trình và $b=2$ thỏa mãn.
Vậy $a=3$ không thỏa mãn.
Trường hợp 4: $a>3$.
Ta cần tìm a để bất phương trình $\left(3^b-3\right)\left(a.2^b-16\right)<0$ có 2 nghiệm b.
Nếu $b \ge 3 \Rightarrow \left(3^b-3\right)\left(a.2^b-16\right) \ge 24.(3.8-16)>0$ không thỏa mãn bất phương trình.
Nếu $b=2 \Rightarrow \left(3^b-3\right)\left(a.2^b-16\right) \ge 6(4.4-16) \ge 0$ không thỏa mãn bất phương trình.
Nếu $b=1$ không thỏa mãn.
Nếu $b<1 \Rightarrow \left(3^b-3\right)<0$. Bất phương trình tương đương $a.2^b-16>0$.
Hay $a>\dfrac{16}{2^b}$ có hai nghiệm b suy ra $33 \le a \le 64$.

Kết hợp lại suy ra có tất cả 33 số nguyên dương a thỏa mãn.

Cách 2:

Xét $(3^b-3)(a.2^b-16)=0$. Do $a\in\mathbb{N}^*$ nên $\left[\begin{array}{l} b=1 \\ b=\log_2\dfrac{16}{a}. \end{array}\right.$

Trường hợp 1: $\log_2\dfrac{16}{a}>1\Leftrightarrow a<8$.

Bất phương trình có đúng 2 nghiệm nguyên $b\Leftrightarrow 3<\log_2\dfrac{16}{a}\le 4\Leftrightarrow 1\le a<2\Rightarrow a=1$ (thỏa mãn).

Trường hợp 2: $\log_2\dfrac{16}{a}<1\Leftrightarrow a>8$.

Bất phương trình có đúng 2 nghiệm nguyên b khi và chỉ khi

$$-2\le\log_2\frac{16}{a}<-14\Leftrightarrow 32<a\le 64$$

Suy ra có 32 giá trị a.

Vậy có 33 giá trị của a thỏa mãn.

Chọn đáp án D □

Câu 40. Cho hàm số $f(x)=(a+3)x^4-2ax^2+1$ với a là tham số thực. Nếu $\max\limits_{[0;3]}f(x)=f(2)$ thì $\min\limits_{[0;3]}f(x)$ bằng

A -9. B 4. C 1. D -8.

Lời giải.

Xét hàm $f(x)=(a+3)x^4-2ax^2+1\Rightarrow f'(x)=4(a+3)x^3-4ax$.

Hàm số đạt GTLN tại $x=2$ và liên tục trên đoạn $[0;3]$.

Do đó $f'(2)=0\Leftrightarrow 32(a+3)-8a=0\Leftrightarrow a=-4$.

Với $a=-4$ ta có $f(x)=-x^4+8x^2+1$ với $x\in[0;3]$.

$f'(x)=-4x^3+16x$ Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0\ (\text{thỏa mãn}) \\ x=2\ (\text{thỏa mãn}) \\ x=-2\ (\text{loại}). \end{array}\right.$

Khi đó $f(0)=1$, $f(2)=17$, $f(3)=-8$.

Suy ra $\max\limits_{[0;3]}f(x)=f(2)=17$ (thỏa mãn giả thiết).

Vậy $\min\limits_{[0;3]}f(x)=f(3)=-8$.

Chọn đáp án D □

Câu 41. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=F(2)-G(0)+a\ (a>0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x),y=G(x),x=0$ và $x=2$. Khi $S=6$ thì a bằng

A 4. B 6. C 3. D 8.

Lời giải.

Ta có $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên ta có
$\forall x \in \mathbb{R}\colon F(x) = G(x) + C$ (với C là hằng số).
Do đó $F(0) = G(0) + C$ (1).

$$\begin{aligned} \text{Lại có} \quad & \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = F(2) - F(0) \\ \Leftrightarrow \quad & F(2) - G(0) + a = F(2) - F(0) \\ \Leftrightarrow \quad & F(0) = G(0) - a \qquad (2). \end{aligned}$$

Từ (1) và (2) suy ra $C = -a$.
Khi đó $F(x) = G(x) - a$, $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow |F(x) - G(x)| = a$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$, $y = G(x)$, $x = 0$ và $x = 2$ là

$$S = \int_0^2 |F(x) - G(x)|\,\mathrm{d}x = \int_0^2 a.\,\mathrm{d}x = 2a = 6 \Rightarrow a = 3.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 42. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $2|z_1| = 2|z_2| = |z_3| = 2$ và $(z_1 + z_2)z_3 = 2z_1z_2$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, z_3 trên mặt phẳng tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng

(A) $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$. (B) $\dfrac{3}{8}$. (C) $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$. (D) $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải.

- Từ giả thiết ta được $|z_1| = |z_2| = 1$ và $|z_3| = 2$.
- Theo giả thiết $(z_1 + z_2)z_3 = 2z_1z_2 \Rightarrow |z_1 + z_2|\,|z_3| = 2|z_1|\,|z_2| \Rightarrow |z_1 + z_2| = 1$.
- Từ đẳng thức $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2\left(|z_1|^2 + |z_2|^2\right) \Rightarrow |z_1 - z_2| = \sqrt{3} \Rightarrow AB = \sqrt{3}$.

Theo giả thuyết

$$\begin{aligned} & (z_1 + z_2)z_3 = 2z_1z_2 \\ \Leftrightarrow \quad & (z_1 - z_2)z_3 = 2(z_1 - z_3)z_2 \\ \Leftrightarrow \quad & |z_1 - z_2|\,|z_3| = 2|z_1 - z_3|\,|z_2| \\ \Rightarrow \quad & |z_1 - z_3| = \sqrt{3} \\ \Rightarrow \quad & AC = \sqrt{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (z_1 + z_2)z_3 = 2z_1z_2 \\ \Leftrightarrow \quad & (z_3 - z_2)z_1 = (z_1 - z_3)z_2 \\ \Leftrightarrow \quad & |z_3 - z_2|\,|z_1| = |z_1 - z_3|\,|z_2| \\ \Leftrightarrow \quad & |z_3 - z_2| = \sqrt{3} \\ \Leftrightarrow \quad & AC = \sqrt{3}. \end{aligned}$$

Suy ra tam giác ABC đều cạnh $\sqrt{3}$. Suy ra $S_{\Delta ABC} = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}$.

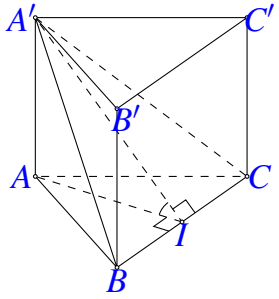
Chọn đáp án A □

Câu 43. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh bên $AA' = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $60°$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A $\dfrac{8}{9}a^3$. B $8a^3$. C $\dfrac{8}{3}a^3$. D $24a^3$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của BC.



Ta có ABC là tam giác vuông cân tại A nên $AI \perp BC$ và $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ đứng nên $AA' \perp BC$
suy ra $BC \perp (AA'I) \Rightarrow BC \perp A'I$.
Do đó góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng góc giữa $A'I$ và AI, mà tam giác $AA'I$ vuông tại A nên ta có $\widehat{AIA'}$ là góc nhọn.
Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $\widehat{AIA'} = 60°$.
Trong tam giác vuông $AA'I$, ta có $AI = \dfrac{AA'}{\tan 60°} = \dfrac{2a}{\sqrt{3}}$.
Ta có ABC là tam giác vuông cân tại A nên
$BC = 2AI = \dfrac{4a}{\sqrt{3}}$, $AB = AC = \dfrac{BC}{\sqrt{2}} = \dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$.
Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là
$$V = AA'.S_{\Delta ABC} = AA'.\frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}\cdot 2a.\left(\frac{2a\sqrt{6}}{3}\right)^2 = \frac{8a^3}{3}.$$

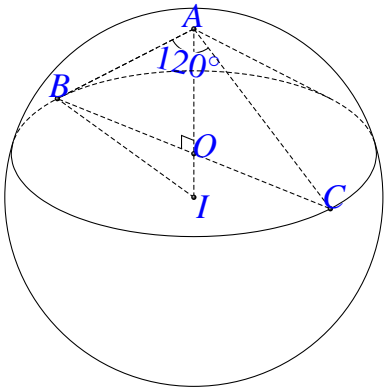
Chọn đáp án C □

Câu 44. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng $120°$ và chiều cao bằng 2. Gọi (S) là mặt cầu đi qua đỉnh và chứa đường tròn đáy của hình nón đã cho. Diện tích của (S) bằng

A $\dfrac{16\pi}{3}$. B $\dfrac{64\pi}{3}$. C 64π. D 48π.

Lời giải.

Gọi hình nón đỉnh A, đường kính đáy hình nón là BC.
Gọi I là tâm mặt cầu (S).
Ta có $\triangle ABC$ cân tại A có $\widehat{BAC}=120^\circ$ và $AI\perp BC$ tại O nên $\widehat{BAI}=60^\circ$ suy ra $\triangle IAB$ đều.
Tam giác IAB đều và $OB\perp IA$ tại O suy ra OB là đường trung tuyến của ΔIAB.
Mà $OA=2$ suy ra $AI=2OA=4$.
Vậy diện tích mặt cầu (S) là $S=4\pi AI^2=64\pi$.



Chọn đáp án C

Câu 45. Xét tất cả các số thực x,y sao cho $8^{9-y^2}\geq a^{6x-\log_2 a^3}$ với mọi số thực dương a. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2-6x-8y$ bằng

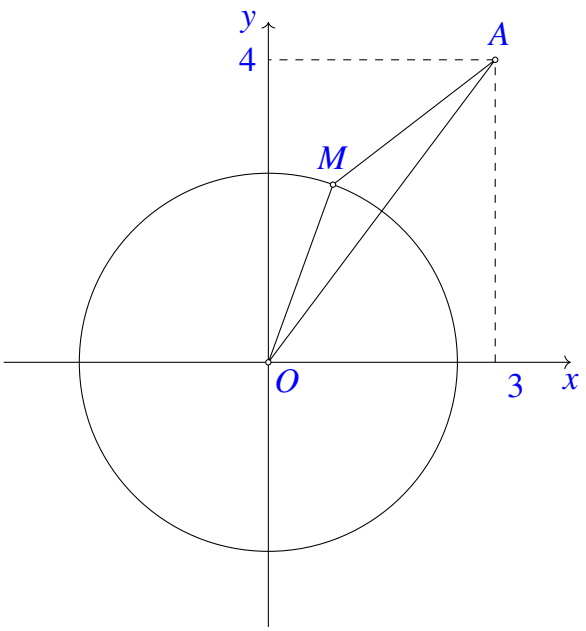
A -21. B -6. C -25. D 39.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
&8^{9-y^2}\geq a^{6x-\log_2 a^3},\forall a>0\\
\Leftrightarrow\ &3\left(9-y^2\right)\geq\left(6x-3\log_2 a\right)\log_2 a,\forall a>0\\
\Leftrightarrow\ &\log_2^2 a-2x\log_2 a+9-y^2\geq 0,\forall a>0\\
\Leftrightarrow\ &\Delta'=x^2+y^2-9\leq 0.
\end{aligned}$$

Gọi $M(x;y)$ thuộc hình tròn (C) tâm O, bán kính $R=3$.
Gọi $A(3;4)$, ta có $OA=5>R$. Do đó A nằm ngoài hình tròn (C).
Khi đó
$P=(x-3)^2+(y-4)^2-25=MA^2-25\geq(OA-R)^2-25=-21$.
Vậy $\min P=-21$ khi O, M, A theo thứ tự thẳng hàng.



Chọn đáp án A

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x)=\ln f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\ln 12$	$\nearrow$	$\ln\dfrac{196}{16}$	$\searrow$	$\ln 12$	$\nearrow$	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(7;8)$. (B) $(6;7)$. (C) $(8;9)$. (D) $(10;11)$.

Lời giải.

Từ BBT của $g(x)$ ta có $\ln f(x) \geq \ln 4 \Leftrightarrow f(x) \geq 4;\ \forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có $g'(x) = \dfrac{f'(x)}{f(x)}$.

Xét phương trình $f'(x) = g'(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=0\ (*) \\ f(x)=1\ (**). \end{array}\right.$

Do $f(x) \geq 4;\ \forall x \in \mathbb{R}$ suy ra phương trình $(**)$ vô nghiệm.

Từ đó suy ra $f'(x)=0 \Leftrightarrow g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \\ x=x_2 \\ x=x_3. \end{array}\right.$

Mặt khác $f'(x)-g'(x) = f'(x).\left[1-\dfrac{1}{f(x)}\right]$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$f'(x)-g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

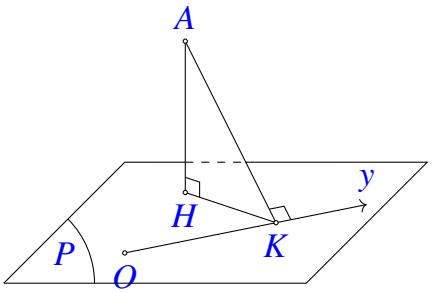
$$\begin{aligned} \text{Vậy} S = \int_{x_1}^{x_3} \left|f'(x)-g'(x)\right| \mathrm{d}x &= \int_{x_1}^{x_2} \left[f'(x)-g'(x)\right] \mathrm{d}x - \int_{x_2}^{x_3} \left[f'(x)-g'(x)\right] \mathrm{d}x \\ &= \left[f(x)-g(x)\right]\Big|_{x_1}^{x_2} - \left[f(x)-g(x)\right]\Big|_{x_2}^{x_3} \\ &= 2f(x_2) - f(x_1) - f(x_3) - 2\ln f(x_2) + \ln f(x_1) + \ln f(x_3) \\ &= 2.\frac{199}{16} - 12 - 4 - 2\ln\frac{199}{16} + \ln 12 + \ln 4 \approx 7{,}704 \in (7;8). \end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Phương trình của (P) là

(A) $x+z=0$. (B) $x-z=0$. (C) $2x+z=0$. (D) $2x-z=0$.

Lời giải.



Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A trên (P) và trục Oy.
Ta có $\mathrm{d}\big(A,(P)\big)=AH\le AK$. Do đó khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất khi $H\equiv K(0;1;0)$.
Khi đó (P) đi qua $K(0;1;0)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AK}=(-2;0;-1)=-(2;0;1)$ nên có phương trình là $2x+z=0$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 48. Có bao nhiêu số phức z thỏa $\left|z^2\right|=2\left|z-\bar{z}\right|$ và $\left|(z+4)(\bar{z}+4i)\right|=\left|z-4i\right|^2$?

(A) 4. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

Lời giải.

Gọi $z=a+bi$, $a,b\in\mathbb{R}$.
Ta có $\left|z^2\right|=2\left|z-\bar{z}\right|\Leftrightarrow a^2+b^2=4\left|b\right|\quad(1)$.

$$\begin{aligned}\left|(z+4)(\bar{z}+4i)\right|=\left|z-4i\right|^2 &\Leftrightarrow \left|z+4\right|.\left|\bar{z}+4i\right|=\left|z-4i\right|^2\\ &\Leftrightarrow \sqrt{(a+4)^2+b^2}.\sqrt{a^2+(b-4)^2}=a^2+(b-4)^2\\ &\Leftrightarrow \sqrt{a^2+(b-4)^2}.\left(\sqrt{(a+4)^2+b^2}-\sqrt{a^2+(b-4)^2}\right)=0.\end{aligned}$$

- Trường hợp 1: $\sqrt{a^2+(b-4)^2}=0\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\ b=4\end{cases}$ thỏa (1).
  Vậy $z=4i$.
- Trường hợp 2: $\sqrt{(a+4)^2+b^2}-\sqrt{a^2+(b-4)^2}=0\Leftrightarrow a=-b$.
  Thay vào ta được (1) : $2b^2-4\left|b\right|=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|b|=0\\ |b|=2.\end{array}\right.$
  Với $|b|=0\Leftrightarrow b=0\Rightarrow\begin{cases}b=0\\ a=0\end{cases}\Rightarrow z=0.$
  Với $|b|=2\Leftrightarrow b=\pm2\Rightarrow\begin{cases}b=2\\ a=-2\end{cases}\vee\begin{cases}b=-2\\ a=2\end{cases}\Rightarrow z=-2+2i\vee z=2-2i.$

Kết luận có 4 số phức z.

Chọn đáp án A □

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|x^4-mx^2-64x\right|$ có đúng 3 điểm cực trị?

A 23. B 12. C 24. D 11.

Lời giải.

Xét hàm số $g(x)=x^4-mx^2-64x$; $g'(x)=4x^3-2mx-64$; có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=+\infty$.

$g(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^3-mx-64=0\end{array}\right.\Rightarrow g(x)=0$ có ít nhất 2 nghiệm phân biệt.

Do đó hàm số $y=|g(x)|$ có đúng 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ hàm số $y=g(x)$ có đúng 1 cực trị $\Leftrightarrow g'(x)$ đổi dấu đúng 1 lần (*).

Nhận xét nếu $x=0\Rightarrow g'(0)=-64<0\Rightarrow g(x)$ không có cực trị (hay $x=0$ không thỏa mãn).

Nên $g'(x)=0\Leftrightarrow m=2x^2-\dfrac{32}{x}$. Đặt $h(x)=2x^2-\dfrac{32}{x}$.

Có $h'(x)=4x+\dfrac{32}{x^2}=\dfrac{4\left(x^3+8\right)}{x^2}$; $h'(x)=0\Leftrightarrow x=-2$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	↘	24	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $(*)\Leftrightarrow m\le 24$.

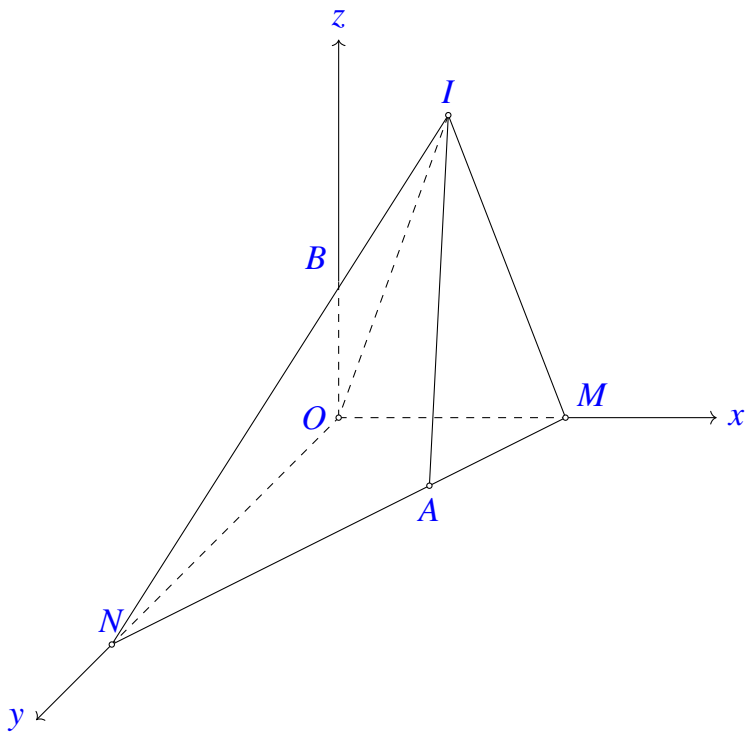
Kết hợp với điều kiện m nguyên dương suy ra $m\in\{1;2;3;\ldots;24\}$.

Chọn đáp án C □

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1;4;2)$, bán kính bằng 2. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox, Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\dfrac{7}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

A $9\sqrt{2}$. B 14. C $6\sqrt{2}$. D 8.

Lời giải.



Gọi $M(a;0;0)\in Ox, N(0;b;0)\in Oy$.
Ta có $\mathrm{d}\big(I;(Oxy)\big)=2=R$ nên (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm $A(1;4;0)$ và MN cũng đi qua A.
Lại có $\overrightarrow{AM}=(a-1;-4;0)$, $\overrightarrow{AN}=(-1;b-4;0)$ và 3 điểm $A,\ M,\ N$ thẳng hàng nên ta được
$$\frac{a-1}{-1}=\frac{-4}{b-4}\Leftrightarrow (a-1)(b-4)=4. \quad (1)$$
Tứ diện $OIMN$ có $IA\perp(OMN)$ và $\triangle OMN$ vuông tại O nên nếu gọi J là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ thì $J\in(IMN)$.
Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle IMN$.
Ta có $S_{\triangle IMN}=\dfrac{IM.IN.MN}{4r}$ (với $r=\dfrac{7}{2}$ bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle IMN$).

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}IA.MN=\frac{IM.IN.MN}{4\cdot\frac{7}{2}}$$
$$\Leftrightarrow IM.IN=7IA\Leftrightarrow IM.IN=14$$
$$\Leftrightarrow \Big[(a-1)^2+20\Big].\Big[(b-4)^2+5\Big]=196. \quad (2)$$

Đặt $\begin{cases} m=a-1\\ n=b-4.\end{cases}$

Từ (1) và (2) ta có hệ $\begin{cases} m.n=4\\ \big(m^2+20\big)\big(n^2+5\big)=196\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} n=\dfrac{4}{m} & (3)\\ \big(m^2+20\big)\left(\dfrac{16}{m^2}+5\right)=196. & (4)\end{cases}$

Từ (4) ta được $\big(m^2+20\big).\big(16+5m^2\big)=196m^2$

$$\Leftrightarrow 5m^4-80m^2+320=0\Leftrightarrow m^2=8\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=2\sqrt{2}\\ m=-2\sqrt{2}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l} n=\sqrt{2}\\ n=-\sqrt{2}.\end{array}\right.$$

Suy ra $\left[\begin{array}{l} a=1+2\sqrt{2}, b=4+\sqrt{2} \\ a=1-2\sqrt{2}, b=4-\sqrt{2}. \end{array}\right.$

Vậy $AM.AN=6\sqrt{2}$.

Chọn đáp án C □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 82

1. A	2. C	3. B	4. B	5. B	6. D	7. B	8. C	9. B	10. D
11. C	12. D	13. A	14. D	15. C	16. A	17. A	18. D	19. D	20. C
21. D	22. D	23. A	24. A	25. C	26. D	27. C	28. C	29. A	30. A
31. D	32. D	33. D	34. A	35. D	36. A	37. C	38. C	39. D	40. D
41. C	42. A	43. C	44. C	45. A	46. B	47. C	48. A	49. C	50. C

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THAM KHẢO

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023
Môn: TOÁN, ĐỀ THAM KHẢO
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=7-6i$ có tọa độ là
(A) $(-6;7)$. (B) $(6;7)$. (C) $(7;6)$. (D) $(7;-6)$.

Lời giải.

Điểm biểu diễn số phức $z=7-6i$ có tọa độ là $(7;-6)$.

Chọn đáp án D □

Câu 2. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_3 x$ là
(A) $y'=\dfrac{1}{x}$. (B) $y'=\dfrac{1}{x\ln 3}$. (C) $y'=\dfrac{\ln 2}{x}$. (D) $y'=-\dfrac{1}{x\ln 3}$.

Lời giải.

Đạo hàm của hàm số $y=\log_3 x$ là $y'=\dfrac{1}{x\ln 3}$.

Chọn đáp án B □

Câu 3. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\pi}$ là
(A) $y'=\pi x^{\pi-1}$. (B) $y'=x^{\pi-1}$. (C) $y'=\dfrac{1}{\pi}x^{\pi-1}$. (D) $y'=\pi x^{\pi}$.

Lời giải.

Đạo hàm của hàm số $y=x^{\pi}$ là $y'=\pi x^{\pi-1}$.

Chọn đáp án A □

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1}<4$ là
(A) $(-\infty;1]$. (B) $(1;+\infty)$. (C) $[1;+\infty)$. (D) $(-\infty;1)$.

Lời giải.

$2^{x+1}<4\Leftrightarrow 2^{x+1}<2^2\Leftrightarrow x+1<2\Leftrightarrow x<1$.
Tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và công bội $q=\dfrac{1}{2}$. Giá trị của u_3 bằng

(A) 3. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $\frac{1}{4}$. (D) $\frac{7}{2}$.

Lời giải.

Ta có $u_3 = u_1.q^{3-1} = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án B □

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$ có một véctơ pháp tuyến là

(A) $\vec{n_1} = (-1;1;1)$. (B) $\vec{n_4} = (1;1;-1)$. (C) $\vec{n_3} = (1;1;1)$. (D) $\vec{n_2} = (1;-1;1)$.

Lời giải.

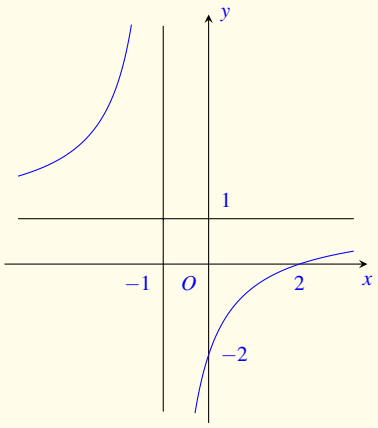
$(P): x+y+z+1=0$ có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n_3} = (1;1;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là

a) $(0;-2)$. **b)** $(2;0)$.

c) $(-2;0)$. **d)** $(0;2)$.



Lời giải.

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là $(2;0)$.

□

Câu 8. Nếu $\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_{-1}^{4} g(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $\int_{-1}^{4} [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

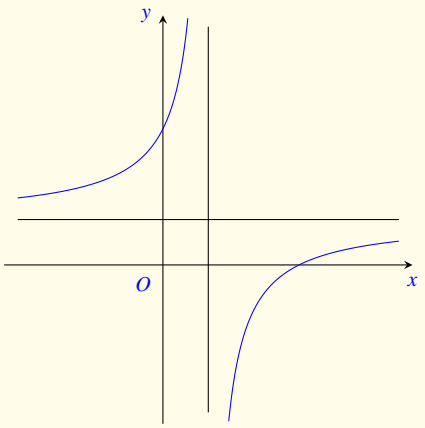
(A) 5. (B) 6. (C) 1. (D) -1.

Lời giải.

$$\int_{-1}^{4} [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x + \int_{-1}^{4} g(x)\mathrm{d}x = 2+3 = 5.$$

Chọn đáp án A ☐

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên



A $y=x^4-3x^2+2$. B $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. C $y=x^2-4x+1$. D $y=x^3-3x-5$.

Lời giải.

Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-3}{x-1}$ có dạng như đường cong trong hình.

Chọn đáp án B ☐

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+1=0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A $(-1;-2;-3)$. B $(2;4;6)$. C $(-2;-4;-6)$. D $(1;2;3)$.

Lời giải.

Tâm của $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+1=0$ có tọa độ là $(1;2;3)$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oyz) bằng

A 30°. B 45°. C 60°. D 90°.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy) và (Oyz) vuông góc với nhau nên góc giữa chúng bằng 90°.

Chọn đáp án D ☐

Câu 12. Cho số phức $z=2+9i$, phần thực của số phức z^2 bằng

A -77. B 4. C 36. D 85.

Lời giải.

Ta có $z^2=(2+9i)^2=2^2+36i+81i^2=-77+36i$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 13. Cho khối lập phương có cạnh bằng 2. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

(A) 6. (B) 8. (C) $\frac{8}{3}$. (D) 4.

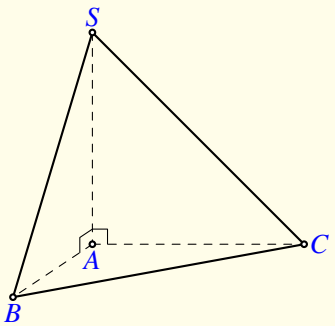
Lời giải.

Thể tích khối lập phương $V = 2^3 = 8$.

Chọn đáp án B □

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB = 2$, SA vuông góc với đáy và $SA = 3$ (tham khảo hình bên). Thể tích khối chóp đã cho bằng

(A) 12. (B) 2. (C) 6. (D) 4.



Lời giải.

Thể tích khối chóp là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 2$.

Chọn đáp án B □

Câu 15. Cho mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $S(O;R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P). Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

(A) $d < R$. (B) $d > R$. (C) $d = R$. (D) $d = 0$.

Lời giải.

Vì mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu $S(O;R)$ nên d là khoảng cách từ O đến (P) bằng bán kính R.

Chọn đáp án C □

Câu 16. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ là

(A) -3. (B) -2. (C) 2. (D) 3.

Lời giải.

Phần ảo của số phức z bằng -3.

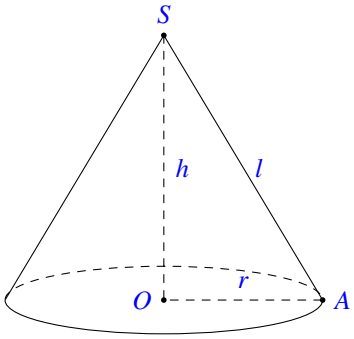
Chọn đáp án A □

Câu 17. Cho hình nón có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

(A) $2\pi rl$. (B) $\frac{2}{3}\pi rl^2$. (C) πrl. (D) $\frac{1}{3}\pi r^2 l$.

Lời giải.

Diện tích xung quang là $S_{\text{xq}} = \pi \cdot r \cdot l$.



Chọn đáp án (C) ☐

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

(A) $P(1;2;3)$. (B) $Q(1;2;-3)$. (C) $N(2;1;2)$. (D) $M(2;-1;-2)$.

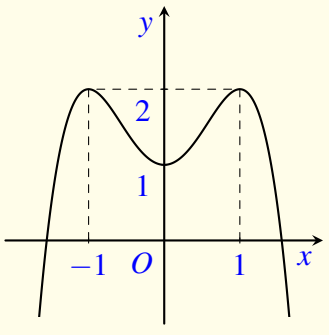
Lời giải.

Thay toạ độ điểm $Q(1;2;-3)$ vào phương trình d ta có $\frac{1-1}{2} = \frac{2-2}{-1} = \frac{-3+3}{-2}$ suy ra $Q \in d$.

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 19. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

(A) $(-1;2)$. (B) $(0;1)$. (C) $(1;2)$. (D) $(1;0)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(0;1)$.

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 20. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình

(A) $y=\dfrac{1}{3}$. (B) $y=-\dfrac{2}{3}$. (C) $y=-\dfrac{1}{3}$. **(D)** $y=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình $y=\dfrac{2}{3}$.

Do $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+1}{3x-1}=\dfrac{2}{3}$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=\dfrac{2}{3}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-2)>0$ là

(A) $(2;3)$. (B) $(-\infty;3)$. **(C)** $(3;+\infty)$. (D) $(12;+\infty)$.

Lời giải.

$\log(x-2)>0\Leftrightarrow x-2>0\wedge x-2>1\Leftrightarrow x>3$

Tập nghiệm của bất phương trình là $(3;+\infty)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 22. Cho tập hợp A có 15 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của A bằng

(A) 225. (B) 30. (C) 210. **(D)** 105.

Lời giải.

Số tập con 2 phần tử của tập hợp A là $\mathrm{C}_{15}^{2}=105$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 23. Cho $\displaystyle\int\dfrac{1}{x}\,\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

(A) $F'(x)=\dfrac{2}{x^2}$. (B) $F'(x)=\ln x$. **(C)** $F'(x)=\dfrac{1}{x}$. (D) $F'(x)=-\dfrac{1}{x^2}$.

Lời giải.

Ta có $F'(x)=\dfrac{1}{x}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 24. Nếu $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 4$ thì $\int\limits_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x) - 2\right]\mathrm{d}x$ bằng

(A) 0. (B) 6. (C) 8. **D** -2.

Lời giải.

$$\int\limits_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x) - 2\right]\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x - \int\limits_0^2 2\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\cdot 4 - 2x\Big|_0^2 = 2 - 4 = -2.$$

Chọn đáp án D □

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \cos x + x$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

(A) $\int f(x)\mathrm{d}x = -\sin x + x^2 + C$. (B) $\int f(x)\mathrm{d}x = \sin x + x^2 + C$.

(C) $\int f(x)\mathrm{d}x = -\sin x + \frac{x^2}{2} + C$. **D** $\int f(x)\mathrm{d}x = \sin x + \frac{x^2}{2} + C$.

Lời giải.

$$f(x) = \cos x + x \Rightarrow \int f(x)\mathrm{d}x = \sin x + \frac{x^2}{2} + C$$

Chọn đáp án D □

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

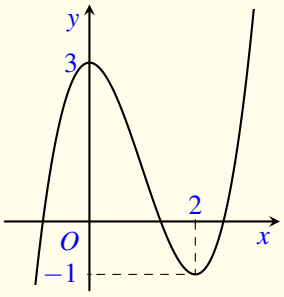
(A) $(0;2)$. (B) $(3;+\infty)$. (C) $(-\infty;1)$. **D** $(1;3)$.

Lời giải.

Ta có $x \in (1;3)$ thì $f'(x) < 0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 27. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là



(A) -1. (B) 3. (C) 2. (D) 0.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy giá trị cực đại của hàm số là $y_{\text{CĐ}}=3$.

Chọn đáp án B □

Câu 28. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(3a)-\ln(2a)$ bằng

(A) $\ln a$. (B) $\ln\dfrac{2}{3}$. (C) $\ln\left(6a^2\right)$. (D) $\ln\dfrac{3}{2}$.

Lời giải.

$$\ln(3a)-\ln(2a)=\ln\frac{3a}{2a}=\ln\frac{3}{2}$$

Chọn đáp án D □

Câu 29. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=-x^2+2x$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

(A) $\dfrac{16}{15}$. (B) $\dfrac{16\pi}{9}$. (C) $\dfrac{16}{9}$. (D) $\dfrac{16\pi}{15}$.

Lời giải.

Xét phương trình $-x^2+2x=0\Leftrightarrow x=0;x=2$.
Thể tích khối tròn xoay

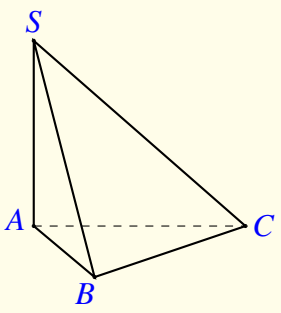
$$V=\pi\int_0^2\left(-x^2+2x\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_0^2\left(x^4-4x^3+4x^2\right)\mathrm{d}x=\pi\left(\frac{1}{5}x^5-x^4+\frac{4}{3}x^3\right)\Big|_0^2=\frac{16\pi}{15}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 30.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với đáy và $SA = AB$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

(A) $60°$. (B) $30°$. (C) $90°$. **D** $45°$.



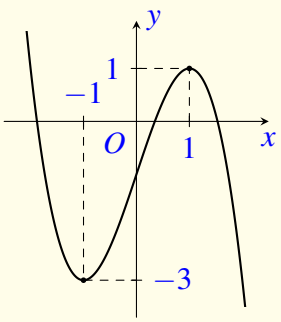
Lời giải.

Ta có $BC \perp AB \Rightarrow SB \perp BC$.
Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $\widehat{SBA}$.
Do tam giác SAB vuông cân tại $A \Rightarrow \widehat{SBA} = 45°$.
Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $45°$.

Chọn đáp án D □

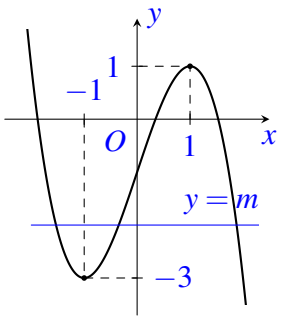
Câu 31. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

(A) 2. (B) 5. **C** 3. (D) 4.



Lời giải.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = m$.
Dựa vào hình vẽ, ta có



Phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi đường thẳng $d: y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt, tức là $-3 < m < 1$. Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; 0\}$.

Chọn đáp án C □

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^2(1-x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(1;2)$. (B) $(1;+\infty)$. (C) $(2;+\infty)$. **D** $(-\infty;1)$.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$. Bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	

Vậy hàm $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 33. Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 6 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6 và 9 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên hai quả từ hộp đó, xác suất để lấy được hai quả khác màu đồng thời tổng hai số ghi trên chúng là số chẵn bằng

A $\frac{9}{35}$. (B) $\frac{18}{35}$. (C) $\frac{4}{35}$. (D) $\frac{1}{7}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố lấy được hai quả khác màu đồng thời tổng hai số ghi trên chúng là số chẵn.
Khi đó, $n(\Omega)=\mathrm{C}_{15}^2=105$.
Do tổng hai số của chúng là số chẵn nên ta có các trường hợp sau

- Cả hai quả cầu đều ghi số lẻ. Số cách lấy là $3\cdot5=15$.
- Cả hai quả cầu đều ghi số chẵn. Số cách lấy là $3\cdot4=12$.

Số phần tử của biến cố A là $n(A)=15+12=27$.
Vậy xác suất xuất hiện của biến cố A là $\mathrm{P}(A)=\frac{27}{105}=\frac{9}{35}$.

Chọn đáp án A □

Câu 34. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\ln^2x+2\ln x-3=0$ bằng

(A) $\frac{1}{\mathrm{e}^3}$. (B) -2. (C) -3. **D** $\frac{1}{\mathrm{e}^2}$.

Lời giải.

Ta có $\ln^2x+2\ln x-3=0\Leftrightarrow(\ln x+3)(\ln x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\ln x=-3\\\ln x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\mathrm{e}^{-3}\\x=\mathrm{e}.\end{array}\right.$

Tích tất cả các nghiệm của phương trình là $e^{-3}\cdot e = e^{-3+1} = e^{-2} = \dfrac{1}{e^2}$.

Chọn đáp án D □

Câu 35. Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z+2i|=1$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A $(0;2)$. B $(-2;0)$. C $(0;-2)$. D $(2;0)$.

Lời giải.

Gọi $z=a+bi,\ (a,b\in\mathbb{R}) \Rightarrow |z+2i|=1 \Leftrightarrow a^2+(b+2)^2=1$.
Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn với tâm có tọa độ là $(0;-2)$.

Chọn đáp án C □

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-1;-1)$ và $N(5;5;1)$. Đường thẳng MN có phương trình là

A $\begin{cases} x=5+2t \\ y=5+3t \\ z=-1+t \end{cases}$. B $\begin{cases} x=5+t \\ y=5+2t \\ z=1+3t \end{cases}$. C $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=-1+t \end{cases}$. D $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t \\ z=1+3t \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng MN đi qua $M(1;-1;-1)$ và nhận $\overrightarrow{MN}=2(2;3;1)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=-1+t. \end{cases}$

Chọn đáp án C □

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

A $(1;-2;3)$. B $(1;2;-3)$. C $(-1;-2;-3)$. D $(-1;2;3)$.

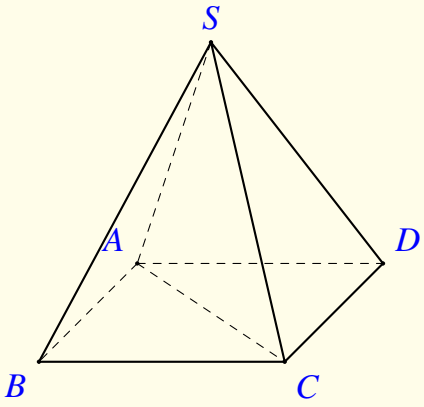
Lời giải.

Gọi $A'(x;y;z)$ là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz).
Hình chiếu của điểm $A(1;2;3)$ xuống mặt phẳng (Oxz) là $I(1;0;3)$.
Khi đó I là trung điểm của AA' nên tọa độ điểm A' là $(1;-2;3)$.

Chọn đáp án A □

Câu 38. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao a, $AC = 2a$, (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

(A) $\frac{\sqrt{3}}{3}a$. (B) $\sqrt{2}a$. (C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$. (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.



Lời giải.

Ta có $\begin{cases} BD \cap (SCD) = D \\ BD = 2OD \end{cases} \Rightarrow \mathrm{d}(B,(SCD)) = 2\mathrm{d}(O,(SCD))$.

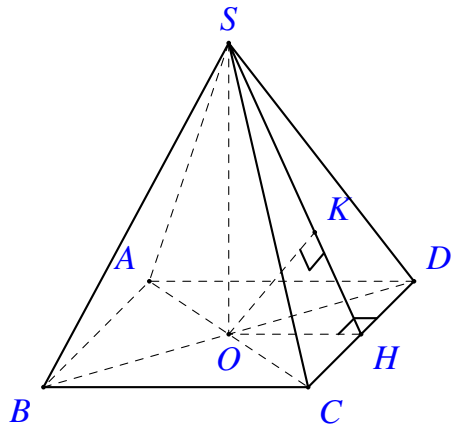
Dựng $OH \perp CD$, $OK \perp SH$, ta có

$$\begin{cases} OH \perp CD \\ SO \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOH) \supset OK \Rightarrow CD \perp OK.$$

Mặt khác $OK \perp SH$, suy ra $OK \perp (SCD)$.

Vậy $\mathrm{d}(O,(SCD)) = OK$.

Hình vuông $ABCD$ có đường chéo $AC = 2a$ nên cạnh bằng $\frac{2a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.



Xét tam giác vuông SOH có $SO = a$, $OH = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, suy ra

$$\begin{aligned} \frac{1}{OK^2} &= \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OH^2} \Leftrightarrow OK^2 = \frac{OH^2 \cdot OS^2}{OS^2 + OH^2} \\ \Rightarrow OK^2 &= \frac{\frac{a^2}{2} \cdot a^2}{a^2 + \frac{a^2}{2}} = \frac{a^2}{3} \\ \Rightarrow \mathrm{d}(O,(SCD)) &= 2OK = \frac{2\sqrt{3}}{3}a. \end{aligned}$$

Chọn đáp án C

Chọn đáp án C □

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_3 \frac{x^2-16}{343} < \log_7 \frac{x^2-16}{27}$?

(A) 193. (B) 92. (C) 186. (D) 184.

Lời giải.

Điều kiện: $x^2-16>0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-4)\cup(4;\infty)$.
Bất phương trình đã cho tương đương với:

$$\log_3\left(x^2-16\right)-\log_3 343<\frac{\log_3\left(x^2-16\right)-\log_3 27}{\log_3 7}.$$

Đặt $t=\log_3\left(x^2-16\right)$ ta được

$$\begin{aligned} t-3\log_3 7<\frac{t-3}{\log_3 7} &\Leftrightarrow t\cdot\log_3 7-3\log_3^2 7<t-3\\ &\Leftrightarrow t\cdot(\log_3 7-1)<3\left(\log_3^2 7-1\right)\\ &\Leftrightarrow t<3(\log_3 7+1). \end{aligned}$$

Khi đó

$$\begin{aligned} \log_3\left(x^2-16\right)<3(\log_3 7+1) &\Leftrightarrow x^2-16<3^{3(\log_3 7+1)}\\ &\Leftrightarrow x^2-16<7^3\cdot 3^3\\ &\Leftrightarrow x^2<9277\\ &\Leftrightarrow -\sqrt{9277}<x<\sqrt{9277}. \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện ta được $x\in\left(-\sqrt{9277};-4\right)\cup\left(4;\sqrt{9277}\right)$.
Vì x là số nguyên nên có 184 giá trị x thỏa bài toán.

Chọn đáp án (D) □

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(4)+G(4)=4$ và $F(0)+G(0)=1$. Khi đó $\displaystyle\int_0^2 f(2x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 3. (B) $\frac{3}{4}$. (C) 6. (D) $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_0^2 f(2x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}F(2x)\Big|_0^2=\frac{1}{2}(F(4)-F(0))$ (1)

Ta lại có: $\displaystyle\int_0^2 f(2x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}G(2x)\Big|_0^2=\frac{1}{2}(G(4)-G(0))$ (2)

Cộng vế theo vế của (1) và (2) ta được:

$$2\int_0^2 f(2x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}(F(4)+G(4))-\frac{1}{2}(G(4)+F(0))=\frac{1}{2}\cdot 4-\frac{1}{2}\cdot 1=\frac{3}{2}.$$

Do đó $\displaystyle\int_0^2 f(2x)\,\mathrm{d}x=\frac{3}{4}$.

Chọn đáp án B □

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-x^4+6x^2+mx$ có ba điểm cực trị?

A 17. **B** 15. C 3. D 7.

Lời giải.

Ta có $y=-x^4+6x^2+mx \Rightarrow y'=-4x^3+12x+m$.
Hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt. Khi đó

$$-4x^3+12x+m=0 \Leftrightarrow m=4x^3-12x.$$

Xét hàm số $f(x)=4x^3-12x$ ta có $f'(x)=12x^2-12$.

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 12x^2-12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1. \end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên hàm số $y=f(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	8	↘	-8	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt khi $m \in (-8;8)$.
Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-7;-6...,7\}$ nên có 15 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn đáp án B □

Câu 42. Xét các số phức z thỏa mãn $\left|z^2-3-4i\right|=2|z|$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị của M^2+m^2 bằng

A 28. B $18+4\sqrt{6}$. **C** 14. D $11+4\sqrt{6}$.

Lời giải.

Áp dụng bất đẳng thức $|a-b| \geq ||a|-|b||$.
Ta có $2\cdot|z|=\left|z^2-3-4i\right| \geq \left||z^2|-|3+4i|\right|=\left||z^2|-5\right|$.
Đặt $t=|z|^2$, $(t \geq 0)$. Khi đó
$2\cdot|z| \geq \left||z^2|-5\right| \Rightarrow 4t \geq t^2-10t+25 \Rightarrow t^2-14t+25 \leq 0 \Rightarrow 7-2\sqrt{6} \leq t \leq 7+2\sqrt{6}$.
Hay $7-2\sqrt{6} \leq |z|^2 \leq 7+2\sqrt{6} \Rightarrow \sqrt{7-2\sqrt{6}} \leq |z| \leq \sqrt{7+2\sqrt{6}}$.
Do đó $M=\sqrt{7+2\sqrt{6}}$ và $m=\sqrt{7-2\sqrt{6}}$.
Vậy $M^2+m^2=14$.

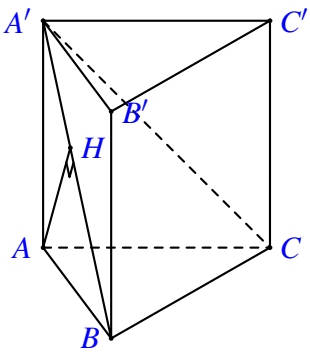
Chọn đáp án C □

Câu 43. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{\sqrt{6}}{3}a$, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. (C) $\sqrt{2}a^3$. (D) $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

Lời giải.

Kẻ $AH \perp A'B, H \in A'B$.
Ta có $AA' \perp (ABC) \supset BC$ nên $BC \perp AH$; mà $BC \perp AB$ nên $BC \perp A'B$.
Do đó, $AH \perp (A'BC)$, hay $AH = \mathrm{d}[A,(A'BC)] = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.
Tam giác $A'AB$ vuông tại A có : $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AB^2}$ nên $A'A = a\sqrt{2}$.
Mà $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB^2 = \frac{a^2}{2}$.



Vậy thể tích của khối lăng trụ là $V = A'A \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+xf'(x) = 4x^3+4x+2, \forall x \in \mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ bằng

(A) $\frac{5}{2}$. (B) $\frac{4}{3}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Ta có

$$f(x)+xf'(x) = 4x^3+4x+2 \Rightarrow (xf(x))' = 4x^3+4x+2 \Rightarrow xf(x) = \int \left(4x^3+4x+2\right) \mathrm{d}x$$
$$\Rightarrow xf(x) = x^4+2x^2+2x+C, C \in \mathbb{R}.$$

Thay $x=0$ được $C=0$.
Do đó: $xf(x) = x^4+2x^2+2x$ hay $f(x) = x^3+2x+2$ và $f'(x) = 3x^2+2$.
Phương trình hoành độ giao điểm của các đường $y=f(x)$ và $y=f'(x)$

$$x^3+2x+2 = 3x^2+2 \Leftrightarrow x^3-3x^2+2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right. .$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ là

$$S=\int_0^2 \left|f(x)-f'(x)\right|\mathrm{d}x=\frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 45. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1|+|z_2|=2$.

A 1. B 4. C 2. D 3.

Lời giải.

Xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (1).
Ta có $\Delta'=(m+1)^2-1\cdot m^2=2m+1$.
Ta xét hai trường hợp sau:

TH1: $\Delta'>0\Leftrightarrow m>-\dfrac{1}{2}$. Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2.
Theo định lí Vi-ét, ta có $\begin{cases}z_1+z_2=2(m+1)>0\\ z_1\cdot z_2=m^2\geq 0.\end{cases}$
Nên z_1 và z_2 là hai nghiệm dương.
Khi đó

$$\begin{aligned}&|z_1|+|z_2|=2.\\ \Leftrightarrow\ &z_1+z_2=2.\\ \Leftrightarrow\ &2(m+1)=2.\\ \Leftrightarrow\ &m=0\ (\text{TM}).\end{aligned}$$

TH2: $\Delta'<0\Leftrightarrow m>-\dfrac{1}{2}$. Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2.
Ta có $\begin{cases}z_1=m+1+\sqrt{-2m-1}\cdot i\\ z_2=m+1-\sqrt{-2m-1}\cdot i.\end{cases}$
$\Rightarrow |z_1|=|z_2|$.
Khi đó

$$\begin{aligned}&|z_1|+|z_2|=2.\\ \Leftrightarrow\ &|z_1|=1.\\ \Leftrightarrow\ &(m+1)^2+\left(\sqrt{-2m-1}\right)^2=1^2.\\ \Leftrightarrow\ &m^2+2m+1-2m-1=1\ (\text{TM}).\\ \Leftrightarrow\ &m^2=1.\\ \Leftrightarrow\ &\left[\begin{array}{ll}m=1 & (\text{KTM})\\ m=-1. & (\text{TM})\end{array}\right.\end{aligned}$$

Vậy có 2 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m \in \{0;-1\}$.

Chọn đáp án C □

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{-3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A chứa d. Khoảng cách từ điểm $M(5;-1;3)$ đến (P) bằng

A 5. B $\dfrac{1}{3}$. C 1. D $\dfrac{11}{3}$.

Lời giải.

Chọn $B(2;1;1) \in (d) \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(2;0;-1)$.
Đường thẳng d có VTCP là $\vec{u_d}=(2;2;-3)$.
Vì (P) đi qua A và chứa d nên $\vec{n}_{(P)}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{u}_d\right]=(2;4;4) \Rightarrow$ chọn lại $\vec{n}_{(P)}=(1;2;2)$.
Phương trình mặt phẳng (P) là

$$\begin{aligned} & 1(x-0)+2(y-1)+2(z-2)=0. \\ \Leftrightarrow\ & x+2y+2z-6=0. \end{aligned}$$

Khi đó $d(M,(P))=\dfrac{|5+2\cdot(-1)+2\cdot 3-6|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=1$.

Chọn đáp án C □

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$$\log_3\left(x^2+y^2+x\right)+\log_2\left(x^2+y^2\right) \le \log_3 x+\log_2\left(x^2+y^2+24x\right)?$$

A 89. B 48. C 90. D 49.

Lời giải.

Điều kiện: $x>0$. Ta có

$$\begin{aligned} & \log_3\left(x^2+y^2+x\right)+\log_2\left(x^2+y^2\right) \le \log_3 x+\log_2\left(x^2+y^2+24x\right) \\ \Leftrightarrow\ & \log_3\left(x^2+y^2+x\right)-\log_3 x \le \log_2\left(x^2+y^2+24x\right)-\log_2\left(x^2+y^2\right) \\ \Leftrightarrow\ & \log_3\left(\frac{x^2+y^2+x}{x}\right) \le \log_2\left(\frac{x^2+y^2+24x}{x^2+y^2}\right) \\ \Leftrightarrow\ & \log_3\left(1+\frac{x^2+y^2}{x}\right) \le \log_2\left(1+\frac{24x}{x^2+y^2}\right) \\ \Leftrightarrow\ & \log_3\left(\frac{x^2+y^2}{x}+1\right)-\log_2\left(1+\frac{24x}{x^2+y^2}\right) \le 0. \end{aligned}$$

Đặt: $t=\dfrac{x^2+y^2}{x}$ $(t>0)$, bất phương trình trở thành: $\log_3 1+t-\log_2 1+\dfrac{24}{t} \le 0 \quad (1)$.

Xét hàm số $f(t)=\log_3 1+t-\log_2 1+\dfrac{24}{t}$.

có $f'(t)=\dfrac{1}{(1+t)\ln 3}+\dfrac{24}{(t^2+24t)\ln 2}>0,\ \forall t>0$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có $f(8)=\log_3(1+8)-\log_2\left(1+\dfrac{24}{8}\right)=0$

Từ đó suy ra: $(1)\Leftrightarrow f(t)\le f(8)\Leftrightarrow t\le 8\Leftrightarrow \dfrac{x^2+y^2}{x}\le 8\Leftrightarrow (x-4)^2+y^2\le 16$.

Đếm các cặp giá trị nguyên của $(x;y)$

Ta có: $(x-4)^2\le 16\Leftrightarrow 0\le x\le 8$, mà $x>0$ nên $0<x\le 8$.

Với $x=1, x=7\Rightarrow y=\{\pm 2;\pm 1;0\}$ nên có 10 cặp.

Với $x=2, x=6\Rightarrow y=\{\pm 3;\pm 2;\pm 1;0\}$ nên có 14 cặp.

Với $x=3, x=5\Rightarrow y=\{\pm 3;\pm 2;\pm 1;0\}$ nên có 14 cặp.

Với $x=4\Rightarrow y=\{\pm 4;\pm 3;\pm 2;\pm 1;0\}$ nên có 9 cặp.

Với $x=8\Rightarrow y=0$ có 1 cặp.

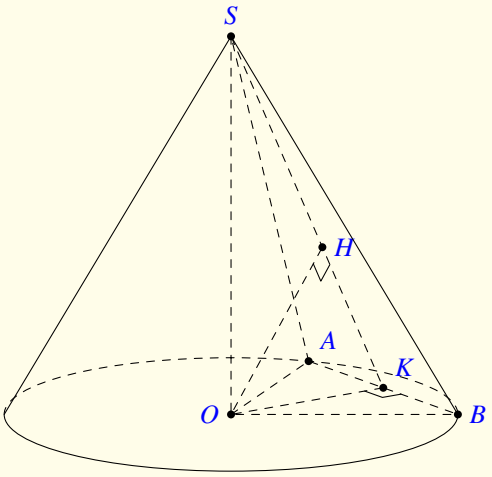
Vậy có 48 cặp giá trị nguyên $(x;y)$ thoả mãn đề bài.

Chọn đáp án B □

Câu 48.

Cho khối nón có đỉnh S, chiều cao bằng 8 và thể tích bằng $\dfrac{800\pi}{3}$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB=12$, khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng

A $8\sqrt{2}$. B $\dfrac{24}{5}$. C $4\sqrt{2}$. D $\dfrac{5}{24}$.



Lời giải.

Gọi O,R lần lượt là tâm và bán kính đáy của khối nón, K,H lần lượt là hình chiếu của O lên AB,SK. Khi đó khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng OH.

Ta có: $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2\cdot h\Rightarrow R^2=\dfrac{3V}{\pi\cdot h}=\dfrac{3\cdot\dfrac{800\pi}{3}}{\pi\cdot 8}=100\Rightarrow R=10$.

Trong tam giác vuông OBK có: $OK=\sqrt{OB^2-BK^2}=\sqrt{R^2-\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

Trong tam giác vuông SOK: $\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{SO^2}+\dfrac{1}{OK^2}=\dfrac{1}{8^2}+\dfrac{1}{8^2}=\dfrac{2}{8^2}\Rightarrow OH=4\sqrt{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;10)$ và $B(3;4;6)$. Xét các điểm M thay đổi sao cho tam giác OAM không có góc tù và có diện tích bằng 15. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MB thuộc khoảng nào dưới đây?

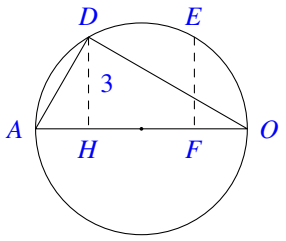
(A) $(4;5)$. (B) $(3;4)$. (C) $(2;3)$. (D) $(6;7)$.

Lời giải.

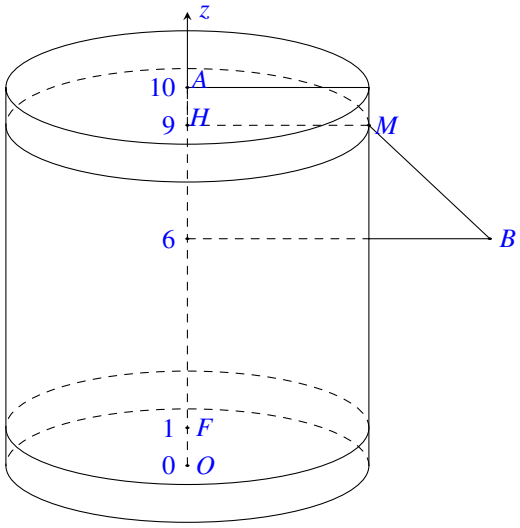
Ta có: $S_{OAM} = \dfrac{1}{2}OA.d\,(M;OA) = 15 \Rightarrow d\,(M;OA) = 3$.

Suy ra: M di động trên mặt trụ, bán kính bằng 3 trục là OA.

Xét điểm D như hình vẽ, $\begin{cases} HA \cdot HO = HD^2 = 9 \\ HA + HO = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} HA = 1 \\ HO = 9. \end{cases}$



Vì $\widehat{AMO} \le 90$ nên giới hạn của M là hai phần mặt trụ với các đoạn trục AH và FO.



Vì hình chiếu của B cách H gần hơn nên $BM_{\min} = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in (-10;+\infty)$ để hàm số $y = \left|x^3 + (a+2)x + 9 - a^2\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

(A) 12. (B) 11. (C) 6. (D) 5.

Lời giải.

Xét $f(x) = x^3 + (a+2)x + 9 - a^2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + a + 2$.

Để $y = |f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

TH1: $\begin{cases} f'(x) \ge 0, \forall x \in (0;1) \\ f(0) \ge 0 \end{cases}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2+a+2 \geq 0, \forall x \in (0;1) \\ 9-a^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq \underset{(0;1)}{Max}(-3x^2-2) \\ 9-a^2 \geq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -2 \\ -3 \leq a \leq 3 \end{cases} \Rightarrow a \in [-2;3]$. Suy ra $a = \{-2;-1;0;1;2;3;\} \Rightarrow 6$ giá trị

TH2: $\begin{cases} f'(x) \leq, \forall x \in (0;1) \\ f(0) \leq 0 \end{cases}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2+a+2 \leq 0, \forall x \in (0;1) \\ 9-a^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq \underset{(0;1)}{Min}(-3x^2-2) \\ 9-a^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \leq -5 \\ \left[\begin{array}{l} a \geq 3 \\ a \leq -3 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow a \leq -5.$

Kết hợp với điều kiện bài toán $a = \{-9;-8;-7;-6;-5\} \Rightarrow 5$ giá trị.
Vậy có 11 giá trị thoả mãn.

Chọn đáp án B □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 83

1. D	2. B	3. A	4. D	5. B	6. C	7. B	8. A	9. B	10. D
11. D	12. A	13. B	14. B	15. C	16. A	17. C	18. B	19. B	20. D
21. C	22. D	23. C	24. D	25. D	26. D	27. B	28. D	29. D	30. D
31. C	32. D	33. A	34. D	35. C	36. C	37. A	38. C	39. D	40. B
41. B	42. C	43. B	44. C	45. C	46. C	47. B	48. C	49. B	50. B

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 101
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 8$ là

A $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$. B $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. C $(-\infty;2)$. D $\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải.

Ta có $2^{2x} < 8 \Leftrightarrow 2^{2x} < 2^3 \Leftrightarrow 2x < 3 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = x^{\frac{4}{3}} + C$. B $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$.

C $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = x^{\frac{2}{3}} + C$. D $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + C$.

Lời giải.

Ta có $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{\frac{1}{3}+1}x^{\frac{1}{3}+1} + C = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$.

Chọn đáp án B □

Câu 3. Có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được lấy từ các đỉnh của một lục giác đều?

A 729. B 20. C 120. D 216.

Lời giải.

Số tam giác mà ba đỉnh của nó được lấy từ các đỉnh của một lục giác đều là $C_6^3 = 20$.

Chọn đáp án B □

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \cos x - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\sin x + x^2 + C$. B $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

C $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \sin x - x^2 + C$. D $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \sin x - \frac{x^2}{2} + C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int (\cos x - x)\,\mathrm{d}x = \sin x - \dfrac{x^2}{2} + C$.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

A $y' = \dfrac{x-1}{\ln 2}$. B $y' = \dfrac{1}{\ln 2}$. C $y' = \dfrac{1}{(x-1)\ln 2}$. D $y' = \dfrac{1}{x-1}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \dfrac{(x-1)'}{(x-1)\ln 2} = \dfrac{1}{(x-1)\ln 2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 6. Với b, c là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_5 b \geq \log_5 c$, khẳng định nào dưới đây là đúng?

A $b \geq c$. B $b \leq c$. C $b > c$. D $b < c$.

Lời giải.

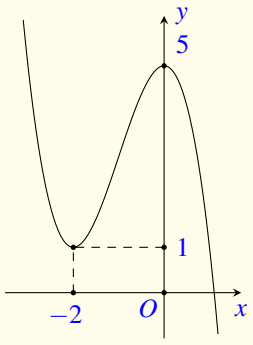
Ta có $\log_5 b \geq \log_5 c \Leftrightarrow b \geq c$.

Chọn đáp án A □

Câu 7.

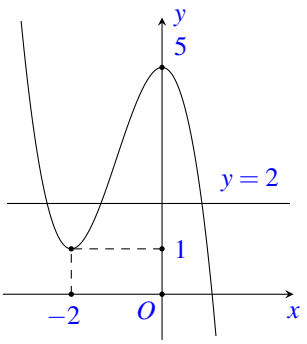
Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ là

A 1. B 0. C 2. D 3.



Lời giải.

Ta có $f(x)=2$ là phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=2$.
Dựa vào hình vẽ, phương trình $f(x)=2$ có 3 nghiệm.



Chọn đáp án D

Câu 8. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

A $x=2$. B $x=-2$. C $x=3$. D $x=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{3x-1}{x-2}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{3x-1}{x-2}=-\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là $x=2$.

Chọn đáp án A

Câu 9. Nếu khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V thì khối chóp $A'.ABC$ có thể tích bằng

A $\dfrac{V}{3}$. B V. C $\dfrac{2V}{3}$. D $3V$.

Lời giải.

Gọi h là chiều cao của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V=h\cdot S_{ABC}$.
Thể tích của khối chóp $A'.ABC$ là $V_{A'.ABC}=\dfrac{1}{3}\cdot h\cdot S_{ABC}=\dfrac{1}{3}V$.

Chọn đáp án A

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(2)=6$, $F(4)=12$. Tích phân $\displaystyle\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

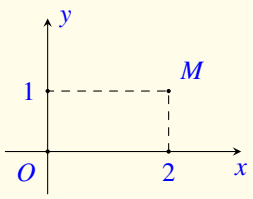
A 2. B 6. C 18. D -6.

Lời giải.

Ta có $\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x = F(4) - F(2) = 12 - 6 = 6$.

Chọn đáp án B

Câu 11.
Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



A $2-i$. B $1+2i$. C $1-2i$. D $2+i$.

Lời giải.

Điểm $M(2;1)$ điểm biểu diễn của số phức $2+i$.

Chọn đáp án D

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-\infty;0)$. B $(2;+\infty)$. C $(0;+\infty)$. D $(-1;2)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu, ta có hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Chọn đáp án B

Câu 13. Cho hình trụ có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A 48π. B 16π. C 24π. D 56π.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{\text{xq}} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 4 \cdot 3 = 24\pi$.

Chọn đáp án C

Câu 14. Cho khối nón có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối nón đã cho bằng

(A) $\frac{4\pi}{3}$. (B) $\frac{4}{3}$. (C) 4π. (D) 4.

Lời giải.

Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}Bh$.

Suy ra chiều cao của khối nón là $h = \frac{3V}{B} = \frac{3 \cdot 12}{9} = 4$.

Chọn đáp án D □

Câu 15. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần thực của số phức $z_1 - z_2$ bằng

(A) 3. (B) -4. (C) 1. (D) -1.

Lời giải.

Ta có $z_1 - z_2 = (2 - i) - (1 + 3i) = 1 - 4i$.
Vậy phần thực của số phức $z_1 - z_2$ bằng 1.

Chọn đáp án C □

Câu 16. Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 4 và đáy $ABCD$ có diện tích bằng 3. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) 7. (B) 5. (C) 4. (D) 12.

Lời giải.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 4 = 4$.

Chọn đáp án C □

Câu 17. Cho hàm số $y = (2x^2 - 1)^{\frac{1}{2}}$. Giá trị của hàm số đã cho tại điểm $x = 2$ bằng

(A) 3. (B) $\sqrt{7}$. (C) $\sqrt{3}$. (D) 7.

Lời giải.

Giá trị của hàm số đã cho tại điểm $x = 2$ bằng $(2 \cdot 2^2 - 1)^{\frac{1}{2}} = 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$.

Chọn đáp án B □

Câu 18. Cho dãy số $(u_n) = \frac{1}{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}$. Giá trị của u_3 bằng

(A) 4. (B) $\frac{1}{4}$. (C) $\frac{1}{3}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $u_3 = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$.

Chọn đáp án B □

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R=2$. Phương trình của (S) là

(A) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$. (B) $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$.

(C) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$. (D) $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$.

Lời giải.

Phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R=2$ là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$.

Chọn đáp án A □

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}=(1;2;-2)$ và $\vec{v}=(2;-2;3)$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

(A) $(-1;4;-5)$. (B) $(1;-4;5)$. (C) $(3;0;1)$. (D) $(3;0;-1)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}+\vec{v}=(3;0;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 21. Cho số phức $z=1-2i$. Phần ảo của số phức $\overline{z}$ bằng

(A) -1. (B) 2. (C) 1. (D) -2.

Lời giải.

Ta có $\overline{z}=1+2i$. Vậy phần ảo của $\overline{z}$ là 2.

Chọn đáp án B □

Câu 22. Nếu $\int_0^1 f(x)\,dx=2$ và $\int_1^3 f(x)\,dx=5$ thì $\int_0^3 f(x)\,dx$ bằng

(A) 10. (B) 3. (C) 7. (D) -3.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 2+5 = 7$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x) \geq \log_3 2$ là

(A) $(0;+\infty)$. (B) $[1;+\infty)$. (C) $(1;+\infty)$. (D) $(0;1]$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.
Ta có $\log_3(2x) \geq \log_3 2 \Leftrightarrow 2x \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 24. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

(A) $y = \dfrac{x+2}{x}$. (B) $y = -x^3+3x+1$. (C) $y = x^4-3x^2$. (D) $y = -2x^2+1$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho là hàm bậc ba $y = ax^3+bx^2+cx+d$ với hệ số $a < 0$.
Trong bốn phương án, chỉ có hàm số $y = -x^3+3x+1$ thỏa mãn.

Chọn đáp án (B) □

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

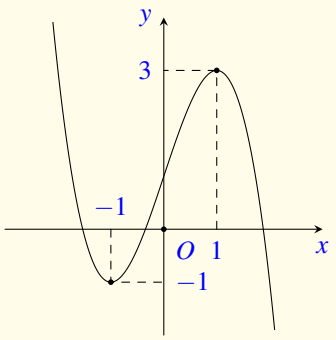
(A) $x = 0$. (B) $z = 0$. (C) $x+y+z = 0$. (D) $y = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxz) có phương trình là $y = 0$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 26.
Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



(A) 0. (B) 1. (C) 3. (D) -1.

Lời giải.

Giá trị cực đại của hàm số là 3.

Chọn đáp án C ☐

Câu 27. Trong không gia $Oxyz$ phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;3)$ là

(A) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$. (B) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$.

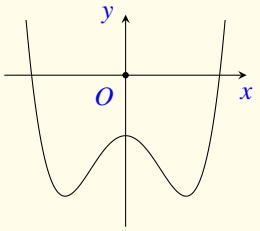
(C) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{-1}$. (D) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;3)$ là $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 28.
Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



(A) 1. (B) 3. (C) 0. (D) 2.

Lời giải.

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là 2.

Chọn đáp án D ☐

Câu 29. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a\neq 1$ và $\log_a b=2$, giá trị của $\log_{a^2}(ab^2)$ bằng

(A) 2. (B) $\frac{3}{2}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\log_{a^2}\left(ab^2\right)=\log_{a^2}a+\log_{a^2}b^2=\log_{a^2}a+\log_a b=\frac{1}{2}+2=\frac{5}{2}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;2;1)$ và $B(1;0;1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

(A) $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=5$. (B) $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=20$.

(C) $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$. (D) $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=20$.

Lời giải.

Do AB là đường kính của mặt cầu nên trung điểm $I(3;1;1)$ của AB là tâm mặt cầu, bán kính của mặt cầu là $R=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{(5-1)^2+(2-0)^2+(1-1)^2}}{2}=\sqrt{5}$.

Ta có phương trình mặt cầu $(C):\ (x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P):\ x+2y+z=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=-1+t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=1-t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=1+t\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=-1+t\end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(P):\ x+2y+z=0$ nên nhận véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;1)$ của (P) là véc-tơ chỉ phương.

Mặt khác đường thẳng đi qua $A(1;2;-1)$ nên ta có phương trình $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=-1+t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 32. Biết đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{-x+5}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1,x_2. Giá trị x_1+x_2 bằng

(A) -1. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm là

$$x-1=\frac{-x+5}{x-2}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\(x-1)(x-2)+x-5=0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\x^2-3x+2+x-5=0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\x^2-2x-3=0\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\x=-1.\end{cases}$$

Suy ra $x_1+x_2=-1+3=2$.

Chọn đáp án C □

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-4),\forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $f(4)>f(0)$. B $f(0)>f(2)$. C $f(5)>f(6)$. D $f(4)>f(2)$.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=x(x-4)$ nên $f'(x)=0\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\x=4.\end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(0)$	↘	$f(4)$	↗	$+\infty$

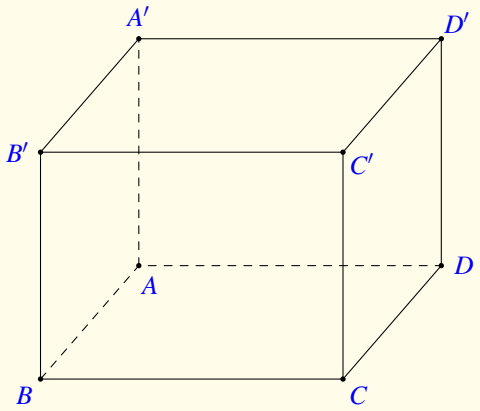
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0,4)$, do đó $f(0)>f(2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 34.

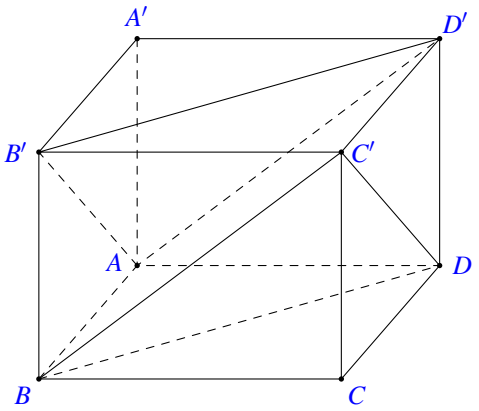
Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1$, $BC = 2$, $AA' = 2$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' bằng

(A) $\sqrt{2}$. (B) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. (C) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **D** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.



Lời giải.

Ta có $AD' \subset (AD'B')$, $DC' \subset (DC'B)$ và $(AD'B') \parallel (DC'B)$ nên khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' bằng khoảng cách giữa $(AD'B')$ và $(DC'B)$.
$\mathrm{d}((AD'B'),(DC'B)) = \mathrm{d}(A,(DC'B)) = \mathrm{d}(C,(DC'B)) = h$.
Xét tứ diện $C.BC'D$ có các cạnh CD, CB, CC' đôi một vuông góc nên ta có
$\dfrac{1}{h^2} = \dfrac{1}{CB^2} + \dfrac{1}{CD^2} + \dfrac{1}{CC'^2} = \dfrac{1}{2^2} + \dfrac{1}{1^2} + \dfrac{1}{2^2} = \dfrac{3}{2} \Rightarrow h = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.



Chọn đáp án D ☐

Câu 35. Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 8 nữ, chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ bằng

(A) $\dfrac{72}{143}$. (B) $\dfrac{15}{143}$. **C** $\dfrac{128}{143}$. (D) $\dfrac{71}{143}$.

Lời giải.

Số cách để chọn ngẫu nhiên 4 học sinh từ $5+8=13$ học sinh là C_{13}^4.
Khi đó $n(\Omega) = \mathrm{C}_{13}^4$.
Gọi A là biến cố để 4 học sinh được Chọn Có cả nam và nữ.
Khi nó $n(A) = \mathrm{C}_5^1\mathrm{C}_8^3 + \mathrm{C}_5^2\mathrm{C}_8^2 + \mathrm{C}_5^3\mathrm{C}_8^1 = 640$.
Nên $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{\mathrm{C}_5^1\mathrm{C}_8^3 + \mathrm{C}_5^2\mathrm{C}_8^2 + \mathrm{C}_5^3\mathrm{C}_8^1}{\mathrm{C}_{13}^4} = \dfrac{128}{143}$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 36. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-6z+14=0$ và M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng toạ độ.Trung điểm của đoạn MN có toạ độ là

(A) $(3;7)$. (B) $(-3;0)$. (C) $(3;0)$. (D) $(-3;7)$.

Lời giải.

Phương trình $z^2-6z+14=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=3+\sqrt{5}i \\ z=3-\sqrt{5}i. \end{array}\right.$

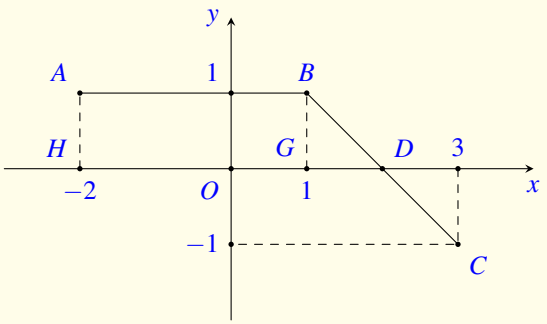
Vậy tọa độ $M(3;\sqrt{5});N(3;-\sqrt{5})$.

Trung điểm của đoạn thẳng MN có tọa độ là $(3;0)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 37.

Đường gấp khúc ABC trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$. Tích phân $\int\limits_{-2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng



(A) 4. (B) $\frac{9}{2}$. (C) $\frac{7}{2}$. (D) 3.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_{-2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x = S_{ABGH}+S_{BGD}-S_{CDE} = 3\cdot 1+\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1-\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1=3$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 38. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy bằng a chiều cao bằng $\frac{\sqrt{3}a}{6}$. Góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng đáy bằng

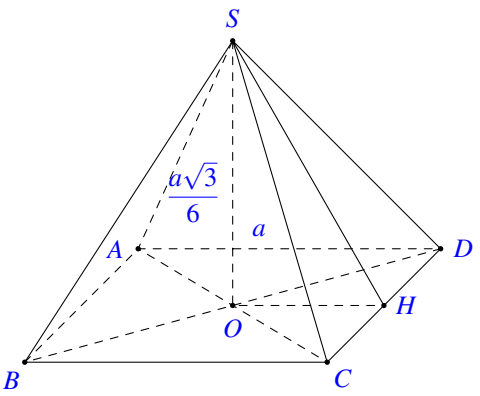
(A) $45°$. (B) $90°$. (C) $60°$. (D) $30°$.

Lời giải.

Gọi O là tâm mặt đáy, H là trung điểm cạnh CD.
Suy ra $(SOH) \perp CD \Rightarrow SHO = ((SCD),(ABCD))$.

$$SO = \frac{\sqrt{3}a}{6}; OH = \frac{a}{2} \Rightarrow \tan(SHO) = \frac{SO}{OH} = \frac{\frac{\sqrt{3}a}{6}}{\frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Suy ra $\widehat{SHO} = 30^\circ$.
Vậy góc giữa mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ là 30°.



Chọn đáp án D

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(7^x - 49)\left(\log_3^2 x - 7\log_3 x + 6\right) < 0$?

A) 728. B) 726. C) 725. D) 729.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.
Ta có $7^x - 49 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ và

$$\log_3^2 x - 7\log_3 x + 6 = 0 \Leftrightarrow (\log_3 x - 1)(\log_3 x - 6) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = 3^6 = 729. \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu $g(x) = (7^x - 49)\left(\log_3^2 x - 7\log_3 x + 6\right)$.

x	0		2		3		729
$g(x)$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0

Từ bảng xét dấu suy ra $g(x) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 < x < 2 \\ 3 < x < 729. \end{array}\right.$

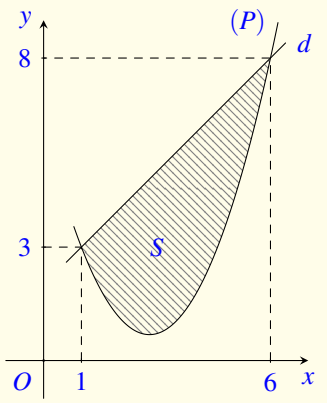
Vậy ta có 726 số thỏa mãn.

Chọn đáp án B

Câu 40.

Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{125}{9}$. Tích phân $\int_1^6 (2x-5)f'(x)\,dx$ bằng

A) $\frac{830}{9}$. B) $\frac{178}{9}$. C) $\frac{340}{9}$. D) $\frac{925}{18}$.



Lời giải.

Đường thẳng (d) đi qua hai điểm $(1;3)$ và $(6;8)$.
Suy ra phương trình đường thẳng $(d)\colon y=x+2$.
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x+2, y=f(x), x=1, x=6$ là

$$S=\int_1^6 [(x+2)-f(x)]\,\mathrm{d}x=\frac{55}{2}-\int_1^6 f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{125}{9}.$$

Từ đó suy ra $\displaystyle\int_1^6 f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{245}{18}$.
Ta có

$$\begin{aligned} I &= \int_1^6 (2x-5)f'(x)\,\mathrm{d}x=\int_1^6 (2x-5)\mathrm{d}(f(x)) \\ &= (2x-5)f(x)\Big|_1^6-\int_1^6 2f(x)\,\mathrm{d}x \\ &= 7f(6)+3f(1)-2\int_1^6 f(x)\,\mathrm{d}x \\ &= 7\cdot 8+3\cdot 3-2\cdot\frac{245}{18} \\ &= \frac{340}{9}. \end{aligned}$$

Vậy $I=\dfrac{340}{9}$.

Chọn đáp án C □

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=-x^3+3x^2-3mx+\dfrac{5}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-2;5)$?

A 16. B 6. C 17. D 7.

Lời giải.

Ta có $y'=-3x^2+6x-3m$; $y'=0\Leftrightarrow m=-x^2+2x$. (1)
Xét hàm số $g(x)=-x^2+2x$ trên khoảng $(-2;5)$.
Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	-2		1		5
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$		↗	1	↘	
	-8				-15

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-2;5)$ khi và chỉ khi phương trình (1) có đúng một nghiệm bội lẻ thuộc $(-2;5)$, suy ra $-15 < m \leq -8$.
Mặt khác, m nguyên suy ra $m \in \{-14;-13;\ldots;-8\}$.
Vậy có tất cả 7 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Chọn đáp án D □

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$, có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn $f(x)\ln f(x) = x\left(f(x) - f'(x)\right), \forall x \in (0;+\infty)$. Biết $f(1) = f(3)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(12;14)$. B $(4;6)$. C $(1;3)$. D $(6;8)$.

Lời giải.

Với $x \in (0;+\infty)$, ta có

$$\begin{aligned}
& f(x)\ln f(x) = x\left(f(x) - f'(x)\right) \\
\Leftrightarrow\ & \ln f(x) + \frac{xf'(x)}{f(x)} = x \\
\Leftrightarrow\ & \left(x\ln f(x)\right)' = x \\
\Rightarrow\ & \int \left(x\ln f(x)\right)' \mathrm{d}x = \int x\,\mathrm{d}x \\
\Rightarrow\ & x\ln f(x) = \frac{x^2}{2} + C \\
\Leftrightarrow\ & \ln f(x) = \frac{\frac{x^2}{2} + C}{x}.
\end{aligned}$$

Theo giả thiết

$$f(1) = f(3) \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2} + C}{1} = \frac{\frac{9}{2} + C}{3} \Leftrightarrow C = \frac{3}{2}.$$

Suy ra $f(x) = \mathrm{e}^{\frac{x^2+3}{2x}}$.
Vậy $f(2) = \mathrm{e}^{\frac{7}{4}} \approx 5{,}75 \in (4;6)$.

Chọn đáp án B □

Câu 43. Gọi S là tập hợp các số phức $z = a + bi$ $(a,b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z+\overline{z}| + |z-\overline{z}| = 6$ và $ab \leq 0$. Xét z_1 và z_2 thuộc S sao cho $\frac{z_1 - z_2}{-1+i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu

thức $|z_1+3i|+|z_2|$ bằng

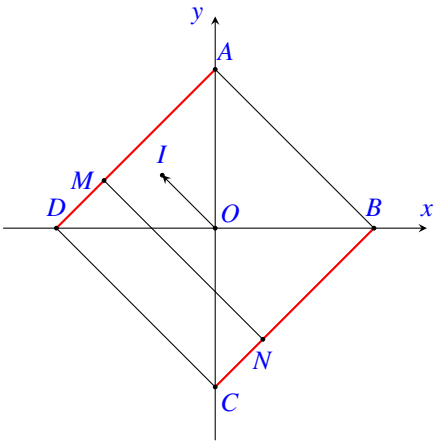
(A) $3\sqrt{2}$. (B) 3. (C) $3\sqrt{5}$. (D) $3+3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $\overline{z}=a-bi$.

Mà $|z+\overline{z}|+|z-\overline{z}|=6 \Leftrightarrow |2a|+|2b|=6 \Leftrightarrow |a|+|b|=3$.

Ta có $|a|+|b|=3 \Leftrightarrow \begin{cases} a+b-3=0 \text{ khi } a,b\geq 0 \\ a-b-3=0 \text{ khi } a\geq 0, b<0 \\ a-b+3=0 \text{ khi } a<0, b\geq 0 \\ a+b+3=0 \text{ khi } a,b<0. \end{cases}$



Vì $ab\leq 0$ nên tập hợp các điểm biểu diễn số phức z nằm trên hai cạnh AD và BC của hình vuông $ABCD$ như hình vẽ bên, với $A(0;3)$, $B(3;0)$, $C(0;-3)$, $D(-3;0)$, $AD\colon x-y+3=0$ và $BC\colon x-y-3=0$.

Gọi M,N và $I(-1;1)$ lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 và $-1+i$.

Vì $\dfrac{z_1-z_2}{-1+i}$ là số thực dương nên $z_1-z_2=k(-1+i)$ với $k\in\mathbb{R}, k>0$.

Từ đó suy ra $\overrightarrow{NM}=k\overrightarrow{OI}$ hay $\overrightarrow{NM}$ cùng hướng với $\overrightarrow{OI}$. Vậy suy ra M thuộc cạnh AD và N thuộc cạnh BC.

Lại có $\overrightarrow{OI}$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AB nên ta suy ra $\overrightarrow{NM}=\overrightarrow{BA}=(-3;3)$.

Giả sử $M(m;m+3)$ $(-3\leq m\leq 0)$ thuộc cạnh AD, suy ra $N(m+3;m)$.

Ta có

$$\begin{aligned} |z_1+3i|+|z_2| &= \sqrt{m^2+(m+6)^2}+\sqrt{(m+3)^2+m^2} \\ &= \sqrt{m^2+(m+6)^2}+\sqrt{(-3-m)^2+(-m)^2} \\ &\geq \sqrt{(m-3-m)^2+(m+6-m)^2}=3\sqrt{5}. \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $m=-2$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức bằng $3\sqrt{5}$, dấu bằng xảy ra khi $z_1=-2+i$, $z_2=1-2i$.

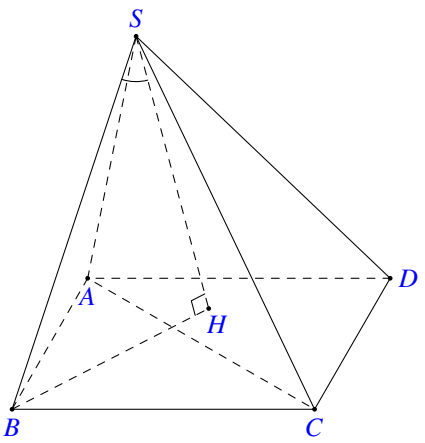
Chọn đáp án (C) □

Câu 44. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $SA=SB=SC=AC=a$, SB tạo với mặt phẳng (SAC) một góc 30°. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

(A) $\dfrac{a^3}{4}$. (B) $\dfrac{a^3}{8}$. (C) $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. (D) $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

Lời giải.

Gọi H là hình chiếu của B lên mặt phẳng (SAC). Khi đó SH là hình chiếu của SB lên mặt phẳng (SAC).
Vậy $(SB,(SAC)) = (SB,SH) = \widehat{BSH} = 30^\circ$.
Ta có $BH = SB \cdot \sin 30^\circ = \dfrac{a}{2}$.
Vậy $V_{S.ABC} = V_{B.SAC} = \dfrac{1}{3}BH \cdot S_{SAC} = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{a}{2} \cdot \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.
Mà $V_{S.ABCD} = 2S_{S.ABC}$ nên $V_{S.ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.



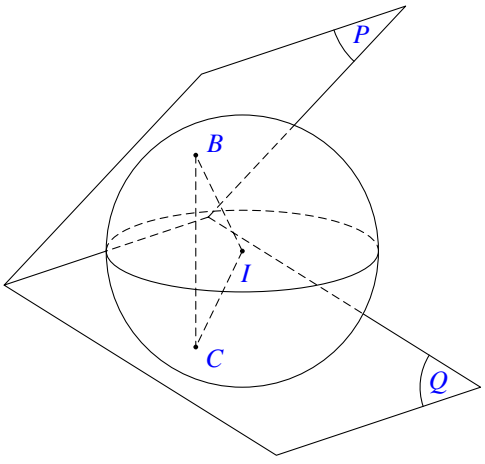
Chọn đáp án C □

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$ và đường thẳng d đi qua $A(1;0;-2)$, nhận véc-tơ $\vec{u}=(1;a;1-a)$ (với $a\in\mathbb{R}$) làm véc-tơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

A $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$. B $\left(\dfrac{3}{2};2\right)$. C $\left(7;\dfrac{15}{2}\right)$. D $\left(0;\dfrac{1}{4}\right)$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$, bán kính $R=2$.
Giả sử đường thẳng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt B, C. Gọi (P), (Q) lần lượt là các tiếp diện của (S) tại B và C. Khi đó $IB\perp(P)$, $IC\perp(Q)$ nên góc (IB,IC) là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).
Theo bài ra $(P)\perp(Q)$ nên $\widehat{BIC}=90^\circ$ hay tam giác IBC vuông cân tại I, suy ra $BC=2\sqrt{2}$.
Đường thẳng d đi qua $A(1;0;-2)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;a;1-a)$ nên có phương trình $d\colon \begin{cases} x=1+t \\ y=at \\ z=-2+(1-a)t. \end{cases}$



Tham số t của tọa độ giao điểm của d và (S) là nghiệm của phương trình

$$\begin{aligned} & t^2+(at+2)^2+[(1-a)t-1]^2=4 \\ \Leftrightarrow\ & \left(2a^2-2a+2\right)t^2+2(3a-1)+1=0. \quad (1) \end{aligned}$$

Vì $2a^2-2a+2>0,\forall a$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt B, C sao cho các mặt phẳng tiếp diện của (S) tại B và C vuông góc với nhau khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 và $BC=2\sqrt{2}$. Do đó ta có

$$\Delta' = (3a-1)^2-\left(2a^2-2a+2\right)>0 \Leftrightarrow 7a^2-4a-1>0. \quad (2)$$

và $BC=\sqrt{(t_2-t_1)^2+(at_2-at_1)^2+((1-a)t_2-(1-a)t_1)^2}=2\sqrt{2}$ với $t_1+t_2=\dfrac{1-3a}{a^2-a+1}$, $t_1t_2=\dfrac{1}{2a^2-2a+2}$.
Suy ra

$$(2a^2-2a+2)\left[(t_1+t_2)^2-4t_1t_2\right]=8\Leftrightarrow\left(2a^2-2a+2\right)\cdot\frac{7a^2-4a-1}{(a^2-a+1)^2}=8\Leftrightarrow a^2=\frac{5}{3}.$$

Thử lại vào (2) ta thấy $a=\pm\sqrt{\dfrac{5}{3}}$ thỏa mãn. Vậy $a^2\in\left(\dfrac{3}{2};2\right)$.

Cách khác: Tam giác IBC vuông cân tại I nên $\mathrm{d}(I,d)=\dfrac{BC}{2}=\sqrt{2}$.

Ta có $\vec{IA}=(0;2;-1)$, $\left[\vec{IA},\vec{u}\right]=(2-a;-1;-2)$ và $\mathrm{d}(I,d)=\dfrac{\left|\left[\vec{IA},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{a^2-4a+9}}{\sqrt{2a^2-2a+2}}$. Suy ra

$$\mathrm{d}(I,d)=\sqrt{2}\Leftrightarrow a^2-4a+9=4a^2-4a+4\Leftrightarrow a^2=\frac{5}{3}\in\left(\frac{3}{2};2\right).$$

Chọn đáp án B □

Câu 46. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2+az+b=0$ $(a,b\in\mathbb{R})$. Có bao nhiêu cặp số $(a;b)$ để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-2|=2$ và $|z_2+1-4i|=4$?

A 2. B 3. C 6. D 4.

Lời giải.

Do phương trình $z^2+az+b=0$ có các hệ số thực nên phương trình luôn có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn z_1, z_2 cùng là số thực hoặc z_1, z_2 là hai số phức liên hợp.
Phương trình có hai nghiệm phân biệt nên $\Delta\neq0\Leftrightarrow a^2-4b\neq0$. $(*)$
Trường hợp 1: z_1, z_2 là các số thực. Khi đó ta có

$$\begin{cases}|z_1-2|=2\\|z_2+1-4i|=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}z_1=0\\z_1=4\end{array}\right.\\(z_2+1)^2+16=16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}z_1=0\\z_1=4\end{array}\right.\\z_2=-1\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=1;b=0\text{ (thỏa mãn)}\\a=-3\ b=-4\text{ (thỏa mãn).}\end{array}\right.$$

Trường hợp 2: z_1, z_2 là hai số phức liên hợp. Đặt $z_1=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$. Khi đó ta có

$$\begin{cases}|z_1-2|=2\\|z_2+1-4i|=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-2)^2+y^2=4\\(x+1)^2+(y+4)^2=16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-4x+y^2=0\\6x+8y=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}100x^2-244x+1=0\\6x+8y=-1.\end{cases}$$

Giải hệ ta được $x=\dfrac{61+4\sqrt{231}}{50}$, $y=-\dfrac{52+3\sqrt{231}}{50}$ hoặc $x=\dfrac{61-4\sqrt{231}}{50}$, $y=-\dfrac{52-3\sqrt{231}}{50}$.
Với $a=-2x$, $b=x^2+y^2$ từ đó ta tìm được hai cặp $(a;b)$ thỏa mãn.
Vậy có 4 cặp $(a;b)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án D □

Câu 47. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x \in \left[\frac{3}{2};\frac{9}{2}\right]$ thỏa mãn $\log_3\left(x^3-6x^2+9x+y\right)=\log_2\left(-x^2+6x-5\right)$. Số phần tử của S là

(A) 7. (B) 1. (C) 8. (D) 3.

Lời giải.

Với $x \in \left[\frac{3}{2};\frac{9}{2}\right]$, ta có $-x^2+6x-5>0$.

Khi đó

$$\begin{aligned}&\log_3\left(x^3-6x^2+9x+y\right)=\log_2\left(-x^2+6x-5\right)\\ \Leftrightarrow\ &x^3-6x^2+9x+y=3^{\log_2\left(-x^2+6x-5\right)}\\ \Leftrightarrow\ &y=3^{\log_2\left(-x^2+6x-5\right)}-x^3+6x^2-9x.\end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x)=3^{\log_2\left(-x^2+6x-5\right)}-x^3+6x^2-9x$.

Ta có

$$\begin{aligned}f'(x)&=\frac{-2x+6}{(-x^2+6x-5)\ln 2}\cdot 3^{\log_2\left(-x^2+6x-5\right)}\cdot\ln 3-3x^2+12x-9\\ &=\frac{-2(x-3)}{(-x^2+6x-5)\ln 2}\cdot 3^{\log_2\left(-x^2+6x-5\right)}\cdot\ln 3-3(x-1)(x-3)\\ &=(x-3)\left[\frac{-2}{(-x^2+6x-5)\ln 2}\cdot 3^{\log_2\left(-x^2+6x-5\right)}\cdot\ln 3-3(x-1)\right].\end{aligned}$$

Với $x \in \left[\frac{3}{2};\frac{9}{2}\right]$, ta có $\frac{-2}{(-x^2+6x-5)\ln 2}\cdot 3^{\log_2\left(-x^2+6x-5\right)}\cdot\ln 3-3(x-1)<0$.

Bảng biến thiên của $f(x)$

x	$\frac{3}{2}$		3		$\frac{9}{2}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$f\left(\frac{3}{2}\right)$	$\nearrow$	9	$\searrow$	$f\left(\frac{9}{2}\right)$

Ta có $f\left(\frac{3}{2}\right)\approx -0{,}9$ và $f\left(\frac{9}{2}\right)\approx -7{,}7$.

Yêu cầu bài toán tương đương với $\left[\begin{array}{l}y=9\\ f\left(\frac{9}{2}\right)\leqslant y<f\left(\frac{3}{2}\right)\end{array}\right.$.

Suy ra $S=\{-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1;9\}$.

Vậy số phần tử của S là 8.

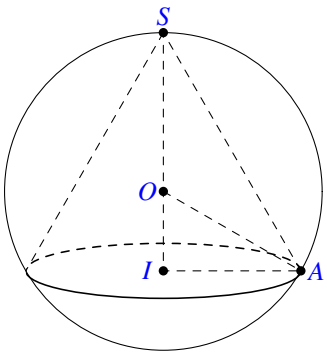
Chọn đáp án (C) □

Câu 48. Xét khối nón $(\mathscr{N})$ có đỉnh và đường tròn đáy cùng nằm trên một mặt cầu bán kính bằng 2. Khi $(\mathscr{N})$ có độ dài đường sinh bằng $2\sqrt{3}$, thể tích của nó bằng

(A) $2\sqrt{3}\pi$. (B) 3π. (C) $6\sqrt{3}\pi$. (D) π.

Lời giải.

Trường hợp 1.

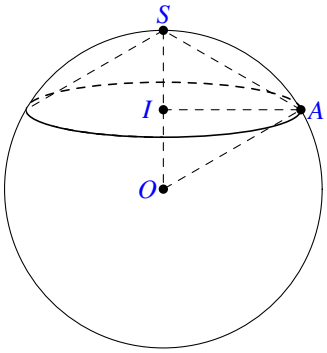


Xét mặt cầu và khối nón như hình vẽ.
Xét tam giác OAI vuông tại I, ta có $OI = \sqrt{OA^2 - IA^2} = \sqrt{4 - IA^2}$.
Xét tam giác SAI vuông tại I, ta có

$$SI^2 + IA^2 = SA^2 \Leftrightarrow (SO + OI)^2 + IA^2 = SA^2$$
$$\Leftrightarrow \left(2 + \sqrt{4 - IA^2}\right)^2 + IA^2 = 12 \Leftrightarrow 8 + 4\sqrt{4 - IA^2} = 12$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{4 - IA^2} = 1 \Leftrightarrow 4 - IA^2 = 1 \Leftrightarrow IA^2 = 3.$$

Suy ra $OI = 1 \Rightarrow SI = 3$.
Vậy thể tích của khối nón $(\mathscr{N})$ là $V = \dfrac{\pi}{3} \cdot IA^2 \cdot SI = 3\pi$.

Trường hợp 2.



Xét mặt cầu và khối nón như hình vẽ.
Xét tam giác OAI vuông tại I, ta có $OI = \sqrt{OA^2 - IA^2} = \sqrt{4 - IA^2}$.
Xét tam giác SAI vuông tại I, ta có

$$SI^2 + IA^2 = SA^2 \Leftrightarrow (SO - OI)^2 + IA^2 = SA^2$$
$$\Leftrightarrow \left(2 - \sqrt{4 - IA^2}\right)^2 + IA^2 = 12 \Leftrightarrow 8 - 4\sqrt{4 - IA^2} = 12$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{4 - IA^2} = -1 \text{ (vô lý).}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(4;8;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn $60°$?

(A) 6. (B) 2. (C) 10. (D) 5.

Lời giải.

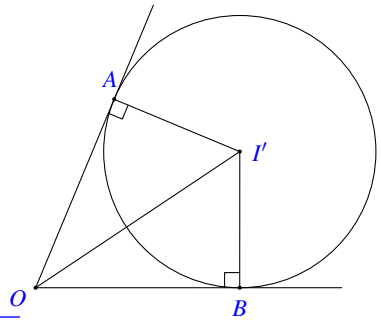
Phương trình mặt cầu (S) là

$$(x-4)^2+(y-8)^2+(z-12)^2=R^2.$$

Giao tuyến của (S) và mặt phẳng (Oyz) là đường tròn (C) có tâm $I'(0;8;12)$ và có phương trình

$$\begin{cases} x=0 \\ (0-4)^2+(y-8)^2+(z-12)^2=R^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ (y-8)^2+(z-12)^2=R^2-16. \end{cases}$$

OA, OB là hai tiếp tuyến của (C) (A, B là các tiếp điểm) mà góc AOB lớn hơn hoặc bằng 60°.
Ta có bán kính của (C) là $r=\sqrt{R^2-16}$ và $OI'=4\sqrt{13}$.
Xét tam giác OAI', ta có



$$\sin 30^\circ \le \sin\widehat{AOI'} < \sin 60^\circ \Leftrightarrow \frac{1}{2} \le \frac{I'A}{I'O} < \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \le \frac{\sqrt{R^2-16}}{4\sqrt{13}} \le \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 68 \le R^2 < 172 \Leftrightarrow 2\sqrt{17} \le R < 2\sqrt{43}.$$

Mà R nguyên nên có 6 giá trị của R thỏa mãn là $R \in \{9;10;11;12;13\}$.

Chọn đáp án D □

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=x^4-32x^2+4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, tổng các giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3;2)$ của phương trình $f\left(x^2+2x+3\right)=m$ bằng -4?

A 145. B 142. C 144. D 143.

Lời giải.

Đặt $t=x^2+2x+3$, ta có $t'=2x+2$. $t'=0 \Leftrightarrow x=-1$.
Bảng biến thiên của t theo x như hình bên.
Suy ra $t \in [2;11)$ với $x \in (-3;2)$.
Mặt khác, ứng với mỗi $t \in (2;6)$ thì phương trình $x^2+2x+3=t$ có 2 nghiệm phân biệt và tổng của chúng bằng -2.

x	-3		-1		2
t'		$-$	0	$+$	
t	6	↘	2	↗	11

Phương trình $f\left(x^2+2x+3\right)=m$ có tổng các giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3;2)$ bằng -4 khi và chỉ khi phương trình $f(t)=m$ có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(2;6)$.
Ta có $f'(t)=4t^3-64t$, $f'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=\pm 4. \end{array}\right.$
Bảng biến thiên của $f(t)$ như sau

t	2		4		6
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	-108	↘	-252	↗	148

Vậy yêu cầu bài toán tương đương với $-252 < m < -108$, do m nguyên nên có 143 số m thỏa mãn là

$$m \in \{-251; -250; \ldots; -110; -109\}.$$

Chọn đáp án D □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 84

1. A	2. B	3. B	4. D	5. C	6. A	7. D	8. A	9. A	10. B
11. D	12. B	13. C	14. D	15. C	16. C	17. B	18. B	19. A	20. C
21. B	22. C	23. B	24. B	25. D	26. C	27. B	28. D	29. D	30. C
31. D	32. C	33. B	34. D	35. C	36. C	37. D	38. D	39. B	40. C
41. D	42. B	43. C	44. C	45. B	46. D	47. C	48. B	49. D	50. D

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 102
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2;2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A $-2+2i$. **B** $2-2i$. **C** $2i$. **D** $2+2i$.

Lời giải.

Điểm $M(-2;2)$ là điểm biểu diễn của số phức $z=-2+2i$.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Khẳng định nào sau dưới đây đúng?

A $\int x^5\,\mathrm{d}x=5x^4+C$. **B** $\int x^5\,\mathrm{d}x=x^6+C$.

C $\int x^5\,\mathrm{d}x=\dfrac{1}{6}x^6+C$. **D** $\int x^5\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^5}{\ln 5}+C$.

Lời giải.

Ta có $\int x^5\,\mathrm{d}x=\dfrac{1}{6}x^6+C$.

Chọn đáp án C □

Câu 3. Nếu $\int\limits_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x=6$ thì $\int\limits_1^4 2f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 3. **B** 4. **C** 12. **D** 8.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_1^4 2f(x)\,\mathrm{d}x=2\int\limits_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x=2\cdot 6=12$.

Chọn đáp án C □

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x)>\log_2 5$ là

A $\left(\dfrac{5}{3};+\infty\right)$. **B** $\left(0;\dfrac{5}{3}\right)$. **C** $\left(\dfrac{3}{5};+\infty\right)$. **D** $\left(0;\dfrac{3}{5}\right)$.

Lời giải.

Ta có $\log_2(3x) > \log_2 5 \Leftrightarrow 3x > 5 \Leftrightarrow x > \dfrac{5}{3}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left(\dfrac{5}{3}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án A □

Câu 5. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_7(7a)$ bằng

A $1 - \log_7 a$. **B** $1 + \log_7 a$. C $1 + a$. D a.

Lời giải.

Với a là số thực dương tùy ý, ta có $\log_7(7a) = \log_7 7 + \log_7 a = 1 + \log_7 a$.

Chọn đáp án B □

Câu 6. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 9a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A $3a^2$. **B** $6a^3$. C $18a^3$. D $24a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp đã cho là $V = \dfrac{1}{3}Bh = \dfrac{1}{3} \cdot 9a^2 \cdot 2a = 6a^3$.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(1) = 3$, $F(3) = 6$. Tích phân $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 9. B -3. **C** 3. D 2.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = F(3) - F(1) = 3$.

Chọn đáp án C □

Câu 8. Diện tích đáy của khối lăng trụ có thể tích V và chiều cao h bằng

A $\dfrac{V}{h}$. B $\dfrac{3V}{h}$. C $\dfrac{V}{3h}$. D Vh.

Lời giải.

Gọi diện tích đáy của khối lăng trụ là B, ta có $V = Bh \Rightarrow B = \dfrac{V}{h}$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-\infty;\infty)$. B $(-\infty;1)$. C $(0;+\infty)$. D $(-\infty;0)$.

Lời giải.

Xét $f'(x) \le 0 \Leftrightarrow x^3 \le 0 \Leftrightarrow x \le 0$. Vậy hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x+1)$ là

A $y' = \dfrac{1}{\ln 3}$. B $y' = \dfrac{1}{(x+1)\ln 3}$. C $y' = \dfrac{1}{x+1}$. D $y' = \dfrac{x+1}{\ln 3}$.

Lời giải.

Với mọi $x > -1$, ta có $[\log_3(x+1)]' = \dfrac{1}{(x+1)\ln 3}$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 11. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp $\{1;2;3;4;5;6\}$?

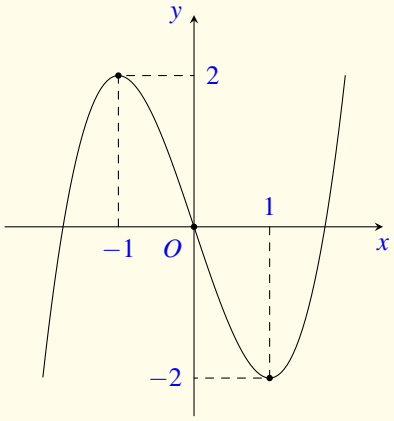
A 18. B 216. C 20. D 120.

Lời giải.

Số các số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau được lấy từ tập $\{1;2;3;4;5;6\}$ là $\mathrm{A}_6^3 = 120$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 12. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



A $x=1$. **B** $x=-2$. **C** $x=-1$. **D** $x=2$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho. Suy ra điểm cực tiểu của hàm số là $x=1$.

Chọn đáp án A □

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \geq 8$ là

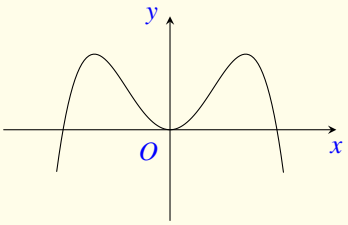
A $[-3;+\infty)$. **B** $[3;+\infty)$. **C** $(3;+\infty)$. **D** $(-3;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $2^x \geq 8 \Leftrightarrow x \geq \log_2 8 = 3$.
Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=[3;+\infty)$.

Chọn đáp án B □

Câu 14. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A $y=-x^3+3x^2+1$. **B** $y=x^4-2x^2+1$.
C $y=x^3-3x^2$. **D** $y=-x^4+2x^2$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị như hình đã cho. Suy ra hàm số có dạng $y=ax^4+bx^2+c$ với $a\neq 0$. Hơn nữa, $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$.
Vậy hàm số cần tìm có dạng $y=-x^4+2x^2$.

Chọn đáp án D □

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	3	↗	$+\infty$	$-\infty$ ↗	3

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

(A) $x=-1$. (B) $x=-3$. (C) $x=3$. **(D)** $x=1$.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty$.

Suy ra $x=1$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Chọn đáp án D □

Câu 16. Với a là số thực dương tuỳ ý biểu thức $a^{\frac{5}{3}}\cdot a^{\frac{1}{3}}$ bằng

(A) a^5. (B) $a^{\frac{5}{9}}$. (C) $a^{\frac{4}{3}}$. **(D)** a^2.

Lời giải.

Với a là số thực dương tùy ý ta có $a^{\frac{5}{3}}\cdot a^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{5}{3}+\frac{1}{3}}=a^2$.

Chọn đáp án D □

Câu 17. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $\sqrt{3}a$. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

(A) $\sqrt{2}a$. **(B)** $2a$. (C) $\sqrt{10}a$. (D) $4a$.

Lời giải.

Độ dài đường sinh $\ell=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{a^2+3a^2}=2a$.

Chọn đáp án B □

Câu 18. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $3a$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) $8\pi a^2$. (B) $7\pi a^2$. **(C)** $6\pi a^2$. (D) $14\pi a^2$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{\text{xq}} = 2\pi rh = 2 \cdot a \cdot 3a = 6\pi a^2$.

Chọn đáp án C □

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;1)$ trên trục Ox có toạ độ là

A $(0;0;1)$. B $(-2;0;0)$. C $(0;3;1)$. D $(0;3;0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;1)$ trên trục Ox có tọa độ là $(-2;0;0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{2}=1$ cắt trục Oy tại điểm có toạ độ là

A $(0;5;0)$. B $(0;3;0)$. C $(0;-1;0)$. D $(0;2;0)$.

Lời giải.

Ta có $(P)\colon \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{2}=1$ cắt trục Oy. Suy ra $\begin{cases} x=0 \\ y=5 \\ z=0. \end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 21. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

A $-i$. B 2. C $1-i$. D $1+i$.

Lời giải.

Số phức thuần ảo là $-i$.

Chọn đáp án A □

Câu 22. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ và trục hoành là

A 3. B 2. C 1. D 0.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ và trục hoành là

$$x^2+2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2. \end{array}\right.$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ và trục hoành là 2.

Chọn đáp án B □

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{2}$. Phương trình của (S) là

A $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=\sqrt{2}$.
B $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=2$.
C $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=2$.
D $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=\sqrt{2}$.

Lời giải.

Phương trình của mặt cầu (S) là $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=2$.

Chọn đáp án C □

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)(x-1),\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A 2.
B 0.
C 3.
D 1.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=(x+2)(x-1),\forall x\in\mathbb{R}$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1.\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(-2)$	↘	$f(1)$	↗	$+\infty$

Vậy số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Chọn đáp án A □

Câu 25. Cho các số phức $z_1=2+3i$ và $z_2=i$. Số phức $z_1\cdot z_2$ bằng

A $-3+2i$.
B $2+4i$.
C $2-3i$.
D $3-2i$.

Lời giải.

Ta có $z_1\cdot z_2=(2+3i)\cdot i=-3+2i$.

Chọn đáp án A □

Câu 26. Cho hàm số $f(x)=1+2\cos 2x$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x+\sin 2x+C$.

B $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x+2\sin 2x+C$.

C $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x-\sin 2x+C$.

D $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x-2\sin 2x+C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int (1+2\cos 2x)\,\mathrm{d}x = x+2\cdot\dfrac{1}{2}\sin 2x+C = x+\sin 2x+C$.

Chọn đáp án A □

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;-1;2)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(4;3;-2)$ là

A $\dfrac{x-4}{-3}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$.

B $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$.

C $\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$.

D $\dfrac{x+4}{-3}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng d là $\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 28. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=8$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A 4.

B -6.

C $\dfrac{1}{4}$.

D 6.

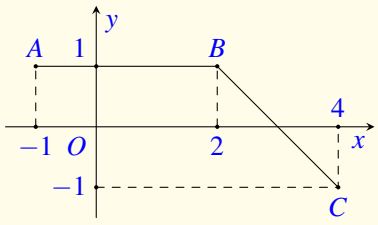
Lời giải.

Ta có $q=\dfrac{u_2}{u_1}=\dfrac{8}{2}=4$.

Chọn đáp án A □

Câu 29.

Đường gấp khúc ABC trong hình bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;4]$. Tích phân $\displaystyle\int_{-1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng



A $\dfrac{7}{2}$.

B $\dfrac{9}{2}$.

C 3.

D 4.

Lời giải.

- Ta có $\int_{-1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{2}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$.
- Đường thẳng AB có phương trình là $y = 1$.
- Đường thẳng BC đi qua $B(2;1)$, $C(4;-1)$ có phương trình là $y = -x+3$.

Dựa vào đồ thị ta có hàm số $f(x) = \begin{cases} 1, x \in [-1;2) \\ -x+3, x \in [2;4]. \end{cases}$

Vậy $\int_{-1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^{2} 1\,\mathrm{d}x + \int_{2}^{4} (-x+3)\,\mathrm{d}x = 3+0 = 3$.

Chọn đáp án C □

Câu 30. Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(1;+\infty)$. B $(-\infty;-1)$. C $(-1;0)$. D $(-\infty;1)$.

Lời giải.

- Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
- $y' = 4x^3 - 4x, y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1. \end{array}\right.$
- Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

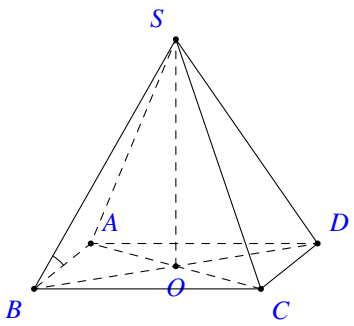
Chọn đáp án B □

Câu 31. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

A $30°$. B $45°$. C $60°$. D $90°$.

Lời giải.

Vì $CD \parallel AB$ nên góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng góc giữa SB và AB. Góc cần tìm là $\widehat{SBA}$.
Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên tam giác SAB đều. Suy ra $\widehat{SBA} = 60^\circ$.



Chọn đáp án C

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+3y+z-5=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=2+t \\ y=3-t \\ z=1+t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=1+t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=-1+t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-3t \\ z=1+t \end{cases}$.

Lời giải.

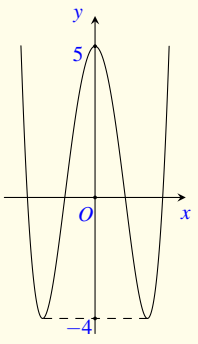
Gọi d là đường thẳng qua A và $d \perp (P)$, suy ra d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2;3;1)$.

Phương trình tham số của d là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=1+t. \end{cases}$

Chọn đáp án B

Câu 33.
Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, phương trình $2f(x)=m$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

(A) 4. (B) 16. (C) 17. (D) 8.



Lời giải.

Ta có $2f(x)=m \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{m}{2}$.

Để phương trình $2f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt, suy ra $-4<\dfrac{m}{2}<5 \Leftrightarrow -8<m<10$.

Do m nguyên nên $m \in \{-7;-6;\ldots;8;9\}$. Vậy có 17 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-1;0;5)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2=3$.
B $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2=12$.
C $x^2+(y+1)^2+(z+4)^2=3$.
D $x^2+(y+1)^2+(z+4)^2=12$.

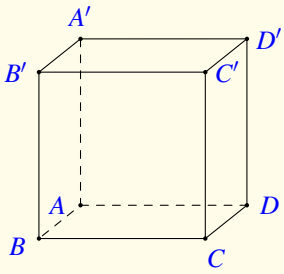
Lời giải.

Gọi I là tâm mặt cầu đường kính AB, suy ra I là trung điểm của AB, $I(0;1;4)$.
Đường kính $AB=\sqrt{(-1-1)^2+(0-2)^2+(5-3)^2}=2\sqrt{3}$. Bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=\sqrt{3}$.
Phương trình mặt cầu đường kính AB là $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2=3$.

Chọn đáp án A □

Câu 35.
Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1$, $BC=2$, $AA'=3$ (*tham khảo hình bên*). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

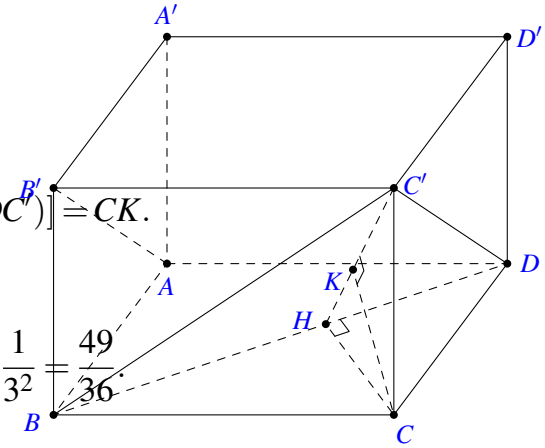
A $\dfrac{6}{7}$.
B $\dfrac{6\sqrt{13}}{13}$.
C $\dfrac{7}{6}$.
D $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$.



Lời giải.

Kẻ $CH\perp BD$, $CK\perp C'H$.
Vì $BD\perp(CC'H)$ nên $BD\perp CK$.
Từ đó, $CK\perp(BDC')$. Hay $\mathrm{d}[C,(BDC')]=CK$.
Do $AB'\parallel C'D$ nên $AB'\parallel(BDC')$, suy ra

$$\mathrm{d}[AB',BC']=\mathrm{d}[AB',(BDC')]=\mathrm{d}[A,(BDC')]=\mathrm{d}[C,(BDC')]=CK.$$



Ta có

$$\frac{1}{CK^2}=\frac{1}{CH^2}+\frac{1}{CC'^2}=\frac{1}{CH^2}+\frac{1}{BC^2}+\frac{1}{CD^2}=\frac{1}{2^2}+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{3^2}=\frac{49}{36}.$$

Vậy $CK=\dfrac{6}{7}$.

Chọn đáp án A □

Câu 36. Tập xác định của hàm số $f(x)=\log_5(30-x^2)$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A 11.
B 5.
C 6.
D 10.

Lời giải.

Điều kiện xác định $30-x^2>0 \Leftrightarrow -\sqrt{30}<x<\sqrt{30}$.
Do x nguyên nên $x\in\{-5;-4;-3;-2;-2;0;1;2;3;4;5\}$, vậy có 11 giá trị cần tìm.

Chọn đáp án A □

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $z-2\overline{z}=1+6i$. Mô-đun của z bằng

A 5. B $\sqrt{3}$. C $\sqrt{5}$. D 3.

Lời giải.

Đặt $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$. Ta có

$$a+bi-2(a-bi)=1+6i \Leftrightarrow \begin{cases} a-2a=1 \\ b+2b=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2. \end{cases}$$

Vậy $z=-1+2i$ nên $|z|=\sqrt{5}$.

Chọn đáp án C □

Câu 38. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, xác suất để chọn được số có tổng hai chữ số bằng 8 là

A $\dfrac{4}{81}$. B $\dfrac{1}{9}$. C $\dfrac{7}{81}$. D $\dfrac{8}{81}$.

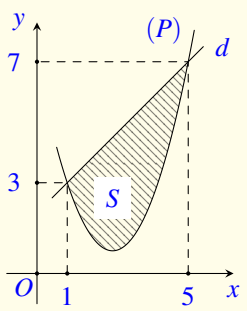
Lời giải.

Gọi số tự nhiên có hai chữ số là $\overline{ab}$.
Chọn a có 9 cách, chọn b có 9 cách.
Số các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau là 81. Suy ra $n(\Omega)=81$.
Các bộ số có tổng hai chữ số khác nhau bằng 8 là $\{1;7\}$, $\{2;6\}$, $\{3;5\}$, $\{0;8\}$.
Số các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau mà tổng hai chữ số bằng 8 là 7 số gồm: 71;17;26;62;35;53;80.
Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{7}{81}$.

Chọn đáp án C □

Câu 39.

Cho hàm số bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S=\dfrac{32}{3}$. Tích phân $\displaystyle\int_1^5 (2x-5)\,f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng



A $\dfrac{104}{3}$. B $\dfrac{76}{3}$. C $\dfrac{22}{3}$. D $\dfrac{188}{3}$.

Lời giải.

Từ đồ thị ta có $f(1)=3$, $f(5)=7$.
Gọi $d\colon y=ax+b$, vì d qua $A(1;3)$ và $B(5;7)$ nên ta có

$$\begin{cases} a+b=3 \\ 5a+b=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow d\colon y=x+2.$$

Ta có

$$S=\int_1^5 (x+2-f(x))\,\mathrm{d}x=\int_1^5 (x+2)\,\mathrm{d}x-\int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{32}{3}=20-\int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x \Leftrightarrow \int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{28}{3}.$$

Xét $I=\int_1^5 (2x-5)f'(x)\,\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases} u=2x-5 \\ \mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=2\,\mathrm{d}x \\ v=f(x). \end{cases}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow I &= (2x-5)f(x)\Big|_1^5-2\int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x \\ &= 5f(5)+3f(1)-2\int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x=5\cdot 7+3\cdot 3-2\cdot\frac{28}{3}=\frac{76}{3}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án B □

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-mx+\frac{2}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(0;6)$?

A 24. B 25. C 26. D 23.

Lời giải.

Ta có $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-mx+\frac{2}{3} \Rightarrow y'=x^2-2x-m$.
Cho $y'=0 \Leftrightarrow x^2-2x-m=0 \Leftrightarrow m=x^2-2x$ (1).
Vì hàm số bậc ba hoặc không có cực trị hoặc có hai cực trị. Do đó, để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(0;6)$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt mà có đúng một nghiệm thuộc khoảng $(0;6)$. Suy ra đường thẳng $\Delta\colon y=m$ cắt parabol $(P)\colon y=x^2-2x$ tại hai điểm phân biệt mà có đúng một giao điểm có hoành độ thuộc khoảng $(0;6)$.
Xét $g(x)=x^2-2x \Rightarrow g'(x)=2x-2$.
Cho $g'(x)=0 \Leftrightarrow 2x-2=0 \Leftrightarrow x=1$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		6		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	24	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số có đúng 1 điểm cực trị thuộc khoảng $(0;6)$ khi $0 \le m < 24$. Mà m nguyên nên $m \in \{0;1;\ldots;23\}$. Vậy có 24 số nguyên m thoả yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án A □

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn $(3^x - 27)\left(\log_3^2 x - 7\log_3 x + 10\right) < 0$?

(A) 242. (B) 235. (C) 233. (D) 238.

Lời giải.

Điệu kiện $x > 0$.
Ta có

- $3^x - 27 \Leftrightarrow x = 3$;
- $\log_3^2 x - 7\log_3 x + 10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_3 x = 2\\ \log_3 x = 5\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 9\\ x = 243.\end{array}\right.$

Bảng xét dấu của vế trái bất phương trình đã cho

x	$-\infty$		3		9		243		$+\infty$
VT		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Kết hợp điều kiện và bảng xét dấu, bất phương trình tương đương $x \in (0;3) \cup (9;243)$.
Vậy có 235 giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình.

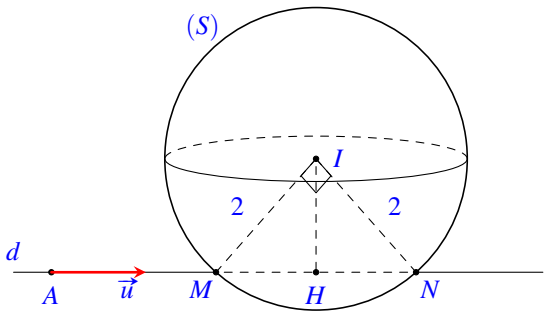
Chọn đáp án B □

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$, nhận $\vec{u} = (1;a;4-a)$ (với $a \in \mathbb{R}$) làm véc-tơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(8;\frac{17}{2}\right)$. (B) $\left(25;\frac{51}{2}\right)$. (C) $\left(\frac{23}{2};12\right)$. (D) $\left(\frac{3}{2};2\right)$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$ và bán kính $R=2$.
Gọi $\{M,N\}=d\cap(S)$. Khi đó $\overrightarrow{IM}$, $\overrightarrow{IN}$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của 2 tiếp diện tương ứng. Theo giả thiết, 2 tiếp diện này vuông góc nhau nên $\overrightarrow{IM}\perp\overrightarrow{IN}$ hay $\triangle IMN$ vuông cân tại I có $IM=IN=2$, nên $MN=2\sqrt{2}$.



Gọi H là trung điểm của MN, ta được $\mathrm{d}(I,d)=IH=\sqrt{IM^2-HM^2}=\sqrt{2^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{2}$.

Mặt khác $\mathrm{d}(I,d)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{AI}\right]\right|}{|\vec{u}|}$, với $\vec{u}=(1;a;4-a)$, $\overrightarrow{AI}=(0;-2;1)$ và $\left[\vec{u},\overrightarrow{AI}\right]=(8-a,-1,-2)$.

Do đó $\mathrm{d}^2(I,d)=\dfrac{(8-a)^2+(-1)^2+(-2)^2}{1^2+a^2+(4-a)^2}=2\Rightarrow a^2-16a+69=2(2a^2-8a+17)\Leftrightarrow a^2=\dfrac{35}{3}$.

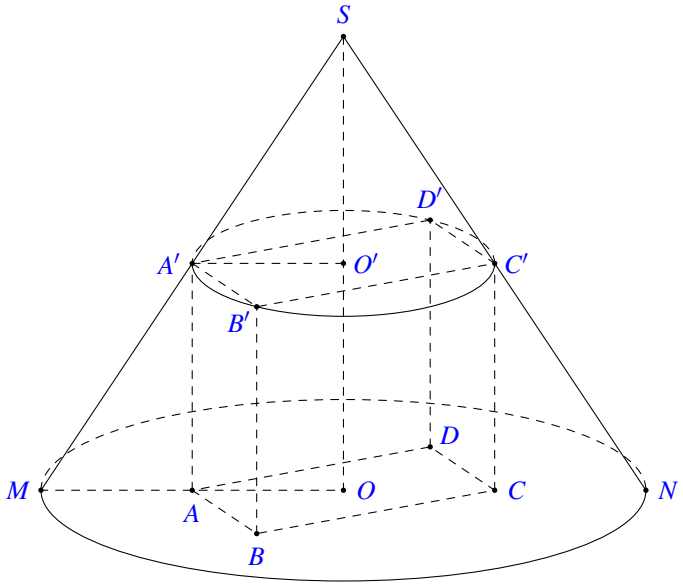
Vậy $a^2\in\left(\dfrac{23}{2};12\right)$.

Chọn đáp án C □

Câu 43. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Hình nón $(\mathscr{N})$ có đáy nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt xung quanh đi qua bốn điểm A', B', C', D'. Khi bán kính đáy của $(\mathscr{N})$ bằng $2\sqrt{2}$, diện tích xung quanh của $(\mathscr{N})$ bằng

A $8\sqrt{2}\pi$. B $8\sqrt{3}\pi$. C $8\sqrt{6}\pi$. D $4\sqrt{2}\pi$.

Lời giải.



Theo bài ra ta có $O'A' = \dfrac{1}{2}A'C' = \sqrt{2}$; $OM = 2\sqrt{2}$ và $OO' = 2$.

Ta có $O'A' \parallel OM$ suy ra $\dfrac{OM}{O'A'} = \dfrac{SO}{SO'} \Leftrightarrow \dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{SO'+OO'}{SO'} = 1 + \dfrac{2}{SO'} \Leftrightarrow SO' = 2 \Rightarrow SO = 4$.

Xét $\triangle SOM$ có $SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{4^2 + (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{6}$.

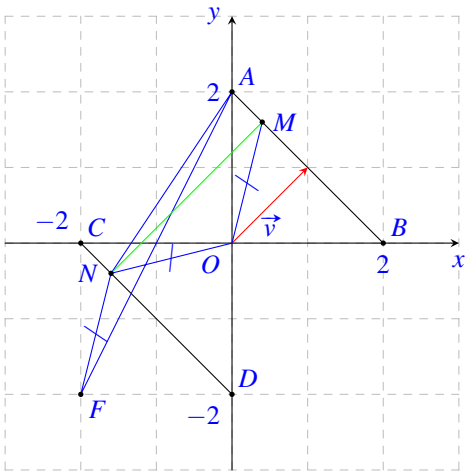
Vậy $S_{xq} = \pi \cdot Rl = \pi \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{6} = 8\sqrt{3}\pi$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 44. Gọi S là tập hợp các số phức $z = a + bi\,(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z+\bar{z}| + |z-\bar{z}| = 4$ và $ab \geq 0$. Xét z_1 và z_2 thuộc S sao cho $\dfrac{z_1 - z_2}{1+i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1| + |z_2 - 2i|$ bằng

(A) $2\sqrt{2}$. (B) 2. (C) $2\sqrt{5}$. (D) $2 + 2\sqrt{2}$.

Lời giải.



Số phức z thỏa mãn

$$|z+\bar{z}| + |z-\bar{z}| = 4$$

$$\Leftrightarrow \quad |2a|+|2b|=4$$
$$\Leftrightarrow \quad |a|+|b|=2$$
$$\Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} a+b=2\,(\text{khi}\,a\geq 0,b\geq 0) \quad (\Delta_1) \\ -a-b=2\,(\text{khi}\,a\leq 0,b\leq 0) \quad (\Delta_2). \end{array}\right.$$

Gọi M là điểm biểu diễn số phức z_1, N là điểm biểu diễn số phức z_2.
Ta có $\dfrac{z_1-z_2}{1+i}$ là số thực dương$\Rightarrow \dfrac{z_1-z_2}{1+i}=k\,(k>0)\Rightarrow z_1-z_2=k(1+i)$.
Suy ra $\overrightarrow{NM}$ cùng hướng với vec-tơ $\vec{v}=(1,1)$. Khi đó ta có M thuộc đoạn thẳng $AB\colon x+y-2=0$, N thuộc đoạn thẳng $CD\colon x+y+2=0$.
Ta có $P=|z_1|+|z_2-2i|=OM+NA$ với $A(0,2)$.
$P=|z_1|+|z_2-2i|=OM+NA=ON+NA=NF+NA\geq AF=2\sqrt{5}$ với $F(-2,-2)$.
Vậy $P_{min}=2\sqrt{5}$.
Chọn đáp án C □

Câu 45. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2+az+b=0\,(a,b\in\mathbb{R})$. Có bao nhiêu cặp số (a,b) để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+1|=2$ và $|z_2-3+2i|=4$?

A 2. B 4. C 6. D 5.

Lời giải.

Ta có $\Delta=a^2-4b$.

(1) Nếu $\Delta>0\Leftrightarrow a^2-4b>0$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt z_1, z_2. Khi đó

- $|z_1+1|=2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=1 \\ z_1=-3. \end{array}\right.$
- $|z_2-3+2i|=4\Leftrightarrow (z_2-3)^2+2^2=4^2\Leftrightarrow (z_2-3)^2=12$
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_2=3+2\sqrt{3} \\ z_2=3-2\sqrt{3}. \end{array}\right.$

Chúng ta có 4 cặp z_1, z_2 thỏa mãn giả thiết bài toán là $(1;3+2\sqrt{3})$, $(1;3-2\sqrt{3})$, $(-3;3+2\sqrt{3})$ và $(-3;3-2\sqrt{3})$. Theo định lý Vi-et ta có $z_1+z_2=-a$ và $z_1z_2=b$. Do đó, mỗi cặp giá trị (z_1,z_2) tương ứng với duy nhất một cặp giá trị (a,b) thỏa mãn $a^2-4b>0$.
Vậy trường hợp này có 4 cặp giá trị (a,b) thỏa mãn bài toán.

(2) Nếu $\Delta<0\Leftrightarrow a^2-4b<0$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2

($z_1, z_2 \notin \mathbb{R}$). Đặt $z_1 = x + yi$ thì $z_2 = x - yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó

$$\begin{cases} |z_1+1| = 2 \\ |z_2-3+2i| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2+y^2 = 4 \\ (x-3)^2+(-y+2)^2 = 16 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2+2x = 3 \\ x^2+y^2-6x-4y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2+2x = 3 \\ 8x+4y = 0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+4x^2+2x = 3 \\ y = -2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2+2x-3 = 0 \\ y = -2x \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = \dfrac{3}{5} \end{array}\right. \\ y = -2x \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x = \dfrac{3}{5} \\ y = -\dfrac{6}{5}. \end{cases} \end{array}\right.$$

Nhận xét, ta có 2 cặp (x, y) thỏa mãn hệ phương trình trên, điều này tương đương có hai cặp giá trị (z_1, z_2) thỏa mãn giả thiết bài toán. Lập luận tương tự trường hợp **(1)** ta được 2 cặp giá trị (a, b) thỏa mãn bài toán.

Vậy có tất cả 6 cặp giá trị (a, b) thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án (C) □

Câu 46. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AC' = 8$, diện tích của tam giác $A'BC$ bằng 9 và đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc 30°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) 6. (B) 18. (C) $6\sqrt{6}$. (D) $18\sqrt{3}$.

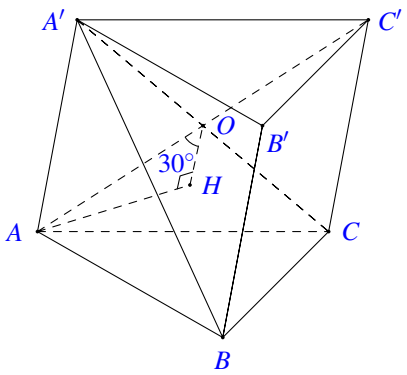
Lời giải.

Gọi $O = AC' \cap A'C$. Vì $AA'C'C$ là hình bình hành nên O là trung điểm AC'. Từ đó ta có $AO = \dfrac{AC'}{2} = 4$.

Gọi H là hình chiếu của A trên $(A'BC)$, suy ra $AH \perp (A'BC)$ tại H và OH là hình chiếu của AO trên $(A'BC)$. Từ đó ta có $30^\circ = \left(\widehat{AC', (A'BC)}\right) = \left(\widehat{AO, (A'BC)}\right) = \left(\widehat{AO, OH}\right) = \widehat{AOH}$.

Xét $\triangle AHO$ vuông tại H, có $AH = AO \sin \widehat{AOH} = 4 \sin 30^\circ = 2$.

Từ đó ta có $V_{ABC.A'B'C'} = 3V_{A'ABC} = 3 \cdot \dfrac{1}{3} AH \cdot S_{\triangle A'BC} = 2 \cdot 9 = 18$.



Chọn đáp án (B) □

Câu 47. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x \in \left[\frac{5}{2};\frac{11}{2}\right]$ thỏa mãn $\log_2\left(x^3-9x^2+24x+y\right)=\log_3\left(-x^2+8x-7\right)$. Số phần tử của S là

(A) 8. (B) 7. (C) 3. (D) 1.

Lời giải.

Phương trình đã cho trở thành

$$\begin{aligned} & x^3-9x^2+24x+y=2^{\log_3\left(-x^2+8x-7\right)} \\ \Leftrightarrow\ & y=-x^3+9x^2-24x+2^{\log_3\left(-x^2+8x-7\right)} \\ \Leftrightarrow\ & y=-x^3+9x^2-24x+\left(-x^2+8x-7\right)^{\log_3 2}. \end{aligned}$$

Xét $f(x)=-x^3+9x^2-24x+\left(-x^2+8x-7\right)^{\log_3 2}$ với $x \in \left[\frac{5}{2};\frac{11}{2}\right]$.

Ta có

$$\begin{aligned} f'(x) &= -3x^2+18x-24-2(x-4)\log_3 2\cdot\left(-x^2+8x-7\right)^{\log_3 2-1} \\ &= -3(x-4)(x-2)-2(x-4)\log_3 2\cdot\left(-x^2+8x-7\right)^{\log_3 2-1} \\ &= (x-4)\left[-3(x-2)-2\log_3 2\cdot\left(-x^2+8x-7\right)^{\log_3 2-1}\right]. \end{aligned}$$

Do đó $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=4$ vì $-3(x-2)-2\log_3 2\cdot\left(-x^2+8x-7\right)^{\log_3 2-1}<0,\ \forall x \in \left[\frac{5}{2};\frac{11}{2}\right]$.

Bảng biến thiên

x	$\frac{5}{2}$		4		$\frac{11}{2}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-16{,}04$	$\nearrow$	-12	$\searrow$	$-22{,}79$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-12 \\ -22{,}79<y<-16{,}04. \end{array}\right.$

Do y nguyên nên chọn $y \in \{-12,-17,-18,-19,-20,-21,-22\}$.

Vậy số phần tử của S là 7.

Chọn đáp án (B) □

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$, có đạo hàm trên khoàng đó và thỏa mãn $f(x)\ln f(x)=x\left(f(x)-f'(x)\right),\ \forall x \in (0;+\infty)$. Biết $f(1)=f(4)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(1;3)$. (B) $(8;10)$. (C) $(6;8)$. (D) $(13;15)$.

Lời giải.

$$\begin{aligned} & f(x)\ln f(x) = x\big(f(x) - f'(x)\big) \\ \Leftrightarrow\ & xf'(x) + f(x)\ln f(x) = xf(x) \\ \Leftrightarrow\ & x\frac{f'(x)}{f(x)} + \ln f(x) = x \\ \Leftrightarrow\ & [x\ln f(x)]' = x \\ \Rightarrow\ & x\ln f(x) = \frac{x^2}{2} + C \\ \Leftrightarrow\ & f(x) = e^{\frac{x}{2}+\frac{C}{x}}. \end{aligned}$$

Ta có $f(1) = f(4) \Leftrightarrow e^{\frac{1}{2}+\frac{C}{1}} = e^{\frac{4}{2}+\frac{C}{4}} \Leftrightarrow C = 2$.

Do đó $f(2) = e^{\frac{2}{2}+\frac{2}{2}} = e^2$.

Chọn đáp án C □

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(3;7;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn $60°$?

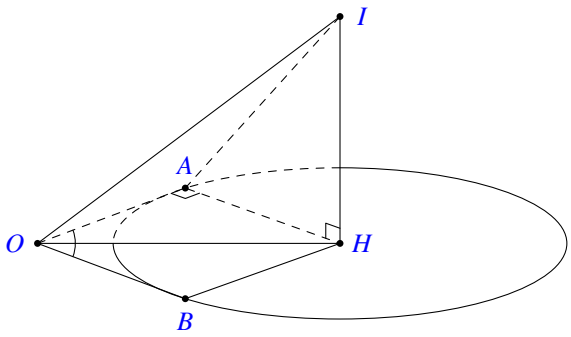
A 11. B 7. C 5. D 3.

Lời giải.

Để có hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) cùng đi qua O thì có hai trường hợp sau

- **Trường hợp 1**: (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) tại O:
  Khi đó $R = OI = \sqrt{202} \notin \mathbb{Z}$, loại.
- **Trường hợp 2**: (S) cắt (Oyz) theo một đường tròn (C):

Khi đó $\mathrm{d}(I,(Oyz)) < R \Leftrightarrow R > 3$.
Gọi H là tâm của (C) thì H là hình chiếu của I trên (Oyz) nên $H(0;7;12)$. Ta có $IH = 3$, $OH = \sqrt{193}$. Gọi A, B là tiếp điểm của hai tiếp tuyến đi qua O của (S).



Ta có $\sin^2\widehat{AOH} = \dfrac{AH^2}{OH^2} = \dfrac{IA^2 - IH^2}{OH^2} = \dfrac{R^2-9}{193}$.
Vì góc giữa hai tiếp tuyến không nhỏ hơn $60°$ nên

$$\begin{aligned} & 60° \le \widehat{AOB} \le 120° \Rightarrow 30° \le \widehat{AOH} \le 60° \\ & \Rightarrow \frac{1}{4} \le \sin^2\widehat{AOH} \le \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} \le \frac{R^2-9}{193} \le \frac{3}{4} \\ & \Rightarrow 7{,}6 \approx \frac{\sqrt{229}}{2} \le R \le \frac{\sqrt{615}}{2} \approx 12{,}4. \end{aligned}$$

Vì $R \in \mathbb{Z}$ nên $R \in \{8;9;10;11;12\}$.
Vậy có 5 giá trị R thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C □

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 18x^2 + 4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-4;1)$ của phương trình $f\left(x^2+4x+5\right) = m$ bằng -8?

A 63. B 65. C 62. D 64.

Lời giải.

Xét phương trình $f(x^2+4x+5) = m$ (1), với $x \in (-4;1)$.
Đặt $t = x^2+4x+5$, $x \in (-4;1)$.
Ta có bảng biến thiên của hàm số $t = x^2+4x+5$.

x	-4		-2		1
t'		$-$	0	$+$	
t	5	↘	1	↗	10

Do đó với $x \in (-4;1)$ thì $t \in (1;10)$.
Phương trình (1) trở thành $f(t) = m$. (2) với $t \in (1;10)$.
Ta có $f(t) = t^4 - 18t^2 + 4 \Rightarrow f'(t) = 4t^3 - 36t = 4t(t^2-9)$.
$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = \pm 3. \end{array}\right.$
Bảng biến thiên của hàm số $f(t)$.

t	1		3		10
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	-13	↘	-77	↗	8204

Từ bảng biến thiên ta có các trường hợp sau

- **Trường hợp 1**: $\left[\begin{array}{l} m < -77 \\ m \geq 8204 \end{array}\right.$ thì phương trình (2) vô nghiệm.
- **Trường hợp 2**: $\left[\begin{array}{l} m = -77 \\ -13 \leq m < 8204 \end{array}\right.$ thì phương trình (2) có đúng một nghiệm $t = t_0$. Ta được phương trình $x^2+4x+5 = t_0$, tổng các nghiệm bằng -4, (loại).

Trường hợp 3: $-77 < m < -13$ thì phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2. Ta được phương trình

$$\left[\begin{array}{l} x^2+4x+5=t_1 \\ x^2+4x+5=t_2. \end{array}\right.$$

Tổng các nghiệm của phương trình là $-4+(-4)=-8$ (thỏa mãn).

Vậy $-77 < m < -13$, $m \in \mathbb{Z}$ nên số các giá trị m thỏa mãn là 63.

Chọn đáp án A □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 85

1. A	2. C	3. C	4. A	5. B	6. B	7. C	8. A	9. D	10. B
11. D	12. A	13. B	14. D	15. D	16. D	17. B	18. C	19. B	20. A
21. A	22. B	23. C	24. A	25. A	26. A	27. C	28. A	29. C	30. B
31. C	32. B	33. C	34. A	35. A	36. A	37. C	38. C	39. B	40. A
41. B	42. C	43. B	44. C	45. C	46. B	47. B	48. C	49. C	50. A

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

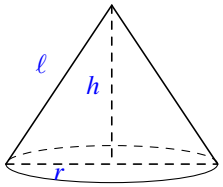
KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 103
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

(A) $4a$. (B) $2a$. (C) $\sqrt{10}a$. (D) $\sqrt{2}a$.

Lời giải.

Ta có $\ell = \sqrt{R^2+h^2} = \sqrt{a^2+\left(a\sqrt{3}\right)^2} = 2a$.



Chọn đáp án (B) ☐

Câu 2. Diện tích đáy của khối lăng trụ có thể tích V và chiều cao h bằng

(A) $\dfrac{V}{3h}$. (B) $\dfrac{V}{h}$. (C) Vh. (D) $\dfrac{3V}{h}$.

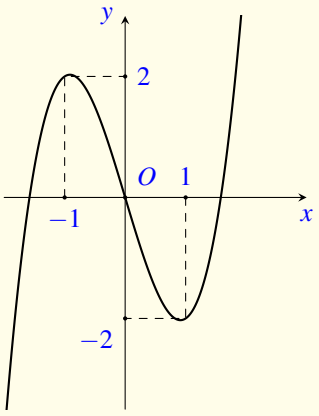
Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ $V = S\cdot h \Rightarrow S = \dfrac{V}{h}$.

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 3.
Cho hàm số $y = ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

(A) $x=1$. (B) $x=-2$. (C) $x=-1$. (D) $x=2$.



Lời giải.

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x=1$.

Chọn đáp án (A) ☐

Câu 4. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\int x^5\,\mathrm{d}x = \frac{1}{6}x^6 + C$.

B $\int x^5\,\mathrm{d}x = \frac{x^5}{\ln 5} + C$.

C $\int x^5\,\mathrm{d}x = 5x^4 + C$.

D $\int x^5\,\mathrm{d}x = x^6 + C$.

Lời giải.

Ta có $\int x^5\,\mathrm{d}x = \frac{1}{6}x^6 + C$.

Chọn đáp án A

Câu 5. Nếu $\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 6$ thì $\int_1^4 2f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 3. **B** 12. **C** 4. **D** 8.

Lời giải.

Ta có $\int_1^4 2f(x)\,\mathrm{d}x = 2\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 12$.

Chọn đáp án B

Câu 6. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 9a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A $3a^3$. **B** $24a^3$. **C** $18a^3$. **D** $6a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 9a^2 \cdot 2a = 6a^3$.

Chọn đáp án D

Câu 7. Với a là số thực dương tùy ý, biểu thức $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}}$ bằng

A $a^{\frac{4}{3}}$. **B** a^5. **C** a^2. **D** $a^{\frac{5}{9}}$.

Lời giải.

Với $a > 0$, ta có $a^{\frac{5}{3}} \cdot a^{\frac{1}{3}} = a^2$.

Chọn đáp án C

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{2}=1$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

(A) $(0;-1;0)$. (B) $(0;3;0)$. (C) $(0;2;0)$. **D** $(0;5;0)$.

Lời giải.

Gọi M là giao của mặt phẳng (P) và trục Oy.
Do $M\in Oy \Rightarrow M(0;y_M;0)$.
$M\in(P)\Rightarrow \dfrac{0}{3}+\dfrac{y_M}{5}+\dfrac{0}{2}=1\Leftrightarrow y_M=5$.
Vậy $M(0;5;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;-1;2)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(4;3;-2)$ là

(A) $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$. **B** $\dfrac{x+3}{4}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$.

(C) $\dfrac{x-4}{-3}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$. (D) $\dfrac{x+4}{-3}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;-1;2)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(4;3;-2)$ có phương trình

$$\frac{x+3}{4}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{-2}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(0;+\infty)$. (B) $(-\infty;1)$. (C) $(-\infty;0)$. (D) $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x=0$.
Ta có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

Ta thấy hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Chọn đáp án A □

Câu 11. Cho các số phức $z_1 = 2+3i$ và $z_2 = i$. Số phức $z_1 z_2$ bằng

(A) $3-2i$. (B) $2-3i$. (C) $-3+2i$. (D) $2+4i$.

Lời giải.

Ta có $z_1 \cdot z_2 = (2+3i)\cdot i = 2i+3i^2 = 2i+3\cdot(-1) = -3+2i$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 12. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

(A) 2. (B) $1-i$. (C) $1+i$. (D) $-i$.

Lời giải.

Ta có $z = -i = 0-1\cdot i$.
Số phức này có phần thực bằng 0, phần ảo bằng -1 nên nó là số thuần ảo.

Chọn đáp án (D) □

Câu 13. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_7(7a)$ bằng

(A) $1+a$. (B) a. (C) $1-\log_7 a$. (D) $1+\log_7 a$.

Lời giải.

Ta có $\log_7(7a) = \log_7 7 + \log_7 a = 1+\log_7 a$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(1)=3$, $F(3)=6$. Tích phân $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

(A) -3. (B) 9. (C) 3. (D) 2.

Lời giải.

Ta có $\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = F(x)\Big|_1^3 = F(3)-F(1) = 6-3 = 3$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \geq 8$ là

(A) $(-3;+\infty)$. (B) $[-3;+\infty)$. (C) $(3;+\infty)$. **D** $[3;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $2^x \geq 8 \Leftrightarrow 2^x \geq 2^3 \Leftrightarrow x \geq 3$.
Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [3;+\infty)$.

Chọn đáp án D □

Câu 16. Cho hàm số $f(x) = 1 + 2\cos 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\int f(x)\mathrm{d}x = x + \sin 2x + C$. (B) $\int f(x)\mathrm{d}x = x + 2\sin 2x + C$.

(C) $\int f(x)\mathrm{d}x = x - 2\sin 2x + C$. (D) $\int f(x)\mathrm{d}x = x - \sin 2x + C$.

Lời giải.

Ta có $\int (1+2\cos 2x)\mathrm{d}x = \int 1\mathrm{d}x + \int 2\cos 2x\mathrm{d}x = x + 2\int \frac{\cos 2x\mathrm{d}(2x)}{2} = x + \sin 2x + C$.

Chọn đáp án A □

Câu 17. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $3a$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) $7\pi a^2$. (B) $14\pi a^2$. **C** $6\pi a^2$. (D) $8\pi a^2$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot a \cdot 3a = 6\pi a^2$.

Chọn đáp án C □

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$. Phương trình của (S) là

A $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$. (B) $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.

(C) $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = \sqrt{2}$. (D) $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{2}$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu tâm $I(1;0;-1)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$ là $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$.

Chọn đáp án A □

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	3	↗	$+\infty$ / $-\infty$	↗	3

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

(A) $x=-1$. (B) $x=-3$. (C) $x=1$. (D) $x=3$.

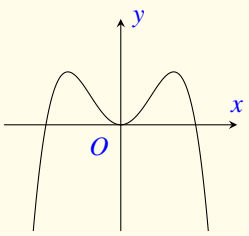
Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình là $x=1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 20.

Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



(A) $y=-x^4+2x^2$. (B) $y=x^3-3x^2$.

(C) $y=-x^3+3x^2+1$. (D) $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải.

Hình vẽ là đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với $a<0$, $b>0$, $c=0$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)(x-1),\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Lời giải.

Do $f'(x)=(x+2)(x-1),\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $y=(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Ta lập được bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Chọn đáp án (C) □

Câu 22. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2;2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

(A) $2-2i$. (B) $2i$. (C) $-2+2i$. (D) $2+2i$.

Lời giải.

Điểm $M(-2;2)$ biểu diễn số phức $-2+2i$.

Chọn đáp án C □

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y=\log_3(x+1)$ là

(A) $y'=\dfrac{1}{(x+1)\ln 3}$. (B) $y'=\dfrac{1}{x+1}$. (C) $y'=\dfrac{1}{\ln 3}$. (D) $y'=\dfrac{x+1}{\ln 3}$.

Lời giải.

Ta có $y'=\dfrac{(x+1)'}{(x+1)\ln 3}=\dfrac{1}{(x+1)\ln 3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;1)$ trên trục Ox có tọa độ là

(A) $(0;3;0)$. (B) $(-2;0;0)$. (C) $(0;3;1)$. (D) $(0;0;1)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;3;1)$ trên trục Ox có tọa độ là $(-2;0;0)$.

Chọn đáp án B □

Câu 25. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ và trục hoành là

(A) 2. (B) 1. (C) 0. (D) 3.

Lời giải.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $x^2+2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2. \end{array}\right.$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ và trục hoành là 2.

Chọn đáp án A □

Câu 26. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x)>\log_2 5$ là

(A) $\left(\dfrac{3}{5};+\infty\right)$. (B) $\left(0;\dfrac{5}{3}\right)$. (C) $\left(\dfrac{5}{3};+\infty\right)$. (D) $\left(0;\dfrac{3}{5}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có $\log_2(3x) > \log_2 5 \Leftrightarrow 3x > 5 \Leftrightarrow x > \dfrac{5}{3}$.

Kết hợp với điều kiện, ta có tập nghiệm của bất phương trình là $\left(\dfrac{5}{3};+\infty\right)$.

Chọn đáp án C □

Câu 27. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A $\dfrac{1}{4}$. B -6. C 6. D 4.

Lời giải.

Công bội của cấp số nhân bằng $\dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{8}{2} = 4$.

Chọn đáp án D □

Câu 28. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp $\{1,2,3,4,5,6\}$?

A 120. B 20. C 216. D 18.

Lời giải.

Từ tập hợp $\{1,2,3,4,5,6\}$, có thể lập được $\mathrm{A}_6^3 = 120$ số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau.

Chọn đáp án A □

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-1;0;5)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A $x^2+(y+1)^2+(z+4)^2 = 3$. B $x^2+(y+1)^2+(z+4)^2 = 12$.

C $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2 = 3$. D $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2 = 12$.

Lời giải.

Mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm I của đoạn AB.

Ta có $I = \left(\dfrac{1+(-1)}{2};\dfrac{2+0}{2};\dfrac{3+5}{2}\right) = (0;1;4)$.

Bán kính mặt cầu là $R = IA = \sqrt{(1-0)^2+(2-1)^2+(3-4)^2} = \sqrt{3}$.

Vậy phương trình mặt cầu đường kính AB là $x^2+(y-1)^2+(z-4)^2 = 3$.

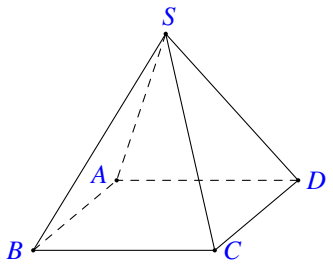
Chọn đáp án C □

Câu 30. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Góc giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

A $60°$. **B** $90°$. **C** $30°$. **D** $45°$.

Lời giải.

Vì $AB \parallel CD$ nên $(SB,CD) = (SB,AB) = \widehat{SBA}$.
Mà hình chóp có tất cả các cạnh bằng a nên tam giác SBA là tam giác đều. Suy ra $\widehat{SBA} = 60°$.
Vậy góc giữa SB và CD bằng $60°$.



Chọn đáp án A

Câu 31. Tập xác định của hàm số $f(x) = \log_5(30 - x^2)$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A 10. **B** 11. **C** 5. **D** 6.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $30 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\sqrt{30}; \sqrt{30}\right)$.
Tập xác định $\mathscr{D} = \left(-\sqrt{30}; \sqrt{30}\right)$ nên các số nguyên thỏa mãn là $\{0; \pm1; \pm2; \pm3; \pm4; \pm5\}$.
Vậy có 11 số nguyên thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án B

Câu 32. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, xác suất để chọn được số có tổng hai chữ số bằng 8 là

A $\frac{1}{9}$. **B** $\frac{4}{81}$. **C** $\frac{8}{81}$. **D** $\frac{7}{81}$.

Lời giải.

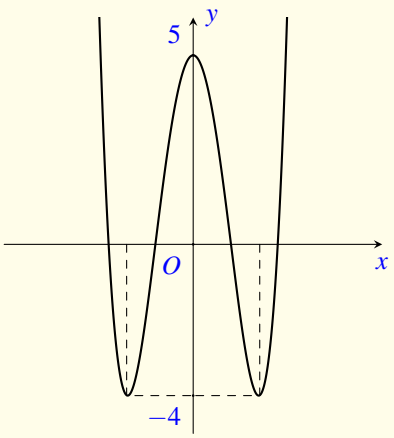
Gọi A là biến cố: "Số được chọn có tổng hai chữ số là 8".
Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 81$.
Ta có $A = \{80; 17; 71; 26; 62; 35; 53\}$ nên $n(A) = 7$.
Suy ra xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{7}{81}$.

Chọn đáp án D

Câu 33.

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, phương trình $2f(x)=m$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

(A) 4. (B) 17. (C) 16. (D) 8.



Lời giải.

Xét phương trình

$$2f(x)=m \Leftrightarrow f(x)=\frac{m}{2}$$

có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

$$-4<\frac{m}{2}<5 \Leftrightarrow -8<m<10.$$

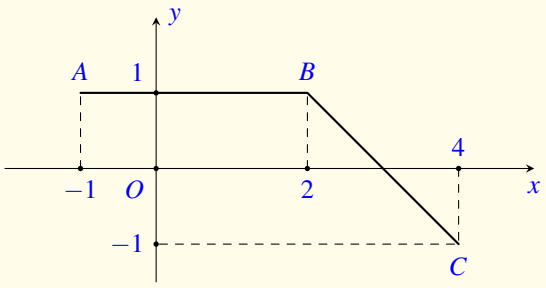
Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-7;-6;\ldots;8;9\}$ nên có 17 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (B) □

Câu 34.

Đường gấp khúc ABC trong hình bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;4]$. Tích phân $\int\limits_{-1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 4. (B) 3. (C) $\frac{9}{2}$. (D) $\frac{7}{2}$.



Lời giải.

Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x=-1$, $x=3$. Ta có $S_1=\frac{7}{2}$.

Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x=4$, $x=3$. Ta có $S_1=\frac{1}{2}$.

Khi đó

$$\int_{-1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x=\int_{-1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{3}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x=S_1-S_2=\frac{7}{2}-\frac{1}{2}=3.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+3y+z-5=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=-1+t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-3t \\ z=1+t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=2+t \\ y=3-t \\ z=1+t \end{cases}$. **D** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=1+t \end{cases}$.

Lời giải.

(P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}(2;3;1)$.
Đường thẳng d vuông góc với (P) nên nhận $\vec{n}(2;3;1)$ làm một véc-tơ chỉ phương, d đi qua A nên d có phương trình là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+3t \\ z=1+t. \end{cases}$

Chọn đáp án D □

Câu 36. Hàm số $y=x^4-2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-\infty;1)$. (B) $(-1;0)$. **C** $(-\infty;-1)$. (D) $(3;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y'=4x^3-4x$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow 4x^3-4x=0\Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=0 \\ x=1. \end{cases}$

Bảng biến thiên của hàm số $y=x^4-2x^2$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Từ đó, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $z-2\bar{z}=1+6i$. Môđun của z bằng

(A) $\sqrt{3}$. (B) 3. (C) 5. **D** $\sqrt{5}$.

Lời giải.

Đặt $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$. Ta có

$$z-2\bar{z}=1+6i \Leftrightarrow a+bi-2(a-bi)=1+6i \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2. \end{cases}$$

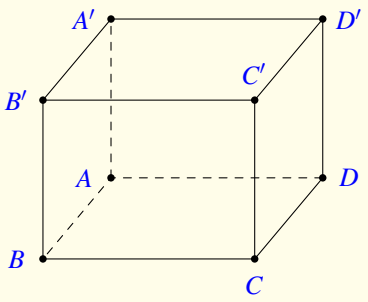
Suy ra môđun của số phức z là $\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{5}$.

Chọn đáp án D □

Câu 38.

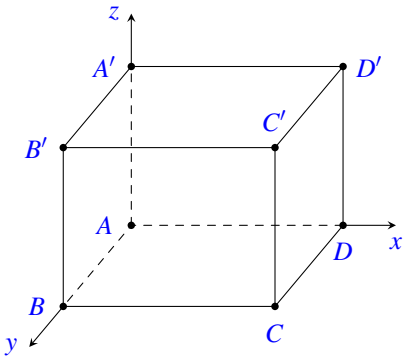
Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1$, $BC=2$, $AA'=3$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

A $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$. B $\dfrac{6}{7}$. C $\dfrac{7}{6}$. D $\dfrac{6\sqrt{13}}{13}$.



Lời giải.

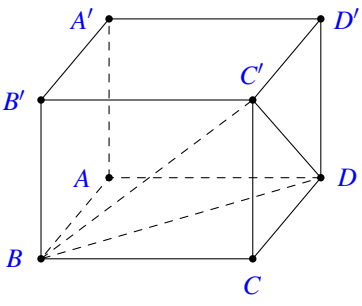
Cách 1. Gắn vào hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình sau



Ta có $A(0;0;0)$, $B'(0;1;3)$, $B(0;1;0)$, $C'(2;1;3)$.
Khi đó $\overrightarrow{AB'}=(0;1;3)$, $\overrightarrow{BC'}=(2;0;3)$, $\overrightarrow{AB}=(0;1;0)$. Do đó khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC' là

$$\mathrm{d}(AB',BC')=\frac{\left|\left[\overrightarrow{AB'},\overrightarrow{BC'}\right]\cdot\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB'},\overrightarrow{BC'}\right]\right|}=\frac{6}{7}.$$

Cách 2.



Gọi H là hình chiếu của C xuống mặt phẳng (BDC'). Khi đó ta có

$$\mathrm{d}(AB',BC') = \mathrm{d}(AB',(BDC')) = \mathrm{d}(A,(BDC')) = \mathrm{d}(C,(BDC')) = CH.$$

Xét tam diện vuông $C.BDC'$ có

$$\frac{1}{CH^2} = \frac{1}{CC'^2} + \frac{1}{CD^2} + \frac{1}{CB^2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{1} + \frac{1}{4} = \frac{49}{36}.$$

Suy ra $CH = \sqrt{\dfrac{36}{49}} = \dfrac{6}{7}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y = -\dfrac{1}{3}x^3 + 2x^2 + mx - \dfrac{4}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;8)$?

(A) 26. (B) 36. (C) 35. (D) 27.

Lời giải.

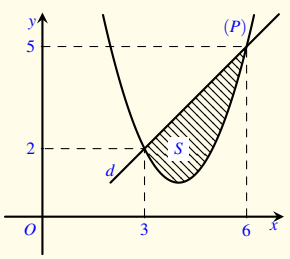
Ta có $y' = -x^2 + 4x + m \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow m = x^2 - 4x$.
Xét hàm số $g(x) = x^2 - 4x \Rightarrow g'(x) = 2x - 4 \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$.
Bảng biến thiên

x	-1		2		8
y'		$-$	0	$+$	
y	5	↘	-4	↗	32

Để hàm số có 1 cực trị thuộc khoảng $(-1;8)$ khi phương trình $y' = 0$ có 1 nghiệm bội lẻ thuộc khoảng $(-1;8)$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $m \in [5;32)$.
Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{5,6,\ldots,31\}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 40.
Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \dfrac{9}{2}$. Tích phân $\displaystyle\int_3^6 (2x-3)f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng



(A) 33. (B) 51. (C) 39. (D) 27.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta có đường thẳng d đi qua 2 điểm có tọa độ là $(3;2)$ và $(6;5)$ nên phương trình đường thẳng d là $y=x-1$.
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng d và đồ thị (P) là

$$S=\int_3^6 (x-1-f(x))\,\mathrm{d}x=\frac{9}{2}\Rightarrow \int_3^6 (x-1)\,\mathrm{d}x-\int_3^6 f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{9}{2}\Rightarrow \int_3^6 f(x)\,\mathrm{d}x=6.$$

Đặt $I=\displaystyle\int_3^6 (2x-3)f'(x)\,\mathrm{d}x$.

Chọn $\begin{cases} u=2x-3 \\ \mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=2 \\ v=f(x). \end{cases}$ Vậy $I=(2x-3)f(x)\big|_3^6-2\displaystyle\int_3^6 f(x)\,\mathrm{d}x=9f(6)-3f(3)-12=27$.

Chọn đáp án D □

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(2^x-16)\left(\log_3^2 x-9\log_3 x+18\right)<0$?

A 704. B 701. C 707. D 728.

Lời giải.

Điều kiện: $x>0$.

$$(2^x-16)\left(\log_3^2 x-9\log_3 x+18\right)<0\Leftrightarrow (2^x-16)(\log_3 x-6)(\log_3 x-3)<0. \quad (*)$$

Ta có $(2^x-16)(\log_3 x-6)(\log_3 x-3)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x-16=0 \\ \log_3 x-6=0 \\ \log_3 x-3=0 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=729 \\ x=27. \end{array}\right.$

Bảng xét dấu vế trái của $(*)$

x	0		4		27		729		$+\infty$
VT		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra $(*)$ có tập nghiệm $S=(0;4)\cup(27;729)$.
Do $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{1;2;3\}\cup\{28;29;\ldots;728\}$.
Vậy có tất cả 704 số thỏa mãn.

Chọn đáp án A □

Câu 42. Gọi S là tập hợp các số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z+\bar{z}|+|z-\bar{z}|=2$ và $ab\le 0$. Xét z_1 và z_2 thuộc S sao cho $\dfrac{z_1-z_2}{-1+i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1|+|z_2-i|$ bằng

A $\sqrt{5}$. B $1+\sqrt{2}$. C 1. D $\sqrt{2}$.

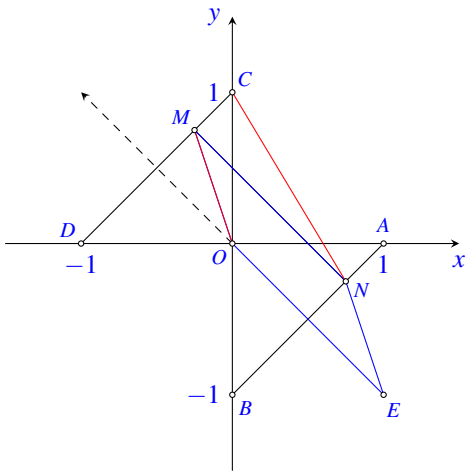
Lời giải.

$z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R},ab\le 0)$.

Ta có $|z+\bar{z}|+|z-\bar{z}|=2\Leftrightarrow|2a|+|2bi|=2\Leftrightarrow|a|+|b|=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a+b=1,a>0,b>0\,(\text{loại})\\a-b=1,a\ge 0,b\le 0\,(\text{nhận})\\-a+b=1,a\le 0,b\ge 0\,(\text{nhận})\\-a-b=1,a<0,b<0\,(\text{loại}).\end{array}\right.$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là 2 đoạn thẳng:

- Đoạn AB giới hạn bởi đường thẳng $(d_1)\colon x-y=1$ nằm ở góc phần tư thứ tư.
- Đoạn CD giới hạn bởi đường thẳng $(d_2)\colon -x+y=1$ nằm ở góc phần tư thứ hai.



Gọi M là điểm biểu diễn của z_1, N là điểm biểu diễn của z_2.
Ta có $\dfrac{z_1-z_2}{-1+i}$ là số thực dương $\dfrac{z_1-z_2}{-1+i}=k\Rightarrow z_1-z_2=k(-1+i),k>0$.
$\Rightarrow\overrightarrow{NM}$ cùng hướng với $\vec{v}=(-1;1)$.
$\Rightarrow NM\perp AB\Rightarrow NM=\mathrm{d}(AB;CD)=\sqrt{2}\Rightarrow\overrightarrow{NM}=(-1;1)\Rightarrow\begin{cases}N\in AB\\M\in CD.\end{cases}$
$T=|z_1|+|z_2-i|=OM+NC$ (với $C(0;1)$ là điểm biểu diễn của số phức i).
Gọi E là đỉnh thứ tư của hình bình hành $OMNE\Rightarrow\overrightarrow{EO}=\overrightarrow{NM}=(-1;1)\Rightarrow E(1;-1)$.
Khi đó $T=OM+NC=NE+NC\ge CE=\sqrt{(1-0)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{5}$.
Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1|+|z_2-i|$ là $\sqrt{5}$.

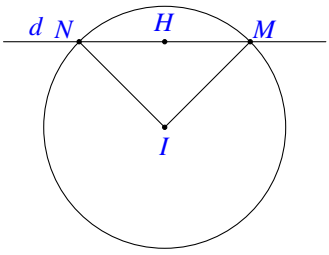
Chọn đáp án A □

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$, nhận $\vec{u}=(1;a;2-a)$ (với $a\in\mathbb{R}$) làm véc-tơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

A $\left(\frac{2}{5};\frac{2}{3}\right)$. B $\left(\frac{19}{2};10\right)$. C $\left(2;\frac{5}{2}\right)$. D $\left(\frac{7}{2};4\right)$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$ và bán kính $R=2$.
Gọi M, N là các giao điểm của d và (S).
Do tiếp diện của (S) tại M và N vuông góc với nhau nên $IM \perp IN$, cũng tức là tam giác IMN vuông cân tại I.



Từ đó $\mathrm{d}(I,d)=\mathrm{d}(I,MN)=\dfrac{IM}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$.

Ta có $\begin{cases}\vec{u}=(1;a;2-a)\\ \overrightarrow{IA}=(0;2;-1)\end{cases}$, suy ra $\left[\vec{u},\overrightarrow{IA}\right]=(a-4;1;2)$

$$\text{và } \mathrm{d}(I,d)=\frac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{IA}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\frac{\sqrt{(a-4)^2+5}}{\sqrt{1+a^2+(2-a)^2}}.$$

Vậy $\dfrac{\sqrt{(a-4)^2+5}}{\sqrt{1+a^2+(2-a)^2}}=\sqrt{2}\Leftrightarrow 3a^2-11=0\Leftrightarrow a^2=\dfrac{11}{3}\in\left(\dfrac{7}{2};4\right)$.

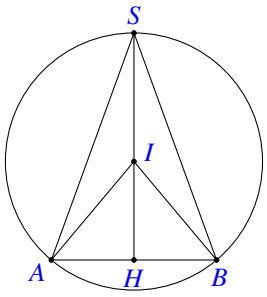
Chọn đáp án (D) □

Câu 44. Xét khối nón $(\mathscr{N})$ có đỉnh và đường tròn đáy cùng nằm trên một mặt cầu bán kính bằng $2\sqrt{3}$. Khi $(\mathscr{N})$ có độ dài đường sinh bằng 6, thể tích của nó bằng

(A) 18π. (B) $9\sqrt{3}\pi$. (C) $27\sqrt{3}\pi$. (D) 54π.

Lời giải.

Gọi I là tâm của mặt cầu, S là đỉnh hình nón $(\mathscr{N})$, AB là đường kính của đường tròn đáy hình nón và H là trung điểm của đường kính AB.



Theo giả thiết $\begin{cases}\ell=SA=SB=6\\ SI=IA=IB=2\sqrt{3}.\end{cases}$

Do $S_{\triangle SAB}=\dfrac{SH\cdot AB}{2}=\dfrac{SA\cdot SB\cdot AB}{4\cdot IA}$ nên ta tính được đường cao của $(\mathscr{N})$

$$h=SH=\frac{SA\cdot SB}{2\cdot IA}=\frac{6\cdot 6}{2\cdot 2\sqrt{3}}=3\sqrt{3}.$$

Bán kính mặt đáy của $(\mathscr{N})$ là $r=\sqrt{\ell^2-h^2}=3$.

Vậy $(\mathscr{N})$ có thể tích $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi\cdot 3^2\cdot 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 45. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2+az+b=0\,(a,b\in\mathbb{R})$. Có bao nhiêu cặp số (a,b) để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-1|=2$ và $|z_2-3-2i|=3$?

(A) 4. (B) 5. (C) 2. (D) 6.

Lời giải.

Trường hợp 1: $\Delta = a^2 - 4b < 0$ suy ra z_1, z_2 là hai số phức liên hợp.
Đặt $z_1 = x + yi$ $(x, y \in \mathbb{R})$ suy ra $z_2 = x - yi$.
Theo định lí Vi-et, ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = -a \\ z_1 z_2 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -a \\ x^2 + y^2 = b. \end{cases}$
Ta có $|z_1 - 1| = 2 \Leftrightarrow |x - 1 + yi| = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = 4.$ (1)
$|z_2 - 3 - 2i| = 3 \Leftrightarrow |x - 3 - (y+2)i| = 3 \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+2)^2 = 9.$ (2)
Lấy (2) − (1) ta được $-4x + 4y = -7 \Rightarrow y = \dfrac{4x-7}{4}$.

$$(1) \Leftrightarrow (x-1)^2 + \frac{(4x-7)^2}{16} = 4 \Leftrightarrow 32x^2 - 88x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{11 - \sqrt{119}}{8} \\ x = \dfrac{11 + \sqrt{119}}{8}. \end{array}\right.$$

— Với $x = \dfrac{11 - \sqrt{119}}{8} \Rightarrow y = \dfrac{-3 - \sqrt{119}}{8}$.
Khi đó $\begin{cases} a = -2x = \dfrac{-11 + \sqrt{119}}{4} \\ b = x^2 + y^2 = \dfrac{23 - \sqrt{119}}{4} \end{cases}$ (thỏa điều kiện).

— Với $x = \dfrac{11 + \sqrt{119}}{8} \Rightarrow y = \dfrac{-3 + \sqrt{119}}{8}$.
Khi đó $\begin{cases} a = -2x = \dfrac{-11 - \sqrt{119}}{4} \\ b = x^2 + y^2 = \dfrac{23 + \sqrt{119}}{4} \end{cases}$ (thỏa điều kiện).

Trường hợp này có 2 cặp số $(a; b)$ thỏa đề bài.

Trường hợp 2: $\Delta = a^2 - 4b > 0$ suy ra z_1, z_2 là số thực.
Theo định lí Vi-et, ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = -a \\ z_1 z_2 = b. \end{cases}$
Ta có $|z_1 - 1| = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 - 1 = 2 \\ z_1 - 1 = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = 3 \\ z_1 = -1. \end{array}\right.$
$|z_2 - 3 - 2i| = 3 \Leftrightarrow (z_2 - 3)^2 + 4 = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_2 = 3 + \sqrt{5} \\ z_2 = 3 - \sqrt{5}. \end{array}\right.$

— Với $z_1 = 3$ và $z_2 = 3 + \sqrt{5}$ suy ra $\begin{cases} a = -(z_1 + z_2) = -6 - \sqrt{5} \\ b = z_1 z_2 = 9 + 3\sqrt{5} \end{cases}$ (thỏa điều kiện).

— Với $z_1 = 3$ và $z_2 = 3 - \sqrt{5}$ suy ra $\begin{cases} a = -(z_1 + z_2) = -6 + \sqrt{5} \\ b = z_1 z_2 = 9 - 3\sqrt{5} \end{cases}$ (thỏa điều kiện).

— Với $z_1 = -1$ và $z_2 = 3 + \sqrt{5}$ suy ra $\begin{cases} a = -(z_1 + z_2) = -2 - \sqrt{5} \\ b = z_1 z_2 = -3 - \sqrt{5} \end{cases}$ (thỏa điều kiện).

— Với $z_1 = -1$ và $z_2 = 3 - \sqrt{5}$ suy ra $\begin{cases} a = -(z_1 + z_2) = -2 + \sqrt{5} \\ b = z_1 z_2 = -3 + \sqrt{5} \end{cases}$ (thỏa điều kiện).

Trường hợp này có 4 cặp số $(a; b)$ thỏa đề bài.

Vậy có tất cả 6 cặp số $(a;b)$ thỏa đề bài.

Chọn đáp án D

Câu 46. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x \in \left[\frac{5}{2};\frac{11}{2}\right]$ thỏa mãn $\log_3\left(x^3-9x^2+24x+y\right)=\log_2\left(-x^2+8x-12\right)$. Số phần tử của S là

A 3. B 8. C 1. D 7.

Lời giải.

Đặt $\log_3\left(x^3-9x^2+24x+y\right)=\log_2\left(-x^2+8x-12\right)=t \Rightarrow \begin{cases} x^3-9x^2+24x+y=3^t \\ -x^2+8x-12=2^t. \end{cases}$

Ta có $x^3-9x^2+24x+y=3^t=\left(2^{\log_2 3}\right)^t=(2^t)^{\log_2 3}=(-x^2+8x-12)^{\log_2 3}$.

Suy ra $y=(-x^2+8x-12)^{\log_2 3}-(x^3-9x^2+24x)=f(x)$.

Ta có

$$\begin{aligned} f'(x) &= (\log_2 3)(-x^2+8x-12)^{\log_2 3-1}(-2x+8)-(3x^2-18x+24) \\ &= -2(\log_2 3)(-x^2+8x-12)^{\log_2 3-1}(x-4)-3(x-2)(x-4) \\ &= -(x-4)\left[2(\log_2 3)(-x^2+8x-12)^{\log_2 3-1}+3(x-2)\right]. \end{aligned}$$

Vì $x \in \left[\frac{5}{2};\frac{11}{2}\right]$ nên $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=4$.

x	$\frac{5}{2}$		4		$\frac{11}{2}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-16{,}95$	$\nearrow$	-7	$\searrow$	$-23{,}69$

Để ứng với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x \in \left[\frac{5}{2};\frac{11}{2}\right]$ ta có $\left[\begin{array}{l} y=-7 \\ -23{,}69<y<-16{,}95. \end{array}\right.$

Suy ra $y \in \{-23;-22;-21;-20;-19;-18;-17;-7\}$.

Vậy số phần tử của S là 8.

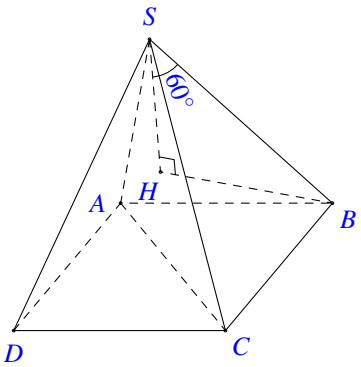
Chọn đáp án B

Câu 47. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $SA=SB=SC=AC=a$, SB tạo với mặt phẳng (SAC) một góc 60°. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. B $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. C $\frac{a^3}{8}$. D $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

Do $ABCD$ là hình bình hành nên ta có $V_{\text{S.ABCD}} = 2V_{\text{B.SAC}}$.
Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên (SAC). Suy ra SH là hình chiếu vuông góc của SB lên (SAC). Vậy góc giữa SB và (SAC) là $\widehat{BSH} = 60^\circ$.
Xét $\triangle SHB$ vuông tại H, ta có



$$BH = SB \cdot \sin\widehat{BSH} = a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Do $\triangle SAC$ đều cạnh a nên $S_{\text{SAC}} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối chóp $B.SAC$ là $V_{\text{B.SAC}} = \dfrac{1}{3}BH \cdot S_{\text{SAC}} = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3}{8}$.

Vậy $V_{\text{S.ABCD}} = 2V_{\text{B.SAC}} = \dfrac{a^3}{4}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$, có đạo hàm trên khoảng đó và thoả mãn $f(x)\ln f(x) = x(2f(x) - f'(x))$, $\forall x \in (0;+\infty)$. Biết $f(1) = f(3)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(40;42)$. (B) $(3;5)$. (C) $(32;34)$. (D) $(1;3)$.

Lời giải.

Vì $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$, ta có

$$\begin{aligned} & f(x)\ln f(x) = x\left(2f(x) - f'(x)\right) \\ \Leftrightarrow\ & f(x)\ln f(x) + xf'(x) = 2xf(x) \\ \Leftrightarrow\ & \ln f(x) + x \cdot \frac{f'(x)}{f(x)} = 2x \\ \Leftrightarrow\ & [x\ln f(x)]' = 2x \\ \Rightarrow\ & x\ln f(x) = x^2 + C. \quad (*) \end{aligned}$$

Thay $x = 1$, $x = 3$ lần lượt vào $(*)$ ta có hệ $\begin{cases} \ln f(1) = 1 + C & (1) \\ 3\ln f(3) = 9 + C. & (2) \end{cases}$
Vì $f(1) = f(3)$ nên $\ln f(1) = \ln f(3)$, do đó từ (1) và (2) ta có $3(1+C) = 9 + C \Leftrightarrow C = 3$.
Thay $C = 3$ vào $(*)$ ta được $x\ln f(x) = x^2 + 3$.
Khi $x = 2$, ta có $2\ln f(2) = 7 \Leftrightarrow \ln f(2) = \dfrac{7}{2} \Leftrightarrow f(2) = \mathrm{e}^{\frac{7}{2}} \approx 33{,}115 \in (32;34)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 32x^2 + 4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-4;1)$ của phương trình $f(x^2 + 4x + 5) = m$ bằng -8.

(A) 81. (B) 82. (C) 80. (D) 79.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 64x$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = -4 \\ x = 0. \end{array}\right.$

Đặt $t = x^2 + 4x + 5$. Ta có

x	-4		2		1
t	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	10

Nhận xét, với mỗi $t \in (1;5)$ cho 2 nghiệm $x \in (-4;1)$.
Xét $y = f(t)$ với $t \in (1;5)$, ta có bảng biến thiên

t	1		4		5
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	-27	$\searrow$	-252	$\nearrow$	-27
					-171

Nhận xét: Phương trình $f(t) = m$ có một nghiệm t_0, nghĩa là $x^2 + 4x + 5 = t_0$. (1)
Khi đó tổng hai nghiệm của phương trình (1) luôn bằng -4 và phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi $t_0 > 1$.
Do đó với yêu cầu bài toán, phương trình $f(t) = m$ có hai nghiệm phân biệt thuộc $(1;5)$.
Suy ra $-252 < m < -171$.
Mà $m \in \mathbb{Z}$, suy ra $m \in \{-251; -250; \ldots; -172\}$.
Vậy có tất cả 80 giá trị của tham số m.

Chọn đáp án (C) □

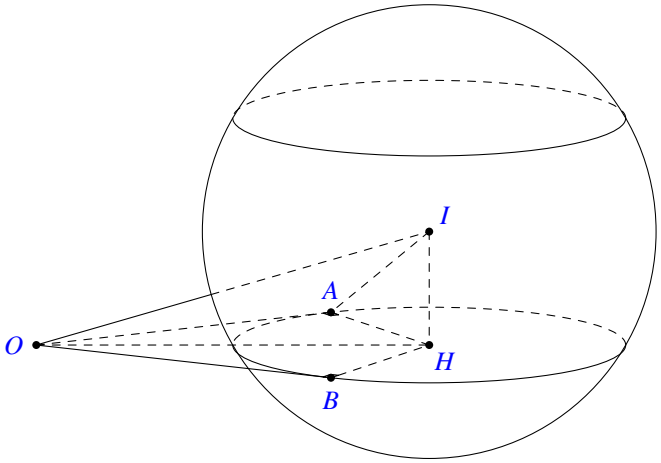
Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(5;6;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn 60°.

(A) 9. (B) 4. (C) 2. (D) 6.

Lời giải.

Trường hợp 1. (S) tiếp xúc với (Oyz) tại $O \Rightarrow R = OI = \sqrt{205} \notin \mathbb{Z}$. Loại.

Trường hợp 2. (S) cắt (Oyz) theo giao tuyến là đường tròn (C).
Gọi $H(0;6;12)$ là hình chiếu của I lên (Oyz). Khi đó H là tâm của đường tròn (C).
Gọi A, B lần lượt là hai tiếp điểm của hai tiếp tuyến của (S) trong (Oyz) cùng đi qua O.
Khi đó, A và B cùng thuộc đường tròn (C).



Theo giả thiết

$$\begin{aligned} & 60^\circ \le \widehat{AOB} \le 120^\circ \Leftrightarrow 30^\circ \le \widehat{AOH} \le 60^\circ \\ \Leftrightarrow\ & \frac{1}{2} \le \sin\widehat{AOH} \le \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \le \frac{AH}{OH} \le \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \Leftrightarrow\ & \frac{1}{2} \le \frac{\sqrt{R^2-25}}{6\sqrt{5}} \le \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 70 \le R^2 \le 160 \\ \Leftrightarrow\ & \sqrt{70} \le R \le \sqrt{160} \Rightarrow R \in \{9;10;11;12\}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án (B) □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 86

1. B	2. B	3. A	4. A	5. B	6. D	7. C	8. D	9. B	10. A
11. C	12. D	13. D	14. C	15. D	16. A	17. C	18. A	19. C	20. A
21. C	22. C	23. A	24. B	25. A	26. C	27. D	28. A	29. C	30. A
31. B	32. D	33. B	34. B	35. D	36. C	37. D	38. B	39. D	40. D
41. A	42. A	43. D	44. B	45. D	46. B	47. D	48. C	49. C	50. B

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 104
Thời gian: *180 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Cho số phức $z=1-2i$. Phần ảo của số phức $\overline{z}$ bằng
(A) -2. (B) -1. (C) 1. (D) 2.

Lời giải.

Ta có $z=1-2i \Rightarrow \overline{z}=1+2i$.
Vậy phần ảo của $\overline{z}$ bằng 2.

Chọn đáp án D □

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}=(1;2;-2)$ và $\vec{v}=(2;-2;3)$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{u}+\vec{v}$ là
(A) $(1;-4;5)$. (B) $(3;0;-1)$. (C) $(3;0;1)$. (D) $(-1;4;-5)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u}+\vec{v}=(3;0;1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x) \geq \log_3 2$ là
(A) $[1;+\infty)$. (B) $(1;+\infty)$. (C) $(0;+\infty)$. (D) $(0;1]$.

Lời giải.

Điều kiện $x>0$.
Ta có $\log_3(2x) \geq \log_3 2 \Leftrightarrow 2x \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Chọn đáp án A □

Câu 4. Cho hai số phức $z_1=2-i$ và $z_2=1+3i$. Phần thực của số phức z_1-z_2 bằng
(A) -1. (B) 3. (C) -4. (D) 1.

Lời giải.

Ta có $z_1-z_2=2-i-1-3i=1-4i$.
Vậy phần thực của số phức z_1-z_2 bằng 1.

Chọn đáp án D □

Câu 5. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 5$ thì $\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 3. (B) 10. (C) 7. (D) -3.

Lời giải.

Ta có $\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 2+5 = 7$.

Chọn đáp án C □

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \cos x - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\sin x + x^2 + C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \sin x - \dfrac{x^2}{2} + C$.

(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \sin x - x^2 + C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\sin x - \dfrac{x^2}{2} + C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \sin x - \dfrac{x^2}{2} + C$.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $F(2) = 6$, $F(4) = 12$. Tích phân $\int\limits_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) -6. (B) 2. (C) 18. (D) 6.

Lời giải.

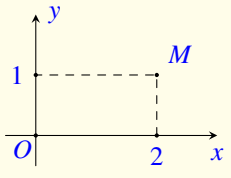
Ta có $\int\limits_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x = F(4) - F(2) = 12 - 6 = 6$.

Chọn đáp án D □

Câu 8.

Điểm M trong hình bên biểu diễn số phức nào dưới đây?

(A) $1-2i$. (B) $1+2i$. (C) $2-i$. (D) $2+i$.



Lời giải.

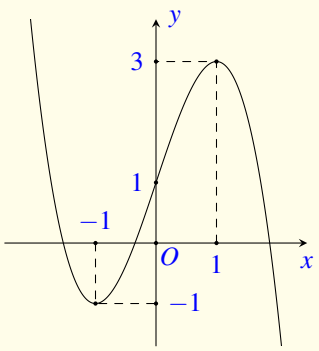
Điểm $M(2;1)$ nên biểu diễn số phức $2+i$.

Chọn đáp án D □

Câu 9.

Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A 3. B 0. C -1. D 1.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy giá trị cực đại của hàm số bằng 3.

Chọn đáp án A □

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A $z=0$. B $y=0$. C $x+y+z=0$. D $y=0$.

Lời giải.

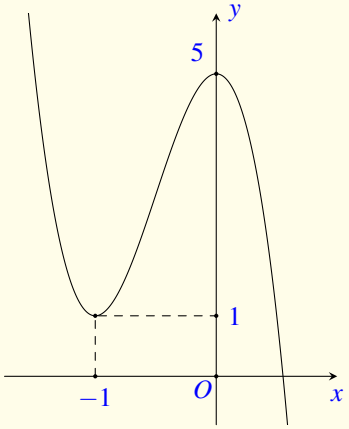
Mặt phẳng (Oxz) đi qua gốc $O(0;0;0)$, nhận $\vec{j}=(0;1;0)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là $y=0$.

Chọn đáp án B □

Câu 11.

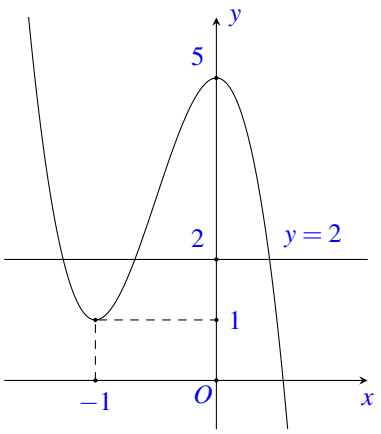
Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là

A 0. B 1. C 2. D 3.



Lời giải.

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đồ thị đường thẳng $y=2$. Do đó phương trình có 3 nghiệm thực phân biệt.



Chọn đáp án D

Câu 12. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

(A) $y=-2x^2+1$. (B) $y=\dfrac{x+2}{x}$. (C) $y=x^4-3x^2$. (D) $y=-x^3+3x+1$.

Lời giải.

Bảng biến thiên đã cho là bảng biến thiên của hàm số $y=-x^3+3x+1$.

Chọn đáp án D

Câu 13. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x=x^{\frac{4}{3}}+C$. (B) $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x=x^{\frac{2}{3}}+C$.

(C) $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x=\dfrac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}+C$. (D) $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x=\dfrac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}+C$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $\int x^{\alpha}\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C$, $\alpha\neq-1$, ta có $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x=\dfrac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}+C$.

Chọn đáp án C

Câu 14. Với b, c là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_5 b\geq\log_5 c$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A $b \geq c$. **B** $b > c$. **C** $b < c$. **D** $b \leq c$.

Lời giải.

Vì cơ số $5 > 1$ nên nếu $\log_5 b \geq \log_5 c$ thì $b \geq c$.

Chọn đáp án A □

Câu 15. Có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được lấy từ các đỉnh của một lục giác đều?

A 729. **B** 216. **C** 120. **D** 20.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên 3 trong 6 đỉnh của lục giác đều sẽ tạo được một tam giác thỏa mãn yêu cầu đề bài.
Vậy có $C_6^3 = 20$ tam giác.

Chọn đáp án D □

Câu 16. Cho hàm số $y = (2x^2 - 1)^{\frac{1}{2}}$. Giá trị của hàm số đã cho tại điểm $x = 2$ bằng

A 3. **B** $\sqrt{3}$. **C** $\sqrt{7}$. **D** 7.

Lời giải.

$y(2) = (2 \cdot 2^2 - 1)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$.

Chọn đáp án C □

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 8$ là

A $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. **B** $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. **C** $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. **D** $(-\infty; 2)$.

Lời giải.

Tập xác định của bất phương trình là $\mathscr{D} = \mathbb{R}$. Ta có

$$2^{2x} < 8 \Leftrightarrow 2^{2x} < 2^3 \Leftrightarrow 2x < 3 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$

Chọn đáp án B □

Câu 18. Đạo hàm của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là

(A) $y'=\dfrac{1}{(x-1)\ln 2}$. (B) $y'=\dfrac{x-1}{\ln 2}$. (C) $y'=\dfrac{1}{x-1}$. (D) $y'=\dfrac{1}{\ln 2}$.

Lời giải.

Ta có $(\log_2(x-1))'=\dfrac{1}{(x-1)\ln 2}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 19. Cho hình trụ có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=4$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

(A) 16π. (B) 56π. (C) 24π. (D) 48π.

Lời giải.

Ta có $S_{\text{xq}}=2\pi rh=2\pi\cdot 4\cdot 3=24\pi$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;3)$ là

(A) $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{-1}$. (B) $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$.

(C) $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$. (D) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;3)$ là

$$\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{3}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 21. Nếu khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V thì khối chóp $A'.ABC$ có thể tích bằng

(A) $\dfrac{2V}{3}$. (B) $3V$. (C) $\dfrac{V}{3}$. (D) V.

Lời giải.

Khối chóp $A'.ABC$ có chung đáy ABC và chiều cao bằng với chiều cao của khối lăng trụ nên theo công thức thể tích khối chóp nó có thể tích là $\dfrac{V}{3}$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 22. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \dfrac{1}{n+1}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của u_3 bằng

A $\dfrac{1}{3}$. B 4. C $\dfrac{1}{2}$. D $\dfrac{1}{4}$.

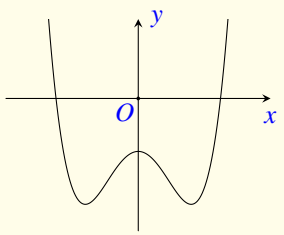
Lời giải.

Với $n = 3$, ta có $u_3 = \dfrac{1}{3+1} = \dfrac{1}{4}$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 23.
Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A 3. B 1. C 2. D 0.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị của hàm số đã cho có hai điểm cực tiểu.

Chọn đáp án C ☐

Câu 24. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x-2}$ có phương trình là

A $x = \dfrac{1}{2}$. B $x = -2$. C $x = 3$. D $x = 2$.

Lời giải.

Vì $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{3x-1}{x-2} = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{3x-1}{x-2} = -\infty$ nên đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x-2}$ có tiệm cận đứng là $x = 2$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 25. Cho khối nón có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối nón đã cho bằng

A 4π. B $\dfrac{4\pi}{3}$. C $\dfrac{4}{3}$. D 4.

Lời giải.

Ta có $V_{\text{nón}} = \dfrac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h \Rightarrow h = \dfrac{3V_{\text{nón}}}{S_{\text{đáy}}} = \dfrac{3 \cdot 12}{9} = 4$.

Chọn đáp án D □

Câu 26. Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 4 và đáy $ABCD$ có diện tích bằng 3. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A 7. B 12. C 4. D 5.

Lời giải.

$V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 3 = 4$.

Chọn đáp án C □

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R = 2$. Phương trình của (S) là

A $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2 = 4$. B $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2 = 2$.

C $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2 = 4$. D $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2 = 2$.

Lời giải.

Phương trình của (S) là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2 = 4$.

Chọn đáp án A □

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(2;+\infty)$. B $(0;+\infty)$. C $(-\infty;0)$. D $(-1;2)$.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm, ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng $(-\infty;-1)$ và $(2;+\infty)$.

Chọn đáp án A □

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;2;1)$ và $B(1;0;1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+1)^2 = 5$. B $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = 5$.

C $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = 20$. D $(x+3)^2+(y+1)^2+(z+1)^2 = 20$.

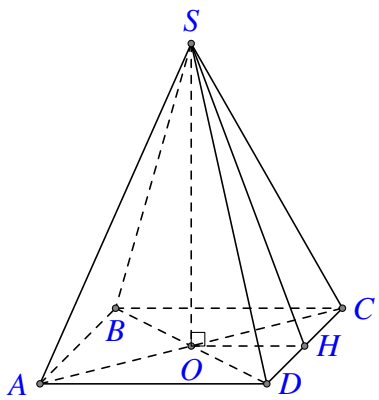
Lời giải.

Gọi I là trung điểm của AB, ta có $I(3;1;1)$ và $AB=\sqrt{(5-1)^2+(2-0)^2+(1-1)^2}=2\sqrt{5}$.
Mặt cầu đường kính AB có tâm I và bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=\sqrt{5}$.
Phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$.
Chọn đáp án B □

Câu 30. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $\dfrac{\sqrt{3}a}{6}$. Góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng đáy bằng
A $60°$. B $45°$. C $30°$. D $90°$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của $ABCD$ và H là trung điểm của CD. Ta có



- $(SCD)\cap(ABCD)=CD$;
- $OH\subset(ABCD)$ và $OH\perp CD$;
- $SH\subset(SCD)$ và $SH\perp CD$.

Từ những điều trên, suy ra góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là góc giữa OH và SH, đó là góc $\widehat{SHO}$.
Ta có $SO=\dfrac{\sqrt{3}a}{6}$ và $OH=\dfrac{1}{2}AD=\dfrac{1}{2}a$.
Xét tam giác vuông SOH, ta có $\tan\widehat{SHO}=\dfrac{SH}{OH}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, suy ra $\widehat{SHO}=30°$.
Vậy góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng $30°$.

Chọn đáp án C □

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P):x+2y+z=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là
A $\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=-1+t\end{cases}$. B $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=-1+t\end{cases}$. C $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=1+t\end{cases}$. D $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=1-t\end{cases}$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;1)$.
Gọi d là đường thẳng cần tìm.
Do $d\perp(P)$ nên d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=\vec{n}=(1;2;1)$.

Phương trình của d là $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = -1+t. \end{cases}$

Chọn đáp án B □

Câu 32. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a \neq 1$ và $\log_a b = 2$, giá trị của $\log_{a^2}\left(ab^2\right)$ bằng

A $\frac{1}{2}$. B 2. C $\frac{5}{2}$. D $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có

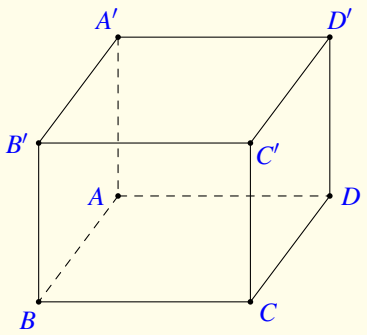
$$\begin{aligned} \log_{a^2}\left(ab^2\right) &= \frac{1}{2}\log_a\left(ab^2\right) = \frac{1}{2}\left(\log_a a + \log_a b^2\right) \\ &= \frac{1}{2}\left(1+2\log_a b\right) = \frac{1}{2}(1+2\cdot 2) = \frac{5}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án C □

Câu 33.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1$, $BC = 2$, $AA' = 2$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và DC' bằng

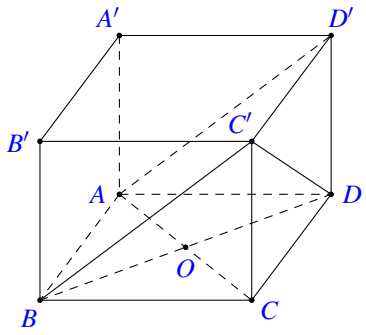
A $\frac{\sqrt{6}}{3}$. B $\sqrt{2}$. C $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. D $\frac{\sqrt{6}}{2}$.



Lời giải.

Dễ thấy $AD' \parallel BC'$ nên $AD' \parallel (BC'D)$.
Ta có

$$\mathrm{d}\left(AD', DC'\right) = \mathrm{d}\left(AD', \left(BC'D\right)\right) = \mathrm{d}\left(A, \left(BC'D\right)\right).$$



Đặt O là giao điểm của AC và BD. Khi đó $AC \cap (BC'D) = O$.
Ta có

$$\frac{\mathrm{d}\left(A, (BC'D)\right)}{\mathrm{d}\left(C, (BC'D)\right)} = \frac{AO}{CO} = 1 \Rightarrow \mathrm{d}\left(A, \left(BC'D\right)\right) = \mathrm{d}\left(C, \left(BC'D\right)\right).$$

Tứ diện $BCDC'$ có CB, CD, CC' vuông góc với nhau từng đôi một nên sử dụng công thức tính nhanh ta có

$$\begin{aligned}\frac{1}{\left[\mathrm{d}\left(C, (BC'D)\right)\right]^2} &= \frac{1}{CB^2} + \frac{1}{CD^2} + \frac{1}{CC'^2} \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{1} + \frac{1}{4} \ (\text{do } CD = AB = 1 \text{ và } CC' = AA' = 2) \\ &= \frac{3}{2}.\end{aligned}$$

Suy ra $\mathrm{d}\left(C, (BC'D)\right) = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ nên $\mathrm{d}\left(AD', DC'\right) = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 34. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 14 = 0$ và M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Trung điểm của đoạn thẳng MN có tọa độ là

(A) $(-3;0)$. (B) $(3;0)$. (C) $(3;7)$. (D) $(-3;7)$.

Lời giải.

Phương trình đã cho có $a = 1$, $b' = -3$, $c = 14$.
Xét $\Delta' = b'^2 - ac = (-3)^2 - 1 \cdot 14 = -5$. Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt là

$$z_1 = \frac{3 + \sqrt{5}i}{1} = 3 + \sqrt{5}i; \quad z_2 = \frac{3 - \sqrt{5}i}{1} = 3 - \sqrt{5}i.$$

Đặt $M\left(3; \sqrt{5}\right)$ và $N\left(3; -\sqrt{5}\right)$. Khi đó trung điểm I của MN có tọa độ là $(3;0)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 35. Biết đường thẳng $y = x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-x+5}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2. Giá trị $x_1 + x_2$ bằng

(A) 2. (B) 3. (C) -1. (D) 1.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm là

$$x-1=\frac{-x+5}{x-2} \Leftrightarrow (x-1)(x-2)=-x+5 \ (x\neq 2)$$
$$\Leftrightarrow x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \text{ (nhận)} \\ x=3 \text{ (nhận).}\end{array}\right.$$

Đặt $x_1=-1$, $x_2=3$, khi đó $x_1+x_2=2$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 36. Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 8 nữ, chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ bằng

(A) $\frac{71}{143}$. (B) $\frac{72}{143}$. (C) $\frac{128}{143}$. (D) $\frac{15}{143}$.

Lời giải.

Số cách chọn 4 học sinh từ 13 học sinh là $C_{13}^4=715$.
Số cách chọn 4 học sinh từ 13 học sinh để các học sinh có cả nam và nữ là

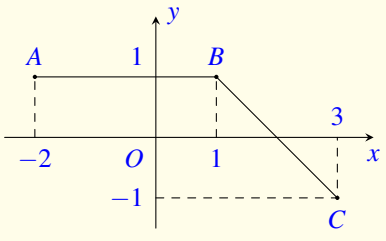
$$C_{13}^5-C_5^4-C_8^4=640.$$

Xác suất cần tìm là $\frac{640}{715}=\frac{128}{143}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 37.

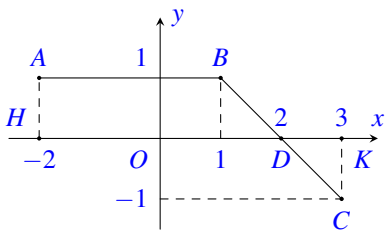
Đường gấp khúc ABC trong hình bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$. Tích phân $\int_{-2}^{3} f(x)\,dx$ bằng



(A) $\frac{9}{2}$. (B) 3. (C) 4. (D) $\frac{7}{2}$.

Lời giải.

Đặt $H(-2;0)$, $K(3;0)$ và $D(2;0)$.
Ta có



$$\begin{aligned}\int_{-2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x &= \int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x\\ &= \int_{-2}^{2} |f(x)|\,\mathrm{d}x - \int_{2}^{3} |f(x)|\,\mathrm{d}x\\ &= S_{ABDH} - S_{CDK}\\ &= \frac{1\cdot(3+4)}{2} - \frac{1\cdot 1}{2} = 3.\end{aligned}$$

Chọn đáp án B □

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-4)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $f(5)>f(6)$. **B** $f(0)>f(2)$. C $f(4)>f(0)$. D $f(4)>f(2)$.

Lời giải.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$.

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗	$f(0)$	↘	$f(4)$	↗	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(0)>f(2)$ là đúng.

Chọn đáp án B □

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(5^x-125)\left(\log_3^2 x-8\log_3 x+15\right)<0$?

A 242. **B** 217. C 220. D 215.

Lời giải.

Điều kiện $x>0$.

Ta có

$$\begin{aligned}
&(5^x-125)\left(\log_3^2 x-8\log_3 x+15\right)<0\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases}5^x-125<0\\ \log_3^2 x-8\log_3 x+15>0\end{cases}\text{hay}\begin{cases}5^x-125>0\\ \log_3^2 x-8\log_3 x+15<0\end{cases}\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases}5^x<5^3\\ \left[\begin{array}{l}\log_3 x<3\\ \log_3 x>5\end{array}\right.\end{cases}\text{hay}\begin{cases}5^x>5^3\\ 3<\log_3 x<5\end{cases}\\
\Leftrightarrow\ &\begin{cases}x<3\\ \left[\begin{array}{l}x<27\\ x>243\end{array}\right.\end{cases}\text{hay}\begin{cases}x>3\\ 27<x<243\end{cases}\\
\Leftrightarrow\ &x<3\,\text{hay}\,27<x<243.
\end{aligned}$$

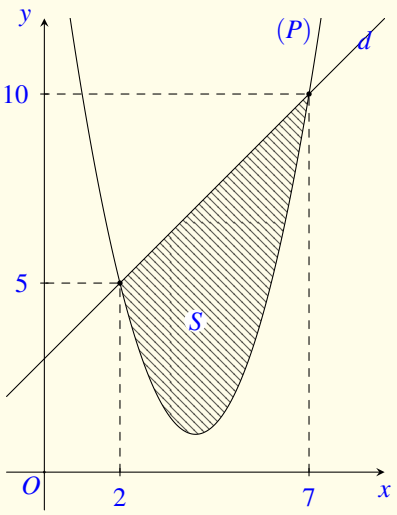
Mà x là số nguyên nên $x\in\{1;2;28;29;\cdots;242\}$.
Vậy có 217 số nguyên x thỏa mãn.

Chọn đáp án (B) □

Câu 40.

Cho hàm số bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S=\dfrac{125}{6}$. Tích phân $\displaystyle\int_2^7(2x-3)f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) $\dfrac{215}{3}$. (B) $\dfrac{265}{3}$. (C) $\dfrac{245}{3}$. (D) $\dfrac{415}{3}$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số d đi qua hai điểm $(2;5)$ và $(7;10)$ nên có phương trình $d\colon y=x+3$.

Ta có $S=\displaystyle\int_2^7|g(x)-f(x)|\,\mathrm{d}x\Rightarrow\int_2^7 f(x)\,\mathrm{d}x=\int_2^7 g(x)\,\mathrm{d}x-S=\int_2^7(x+3)\,\mathrm{d}x-\frac{125}{6}=\frac{50}{3}$.

Đặt $\begin{cases}u=2x-3\\ \mathrm{d}v=f'(x)\,\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2\,\mathrm{d}x\\ v=f(x).\end{cases}$

Ta có $\displaystyle\int_2^7(2x-3)f'(x)\,\mathrm{d}x=[(2x-3)f(x)]\Big|_2^7-2\int_2^7 f(x)\,\mathrm{d}x=11f(7)-f(2)-2\cdot\frac{50}{3}=\frac{215}{3}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=x^3-3x^2+3mx+\dfrac{1}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;5)$?

(A) 17. (B) 12. (C) 16. (D) 11.

Lời giải.

Ta có $y'=3x^2-6x+3m$.
Suy ra $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x+3m=0 \Leftrightarrow m=-x^2+2x$.
Hàm số có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;5)$ khi và chỉ khi $y'=0$ có đúng một nghiệm thuộc khoảng $(-1;5)$ hay $m=-x^2+2x$ có đúng một nghiệm thuộc khoảng $(-1;5)$.
Xét hàm số $h(x)=-x^2+2x$ trên khoảng $(-1;5)$.
Ta có $h'(x)=-2x+2$.
Phương trình $h'(x)=0 \Leftrightarrow -2x+2=0 \Leftrightarrow x=1$.
Bảng biến thiên của $h(x)$

x	-1		1		5
$h'(x)$		$+$	0	$-$	
$h(x)$	-3	↗	1	↘	-15

Từ bảng biến thiên trên, phương trình $m=-x^2+2x$ có đúng một nghiệm thuộc khoảng $(-1;5) \Leftrightarrow -15<m\leq -3$.
Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-14;-13;\ldots;-3\}$.
Vậy có 12 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (B) □

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$, có đạo hàm trên khoảng đó và thỏa mãn $f(x)\ln f(x)=x(2f(x)-f'(x))$, $\forall x\in(0;+\infty)$. Biết $f(1)=f(4)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(54;56)$. (B) $(74;76)$. (C) $(10;12)$. (D) $(3;5)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} & f(x)\ln f(x)=x\left(2f(x)-f'(x)\right) \\ \Leftrightarrow\ & \ln f(x)=2x-x\cdot\frac{f'(x)}{f(x)} \\ \Leftrightarrow\ & x\cdot\frac{f'(x)}{f(x)}+\ln f(x)=2x \\ \Leftrightarrow\ & \left[x\cdot\ln\left(f(x)\right)\right]'=2x. \end{aligned}$$

Lấy nguyên hàm hai vế, ta được $x\cdot\ln(f(x))=x^2+C.\qquad(*)$

Thay $x=1$ và $x=4$ vào $(*)$, ta được $\begin{cases}\ln(f(1))=1+C\\ \ln(f(4))=\dfrac{16+C}{4}.\end{cases}$

Theo giả thiết $f(1)=f(4)\Leftrightarrow 1+C=\dfrac{16+C}{4}\Leftrightarrow C=4$.

Suy ra $f(x)=\mathrm{e}^{\frac{x^2+4}{x}}$.

Do đó $f(2)=\mathrm{e}^4\approx 54{,}5982\in(54;56)$.

Vậy $f(2)\in(54;56)$.

Chọn đáp án A □

Câu 43. Gọi S là tập hợp các số phức $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z+\bar{z}|+|z-\bar{z}|=8$ và $ab\geq 0$. Xét z_1 và z_2 thuộc S sao cho $\dfrac{z_1-z_2}{1+i}$ là số thực dương. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1+4i|+|z_2|$ bằng

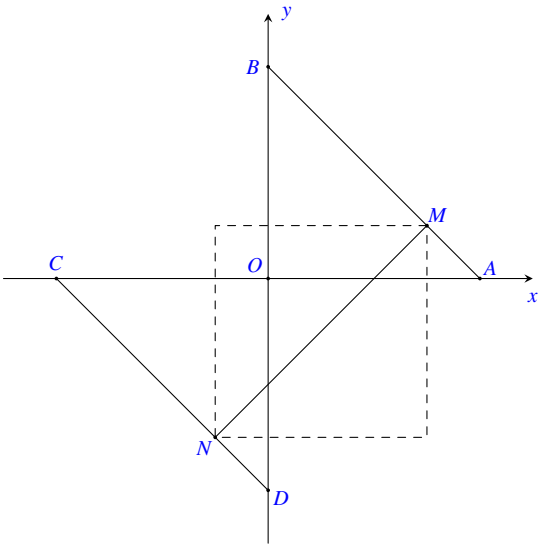
(A) 4. (B) $4\sqrt{2}$. (C) $4\sqrt{5}$. (D) $4+4\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases}z+\bar{z}=2a\\ z-\bar{z}=2bi\end{cases}$ nên $|z+\bar{z}|+|z-\bar{z}|=8\Leftrightarrow|a|+|b|=8$.

Ta lại có $ab\geq 0$ nên $\left[\begin{array}{l}a+b=4\\ a+b=-4.\end{array}\right.$

Do đó, điểm biểu diễn của z thuộc đoạn thẳng AB hoặc CD, với $A(4;0)$, $B(0;4)$, $C(0;-4)$, $D(0;-4)$.



Mặt khác, theo giả thiết, tồn tại số thực $k>0$ sao cho $\dfrac{z_1-z_2}{1+i}=k$.

Suy ra $z_1-z_2=k(1+i)\Rightarrow z_1=z_2+k(1+i)$.

Gọi $z_2=x+yi$, $(x,y\in\mathbb{R},xy\geq 0)$.

Khi đó, ta có $z_1=(x+k)+(y+k)i$.

Giả sử $x\geq 0$ và $y\geq 0$. Vì $z_1,z_2\in S$ nên ta có

$$\begin{cases}|x+k|+|y+k|=4\\ |x|+|y|=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+k+y+k=4\\ x+y=4\end{cases}\Rightarrow k=0\,(\text{mâu thuẫn}).$$

Do đó $x\leq 0$ và $y\leq 0$ hay điểm biểu diễn $N(x;y)$ của z_2 thuộc CD và điểm biểu diễn $M(x+k;y+k)$ của z_1 thuộc AB.

Khi đó, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}x+y=-4\\ (x+k)+(y+k)=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-x-4\\ k=4.\end{cases}$$

Do đó $z_1=(x+4)-xi$ và $z_2=xi+(-x-4)i$.

Suy ra

$$\begin{aligned}|z_1+4i|+|z_2| &= \sqrt{(x+4)^2+(-x+4)^2}+\sqrt{x^2+(-x-4)^2}\\ &= \sqrt{(x+4)^2+(-x+4)^2}+\sqrt{(-x)^2+(x+4)^2}\\ &\geq \sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}.\end{aligned}$$

Vậy biểu thức $|z_1+4i|+|z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $4\sqrt{5}$ khi và chỉ khi $\begin{cases}\dfrac{x+4}{-x}=\dfrac{-x+4}{x+4}\\ -4\leq x\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow x=-\dfrac{4}{3}$.

Chọn đáp án C □

Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x\in\left[\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{2}\right]$ thỏa mãn $\log_2\left(x^3-6x^2+9x+y\right)=\log_3\left(-x^2+6x\right)$. Số phần tử của S là

(A) 3. (B) 8. (C) 7. (D) 1.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases}x^3-6x^2+9x+y>0\\ -x^2+6x>0.\end{cases}$

Xét hàm số $f(x)=\log_2\left(x^3-6x^2+9x+y\right)-\log_3\left(-x^2+6x\right)$ trên $\left[\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{2}\right]$.

Ta có

$$\begin{aligned}f'(x) &= \frac{3x^2-12x+9}{(x^3-6x^2+9x+y)\ln 2}-\frac{-2x+6}{(-x^2+6x)\ln 3}\\ &= \frac{3(x-1)(x-3)}{(x^3-6x^2+9x+y)\ln 2}+\frac{2(x-3)}{(-x^2+6x)\ln 3}\\ &= (x-3)\left[\frac{3(x-1)}{(x^3-6x^2+9x+y)\ln 2}+\frac{2}{(-x^2+6x)\ln 3}\right].\end{aligned}$$

Vì $\begin{cases}x^3-6x^2+9x+y>0\\ -x^2+6x>0\end{cases}$ nên $\left[\dfrac{3(x-1)}{(x^3-6x^2+9x+y)\ln 2}+\dfrac{2}{(-x^2+6x)\ln 3}\right]>0,\ \forall x\in\left[\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{2}\right]$.

Do đó, phương trình $f'(x)=0\Leftrightarrow x=3$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ trên $\left[\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{2}\right]$ như sau

x	$\frac{3}{2}$		3		$\frac{9}{2}$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$f\left(\frac{3}{2}\right)$	↘	$f(3)$	↗	$f\left(\frac{9}{2}\right)$

Trong đó

- $f(3)=\log_2 y-2$;
- $f\left(\frac{3}{2}\right)=\log_2\left(\frac{27}{8}+y\right)-\log_3\frac{27}{4}=\log_2\left(\frac{27}{8}+y\right)-(3-2\log_3 2)$;
- $f\left(\frac{9}{2}\right)=\log_2\left(\frac{81}{8}+y\right)-\log_3\frac{27}{4}=\log_2\left(\frac{81}{8}+y\right)-(3-2\log_3 2)$.

Suy ra phương trình $f(x)=0$ có đúng một nghiệm $x\in\left[\frac{3}{2};\frac{9}{2}\right]$ khi và chỉ khi

$$\Leftrightarrow \begin{left}\begin{cases}\log_2 y-2=0\\ \begin{cases}\log_2\left(\frac{27}{8}+y\right)-(3-2\log_3 2)<0\\ \log_2\left(\frac{81}{8}+y\right)-(3-2\log_3 2)\end{cases}\end{cases}\end{left}$$

$$\Leftrightarrow \begin{left}\begin{cases}\log_2 y=2\\ \begin{cases}\frac{27}{8}+y<2^{3-2\log_3 2}\\ \frac{81}{8}+y\geq 2^{3-2\log_3 2}\end{cases}\end{cases}\end{left}$$

$$\Leftrightarrow \begin{left}\begin{cases}y=4\\ 2^{3-2\log_3 2}-\frac{81}{8}\leq y<2^{3-2\log_3 2}-\frac{27}{8}.\end{cases}\end{left}$$

Vì $y\in\mathbb{Z}$ nên ta được $y\in\{-6;-5;\ldots;-1\}\cup\{4\}$.
Vậy có tất cả 7 giá trị nguyên của y thỏa mãn bài toán.

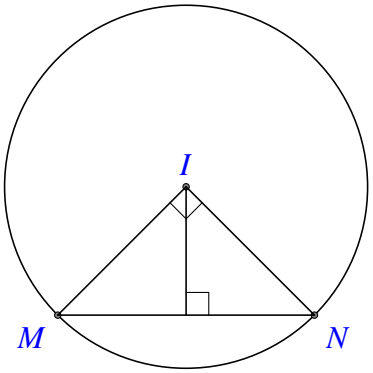
Chọn đáp án C □

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$, nhận $\vec{u}=(1;a;3-a)$ (với $a\in\mathbb{R}$) làm véc-tơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

A $\left(\frac{13}{2};\frac{15}{2}\right)$. B $\left(24;\frac{49}{2}\right)$. C $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. D $\left(\frac{31}{2};\frac{33}{2}\right)$.

Lời giải.

(S) có tâm $I(1;-2;-1)$ bán kính $R=2$.
Gọi M và N lần lượt là hai giao điểm của d với (S).
Gọi (α), (β) lần lượt là các mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại M và N.
Ta có $\overrightarrow{IM}$, $\overrightarrow{IN}$ lần lượt là các véc-tơ pháp tuyến của (α) và (β).
Theo đề bài ta có $IM \perp IN \Rightarrow \triangle IMN$ vuông cân tại $I \Rightarrow MN = 2\sqrt{2}$.
Lại có $\overrightarrow{IA} = (0;2;-1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{IA};\vec{u}\right] = (6-a;-1;-2)$.



$$\Leftrightarrow \mathrm{d}(I,MN) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{IA};\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|} = \frac{MN}{2} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{(6-a)^2+1+4}{1+a^2+(3-a)^2}} = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow a^2-12a+41 = 2\left(2a^2-6a+10\right) \Leftrightarrow 3a^2 = 21 \Leftrightarrow a^2 = 7 \in \left(\frac{13}{2};\frac{15}{2}\right).$$

Chọn đáp án A □

Câu 46. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2+az+b=0$ (với $a,b\in\mathbb{R}$). Có bao nhiêu cặp số $(a;b)$ để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-1|=2$ và $|z_2-2+3i|=3$?

A 4. B 3. C 6. D 2.

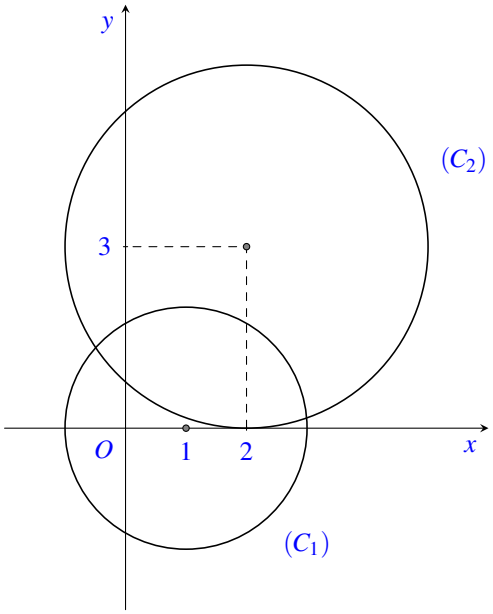
Lời giải.

Ta có $\Delta = a^2-4b$.

Trường hợp 1: $\Delta > 0$. Khi đó z_1, z_2 là các số thực.
Ta có $|z_1-1|=2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=3 \\ z_1=-1. \end{array}\right.$
Lại có $|z_2-2+3i|=3 \Leftrightarrow \sqrt{(z_2-2)^2+9}=3 \Leftrightarrow z_2=2$.
Với $\begin{cases} z_1=3 \\ z_2=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5=z_1+z_2=-a \\ 6=z_1z_2=b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-5 \\ b=6. \end{cases}$
Với $\begin{cases} z_1=-1 \\ z_2=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1=z_1+z_2=-a \\ -2=z_1z_2=b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-2. \end{cases}$
So sánh điều kiện ta được $(a;b)\in\{(-5;6),(-1;-2)\}$.

Trường hợp 2: $\Delta < 0$. Khi đó, ta có $z_1, z_2 \notin \mathbb{R} \Rightarrow z_2 = \bar{z}_1$.
Đặt $z_1 = x+yi$ (với $x,y\in\mathbb{R}$) $\Rightarrow z_2 = x-yi$. Theo đề bài ta có

$$\begin{cases} |z_1-1|=2 \\ |\bar{z}_1-2+3i|=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2+y^2=4 & (C_1) \\ (x-2)^2+(y-3)^2=9. & (C_2) \end{cases}$$



Hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt, do đó hệ phương trình trên có hai nghiệm phân biệt.
Suy ra có hai cặp số $(a;b)$ thỏa yêu cầu bài toán trong trường hợp này.

Vậy có 4 cặp số $(a;b)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

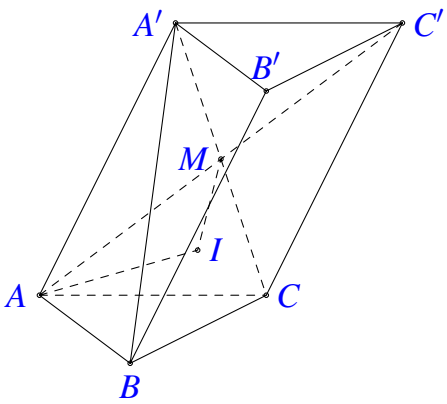
Chọn đáp án (A) □

Câu 47. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AC'=8$, diện tích của tam giác $A'BC$ bằng 9 và đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc 60°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) 12. (B) 18. (C) $18\sqrt{3}$. (D) $12\sqrt{3}$.

Lời giải.

Gọi I là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'BC)$ và M là giao điểm của $A'C$ và AC'.
Vì $AC'=8$ nên $AM=4$.
Ta có $(AC',(A'BC))=\widehat{AMI}=60^\circ$.
Từ đó ta có $AI=AM\cdot\sin 60^\circ=4\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$.
Suy ra $V_{A.A'BC}=\dfrac{1}{3}AI\cdot S_{\triangle A'BC}=\dfrac{1}{3}\cdot 9\cdot 2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$.
Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=3V_{A.A'BC}=3\cdot 6\sqrt{3}=18\sqrt{3}$.



Chọn đáp án (C) □

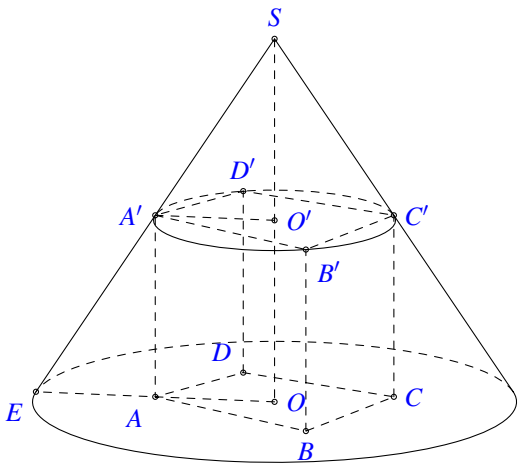
Câu 48. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 4. Xét hình nón $(\mathscr{N})$ có đáy nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt xung quanh đi qua bốn điểm A', B', C', D'. Khi bán kính đáy của $(\mathscr{N})$ bằng $3\sqrt{2}$, diện tích xung quanh của $(\mathscr{N})$ bằng

(A) 72π. (B) 54π. (C) $36\sqrt{2}\pi$. (D) 108π.

Lời giải.

Gọi S là đỉnh của hình nón, O và O' lần lượt là tâm của các hình vuông $ABCD, A'B'C'D'$.
Ta thấy $S \in OO'$. Gọi E là giao điểm của SA' với $(ABCD)$.
Suy ra $A \in OE$.
$(\mathscr{N})$ có bán kính OE và đường cao SO.
Ta có $\triangle SOE \sim \Delta SO'A'$ nên suy ra

$$\frac{SO'}{SO} = \frac{O'A'}{OE} \Leftrightarrow \frac{SO'}{SO'+OO'} = \frac{O'A'}{OE}$$
$$\Leftrightarrow \frac{SO'}{SO'+4} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} \Leftrightarrow SO' = 8$$
$$\Rightarrow SO = 8+4 = 12.$$



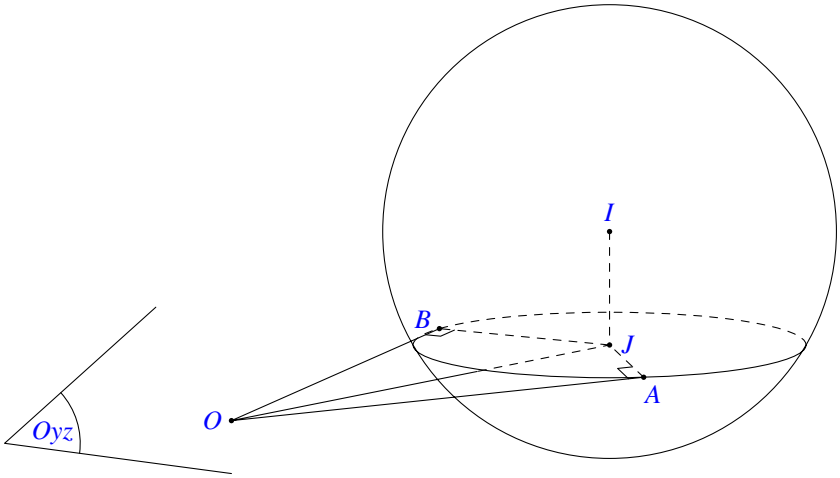
Do đó độ dài đường sinh của $(\mathscr{N})$ là
$SE = \sqrt{SO^2+OE^2} = \sqrt{12^2+18} = 9\sqrt{2}$.
Vậy diện tích xung quanh của $(\mathscr{N})$ là
$S_{xq} = \pi \cdot 9\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 54\pi$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(3;5;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn $60°$?

(A) 4. (B) 2. (C) 10. (D) 6.

Lời giải.



Gọi J là hình chiếu vuông góc của I trên (Oyz) suy ra $J(0;5;12)$ và $IJ=3$, $OI=\sqrt{178}$, $OJ=13$.
Để tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O thì $R>IJ=3$. (1)
Gọi hai tiếp tuyến đó là OA và OB suy ra $JA=\sqrt{R^2-3^2}$.
Theo bài ra góc giữa hai tiếp tuyến không nhỏ hơn 60° nên ta có

$$\sin\frac{120^\circ}{2}\geq\sin\widehat{JOA}\geq\sin\frac{60^\circ}{2}\Leftrightarrow\sin 60^\circ\geq\frac{JA}{JO}\geq\sin 30^\circ\Leftrightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}\geq\frac{\sqrt{R^2-9}}{13}\geq\frac{1}{2}\Leftrightarrow 11{,}65\geq R\geq 7{,}15. \quad (2)$$

Từ (1), (2) và $m\in\mathbb{Z}$ suy ra $m\in\{8;9;10;11\}$.

Chọn đáp án (A) ☐

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=x^4-18x^2+4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3;2)$ của phương trình $f\left(x^2+2x+3\right)=m$ bằng -4?

(A) 24. (B) 23. (C) 26. (D) 25.

Lời giải.

Đặt $t=x^2+2x+3=(x+1)^2+2$.
Bảng biến thiên

x	-3		-1		2
t	6	↘	2	↗	11

Với mỗi $t\in(2;6)$ có 2 giá trị x_1, x_2 phân biệt sao cho $x_1+x_2=-2$.
Với $t=2$ có duy nhất giá trị $x=-1$.
Với $t\in[6;11)$ có duy nhất giá trị $x\in(-1;2)$.
Yêu cầu bài toán trở thành phương trình $f(t)=m$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(2;6)$.
Xét hàm số $f(t)=t^4-18t^2+4$ với $t\in(2;6)$.

Phương trình $f'(t) = 4t^3 - 36t$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \notin (2;6) \\ t = -3 \notin (2;6) \\ t = 3 \in (2;6). \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

t	2		3		6
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	-52	$\searrow$	-77	$\nearrow$	652

Từ bảng biến thiên suy ra $-77 < m < -52$ mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-76, -75, \ldots, -53\}$.
Vậy có 24 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án A □

— HẾT —

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 87

1. D	2. C	3. A	4. D	5. C	6. B	7. D	8. D	9. A	10. B
11. D	12. D	13. C	14. A	15. D	16. C	17. B	18. A	19. C	20. B
21. C	22. D	23. C	24. D	25. D	26. C	27. A	28. A	29. B	30. C
31. B	32. C	33. A	34. B	35. A	36. C	37. B	38. B	39. B	40. A
41. B	42. A	43. C	44. C	45. A	46. A	47. C	48. B	49. A	50. A

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THAM KHẢO

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2024
Môn: TOÁN, ĐỀ THAM KHẢO
Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) 3. (B) -2. (C) 2. (D) -1.

Lời giải.

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -2.

Chọn đáp án B □

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=5-6x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 5-2x^3+C$. (B) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 5x-2x^3+C$.

(C) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 5x-6x^3+C$. (D) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 5-3x^3+C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 5x-2x^3+C$.

Chọn đáp án B □

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\log_3\left(x^2-7\right)=2$ là

(A) $\{-4;4\}$. (B) $\{4\}$. (C) $\{2\}$. (D) $\{16\}$.

Lời giải.

Ta có $\log_3\left(x^2-7\right)=2 \Leftrightarrow x^2-7=9 \Leftrightarrow x^2=16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-4. \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{4;-4\}$.

Chọn đáp án A □

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(3;-1;2)$. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là

A $(2;-2;4)$. **B** $(2;0;0)$. **C** $(1;-1;2)$. **D** $(-2;2;-4)$.

Lời giải.

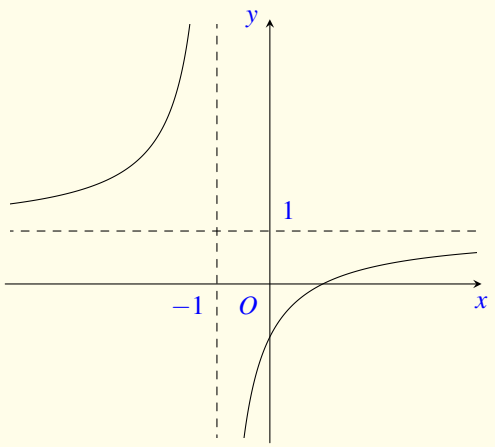
Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-2;4)$.

Chọn đáp án A □

Câu 5.

Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A $y=0$. **B** $y=2$. **C** $y=-1$. **D** $y=1$.



Lời giải.

Theo đồ thị, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=1$.

Chọn đáp án D □

Câu 6. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	2	↗	3	↘	2	↗	$+\infty$

A $y=-2x^4+4x^2+1$. **B** $y=x^3-4x^2-2$.

C $y=x^4-2x^2+3$. **D** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho là hàm bậc bốn trùng phương.
Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên chỉ có hàm số $y=x^4-2x^2+3$ thỏa mãn.

Chọn đáp án C ☐

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y=(x+1)^{\sqrt{2}}$ là

(A) $\mathbb{R}$. (B) $(0;+\infty)$. [C] $(-1;+\infty)$. (D) $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Lời giải.

Điều kiện $x+1>0 \Leftrightarrow x>-1$.
Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=(-1;+\infty)$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-3}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_2=(1;0;-2)$. [B] $\vec{u}_1=(2;1;-3)$. (C) $\vec{u}_3=(2;1;3)$. (D) $\vec{u}_4=(1;0;2)$.

Lời giải.

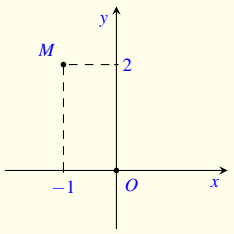
Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_1=(2;1;-3)$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 9.

Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

(A) $2+i$. [B] $-1+2i$. (C) $2-i$. (D) $-1-2i$.



Lời giải.

Dựa vào hình vẽ ta có $z=-1+2i$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;1)$ và bán kính $R=5$. Phương trình của (S) là

[A] $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$. (B) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$.

(C) $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=5$. (D) $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=5$.

Lời giải.

Phương trình mặt cầu (S) có dạng $(x-1)^2+[y-(-2)]^2+(z-1)^2=25$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^{\frac{1}{3}}$ bằng

(A) $\frac{3}{2}\log_2 a$. (B) $3\log_2 a$. (C) $\frac{1}{3}\log_2 a$. (D) $\frac{2}{3}\log_2 a$.

Lời giải.

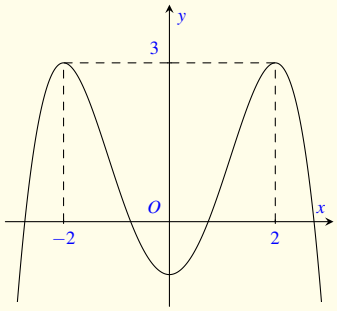
Ta có $\log_2 a^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}\log_2 a$.

Chọn đáp án C □

Câu 12.

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-2;2)$. (B) $(-\infty;2)$. (C) $(-2;0)$. (D) $(0;2)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Chọn đáp án C □

Câu 13. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $5a^2$ và chiều cao bằng $6a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $15a^3$. (B) $5a^3$. (C) $10a^3$. (D) $30a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = B \cdot h = 5a^2 \cdot 6a = 30a^3$.

Chọn đáp án D □

Câu 14. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x < 5$ là

(A) $(-\infty;\log_2 5]$. (B) $(-\infty;\log_2 5)$. (C) $(-\infty;\log_2 a]$. (D) $(-\infty;\log_5 2)$.

Lời giải.

Ta có $2^x < 5 \Leftrightarrow x < \log_2 5$.
Tập nghiệm của bất phuogn trình là $S = (-\infty;\log_2 5)$

Chọn đáp án B □

Câu 15. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

(A) $y=\ln x$. (B) $y=\log_3 x$. (C) $y=\log x$. **D** $y=\log_{\frac{1}{3}} x$.

Lời giải.

Hàm số $y=\log_{\frac{1}{3}} x$ có hệ số $a=\dfrac{1}{3}<1$ nên nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Chọn đáp án D □

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, vec-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy)?

(A) $\vec{n}=(1;1;0)$. (B) $\vec{j}=(0;1;0)$. (C) $\vec{i}=(1;0;0)$. **D** $\vec{k}=(0;0;1)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (Oxy) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.

Chọn đáp án D □

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-1)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 1. (B) 4. (C) 3. **D** 2.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=(x+1)(x-1)$, suy ra $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1.\end{array}\right.$

Bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, suy ra hàm số có 2 cực trị.

Chọn đáp án D □

Câu 18. Nếu $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ và $\displaystyle\int_1^2 g(x)\,\mathrm{d}x=5$ thì $\displaystyle\int_1^2 (f(x)-g(x))\,\mathrm{d}x$ bằng

(A) 2. **B** -2. (C) 8. (D) $\dfrac{3}{5}$.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_1^2 (f(x)-g(x))\,\mathrm{d}x = \int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_1^2 g(x)\,\mathrm{d}x = 3-5 = -2.$

Chọn đáp án B □

Câu 19. Nếu $\displaystyle\int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ thì $\displaystyle\int_{2}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 3. **B** -3. C 1. D -1.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_2^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x = -\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x = -3.$

Chọn đáp án B □

Câu 20. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $7a^2$ và chiều cao bằng $9a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A $9a^3$. **B** $21a^3$. C $84a^3$. D $63a^3$.

Lời giải.

Thể tích của khối chóp là $V = \dfrac{1}{3}\cdot B\cdot h = \dfrac{1}{3}\cdot 7a^2\cdot 9a = 21a^3$.

Chọn đáp án B □

Câu 21. Cho hai số phức $z_1 = 1-3i$ và $z_2 = -4+i$. Số phức z_1+z_2 bằng

A $-3-3i$. B $3-4i$. C $3-2i$. **D** $-3-2i$.

Lời giải.

Ta có $z_1+z_2 = (1-3i)+(-4+i) = -3-2i$.

Chọn đáp án D □

Câu 22. Cho hình nón có bán kính đáy r, chiều cao h và độ dài đường sinh ℓ. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\ell = \sqrt{h+r}$. **B** $\ell = \sqrt{h^2+r^2}$. C $\ell = hr$. D $\ell = h^2+r^2$.

Lời giải.

Khẳng định đúng là $\ell = \sqrt{h^2+r^2}$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 23. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh ngồi vào một dãy gồm 5 chiếc ghế sao cho mỗi chiếc ghế có đúng một học sinh ngồi?

A 600. **B** 120. C 3125. D 25.

Lời giải.

Số cách sắp xếp 5 học sinh ngồi vào một dãy gồm 5 chiếc ghế sao cho mỗi chiếc ghế có đúng một học sinh ngồi là $5! = 120$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 24. Hàm số $F(x) = \mathrm{e}^{2x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A $f_4(x) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}$. B $f_1(x) = \mathrm{e}^{2x}$. C $f_2(x) = \mathrm{e}^{x^2}$. **D** $f_3(x) = 2\mathrm{e}^{2x}$.

Lời giải.

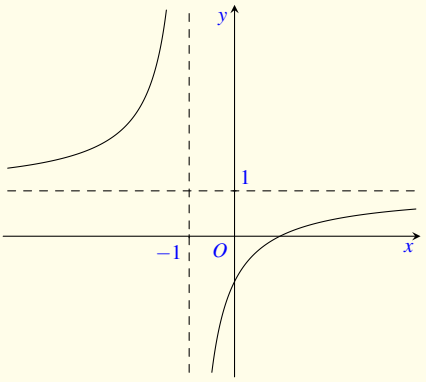
Ta có $\int 2\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{2x} + C$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 25.

Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

A 2. B 0. **C** 1. D 3.



Lời giải.

Từ hình vẽ ta thấy tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là $(0;-1)$. Nên có 1 giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung.

Chọn đáp án C ☐

Câu 26. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng r và diện tích xung quanh bằng S. Chiều cao của hình trụ đã cho bằng

A $\frac{S}{2\pi r}$. B $\frac{S}{\pi r}$. C $\frac{2S}{\pi r}$. D $\frac{S}{2r}$.

Lời giải.

Ta có $S = 2\pi rh \Rightarrow h = \dfrac{S}{2\pi r}$.

Chọn đáp án A

Câu 27. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A $\dfrac{7}{3}$. B $\dfrac{3}{7}$. C -4. D 4.

Lời giải.

Vì (u_n) là cấp số cộng nên $d = u_2 - u_1 = 7 - 3 = 4$.

Chọn đáp án D

Câu 28. Số phức $z = 4 - 5i$ có phần ảo bằng

A -5. B -4. C $-5i$. D 4.

Lời giải.

Số phức $z = 4 - 5i$ có phần ảo bằng -5.

Chọn đáp án A

Câu 29. Cho số phức $z = 3 - i$, phần thực của số phức $(1 - i)\overline{z}$ bằng

A 4. B 2. C -4. D -2.

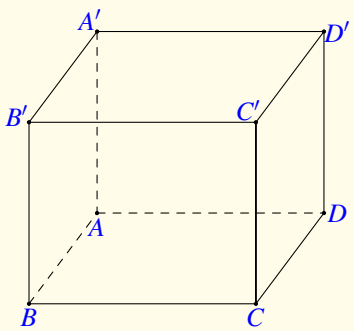
Lời giải.

Ta có $z = 3 - i \Rightarrow (1 - i)\overline{z} = (1 - i)(3 + i) = 4 - 2i$.
Do đó w có phần thực bằng 4.

Chọn đáp án A

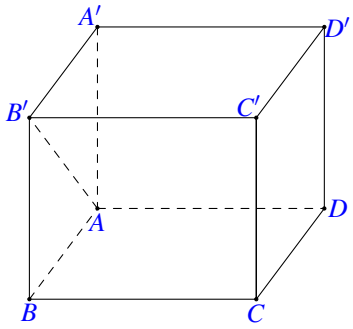
Câu 30.
Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên).
Góc giữa hai đường thẳng CD và AB' bằng

A $90°$. B $60°$. C $30°$. D $45°$.



Lời giải.

Ta có $CD \parallel AB$ nên $(CD, AB') = (AB, AB') = 45^\circ$.



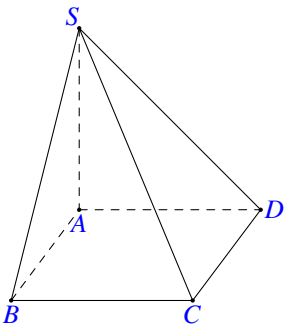
Chọn đáp án D □

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = \dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng

A $\dfrac{a}{2}$. B a. C $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. D $\dfrac{\sqrt{14}a}{7}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \\ AD \cap SA = A \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$, mà $CD \subset (SCD)$.



Suy ra $(SCD) \perp (SAD)$.
Gọi H là hình chiếu của A trên SD, ta có

$$\begin{cases} AH \perp SD \\ SD = (SCD) \cap (SAD) \\ (SCD) \perp (SAD) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow \mathrm{d}(A,(SCD)) = AH.$$

Xét tam giác vuông SAD, ta có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AS^2} + \dfrac{1}{AD^2} = \dfrac{3}{a^2} + \dfrac{1}{a^2} = \dfrac{4}{a^2} \Rightarrow AH = \dfrac{a}{2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-3), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(0;3)$. B $(3;+\infty)$. C $(-\infty;2)$. D $(1;3)$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3. \end{array}\right.$

Bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra hàm số nghịch biến trên $(1;3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 33. Từ một hộp chứa 12 viên bi gồm 3 viên bi đỏ, 4 viên bi xanh và 5 viên bi vàng, lấy ngẫu nhiên đồng thời 4 viên bi. Xác suất để trong bốn viên bi được lấy có ít nhất một viên bi đỏ bằng

A $\dfrac{13}{55}$. B $\dfrac{41}{55}$. C $\dfrac{14}{55}$. D $\dfrac{42}{55}$.

Lời giải.

Gọi Ω là không gian mẫu, ta có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{12}^4$.
Gọi A là biến cố "Trong bốn viên bi được lấy có ít nhất một viên bi đỏ".
Ta có $\overline{A}$ là biến cố "Trong bốn viên bi được lấy, không có bi đỏ".
Có tất cả 9 viên bi xanh và vàng, suy ra $n(\overline{A}) = \mathrm{C}_9^4$.
Ta có $\mathrm{P}(\overline{A}) = \dfrac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \dfrac{14}{55} \Rightarrow \mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = \dfrac{41}{55}$.

Chọn đáp án B □

Câu 34. Nếu $\displaystyle\int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 4$ thì $\displaystyle\int_{-1}^{2} (3 - f(x))\,\mathrm{d}x$ bằng

A 7. B 13. C 5. D -1.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_{-1}^{2} (3 - f(x))\,\mathrm{d}x = \int_{-1}^{2} 3\,\mathrm{d}x - \int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 9 - 4 = 5$.

Chọn đáp án C □

Câu 35. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 6x^2 - 4$ bằng

A $-\sqrt{3}$. B -4. C 5. D $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = -4x^3 + 12x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3}. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	-4	↗	5	↘	$-\infty$

Suy ra hàm số có giá trị lớn nhất là 5.

Chọn đáp án C □

Câu 36. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(32a^4\right)$ bằng

A $5-4\log_2 a$. B $5+4a$. C $5-4a$. D $5+4\log_2 a$.

Lời giải.

Ta có $\log_2\left(32a^4\right)=\log_2 32+\log_2 a^4=5+4\log_2 a$.

Chọn đáp án D □

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(4;0;0)$ và đi qua điểm $M(0;-3;0)$ có phương trình là

A $(x-4)^2+y^2+z^2=5$. B $(x+4)^2+y^2+z^2=5$.

C $(x+4)^2+y^2+z^2=25$. D $(x-4)^2+y^2+z^2=25$.

Lời giải.

Bán kính mặt cầu $R=IM=\sqrt{(0-4)^2+(-3-0)^2+(0-0)^2}=5$.

Phương trình mặt cầu có tâm $I(4;0;0)$ và bán kính $R=5$ là $(x-4)^2+y^2+z^2=25$.

Chọn đáp án D □

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;1)$, $B(1;0;2)$, $C(3;2;3)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A $\begin{cases}x=2-t\\y=2\\z=1+t\end{cases}$. B $\begin{cases}x=-1+4t\\y=2t\\z=1+5t\end{cases}$. C $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2t\\z=1+t\end{cases}$. D $\begin{cases}x=4+2t\\y=2+2t\\z=5+t\end{cases}$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

Vì $d\ /\!/\ BC$ nên một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\overrightarrow{BC}=(2;2;1)$.

Lại có d đi qua $A(-1;0;1)$ nên phương trình đường thẳng d là $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2t\\z=1+t.\end{cases}$

Chọn đáp án C □

Câu 39. Cho a và b là hai số thực dương phân biệt, khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2\left(a^2b\right)\cdot\log_a\dfrac{b}{a}+4=0$. Giá trị của $\log_b a$ bằng

A -3. B 3. C $\dfrac{1}{3}$. D $-\dfrac{1}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\log_a^2\left(a^2b\right)\cdot\log_a\dfrac{b}{a}+4=0\Leftrightarrow\left(\log_a b+2\right)^2\left(\log_a b-1\right)+4=0$.
Đặt $t=\log_a b$. Vì a, b phân biệt và khác 1 nên $t\neq\log_a 1=0$. Ta có phương trình

$$\begin{aligned}(t+2)^2(t-1)+4=0 &\Leftrightarrow \left(t^2+4t+4\right)(t-1)+4=0\\ &\Leftrightarrow t^3-t^2+4t^2-4t+4t-4+4=0\\ &\Leftrightarrow t^3+3t^2=0\\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=0\\ t=-3.\end{array}\right.\end{aligned}$$

So với điều kiện suy ra $t=-3$.
Vậy $\log_a b=-3\Rightarrow\log_b a=-\dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án D □

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[1;20]$ để ứng với mỗi m, hàm số $y=\dfrac{-x^2+3x-m-1}{3x-m}$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$?

A 17. B 14. C 15. D 13.

Lời giải.

Điều kiện $x\neq\dfrac{m}{3}$.
Ta có $y'=\dfrac{-3x^2+2mx+3}{(3x-m)^2}$.
Hàm số $y=\dfrac{-x^2+3x-m-1}{3x-m}$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$ khi và chỉ khi

$$\frac{-3x^2+2mx+3}{(3x-m)^2}\geq 0;\forall x\in(2;3)\Leftrightarrow\begin{cases}-3x^2+2mx+3\geq 0;\forall x\in(2;3) & (1)\\ \dfrac{m}{3}\notin(2;3). & (2)\end{cases}$$

Ta có $(2)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{m}{3}\geq 3\\ \dfrac{m}{3}\leq 2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\geq 9\\ m\leq 6.\end{array}\right.$

Ta có $(1)\Leftrightarrow 2m\geq 3x-\dfrac{3}{x},\forall x\in(2;3)$.

Đặt $g(x)=3x-\dfrac{3}{x}$ với $x\in(2;3)$.

Ta có $g'(x)=3+\dfrac{3}{x^2}>0,\forall x\in(2;3)\Rightarrow g(x)$ đồng biến trên $(2;3)$.

Do đó $2m\geq g(x),\forall x\in(2;3)\Leftrightarrow 2m\geq g(3)\Leftrightarrow 2m\geq 8\Leftrightarrow m\geq 4$.

Kết hợp hai điều kiện ta được $\left[\begin{array}{l} m\geq 9\\ 4\leq m\leq 6.\end{array}\right.$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{4;5;6;9;10;\ldots;20\}$.

Vậy có 15 số nguyên m thỏa mãn.

Chọn đáp án C □

Câu 41. Xét $f(x)=ax^4+bx^2+c\ (a,b,c\in\mathbb{R},a>0)$ sao cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có ba điểm cực trị là A, B và $C\left(1;-\dfrac{3}{5}\right)$. Gọi $y=g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm A, B và C. Khi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ và hai đường thẳng $x=0$, $x=1$ có diện tích bằng $\dfrac{2}{5}$, tích phân $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

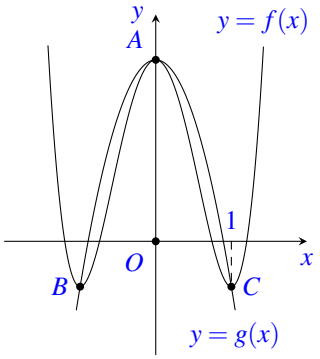
A 1. B -1. C $-\dfrac{17}{15}$. D $\dfrac{17}{15}$.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=4ax^3+2bx$.

Vì $C\left(1;-\dfrac{3}{5}\right)$ là điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nên $\left\{\begin{array}{l} f(1)=-\dfrac{3}{5}\\ f'(1)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l} a+b+c=-\dfrac{3}{5}\\ 4a+2b=0.\end{array}\right.$

Từ giả thiết, ta có thể giả sử $A(0;c)$ và $B\left(-1;-\dfrac{3}{5}\right)$.



Vì $f(x)$ là hàm số bậc 4, $g(x)$ là hàm số bậc 2 và hai đồ thị $y=f(x)$, $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt A, B, C nên

$$f(x)-g(x)=ax^2(x-1)(x+1).$$

Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ và hai đường thẳng $x=0$, $x=1$ có diện tích là

$$S=\int_0^1|f(x)-g(x)|\,\mathrm{d}x\Leftrightarrow\int_0^1\left|ax^2(x-1)(x+1)\right|\,\mathrm{d}x=\frac{2}{5}\Leftrightarrow a\int_0^1\left|x^2(x-1)(x+1)\right|\,\mathrm{d}x=\frac{2}{5}\Leftrightarrow a=3.$$

Suy ra $\left\{\begin{array}{l} 3+b+c=-\dfrac{3}{5}\\ 12+2b=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l} b=-6\\ c=\dfrac{12}{5}.\end{array}\right.$

Do đó $f(x)=3x^2-6x+\dfrac{12}{5}$.

Vậy $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 1$.

Chọn đáp án A □

Câu 42. Xét các số phức z, w $(w \neq 2)$ thỏa mãn $|z| = 1$ và $\dfrac{w+2}{w-2}$ là số thuần ảo. Khi $|z-w| = \sqrt{3}$, giá trị của $|2z+w|$ bằng

A $\dfrac{9\sqrt{7}}{2}$. B $\dfrac{3\sqrt{7}}{2}$. C $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. D $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Vì $\dfrac{w+2}{w-2}$ là số thuần ảo nên $\dfrac{w+2}{w-2} = bi$ với $b \in \mathbb{R}$.
Ta có

$$\frac{w+2}{w-2} = bi \Leftrightarrow w+2 = bi(w-2) \Leftrightarrow w+2 = biw-2bi \Leftrightarrow w-biw = -2-2bi.$$

Suy ra

$$w(1-bi) = -2-2bi \Leftrightarrow w = \frac{-2-2bi}{1-bi} \Rightarrow |w| = \left|\frac{-2-2bi}{1-bi}\right| = \frac{|-2-2bi|}{|1-bi|} = \frac{\sqrt{4+4b^2}}{1+b^2} = 2.$$

Ta có $|mz+nw|^2 = m^2|z|^2 + n^2|w|^2 + mn(\bar{z}w + z\bar{w})$ với $\begin{cases} m,n \in \mathbb{R} \\ z,w \in \mathbb{C}. \end{cases}$ $(*)$
Ta có $|z-w| = \sqrt{3} \Leftrightarrow |z-w|^2 = 3 \Leftrightarrow |z|^2 + |w|^2 - (\bar{z}w + z\bar{w}) = 3 \Leftrightarrow \bar{z}w + z\bar{w} = 2$.
Ta có $|2z+w|^2 = 4|z|^2 + |w|^2 + 2(\bar{z}w + z\bar{w}) = 12$.
Vậy $|2z+w| = 2\sqrt{3}$.
Chứng minh $(*)$.
Ta có

$$\begin{aligned} |mz+nw|^2 &= (mz+nw)\left(\overline{mz+nw}\right) \\ &= (mz+nw)\left(m\bar{z}+n\bar{w}\right) \\ &= m^2 z\bar{z} + n^2 w\bar{w} + mn\bar{z}w + mnz\bar{w} \\ &= m^2|z|^2 + n^2|w|^2 + mn(\bar{z}w + z\bar{w}). \end{aligned}$$

Chọn đáp án D □

Câu 43. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $A'A = A'B = A'C = a$. Biết góc giữa mặt phẳng $(BCC'B')$ và (ABC) bằng $30°$, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

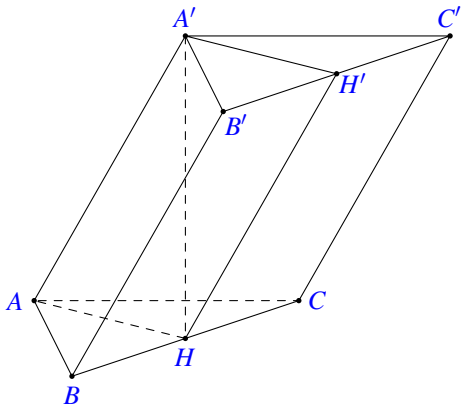
A $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$. B $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$. C $\dfrac{3a^3}{8}$. D $\dfrac{a^3}{8}$.

Lời giải.

Vì $A'A = A'B = A'C$ nên khối chóp $A'.ABC$ là khối chóp có cạnh bên bằng nhau.
Gọi H là trung điểm BC, suy ra H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$, suy ra $A'H \perp (ABC)$.

Vì $(ABC) \parallel (A'B'C')$ nên

$$((BCC'B'),(ABC)) = ((BCC'B'),(A'B'C')) = 30^\circ.$$



Gọi H' là trung điểm $B'C'$.

Ta có $\begin{cases} A'H \perp B'C' \\ A'H' \perp B'C' \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp (A'H'H) \Rightarrow B'C' \perp HH'$.

Ta có $\begin{cases} (BCC'B') \cap (A'B'C') = B'C' \\ HH' \subset (BCC'B'), HH' \perp B'C' \\ A'H' \subset (A'B'C'), A'H' \perp B'C'. \end{cases}$

Suy ra $((BCC'B'),(A'B'C')) = (HH',A'H') = \widehat{A'H'H} = 30^\circ$.

Vì $\begin{cases} AA' \parallel HH' \\ AH \parallel A'H' \end{cases}$ nên $\widehat{A'AH} = \widehat{A'H'H} = 30^\circ$.

Xét tam giác $A'AH$ có $\sin\widehat{A'AH} = \dfrac{A'H}{A'A} \Leftrightarrow A'H = \dfrac{a}{2}$.

Ta có $AH = \sqrt{A'A^2 - A'H^2} = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$.

Suy ra $BC = 2AH = \sqrt{3}a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $V = A'H \cdot S_{\triangle ABC} = A'H \cdot \dfrac{1}{2}AH \cdot BC = \dfrac{3a^3}{8}$.

Chọn đáp án C □

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;2)$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2=1$. Biết B, C, D là ba điểm phân biệt trên (S) sao cho các tiếp diện của (S) tại mỗi điểm đó đều đi qua A. Hỏi mặt phẳng (BCD) đi qua điểm nào dưới đây?

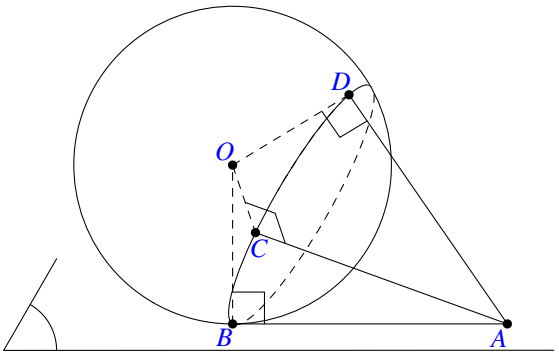
A $M(1;1;1)$. B $P(-3;1;1)$. C $N(-1;1;1)$. D $Q(1;1;-1)$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ và có bán kính $R=1$.

Các tiếp diện tại B, C, D của (S) lần lượt vuông góc với OB, OC, OD và vì các tiếp diện đó đi qua A nên

$$AB = AC = AD = \sqrt{OA^2 - R^2} = 2\sqrt{2}.$$



Do đó, tọa độ B, C, D thỏa mãn phương trình

$$(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2$$
$$\Leftrightarrow \quad x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z+1=0 \qquad (1)$$

Mặt khác, vì B, C, D thuộc (S) nên tọa độ của chúng thỏa phương trình

$$x^2+y^2+z^2=1 \qquad (2)$$

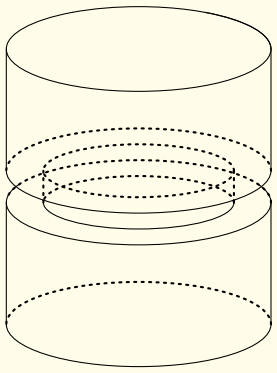
Từ (1) và (2) suy ra tọa độ B, C, D thỏa phương trình

$$1-2x+4y-4z+1=0 \Leftrightarrow x-2y+2z-1=0$$

Vậy mặt phẳng (BCD) có phương trình là $x-2y+2z-1=0$ nên (BCD) đi qua $M(1;1;1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 45.
Để chế tạo một chi tiết máy, từ một khối thép hình trụ có bán kính 10 cm và chiều cao 30 cm, người ta khoét bỏ một rãnh xung quanh rộng 1 cm và sâu 1 cm (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích của chi tiết máy đó, làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn.



A $9110{,}619$ cm^3. B $9170{,}309$ cm^3.
C $9365{,}088$ cm^3. D $8997{,}521$ cm^3.

Lời giải.

Thể tích khối thép hình trụ khi chưa bị khoét là

$$V_1=\pi\cdot 10^2\cdot 30=3000\pi \text{ cm}^3.$$

Thể tích phần bị khoét đi là

$$V_2=\pi\cdot 10^2\cdot 1-\pi\cdot(10-1)^2\cdot 1=19\pi \text{ cm}^3.$$

Thể tích chi tiết máy sau khi bị khoét đi là

$$V=V_1-V_2=3000\pi-19\pi=2981\pi\approx 9365{,}088 \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án C □

Câu 46. Xét các số thực không âm x, y thỏa mãn $y\log_3(3x+y+9)=(x^2+3x+y)\log_3(x+3)$. Khi biểu thức $y-5x$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của biểu thức $x-2y$ bằng

A -1. B 2. C -7. D -31.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
& y\log_3(3x+y+9) = \left(x^2+3x+y\right)\log_3(x+3) \\
\Leftrightarrow\ & y\cdot\log_3[3(x+3)+y] = [x(x+3)+y]\cdot\log_3(x+3) \\
\Leftrightarrow\ & \log_3[3(x+3)+y] = \left[\frac{x(x+3)}{y}+1\right]\cdot\log_3(x+3) \\
\Leftrightarrow\ & \log_3[3(x+3)+y] = \frac{x(x+3)}{y}\cdot\log_3(x+3)+\log_3(x+3) \\
\Leftrightarrow\ & \log_3[3(x+3)+y]-\log_3(x+3) = \frac{x(x+3)}{y}\cdot\log_3(x+3) \\
\Leftrightarrow\ & \log_3\left(3+\frac{y}{x+3}\right) = \frac{x\cdot(x+3)}{y}\cdot\log_3(x+3) \\
\Leftrightarrow\ & \frac{y}{x+3}\log_3\left(3+\frac{y}{x+3}\right) = x\log_3(x+3) \qquad (*)
\end{aligned}$$

Xét hàm số $f(t)=t\log_3(t+3)$ $(t\geq 0)$.

Ta có $f'(t)=\log_3(t+3)+t\cdot\dfrac{1}{(t+3)\ln 3}>0, \forall t\geq 0$, do đó $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$. Từ đó, kết hợp với $(*)$, ta được

$$f\left(\frac{y}{x+3}\right)=f(x)\Leftrightarrow\frac{y}{x+3}=x\Leftrightarrow y=x^2+3x$$

Khi đó,

$$P=y-5x=x^2-2x=(x-1)^2-1\geq -1, \forall x\geq 0.$$

Vậy $\min P=-1$ khi $x=1$ và $y=4$, từ đó suy ra $x-2y=-7$.

Chọn đáp án C □

Câu 47. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z-w|=2|z|=2$ và số phức $\bar{z}w$ có phần thực bằng 1. Giá trị lớn nhất của $P=|z+w-1+2i|$ thuộc khoảng nào sau đây?

(A) $(4;5)$. (B) $(3;4)$. (C) $(5;6)$. (D) $(6;7)$.

Lời giải.

Cách 1:

Do số phức $\bar{z}\cdot w$ có phần thực bằng 1 nên $\bar{z}w=1+bi$, do đó $\bar{z}w+z\cdot\overline{w}=(1+bi)+(1-bi)=2$.

Ta có $|z-w|^2=|z|^2+|w|^2-(\bar{z}w+z\overline{w})\Rightarrow|w|^2=4-1+2=5$.

Ta có $|z+w|^2=|z|^2+|w^2|+(\bar{z}w+z\overline{w})=2^2+5+2=8$.

$P=|z+w-1+2i|\leq|z+w|+|-1+2i|=2\sqrt{2}+\sqrt{5}$.

Vậy giá trị lớn nhất của P là $2\sqrt{2}+\sqrt{5}$.

Cách 2:

Ta có $P=|z+w-1+2i|=ME$ với M là điểm biểu diễn của số phức $z+w$ và $E(1;-2)$ là điểm biểu diễn của số phức $-1+2i$.

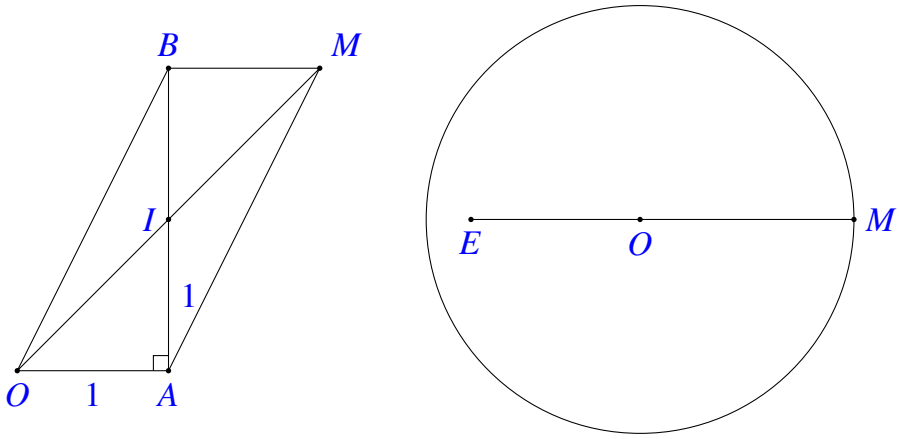
Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của số phức $z=x+yi$ và $w=a+bi$.

Ta có $\begin{cases}|z|=1\\|z-w|=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}OA=1\\AB=2\end{cases}$.

Ta có $\bar{z}w = (x-yi)\cdot(a+bi)$. Số phức $|\bar{z}w|$ có phần thực bằng 1 nên $ax+yb=1$.

$$\begin{aligned}\Rightarrow \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=1 &\Leftrightarrow \overrightarrow{AO}\cdot\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AO}\right)=-1\\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}-AO^2=-1\\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}=0.\end{aligned}$$

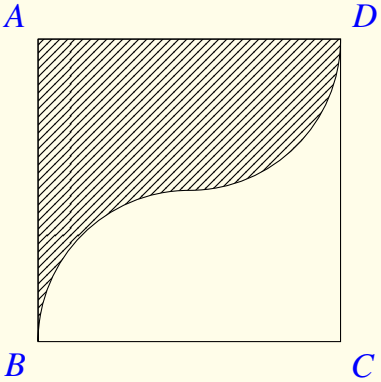
Vậy tam giác OAB vuông tại O.
Gọi I là trung điểm AB, ta có $OM=\left|\overrightarrow{OM}\right|=\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right|=\left|2\overrightarrow{OI}\right|=2OI=2\sqrt{OA^2+AI^2}=2\sqrt{2}$.
Suy ra M thuộc đường tròn (C) tâm O, bán kính $R=2\sqrt{2}$.
Giá trị lớn nhất của P là $P=OE+R=\sqrt{5}+2\sqrt{2}\approx 5{,}06$.



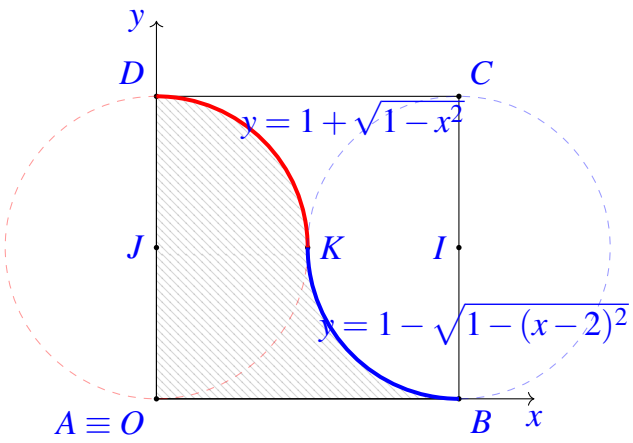
Chọn đáp án C

Câu 48. Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi xoay miền (R) (phần gạch chéo trong hình vẽ bên) quanh trục AB. Miền (R) được giới hạn bởi các cạnh AB, AD của hình vuông $ABCD$ và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 1 cm với tâm lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AD. Tính thể tích của vật trang trí đó, làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

(A) $20{,}3$ cm^3. (B) $10{,}5$ cm^3. (C) $12{,}6$ cm^3. (D) $8{,}4$ cm^3.



Lời giải.



Ta xoay hình lại và đưa vào hệ trục tọa độ như trên hình vẽ. Khi đó phần gạch chéo trên hình sẽ quay quanh trục Ox.
Đường tròn tâm J: $x^2+(y-1)^2=1$

$$\Rightarrow (y-1)^2=1-x^2 \Leftrightarrow |y-1|=\sqrt{1-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} y-1=\sqrt{1-x^2}, \text{ khi } y\geq 1 \\ -(y-1)=\sqrt{1-x^2}, \text{ khi } y<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1+\sqrt{1-x^2}, \text{ khi } y\geq \\ y=1-\sqrt{1-x^2}, \text{ khi } y< \end{cases}$$

Suy ra đồ thị đường cong từ D đến K là $y=1+\sqrt{1-x^2}$ với $x\in[0;1]$.
Đường tròn tâm I: $(x-2)^2+(y-1)^2=1$

$$\Rightarrow (y-1)^2=1-(x-2)^2 \Leftrightarrow |y-1|=\sqrt{1-(x-2)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} y-1=\sqrt{1-(x-2)^2}, \text{ khi } y\geq 1 \\ -(y-1)=\sqrt{1-(x-2)^2}, \text{ khi } y<1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=1+\sqrt{1-(x-2)^2}, \text{ khi } y\geq 1 \\ y=1-\sqrt{1-(x-2)^2}, \text{ khi } y<1 \end{cases}$$

Suy ra đồ thị đường cong từ K đến B là $y=1-\sqrt{1-(x-2)^2}$ với $x\in[1;2]$.
Đường cong đi từ D đến B trên hình gồm hai phần: phần thứ nhất là một phần tư đường tròn đi từ D đến K của đường tròn tâm J và phần thứ hai là một phần tư đường tròn đi từ K đến B của đường tròn tâm I.
Thể tích của vật trang trí là

$$V=\pi\int_0^1\left(1+\sqrt{1-x^2}\right)^2\mathrm{d}x+\pi\int_1^2\left(1-\sqrt{1-(x-2)^2}\right)^2\mathrm{d}x\approx 10{,}5\text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2-3x-4$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $g(x)=f\left(-x^3+3x^2+m\right)$ có đúng hai điểm cực trị thuộc khoảng $(1;4)$?

(A) 9. (B) 7. (C) 8. (D) 10.

Lời giải.

Xét $f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2-3x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=4. \end{array}\right.$

$g'(x)=\left(-3x^2+6x\right)\cdot f'\left(-x^3+3x^2+m\right)$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -3x^2+6x=0 \\ f'\left(-x^3+3x^2+m\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \text{ (loại)} \\ x=2 \\ -x^3+3x^2+m=-1 \\ -x^3+3x^2+m=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=2 & \\ -x^3+3x^2=-m-1 & (1) \\ -x^3+3x^2=-m+4 & (2). \end{array}\right.$

Yêu cầu bài toán tương đương với tổng số nghiệm bội lẻ của phương trình (1) và (2) là một nghiệm trong khoảng $(1;4)$.

Đặt $h(x)=-x^3+3x^2$, $h'(x)=-3x^2+6x$, $h'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên trên $(1;4)$ của hàm $h(x)$ như sau:

x	1		2		4
$h'(x)$		$+$	0	$-$	
$h(x)$		↗	4	↘	
	2				-16

TH1: $\begin{cases} -16<-m+4\le 2 \\ -m-1\le -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\le m<20 \\ m\ge 15 \end{cases} \Leftrightarrow 15\le m<20 \Leftrightarrow m\in\{15;16;17;18;19\}$.

TH2: $\begin{cases} -m+4\ge 4 \\ -16<-m-1\le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le 0 \\ -3\le m<15 \end{cases} \Leftrightarrow -3\le m\le 0 \Leftrightarrow m\in\{-3;-2;-1;0\}$.

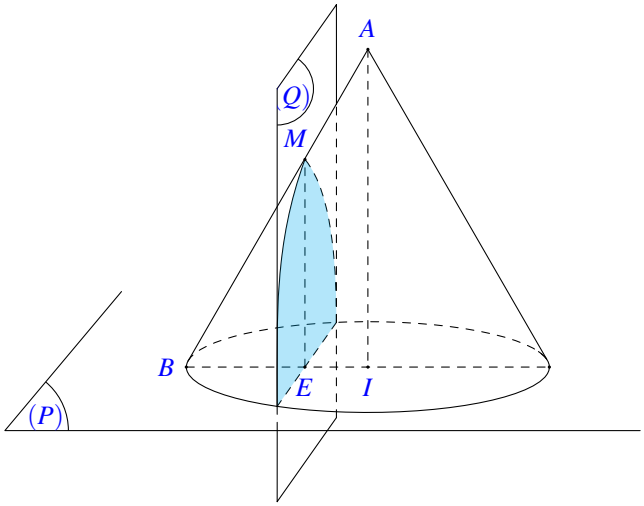
Vậy có 9 giá trị m thỏa.

Chọn đáp án A □

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hình nón $(\mathcal{N})$ có đỉnh $A(2;3;0)$, độ dài đường sinh bằng 5 và đường tròn đáy nằm trên mặt phẳng $(P)\colon 2x+y+2z-1=0$. Gọi (C) là giao tuyến của mặt xung quanh của $(\mathcal{N})$ với mặt phẳng $(Q)\colon x-4y+z+4=0$ và M là một điểm di động trên (C). Hỏi giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng AM thuộc khoảng nào dưới đây?

A $\left(\frac{3}{2};2\right)$. B $(0;1)$. C $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. D $(2;3)$.

Lời giải.



Gọi I là tâm của đường tròn đáy hình nón $(\mathcal{N})$.
E là hình chiếu của điểm M lên (P).
Ta có $AI = \mathrm{d}(A,(P)) = \dfrac{|4+3-1|}{3} = 2$.
$IE = \mathrm{d}(I,(Q)) = \mathrm{d}(A,(Q)) = \dfrac{|2-12+4|}{3\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.
$IB = \sqrt{AB^2 - AI^2} = \sqrt{21}$.
Do $(P) \perp (Q)$ nên AM nhỏ nhất khi và chỉ khi 3 điểm A, M, B thẳng hàng hay

$$\frac{AM}{AB} = \frac{IE}{IB} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{21}} \Leftrightarrow AM = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{21}} \cdot 5 \approx 1{,}54.$$

Chọn đáp án A □

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 88

1. B	2. B	3. A	4. A	5. D	6. C	7. C	8. B	9. B	10. A
11. C	12. C	13. D	14. B	15. D	16. D	17. D	18. B	19. B	20. B
21. D	22. B	23. B	24. D	25. C	26. A	27. D	28. A	29. A	30. D
31. A	32. D	33. B	34. C	35. C	36. D	37. D	38. C	39. D	40. C
41. A	42. D	43. C	44. A	45. C	46. C	47. C	48. B	49. A	50. A

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2024
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 102
Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Dãy số nào dưới đây là một cấp số cộng?
(A) $1, 3, 5, 10$. (B) $1, 0, 2, 4$. (C) $1, 2, 3, -4$. **D** $1, 3, 5, 7$.

Lời giải.

Xét dãy số $1, 3, 5, 7$ ta thấy $3-1=5-3=7-5=2$ (số không đổi) nên dãy số này là một cấp số cộng với số hạng đầu là $u_1=1$, công sai là $d=2$.

Chọn đáp án D □

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(1)=3$, $f(2)=1$. Giá trị của $\int_1^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng
(A) 2. (B) -4. (C) 4. **D** -2.

Lời giải.

Ta có $\int_1^2 f'(x)\,\mathrm{d}x = f(x)\Big|_1^2 = f(2)-f(1)=1-3=-2$.

Chọn đáp án D □

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(3;4;-2)$ và vuông góc với trục Oz có phương trình là
(A) $y-4=0$. (B) $x-3=0$. (C) $x+y+z-5=0$. **D** $z+2=0$.

Lời giải.

Ta có véc-tơ đơn vị của trục Oz là $\vec{k}=(0;0;1)$.
Mặt phẳng qua $M(3;4;-2)$ và nhận véc-tơ $\vec{k}=(0;0;1)$ là véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là

$$0\cdot(x-3)+0\cdot(y-4)+1\cdot(z+2)=0 \Leftrightarrow z+2=0.$$

Chọn đáp án D □

Câu 4. Khẳng định nào dưới đây đúng?
A $\int (2x+3)\,\mathrm{d}x = x^2+3x+C$. (B) $\int (2x+3)\,\mathrm{d}x = 2x^2+3x+C$.

Ⓒ $\int (2x+3)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}x^2+3x+C$. Ⓓ $\int (2x+3)\,\mathrm{d}x = x^2+C$.

Lời giải.

Ta có $\int (2x+3)\,\mathrm{d}x = \int 2x\,\mathrm{d}x + \int 3\,\mathrm{d}x = x^2+3x+C$.

Chọn đáp án A □

Câu 5. Trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, hàm số $F(x) = \frac{1}{2}\sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

Ⓐ $f_3(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x$. Ⓑ $f_4(x) = -\frac{1}{4}\cos 2x$.

Ⓒ $f_1(x) = -\cos 2x$. Ⓓ $f_2(x) = \cos 2x$.

Lời giải.

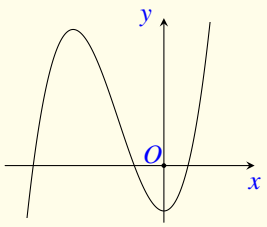
Ta có $F'(x) = \left(\frac{1}{2}\sin 2x\right)' = \frac{1}{2}(\sin 2x)' = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot\cos 2x = \cos 2x$.

Vậy $F(x) = \frac{1}{2}\sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm $f_2(x) = \cos 2x$.

Chọn đáp án D □

Câu 6.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



Ⓐ $y = x^4-2x^2-4$. Ⓑ $y = x^3+3x^2-1$.

Ⓒ $y = -x^3+3x^2+3$. Ⓓ $y = \frac{x-2}{2x+1}$.

Lời giải.

Dựa vào hình vẽ, ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc ba $y = ax^3+bx^2+cx+d$ với $a>0$ nên hàm số cần tìm là $y = x^3+3x^2-1$.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 người thành một hàng ngang?

Ⓐ 1. Ⓑ 36. Ⓒ 6. Ⓓ 720.

Lời giải.

Mỗi cách sắp xếp 6 người thành một hàng ngang là một hoán vị của 6. Vậy có $6! = 720$ cách sắp xếp.

Chọn đáp án D ☐

Câu 8. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^2} b^2$ bằng

A $\log_a b$. B $\log_a b^4$. C $\log_{a^4} b$. D $(\log_a b)^2$.

Lời giải.

Ta có $\log_{a^2} b^2 = \dfrac{2}{2}\log_a b = \log_a b$.

Chọn đáp án A ☐

Câu 9. Hàm số nào dưới đây là hàm số mũ?

A $y = x^{2024}$. B $y = 2024^x$. C $y = \log_3 x$. D $y = x^{-4}$.

Lời giải.

Hàm số mũ có dạng $y = a^x$ với $0 < a \neq 1$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) > -1$ là

A $(0;+\infty)$. B $(-\infty;0)$. C $(-2;0)$. D $(-2;1)$.

Lời giải.

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) > -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 > 0 \\ x+2 < \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-2;0)$.

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $(-2;0)$.

Chọn đáp án C ☐

Câu 11. Nghiệm của phương trình $2^{2x} = 2^{x+6}$ là

A $x = 2$. B $x = 6$. C $x = -2$. D $x = -6$.

Lời giải.

Ta có $2^{2x} = 2^{x+6} \Leftrightarrow 2x = x+6 \Leftrightarrow x = 6$.
Vậy phương trình đã cho có một nghiệm là $x = 6$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 12. Trên mặt phẳng tọa độ, $M(2;-5)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần thực của z bằng

(A) 5. (B) -2. (C) 2. (D) -5.

Lời giải.

Ta có $z=2-5i$ nên có phần thực là 2.

Chọn đáp án C

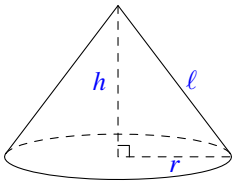
Câu 13. Cho hình nón có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $\ell=5$. Chiều cao hình nón đã cho bằng

(A) 2. (B) 4. (C) $\sqrt{34}$. (D) 5.

Lời giải.

Theo định lý Pythagore, chiều cao hình nón được tính theo công thức

$$h=\sqrt{\ell^2-r^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4.$$



Chọn đáp án B

Câu 14. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{1}{7}}$ là

(A) $y'=\frac{1}{7}x^{\frac{6}{7}}$. (B) $y'=\frac{1}{7}x^{-\frac{6}{7}}$. (C) $y'=x^{-\frac{6}{7}}$. (D) $y'=\frac{7}{8}x^{\frac{8}{7}}$.

Lời giải.

Ta có $y'=\left(x^{\frac{1}{7}}\right)'=\frac{1}{7}x^{\frac{1}{7}-1}=\frac{1}{7}x^{-\frac{6}{7}}$.

Chọn đáp án B

Câu 15. Cho hình trụ có diện tích xung quanh $S_{\text{xq}}=36\pi$ và chiều cao $h=6$. Bán kính của hình trụ đã cho bằng

(A) 12. (B) 9. (C) 3. (D) 6.

Lời giải.

Công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{\text{xq}}=2\pi rh$.

Suy ra, bán kính của hình trụ là $r=\dfrac{S_{\text{xq}}}{2\pi h}=\dfrac{36\pi}{2\pi\cdot 6}=3$.

Chọn đáp án C

Câu 16. Số phức $z=i+i^2+i^3$ bằng

A -1. B i. C 1. D $-1+2i$.

Lời giải.

Ta có $z=i+i^2+i^3=i-1-i=-1$.

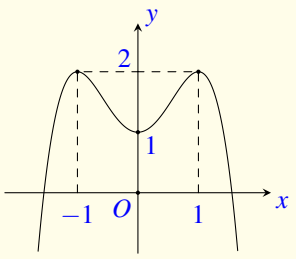
Chọn đáp án A □

Câu 17.

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\dfrac{3}{2}$ là

A 4. B 0. C 3. D 2.

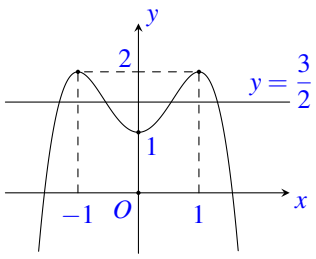


Lời giải.

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\dfrac{3}{2}$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$.

Ta thấy đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $f(x)=\dfrac{3}{2}$ có tất cả 4 nghiệm thực.



Chọn đáp án A □

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=2x+4, \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(2;4)$. B $(-\infty;-2)$. C $(2;+\infty)$. D $(-2;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có

$$f'(x)=0\Leftrightarrow 2x+4=0\Leftrightarrow 2x=-4\Leftrightarrow x=-2.$$

Lại có

$$f'(x)<0\Leftrightarrow 2x+4<0\Leftrightarrow 2x<-4\Leftrightarrow x<-2.$$

Vậy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Chọn đáp án B □

Câu 19. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-1}{3x+2}$ có phương trình là

(A) $y=\dfrac{4}{3}$. (B) $x=\dfrac{4}{3}$. (C) $x=-\dfrac{2}{3}$. (D) $y=-\dfrac{2}{3}$.

Lời giải.

Hàm số $y=\dfrac{4x-1}{3x+2}$ có tập xác định là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{2}{3}\right\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{2}{3}\right)^+} y=\lim\limits_{x\to\left(-\frac{2}{3}\right)^+}\dfrac{4x-1}{3x+2}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{2}{3}\right)^-} y=\lim\limits_{x\to\left(-\frac{2}{3}\right)^-}\dfrac{4x-1}{3x+2}=+\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-1}{3x+2}$ có phương trình là $x=-\dfrac{2}{3}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{-3}$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của d?

(A) $\vec{u}_2=(-1;2;0)$. (B) $\vec{u}_3=(1;-1;-3)$. (C) $\vec{u}_4=(1;1;3)$. (D) $\vec{u}_1=(1;2;0)$.

Lời giải.

Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $d\colon \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{-3}$ là $\vec{u}_3=(1;-1;-3)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(2;3;-1)$ và $\vec{b}=(-3;2;-4)$. Véc-tơ $\vec{a}+\vec{b}$ có tọa độ là

(A) $(-5;-1;-3)$. (B) $(-1;5;-5)$. (C) $(-1;-5;5)$. (D) $(1;-5;5)$.

Lời giải.

Hoành độ của véc-tơ $\vec{a}+\vec{b}$ là $2+(-3)=-1$.
Tung độ của véc-tơ $\vec{a}+\vec{b}$ là $3+2=5$.
Cao độ của véc-tơ $\vec{a}+\vec{b}$ là $-1+(-4)=-5$.
Vậy véc-tơ $\vec{a}+\vec{b}$ có tọa độ là $(-1;5;-5)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 22. Cho số phức z có $\overline{z}=-5+6i$. Phần ảo của z bằng

(A) 5. (B) -5. (C) -6. (D) 6.

Lời giải.

Vì $\overline{z} = -5 + 6i$ nên $z = -5 - 6i$.
Vậy số phức $z = -5 - 6i$ có phần ảo bằng -6 và phần thực bằng -5.

Chọn đáp án C

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A 3. B 2. C 1. D 4.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên đã cho

- Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 0$.
- Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại các điểm $x = -2$, $x = 2$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án A

Câu 24. Nếu $\displaystyle\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = -1$ và $\displaystyle\int_{1}^{7} f(x)\,\mathrm{d}x = -5$ thì $\displaystyle\int_{-2}^{7} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A -6. B 4. C -4. D 5.

Lời giải.

Ta có $\displaystyle\int_{-2}^{7} f(x)\,\mathrm{d}x = \int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x + \int_{1}^{7} f(x)\,\mathrm{d}x = -1 + (-5) = -6$.

Chọn đáp án A

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$ và $B(3;0;1)$. Gọi (S) là mặt cầu nhận AB làm đường kính, tâm của (S) có tọa độ là

A $(2;-1;2)$. B $(4;-2;4)$. C $(-1;-1;1)$. D $(1;1;-1)$.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Suy ra I chính là tâm của mặt cầu (S) nhận AB làm đường kính.

Hoành độ của điểm I là $\dfrac{1+3}{2}=2$.

Tung độ của điểm I là $\dfrac{-2+0}{2}=-1$.

Cao độ của điểm I là $\dfrac{3+1}{2}=2$.

Vậy tâm của (S) có tọa độ là $(2;-1;2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 26. Cho khối chóp tứ giác có thể tích $V=3a^3$ và diện tích đáy $B=a^2$. Chiều cao khối chóp đã cho bằng

A $3a$. **B** $9a$. C $6a$. D a.

Lời giải.

Chiều cao của khối chóp đã cho là $h=\dfrac{3V}{B}=\dfrac{3\cdot 3a^3}{a^2}=9a$.

Chọn đáp án B □

Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	$-\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A $x=1$. B $x=2$. **C** $x=-1$. D $x=-2$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên đã cho

- Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$.
- Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=2$.

Chọn đáp án C □

Câu 28. Cho khối lăng trụ tam giác có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A 12. B 24. **C** 18. D 6.

Lời giải.

Thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V = Bh = 6 \cdot 3 = 18$.

Chọn đáp án C □

Câu 29. Một ô tô đang chuyển động với vận tốc 20 m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động thẳng, chậm dần đều với vận tốc biến thiên theo thời gian được xác định bởi quy luật $v(t) = -4t + 20$ (m/s) trong đó t là khoảng thời gian được tính bằng giây kể từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô đi được từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh đến khi xe dừng hẳn bằng

A 30 m. B 50 m. C 32 m. D 48 m.

Lời giải.

Khi xe dừng hẳn thì vận tốc của xe bằng 0, tức là

$$v(t) = 0 \Leftrightarrow -4t + 20 = 0 \Leftrightarrow -4t = -20 \Leftrightarrow t = 5 \text{ s}.$$

Quãng đường ô tô đi được từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là

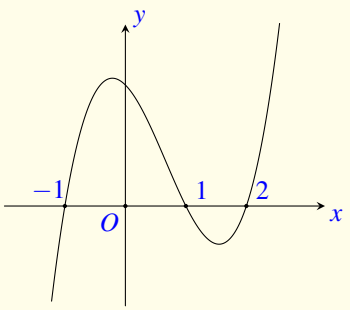
$$\int_0^5 (-4t + 20)\,\mathrm{d}t = \left(-2t^2 + 20t\right)\Big|_0^5 = 50 \text{ m}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 30.

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-1;1)$. B $(1;2)$. C $(-1;2)$. D $(-\infty;-1)$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ thì phương trình $f'(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt $x = -1$, $x = 1$, $x = 2$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↘		↗	

Vậy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-1;1)$ và $(2;+\infty)$; nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;2)$.

Chọn đáp án A □

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng

A $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. B $\dfrac{a\sqrt{10}}{10}$. C $\dfrac{a\sqrt{10}}{5}$. D $\dfrac{2a\sqrt{10}}{5}$.

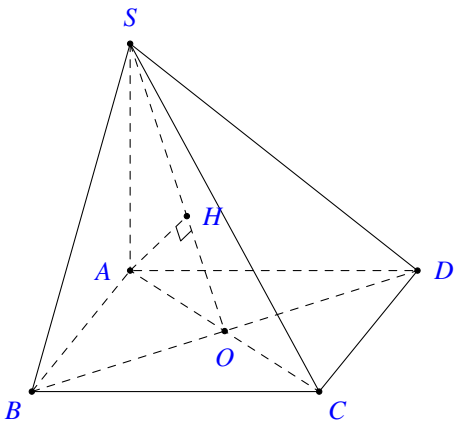
Lời giải.

Gọi O là giao điểm của AC và BD.

Ta có $\dfrac{\mathrm{d}(C,(SBD))}{\mathrm{d}(A,(SBD))}=\dfrac{CO}{AO}=1$, vậy $\mathrm{d}(C,(SBD))=\mathrm{d}(A,(SBD))$.

Kẻ $AH\perp(SO)$. Ta có $(SAC)\cap(SBD)=SO$, mặt khác $(SAC)\perp(SBD)$ (do $BD\perp(SAC)$) và $AH\perp SO$, vậy $AH\perp(SBD)$.

Mà $H\in(SBD)$, vậy $\mathrm{d}(A,(SBD))=AH$.



Ta có $AC=a\sqrt{2}\Leftrightarrow AO=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét tam giác SAO vuông tại A có

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AO^2}\Leftrightarrow AH=\frac{a\sqrt{10}}{5}.$$

Vậy $\mathrm{d}(C,(SBD))=AH=\dfrac{a\sqrt{10}}{5}$.

Chọn đáp án C □

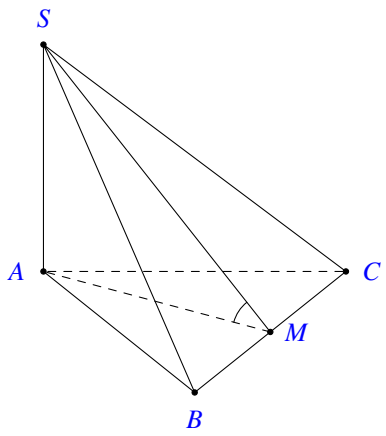
Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $BC=2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A 90°. B 30°. C 60°. D 45°.

Lời giải.

Lấy M là trung điểm BC. Vì tam giác ABC vuông cân tại A nên $AM \perp BC$.
Mặt khác ta có $SA \perp BC$, vậy $BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SM$.
Vậy $((SBC),(ABC)) = (SM,AM) = \widehat{SMA}$.
Ta có $AM = \dfrac{1}{2}BC = a$.
Xét tam giác SAM vuông tại A có

$$\tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SMA} = 60^\circ.$$



Chọn đáp án C □

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;2;5)$. Gọi M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MA}$, độ dài của véc-tơ $\overrightarrow{OM}$ bằng

A 8. B $2\sqrt{14}$. C $2\sqrt{2}$. D $\dfrac{\sqrt{74}}{2}$.

Lời giải.

Gọi $M(x;y;z)$, ta có $\overrightarrow{MA} = (1-x;2-y;3-z)$ và $\overrightarrow{MB} = (3-x;2-y;5-z)$.
Ta có $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MA} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x = 3(1-x) \\ 2-y = 3(2-y) \\ 5-z = 3(3-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \\ z = 2. \end{cases}$
Vậy $M(0;2;2)$, suy ra $OM = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án C □

Câu 34. Cho số phức $z = 3+4i$. Mô-đun của số phức iz bằng

A 5. B 7. C 25. D 49.

Lời giải.

Ta có $|iz| = |i| \cdot |z| = 1 \cdot 5 = 5$.

Chọn đáp án A □

Câu 35. Với a, b là hai số thực lớn hơn 1, $\log_{ab} b$ bằng

A $1 - \log_b a$. B $\dfrac{1}{1+\log_b a}$. C $\dfrac{1}{\log_b a}$. D $1 + \log_b a$.

Lời giải.

Ta có $\log_{ab} b = \dfrac{1}{\log_b ab} = \dfrac{1}{1+\log_b a}$.

Chọn đáp án B □

Câu 36. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-6x^3+27x^2-16x+1$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

A $\frac{329}{9}$. B 6. C $-\frac{14}{9}$. D -154.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x)=-6x^3+27x^2-16x+1$ trên $[1;5]$. Ta có $f(x)$ liên tục trên $[1;5]$.

Có $f'(x)=-18x^2+54x-16=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{8}{3} \text{ (thỏa mãn)} \\ x=\frac{1}{3} \text{ (loại).} \end{array}\right.$

Ta có $f(1)=6$, $f\left(\frac{8}{3}\right)=\frac{329}{9}$, $f(5)=-154$.

Vậy $\max\limits_{x\in[1;5]} f(x)=f\left(\frac{8}{3}\right)=\frac{329}{9}$.

Chọn đáp án A □

Câu 37. Trên hai tia Ox, Oy của góc nhọn xOy lần lượt cho 5 điểm và 6 điểm khác O. Chọn ngẫu nhiên 3 điểm từ 12 điểm (gồm điểm O và 11 điểm đã cho), xác suất để ba điểm được chọn là ba đỉnh của một tam giác bằng

A $\frac{3}{4}$. B $\frac{39}{44}$. C $\frac{19}{22}$. D $\frac{27}{44}$.

Lời giải.

Xét phép thử "Chọn ngẫu nhiên 3 điểm từ 12 điểm cho trước."
Ta có $n(\Omega)=\mathrm{C}_{12}^3$.
Xét biến cố A: "3 điểm được chọn là ba đỉnh của một tam giác."
$\Rightarrow \overline{A}$: "3 điểm được chọn không là ba đỉnh của một tam giác." Ta có các trường hợp sau

- Chọn ba điểm trên tia Ox, ta có C_6^3 cách.
- Chọn ba điểm trên tia Ox, ta có C_7^3 cách.

Vậy $n(\overline{A})=\mathrm{C}_6^3+\mathrm{C}_7^3$ cách.

Xác suất của biến cố $\overline{A}$ là $\mathrm{P}(\overline{A})=\frac{\mathrm{C}_6^3+\mathrm{C}_7^3}{\mathrm{C}_6^3}=\frac{1}{4}$.

Vậy $\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(\overline{A})=\frac{3}{4}$.

Chọn đáp án A □

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-z+1=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2 \\ z=1-t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=-2+t \\ y=2t \\ z=-1-t \end{cases}$. **C** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2 \\ z=-1-t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng d vuông góc với (P) nên ta chọn $\vec{u}_d = \vec{n}_{(P)} = (2;0;-1)$.

Phương trình đường thẳng d cần tìm là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2 \\ z=-1-t \end{cases}$.

Chọn đáp án C □

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên a lớn hơn 1 sao cho ứng với mỗi a tồn tại **không** quá 4 số nguyên b thỏa mãn $5^{b^2} < 25^{-b} \cdot a^{b+2}$?

(A) 99. (B) 125. **C** 124. (D) 100.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} 5^{b^2} < 25^{-b} \cdot a^{b+2} &\Leftrightarrow 5^{b^2} \cdot 25^{b} < a^{b+2} \\ &\Leftrightarrow 5^{b^2+2b} < a^{b+2} \\ &\Leftrightarrow b(b+2) < (b+2)\log_5 a \\ &\Leftrightarrow (b+2)(b-\log_5 a) < 0 \\ &\Leftrightarrow -2 < b < \log_5 a \ (\text{do } \log_5 a > 0). \end{aligned}$$

Để tồn tại không quá 4 số nguyên b thì $\log_5 a \le 3 \Leftrightarrow a \le 125$.
Do a nguyên và lớn hơn 1 nên có 124 giá trị thỏa mãn.

Chọn đáp án C □

Câu 40. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có ba điểm cực trị là $-\frac{3}{2}$; 2; $\frac{11}{2}$ và đạt giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$. Bất phương trình $f(x) \le m$ có nghiệm thuộc đoạn $[0;3]$ khi và chỉ khi

(A) $m \ge f(2)$. **B** $m \ge f(0)$. (C) $m \ge f(3)$. (D) $f(2) \ge m \ge f(3)$.

Lời giải.

Theo đề bài, ta có $f'(x) = a\left(x+\frac{3}{2}\right)(x-2)\left(x-\frac{11}{2}\right)$.

Hàm số $y = f(x)$ là hàm bậc bốn và đạt giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ nên $a > 0$.

Ta có $f(3) - f(0) = \int\limits_0^3 f'(x)\,\mathrm{d}x = a\int\limits_0^3 \left(x+\frac{3}{2}\right)(x-2)\left(x-\frac{11}{2}\right)\mathrm{d}x = a \cdot \frac{117}{8} > 0$ (vì $a > 0$).

Suy ra $f(3) > f(0)$. Ta có bảng biến thiên của hàm $y = f(x)$ trên đoạn $[0;3]$ như sau:

x	0		2		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$f(0)$	↗	$f(2)$	↘	$f(3)$

Bất phương trình $f(x) \le m$ có nghiệm thuộc đoạn $[0;3]$ khi và chỉ khi

$$m \ge \min_{[0;3]} f(x) \Leftrightarrow m \ge f(0).$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f(e) = \dfrac{1}{5}$ và $f'(x) = \dfrac{1}{3}\ln x$, $\forall x \in (0;+\infty)$. Biết $\displaystyle\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x^2}\,\mathrm{d}x = a \cdot e^{-3} + b \cdot e^{-1} + c$, với a, b, c là các số hữu tỉ, giá trị của $a - b + c$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(0;\dfrac{1}{4}\right)$. (B) $\left(\dfrac{3}{4};1\right)$. (C) $\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2}\right)$. (D) $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{4}\right)$.

Lời giải.

Ta có $f'(x) = \dfrac{1}{3}\ln x$, $\forall x \in (0;+\infty)$.

Xét $\displaystyle\int \frac{1}{3}\ln x\,\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases} u = \dfrac{1}{3}\ln x \\ \mathrm{d}v = \mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x \\ v = x. \end{cases}$

Khi đó

$$\int \frac{1}{3}\ln x\,\mathrm{d}x = \frac{1}{3}x\cdot\ln x - \int x\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{x}\mathrm{d}x = \frac{1}{3}x\cdot\ln x - \frac{1}{3}x + C.$$

Vì $f(\mathrm{e}) = \dfrac{1}{5} \Rightarrow \dfrac{1}{3}\cdot\mathrm{e}\cdot\ln\mathrm{e} - \dfrac{1}{3}\mathrm{e} + c = \dfrac{1}{5} \Rightarrow C = \dfrac{1}{5}$.

Suy ra $f(x) = \dfrac{1}{3}x\cdot\ln x - \dfrac{1}{3}x + \dfrac{1}{5}$.

Do đó $\displaystyle\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^3} \frac{f(x)}{x^2}\,\mathrm{d}x = \int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^3}\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{\ln x}{x} - \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{x} + \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^3}\frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x - \frac{1}{3}\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^3}\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x + \frac{1}{5}\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^3}\frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}x.$ (1)

Xét tích phân $\displaystyle\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^3}\frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x$.

Đặt $t = \ln x \Rightarrow \mathrm{d}t = \dfrac{\mathrm{d}x}{x}$.

Đổi cận

- Với $x = \mathrm{e}$ suy ra $t = 1$.
- Với $x = \mathrm{e}^3$ suy ra $t = 3$.

Khi đó $\displaystyle\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^3}\frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x=\int_1^3 t\,\mathrm{d}t=\frac{1}{2}t^2\Big|_1^3=4.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra

$$\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^3}\frac{f(x)}{x^2}\,\mathrm{d}x=\frac{4}{3}-\frac{1}{3}\ln x\Big|_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^3}+\frac{1}{5}\left(-\frac{1}{x}\right)\Big|_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^3}=\frac{4}{3}-\frac{1}{3}(3-1)+\frac{1}{5}\left(-\mathrm{e}^{-3}+\mathrm{e}^{-1}\right)=-\frac{1}{5}\mathrm{e}^{-3}+\frac{1}{5}\mathrm{e}^{-1}+\frac{2}{3}.$$

Đồng nhất hệ số, ta được $a=\dfrac{-1}{5}$; $b=\dfrac{1}{5}$ và $c=\dfrac{2}{3}$.

Vậy $a-b+c=\dfrac{4}{15}\in\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2}\right)$.

Chọn đáp án C □

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m tồn tại đúng hai số phức z thỏa mãn $|z-1-5i|+|z-1+5i|=10$ và $|z-2-i|=m$?

A 3. B 5. C 4. D 2.

Lời giải.

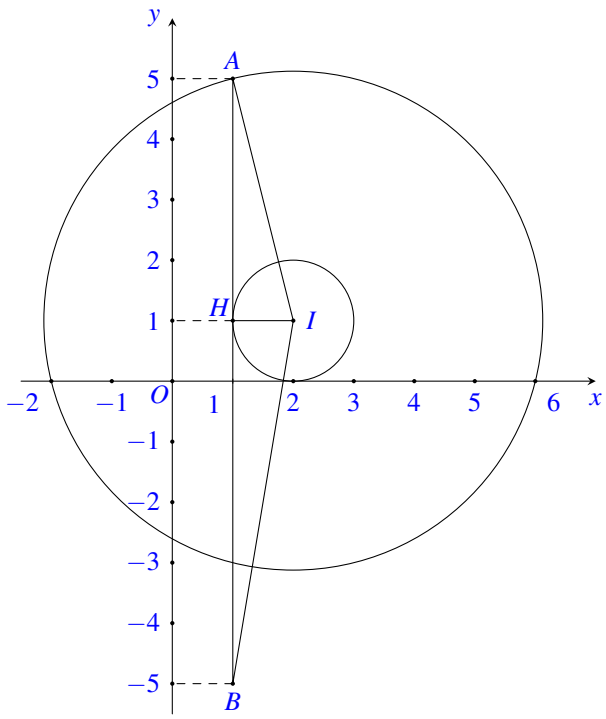
Giả sử $z=x+yi$ $(x,\,y\in\mathbb{R})$ và M là điểm biểu diễn số phức z.
Đặt $A(1;5)$, $B(1;-5)$. Khi đó $|z-1-5i|=MA$ và $|z-1+5i|=MB$.
Mặt khác $AB=10$ nên

$$|z-1-5i|+|z-1+5i|=10\Leftrightarrow MA+MB=AB.$$

Suy ra, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đoạn thẳng AB.
Ta có

$$|z-2-i|=m\Leftrightarrow(x-2)^2+(y-1)^2=m^2.$$

Với $m>0$ thì tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(2;1)$, bán kính $R=m$.
Gọi H là hình chiếu vuông góc của $I(2;1)$ trên đoạn AB, suy ra $IH=1$.



Vì $IA < IB$ nên theo yêu cầu bài toán ta có

$$1 < m \leq IA \Leftrightarrow 1 < m \leq \sqrt{17}.$$

Kết hợp với điều kiện $\begin{cases} m > 0 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{2;3;4\}$.

Vậy có 3 số nguyên m thỏa mãn.

Chọn đáp án (A) □

Câu 43. Xét phương trình bậc hai $az^2+bz+c=0$ (a, b, $c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$) có hai nghiệm phức z_1, z_2 có phần ảo khác 0 và $\left|2z_1-\frac{1}{9}\right| = |z_1-z_2|$. Giả sử $|z_1| = \frac{1}{\sqrt{k}}$ và w là số phức thỏa mãn $cw^2+bw+a=0$, có bao nhiêu số nguyên dương k sao cho ứng với mỗi k tồn tại đúng 9 số phức z_3 có phần ảo nguyên, z_3-w là số thuần ảo và $|z_3| \leq |w|$?

(A) 11. (B) 12. (C) 22. (D) 23.

Lời giải.

Ta có z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình và có phần ảo khác 0 nên $z_1 = x+yi$ và $z_2 = x-yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$.

Khi đó $\left|2z_1-\frac{1}{9}\right| = |z_1-z_2| \Leftrightarrow \left(2x-\frac{1}{9}\right)^2+4y^2 = 4y^2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{18}$. Suy ra $z_1 = \frac{1}{18}+yi$.

Ta có $cw^2+bw+a=0 \Leftrightarrow a\left(\frac{1}{w}\right)^2+b\left(\frac{1}{w}\right)+c=0$.

Khi đó $z = \frac{1}{w} \Rightarrow w = \frac{1}{z} = \frac{\overline{z}}{|z|^2} = k\left(\frac{1}{18}-yi\right)$.

Theo bài ra, ta có z_3-w là số thuần ảo nên $z_3 = \frac{k}{18}-mi$ (với $m \in \mathbb{R}$).

Đồng thời $|z_3| \le |w| = \dfrac{1}{|z|} = \sqrt{k} \Leftrightarrow \left(\dfrac{k}{18}\right)^2 + m^2 \le k \Leftrightarrow m^2 \le k - \left(\dfrac{k}{18}\right)^2$.

Để thoả mãn yêu cầu của đề bài thì tồn tại đúng 9 giá trị nguyên của m thoả mãn

$$16 \le k - \left(\frac{k}{18}\right)^2 < 25 \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{k^2}{324} + k - 16 \ge 0 \\ -\dfrac{k^2}{324} + k - 25 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 162 - 18\sqrt{65} \le k \le 162 + 18\sqrt{65} \\ \left[\begin{array}{l} k < 162 - 36\sqrt{14} \\ k > 162 + 36\sqrt{14}. \end{array}\right. \end{cases}$$

Mà k là số nguyên dương nên $k \in \{17;18;\ldots;27\} \cup \{297;298;\ldots;307\}$.
Vậy có tất cả 22 giá trị của k thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án C □

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-4}{3} = \dfrac{z+3}{-5}$ và $d_2: \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z+1}{-1}$. Trong các mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2, gọi (S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất, phương trình của (S) là

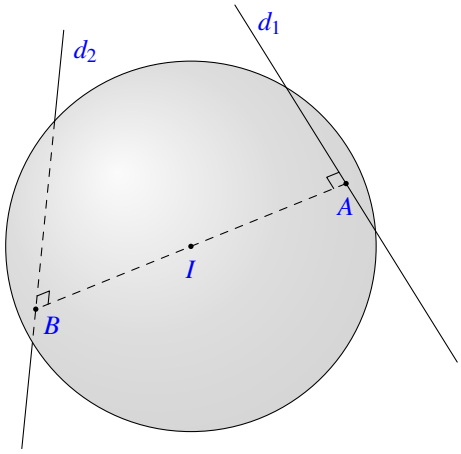
A $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 6$.

B $x^2 + (y+1)^2 + z^2 = 6$.

C $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$.

D $x^2 + (y-3)^2 + (z+4)^2 = 6$.

Lời giải.



Ta có

- $d_1: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-4}{3} = \dfrac{z+3}{-5}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1;3;-5)$.
- $d_2: \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z+1}{-1}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (1;-1;-1)$.

Gọi AB là đoạn thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng d_1 và d_2 với $A(t_1+2;3t_1+4;-5t_1-3) \in d_1$ và $B(t_2-2;-t_2-2;-t_2-1) \in d_2$.
Suy ra $\overrightarrow{AB} = (t_2 - t_1 - 4; -t_2 - 3t_1 - 6; -t_2 + 5t_1 + 2)$.

Khi đó

$$\begin{aligned}
&\begin{cases}\overrightarrow{AB}\perp\vec{u}_1\\ \overrightarrow{AB}\perp\vec{u}_2\end{cases}\\
\Leftrightarrow&\begin{cases}t_2-t_1-4+3(-t_2-3t_1-6)-5(-t_2+5t_1+2)=0\\ t_2-t_1-4-(-t_2-3t_1-6)-(-t_2+5t_1+2)=0\end{cases}\\
\Leftrightarrow&\begin{cases}-35t_1+3t_2=32\\ -3t_1+3t_2=0\end{cases}\\
\Leftrightarrow&\begin{cases}t_1=-1\\ t_2=-1.\end{cases}
\end{aligned}$$

Nên $A(1;1;2)$, $B(-3;-1;0)$, $\overrightarrow{AB}=(-4;-2;-2)$.
Gọi I và R là tâm và bán kính của mặt cầu (S).
Mặt cầu (S) tiếp xúc với cả hai đường thẳng d_1, d_2 và có bán kính nhỏ nhất.
Khi đó, tâm I là trung điểm đoạn thẳng AB và $R=\dfrac{AB}{2}$. Suy ra $I(-1;0;1)$ và $R=\sqrt{6}$.
Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=6$.

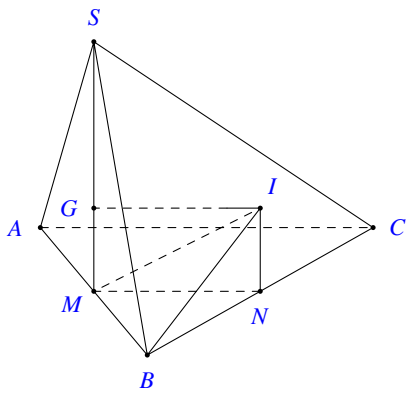
Chọn đáp án (A) □

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB=2a$, mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

(A) $\dfrac{25\pi}{9}a^2$. (B) $\dfrac{25\pi}{3}a^2$. (C) $\dfrac{28\pi}{3}a^2$. (D) $\dfrac{28\pi}{9}a^2$.

Lời giải.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC; I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$; G là trọng tâm tam giác SAB.



Ta có $SM=\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$, $BC=2\sqrt{2}a$.
Do $\triangle ABC$ vuông cân tại A, SAB là tam giác đều nên $IG\perp(SAB)$, $IN\perp(ABC)$.
Do $IGMN$ là hình chữ nhật nên $IN=GM=\dfrac{1}{3}SM=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}\cdot 2a}{2}=\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$.
Tam giác IBC vuông tại N nên $IB=\sqrt{IN^2+BN^2}=\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{3}a}{3}\right)^2+2a^2}=\dfrac{\sqrt{21}a}{3}$.
Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho là

$$S=4\pi IB^2=4\pi\left(\frac{\sqrt{21}a}{3}\right)^2=\frac{28\pi a^2}{3}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 46. Xét hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R},\ a>0)$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 (với $x_1<x_2$) thỏa mãn $x_1+x_2=0$. Hình phẳng giới hạn bởi đường $y=f'(x)f''(x)$ và trục hoành có diện tích bằng $\dfrac{9}{4}$. Biết $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2}\frac{f'(x)}{3^x+1}\,\mathrm{d}x=-\frac{7}{2}$. Giá trị $\displaystyle\int_0^{x_2}(x+2)f''(x)\,\mathrm{d}x$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(-1;0)$. B $(0;1)$. C $(6;7)$. D $(-7;-6)$.

Lời giải.

Ta có $f'(x)=3ax^2+2bx+c$, do x_1, x_2 là hai điểm cực trị của $f(x)$ nên x_1, x_2 là nghiệm của $f'(x)=0$.

Theo định lí Vi-ét, ta có $x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}$, theo giả thiết $x_1+x_2=0$, suy ra $b=0$.

Ta có $f'(x)=3ax^2+c$ là hàm chẵn và $c<0$ (phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2).

Do $f''(x)=6ax$ nên $f'(x)f''(x)=6ax\left(3ax^2+c\right)$, ta có

$$f'(x)f''(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\3ax^2+c=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=x_1\ (x_1<0<x_2).\\x=x_2\end{array}\right.$$

Ta có

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		$+\infty$
$f'(x)f''(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra

$$\begin{aligned}\int_{x_1}^{x_2}\left|f'(x)f''(x)\right|\mathrm{d}x=\frac{9}{4}&\Leftrightarrow\int_{x_1}^{0}f'(x)f''(x)\,\mathrm{d}x-\int_0^{x_2}f'(x)f''(x)\,\mathrm{d}x=\frac{9}{4}\\&\Leftrightarrow\frac{(f'(x))^2}{2}\bigg|_{x_1}^{0}-\frac{(f'(x))^2}{2}\bigg|_0^{x_2}=\frac{9}{4}\\&\Leftrightarrow\left(\frac{(f'(0))^2}{2}-\frac{(f'(x_1))^2}{2}\right)-\left(\frac{(f'(x_2))^2}{2}-\frac{(f'(0))^2}{2}\right)=\frac{9}{4}\\&\Leftrightarrow\left(f'(0)\right)^2=\frac{9}{4}\\&\Leftrightarrow c^2=\frac{9}{4}\\&\Leftrightarrow c=-\frac{3}{2}\ (\text{do } c<0).\end{aligned}$$

Ta có

$$\begin{aligned}\int\limits_{x_1}^{x_2}\frac{f'(x)}{3^x+1}\,\mathrm{d}x &= \int\limits_{x_1}^{0}\frac{f'(x)}{3^x+1}\,\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{x_2}\frac{f'(x)}{3^x+1}\,\mathrm{d}x=\int\limits_{x_1}^{0}\frac{3^{-x}f'(x)}{1+3^{-x}}\,\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{x_2}\frac{f'(x)}{3^x+1}\,\mathrm{d}x\\ &= \int\limits_{x_1}^{0}\frac{-3^{-x}f'(-x)}{3^{-x}+1}\,\mathrm{d}(-x)+\int\limits_{0}^{x_2}\frac{f'(x)}{3^x+1}\,\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{x_1}\frac{3^{-x}f'(-x)}{3^{-x}+1}\,\mathrm{d}(-x)+\int\limits_{0}^{x_2}\frac{f'(x)}{3^x+1}\,\mathrm{d}x\\ &= \int\limits_{0}^{x_2}\frac{3^{x}f'(x)}{3^x+1}\,\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{x_2}\frac{f'(x)}{3^x+1}\,\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{x_2}f'(x)\,\mathrm{d}x=f(x_2)-f(0)\\ &= \left(ax_2^3-\frac{3}{2}x_2+d\right)-d=ax_2^3-\frac{3}{2}x_2.\end{aligned}$$

Suy ra $ax_2^3-\dfrac{3}{2}x_2=-\dfrac{7}{2}\Leftrightarrow\dfrac{1}{3}x_2\left(3ax_2^2-\dfrac{3}{2}\right)-x_2=-\dfrac{7}{2}\Rightarrow x_2=\dfrac{7}{2}$, mà $3ax_2^2-\dfrac{3}{2}=0$ nên $a=\dfrac{2}{49}$.

Ta có $f''(x)=\dfrac{12x}{49}$, suy ra

$$\int\limits_{0}^{x_2}(x+2)f''(x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{\frac{7}{2}}(x+2)\frac{12x}{49}\,\mathrm{d}x=\frac{13}{2}\in(6;7).$$

Chọn đáp án C □

Câu 47. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$. Biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30°, thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

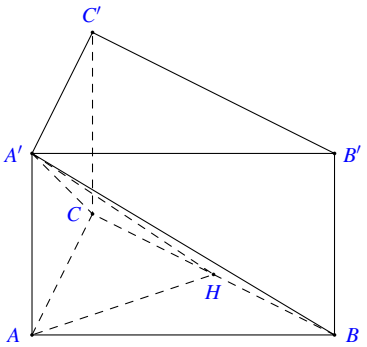
(A) $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{26}$. (B) $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$. (C) $\dfrac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. (D) $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BC.

Tam giác ABC vuông cân tại A, $AB=a$ nên $AH=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ta có $\triangle A'BC$ cân nên $A'H\perp BC$, ta cũng có $AH\perp BC$ nên $\widehat{A'HA}$ góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC).



Tam giác $AA'H$ vuông tại A nên $\tan\widehat{A'HA}=\dfrac{AA'}{AH}$.

Suy ra

$$\tan 30^\circ=\frac{AA'}{\frac{\sqrt{2}a}{2}}\Rightarrow AA'=\frac{\sqrt{2}a}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{6}a}{6}.$$

Vậy thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

$$AA'\cdot S_{ABC}=\frac{\sqrt{6}a}{6}\cdot\frac{1}{2}a\cdot a=\frac{\sqrt{6}a^3}{12}.$$

Chọn đáp án B □

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2}{x^3}+\ln\dfrac{x+3}{x-3}$. Có bao nhiêu số nguyên $a\in(-\infty;2100)$ thỏa mãn $f(a-2024)+f(6a-27)\geq 0$?

A 2096. B 360. C 1807. D 288.

Lời giải.

Hàm số xác định trên $\mathscr{D}=(-\infty;-3)\cup(3+\infty)$.

Ta có với mọi $x\in\mathscr{D}$ thì $-x\in\mathscr{D}$ và $f(-x)=\dfrac{2}{(-x)^3}+\ln\dfrac{3-x}{-x-3}=-\dfrac{2}{x^3}-\ln\dfrac{x+3}{x-3}$ nên $f(x)$ là hàm lẻ trên $\mathscr{D}$.

Ta có $f'(x)=-\dfrac{6}{x^4}-\dfrac{6}{(x-3)(x+3)}<0$ với mọi $x\in\mathscr{D}$ nên $f(x)$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Khi $x>3$ thì $x+3>x-3>0$ nên $f(x)>0$, khi $x<-3$ thì $x-3<x+3<0$ nên $0<\dfrac{x+3}{x-3}<1$ suy ra $f(x)<0$.

Ta có

$$f(a-2024)+f(6a-27)\geq 0\Leftrightarrow f(a-2024)\geq -f(6a-27)\Leftrightarrow f(a-2024)\geq f(27-6a).$$

Ta xét các trường hợp sau

TH 1. $3<a-2024\leq 27-6a$, không có giá trị a thỏa mãn.

TH 2. $a-2024\leq 27-6a<-3$ suy ra $5<a\leq 293$ có 288 số nguyên a thỏa mãn bài toán.

TH 3. $\begin{cases}a-2024>3\\27-6a<-3\end{cases}$, suy ra $a>2027$, kết hợp với a nguyên và $a\in(-\infty;2100)$ suy ra $a\in\{2028,\ldots,2199\}$, có 72 số nguyên a thỏa mãn bài toán.

Vậy có $288+72=360$ số nguyên a thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án B □

Câu 49. Xét hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có $f(-1)=-5$. Hàm số $y=f'(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, $f'(4)=0$ và $f'(-1)=a$. Có bao nhiêu số nguyên $a\in(-100;0)$ sao cho ứng với mỗi a, hàm số $y=\left|f(x)+\dfrac{5}{x^2}\right|$ có đúng 3 điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;+\infty)$?

A 10. B 9. C 90. D 89.

Lời giải.

Hàm số $y=f'(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ nên $f''(x)\geq 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ và do $f'(4)=0$ nên $x=4$ điểm là cực trị (cực tiểu) duy nhất của $y=f(x)$.

Ta có $f(x) \geq f(4),\ \forall x \in \mathbb{R}$ mà $f(-1) = -5$ nên $f(4) < -5$.

Đặt $g(x) = f(x) + \dfrac{5}{x^2}$, $g'(x) = f'(x) - \dfrac{10}{x^3}$, $g''(x) = f''(x) + \dfrac{30}{x^4} > 0$.

Ta có $g(-1) = f(-1) + \dfrac{5}{(-1)^2} = 0$, $g(4) = f(4) + \dfrac{5}{16} < -5 + \dfrac{5}{16} < 0$ và $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ nên theo tính chất liên tục của hàm số thì phương trình $g(x)$ có ba nghiệm $x = -1$, một nghiệm thuộc $(0;4)$, một nghiệm thuộc $(4;+\infty)$.

Do đó $y = \left| f(x) + \dfrac{5}{x^2} \right|$ có đúng 3 điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;+\infty)$ khi và chỉ khi phương trình $g'(x) = 0$ có đúng một nghiệm trên $(-1;+\infty)$.

Ta có $g'(x)$ đồng biến trên $(-1;0)$ và $(0;+\infty)$ và $\lim\limits_{x\to 0^+} g'(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ nên trên $(0;+\infty)$, $g'(x) = 0$ có nghiệm duy nhất suy ra trên $(-1;0)$, phương trình $g'(x) = 0$ phải vô nghiệm trên $(-1;0)$.

Ta có $g'(-1) = f'(-1) - \dfrac{10}{(-1)^3} = a + 10$ và $\lim\limits_{x\to 0^-} g'(x) = +\infty$ nên $a + 10 \geq 0 \Rightarrow a \geq -10$.

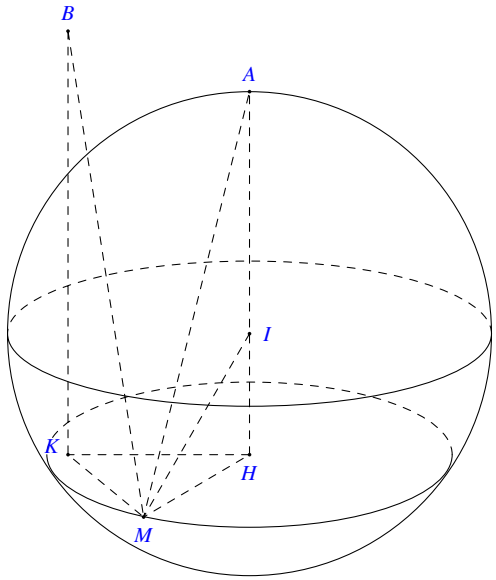
Suy ra $a \in \{-10, \ldots, -1\}$ có 10 số nguyên a thỏa mãn bài toán.

Chọn đáp án A □

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;6;-1)$, $B(2;-4;-1)$ và mặt cầu (S) tâm $I(1;2;-1)$ đi qua A. Điểm $M(a;b;c)$ (với $c > 0$) thuộc (S) sao cho IAM là tam giác tù, có diện tích bằng $2\sqrt{7}$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và IA lớn nhất. Giá trị của $a+b+c$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $\left(2;\dfrac{5}{2}\right)$. B $\left(\dfrac{5}{2};3\right)$. C $\left(\dfrac{3}{2};2\right)$. D $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$.

Lời giải.



Ta có $IM = IA = 4$, $S_{IAM} = \dfrac{1}{2} IA \cdot IM \cdot \sin\widehat{AIM} = 2\sqrt{7}$ nên $\sin\widehat{AIM} = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$, góc $\widehat{AIM}$ không đổi nên M luôn di động trên một đường tròn thuộc (S).

Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn nêu trên, ta có $IA \perp (P)$, gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A, B trên (P).

Ta có $\cos\widehat{HIM}=\sqrt{1-\dfrac{7}{16}}=\dfrac{3}{4}\Rightarrow IH=IM\cdot\dfrac{3}{4}=4\cdot\dfrac{3}{4}=3$, mà $\widehat{AIM}$ tù nên H không thuộc AI suy ra $\overrightarrow{IH}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AI}=(0;1;0)$, suy ra $H(1;-1;-1)$.
Phương trình mặt phẳng $(P)\colon y+1=0$.
Ta có $AI\ /\!/\ (BKM)$ nên $\mathrm{d}(AI,BM)=\mathrm{d}(AI,(BKM))=\mathrm{d}(H,(BKM))\leq HK$, dấu bằng xảy ra khi $HK\perp KM$.
Do $K\in(P)$ nên $y_K=-1$ và $BK\ /\!/\ IH$ nên $K(2;-1;-1)$ suy ra $\overrightarrow{HK}=(1;0;0)$, ta có

$$\overrightarrow{HK}\cdot\overrightarrow{KM}=0\Leftrightarrow 1\cdot(a-2)+0\cdot(b+1)+0\cdot(c+1)=0\Leftrightarrow a=2.$$

Lại có, $M\in(P)$ nên $b=-1$, lại có $IM=4$ nên $\sqrt{(2-1)^2+(-1-2)^2+(c-(-1))^2}=4$, suy ra $c=-1+\sqrt{6}$ $(c>0)$.
Vậy $a+b+c=\sqrt{6}\in\left(2;\dfrac{5}{2}\right)$.

Chọn đáp án A □

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 89

1. D	2. D	3. D	4. A	5. D	6. B	7. D	8. A	9. B	10. C
11. B	12. C	13. B	14. B	15. C	16. A	17. A	18. B	19. C	20. B
21. B	22. C	23. A	24. A	25. A	26. B	27. C	28. C	29. B	30. A
31. C	32. C	33. C	34. A	35. B	36. A	37. A	38. C	39. C	40. B
41. C	42. A	43. C	44. A	45. C	46. C	47. B	48. B	49. A	50. A

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2024
Môn: TOÁN, MÃ ĐỀ 117
Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z}{-3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

(A) $\vec{u_1} = (1;2;0)$. (B) $\vec{u_3} = (1;-1;-3)$. (C) $\vec{u_4} = (1;1;3)$. (D) $\vec{u_2} = (-1;2;0)$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 2. Cho khối chóp tứ giác có thể tích $V = 3a^3$ và diện tích đáy $B = a^2$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

(A) $9a$. (B) a. (C) $6a$. (D) $3a$.

Lời giải.

Chọn đáp án A □

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2x+4, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(2;4)$. (B) $(2;+\infty)$. (C) $(-\infty;-2)$. (D) $(-2;+\infty)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 4. Trên mặt phẳng tọa độ, $M(2;-5)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần thực của z bằng

(A) 5. (B) -5. (C) 2. (D) -2.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) > -1$ là

(A) $(-2;1)$. (B) $(-\infty;0)$. (C) $(0;+\infty)$. (D) $(-2;0)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 6. Hàm số nào dưới đây là hàm số mũ?

A $y=x^{-4}$. B $y=2024^{x}$. C $y=x^{2024}$. D $y=\log_3 x$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(3;4;-2)$ và vuông góc với trục Oz có phương trình là

A $x+y+z-5=0$. B $z+2=0$. C $y-4=0$. D $x-3=0$.

Lời giải.

$z+2=0$

Chọn đáp án B □

Câu 8. Cho số phức z có $\bar{z}=-5+6i$. Phần ảo của z bằng

A 6. B 5. C -5. D -6.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	0	↘	-3	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A 4. B 2. C 3. D 1.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A $\int (2x+3)\,\mathrm{d}x = x^2+3x+C$.

B $\int (2x+3)\,\mathrm{d}x = 2x^2+3x+C$.

C $\int (2x+3)\,\mathrm{d}x = x^2+C$.

D $\int (2x+3)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}x^2+3x+C$.

Lời giải.

Chọn đáp án A ☐

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;3;-1)$ và $\vec{b}=(-3;2;-4)$. Vectơ $\vec{a}+\vec{b}$ có tọa độ là

A $(1;-5;5)$. B $(-1;-5;5)$. C $(-1;5;-5)$. D $(-5;-1;-3)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C ☐

Câu 12. Cho khối lăng trụ tam giác có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A 12. B 6. C 24. D 18.

Lời giải.

Chọn đáp án D ☐

Câu 13. Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 người thành một hàng ngang?

A 1. B 6. C 36. D 720.

Lời giải.

Chọn đáp án D ☐

Câu 14. Số phức $z=i+i^2+i^3$ bằng

A i. B -1. C 1. D $-1+2i$.

Lời giải.

Chọn đáp án B ☐

Câu 15. Dãy số nào dưới đây là một cấp số cộng?

A $1,3,5,7$. B $1,2,3,-4$. C $1,0,2,4$. D $1,3,5,10$.

Lời giải.

Chọn đáp án A ☐

Câu 16. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-1}{3x+2}$ có phương trình là

A $y=-\dfrac{2}{3}$. B $x=\dfrac{4}{3}$. C $x=-\dfrac{2}{3}$. D $y=\dfrac{4}{3}$.

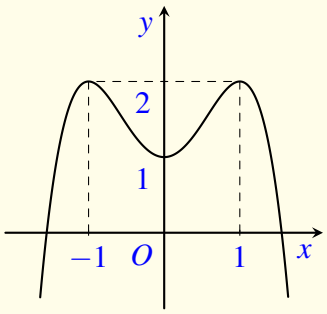
Lời giải.

Chọn đáp án C ☐

Câu 17.

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=\dfrac{3}{2}$ là

A 4. B 2. C 0. D 3.



Lời giải.

Chọn đáp án A ☐

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(1)=3, f(2)=1$. Giá trị của $\displaystyle\int_1^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A -4. B -2. C 4. D 2.

Lời giải.

Chọn đáp án B ☐

Câu 19. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{1}{7}}$ là

A $y'=x^{-\frac{6}{7}}$. B $y'=\dfrac{7}{8}x^{\frac{8}{7}}$. C $y'=\dfrac{1}{7}x^{\frac{6}{7}}$. D $y'=\dfrac{1}{7}x^{-\frac{6}{7}}$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 20. Trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, hàm số $F(x)=\dfrac{1}{2}\sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A $f_3(x)=-\dfrac{1}{2}\cos 2x$.
B $f_1(x)=-\cos 2x$.
C $f_2(x)=\cos 2x$.
D $f_4(x)=-\dfrac{1}{4}\cos 2x$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 21. Nghiệm của phương trình $2^{2x}=2^{x+6}$ là

A $x=-6$.
B $x=6$.
C $x=2$.
D $x=-2$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 22. Cho hình nón có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $l=5$. Chiều cao của hình nón đã cho bằng

A 4.
B $\sqrt{34}$.
C 5.
D 2.

Lời giải.

Chọn đáp án A □

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	$-\infty$

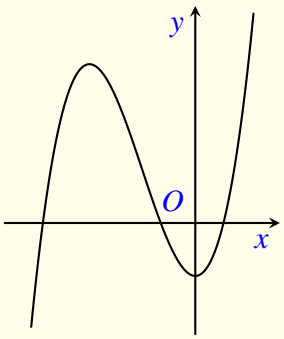
Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A $x=2$.
B $x=-2$.
C $x=1$.
D $x=-1$.

Lời giải.

Chọn đáp án D

Câu 24.
Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A $y=\dfrac{x-2}{2x+1}$.
B $y=-x^3+3x^2+3$.
C $y=x^3+3x^2-1$.
D $y=x^4-2x^2-4$.

Lời giải.

Chọn đáp án C

Câu 25. Nếu $\displaystyle\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x=-1$ và $\displaystyle\int_{1}^{7} f(x)\,\mathrm{d}x=-5$ thì $\displaystyle\int_{-2}^{7} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 4.
B -6.
C -4.
D 5.

Lời giải.

Chọn đáp án B

Câu 26. Cho hình trụ có diện tích xung quanh $S_{xq}=36\pi$ và chiều cao $h=6$. Bán kính của hình trụ đã cho bằng

A 12.
B 9.
C 6.
D 3.

Lời giải.

Chọn đáp án D

Câu 27. Với a,b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1,\log_{a^2} b^2$ bằng

A $\log_a b^4$.
B $\log_a b$.
C $\log_{a^4} b$.
D $(\log_a b)^2$.

Lời giải.

Chọn đáp án B

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$ và $B(3;0;1)$. Gọi (S) là mặt cầu nhận AB làm đường kính. Tâm của (S) có tọa độ là

Ⓐ $(1;1;-1)$. Ⓑ $(4;-2;4)$. Ⓒ $(2;-1;2)$. Ⓓ $(-1;-1;1)$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 29. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-6x^3+27x^2-16x+1$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

Ⓐ $-\dfrac{14}{9}$. Ⓑ $\dfrac{329}{9}$. Ⓒ -154. Ⓓ 6.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;2;5)$. Gọi M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MB}=3\overrightarrow{MA}$. Độ dài của vectơ $\overrightarrow{OM}$ bằng

Ⓐ $2\sqrt{14}$. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{74}}{2}$. Ⓒ 8. Ⓓ $2\sqrt{2}$.

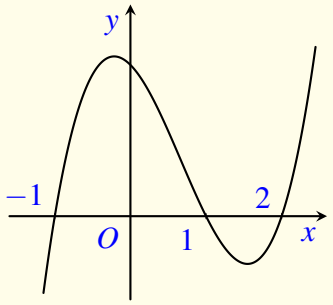
Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 31.

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-\infty;-1)$. Ⓑ $(-1;2)$. Ⓒ $(-1;1)$. Ⓓ $(1;2)$.



Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 32. Cho số phức $z=3+4i$. Môđun của số phức iz bằng

Ⓐ 25. Ⓑ 5. Ⓒ 7. Ⓓ 49.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-z+1=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-1+t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2 \\ z=-1-t \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2 \\ z=1-t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x=2+t \\ y=2t \\ z=-1-t \end{cases}$.

Lời giải.

Chọn đáp án B □

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $A, BC=2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

(A) $30°$. (B) $90°$. (C) $45°$. (D) $60°$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 35. Trên hai tia Ox, Oy của góc nhọn xOy lần lượt cho 5 điểm và 6 điểm phân biệt khác O . Chọn ngẫu nhiên 3 điểm từ 12 điểm (gồm điểm O và 11 điểm đã cho), xác suất để 3 điểm chọn được là ba đỉnh của một tam giác bằng

(A) $\frac{39}{44}$. (B) $\frac{19}{22}$. (C) $\frac{27}{44}$. (D) $\frac{3}{4}$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 36. Với a, b là hai số thực lớn hơn 1, $\log_{ab} b$ bằng

(A) $\frac{1}{\log_b a}$. (B) $1-\log_b a$. (C) $\frac{1}{1+\log_b a}$. (D) $1+\log_b a$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng

(A) $\frac{\sqrt{6}}{3}a$. (B) $\frac{2\sqrt{10}}{5}a$. (C) $\frac{\sqrt{10}}{5}a$. (D) $\frac{\sqrt{10}}{10}a$.

Lời giải.

Chọn đáp án C ☐

Câu 38. Một ô tô đang chuyển động với vận tốc $20\,\text{m/s}$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động thẳng, chậm dần đều với vận tốc biến thiên theo thời gian được xác định bởi quy luật $v(t) = -4t + 20(\text{m/s})$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô đi được từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh đến khi xe dừng hẳn bằng

(A) $30\,\text{m}$. (B) $32\,\text{m}$. (C) $48\,\text{m}$. **D** $50\,\text{m}$.

Lời giải.

Chọn đáp án D ☐

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên a lớn hơn 1 sao cho ứng với mỗi a tồn tại không quá 4 số nguyên b thỏa mãn $5^{b^2} < 25^{-b} \cdot a^{b+2}$?

(A) 100. **B** 124. (C) 99. (D) 125.

Lời giải.

Ta có: $a > 1 \Rightarrow \log_5 a > 0$

$$\begin{aligned} & 5^{b^2} < 25^{-b} \cdot a^{b+2} \\ \Leftrightarrow\ & (b+2)(b-\log_5 a) < 0 \\ \Leftrightarrow\ & -2 < b < \log_5 a \end{aligned}$$

Để tồn tại không quá 4 số nguyên b nên $b = -1;0;1;2$ khi đó : $-1 < \log_5 a \le 3 \Leftrightarrow \dfrac{1}{5} < a \le 125$

Vậy có 124 số a thỏa mãn.

Chọn đáp án B ☐

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f(e) = \dfrac{1}{5}$ và $f'(x) = \dfrac{1}{3}\ln x, \forall x \in (0;+\infty)$. Biết $\displaystyle\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x^2}\,\mathrm{d}x = ae^{-3} + be^{-1} + c$, với a,b,c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a-b+c$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(0;\dfrac{1}{4}\right)$. (B) $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{4}\right)$. **C** $\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2}\right)$. (D) $\left(\dfrac{3}{4};1\right)$.

Lời giải.

Ta có: $f(x) = \displaystyle\int f'(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{3}x\ln x + \frac{1}{3}x + C$ với $f(e) = \dfrac{1}{5}$ nên $f(x) = \dfrac{1}{3}x\ln x + \dfrac{1}{3}x + \dfrac{1}{5}$

Khi đó: $\displaystyle\int_e^{e^3} \frac{f(x)}{x^2}\,\mathrm{d}x = -\frac{f(x)}{x}\bigg|_e^{e^3} + \int_e^{e^3} \frac{f'(x)}{x}\,\mathrm{d}x = -\frac{f(x)}{x}\bigg|_e^{e^3} + \int_e^{e^3} \frac{1}{3}\,\mathrm{d}(\ln x) = -\frac{1}{5}e^{-3} + \frac{1}{5}e^{-1} + \frac{2}{3}$

Vậy $a-b+c=\dfrac{4}{15}\in\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2}\right)$

Chọn đáp án C □

Câu 41. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có ba điểm cực trị là $-\dfrac{3}{2};2;\dfrac{11}{2}$ và đạt giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$. Bất phương trình $f(x)\le m$ có nghiệm thuộc đoạn $[0;3]$ khi và chi khi

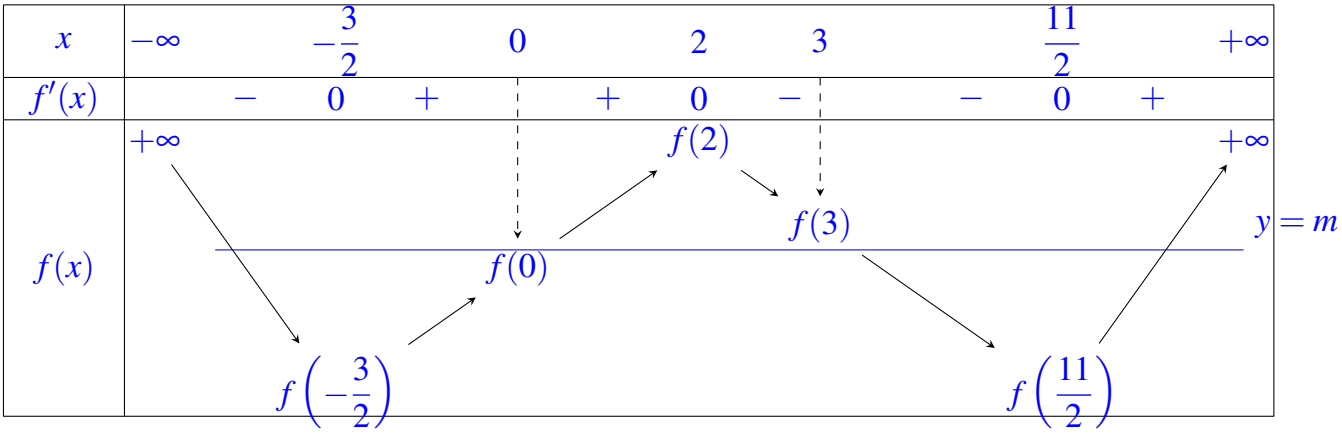
A $f(2)\ge m\ge f(3)$. B $m\ge f(2)$. C $m\ge f(3)$. D $m\ge f(0)$.

Lời giải.

Ta có: $f'(x)=a\left(x+\dfrac{3}{2}\right)(x-2)\left(x-\dfrac{11}{2}\right)=a\left(x^3-6x^2-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{33}{2}\right)$ với $a>0$

Khi đó : $f(x)=a\left(\dfrac{1}{4}x^4-2x^2-\dfrac{1}{8}x^2+\dfrac{33}{2}x\right)+C$ và $f\left(-\dfrac{3}{2}\right)=f\left(\dfrac{11}{2}\right), f(0)<f(3)$

Bảng biến thiên:



Vậy $f(x)\le m$ có nghiệm thuộc đoạn $[0;3]$ khi và chi khi $m\ge f(0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 42. Xét phương trình bậc hai $az^2+bz+c=0(a,b,c\in\mathbb{R},a\ne 0)$ có hai nghiệm phức z_1,z_2 có phần ảo khác 0 và $\left|2z_1-\dfrac{1}{9}\right|=|z_1-z_2|$. Giả sử $|z_1|=\dfrac{1}{\sqrt{k}}$ và w là số phức thỏa mãn $cw^2+bw+a=0$. Có bao nhiêu số nguyên dương k sao cho ứng với mỗi k tồn tại đúng 9 số phức z_3 có phần ảo nguyên, z_3-w là số thuần ảo và $|z_3|\le|w|$?

A 23. B 12. C 22. D 11.

Lời giải.

Ta có: $z_2=\overline{z_1}$

$$\left|2z_1-\frac{1}{9}\right|^2=|z_1-z_2|^2\Leftrightarrow\left(2z_1-\frac{1}{9}\right)\left(2z_2-\frac{1}{9}\right)=(z_1-z_2)(z_2-z_1)$$

$$\Leftrightarrow z_1+z_2=\frac{1}{9}\Rightarrow a=-9b$$

$$|z_1|=\sqrt{\frac{c}{a}}=\frac{1}{\sqrt{k}}\Rightarrow a=c.k\Rightarrow c=-\frac{9b}{k}$$

Xét phương trình : $cw^2+bw+a=0 \Leftrightarrow -\dfrac{9}{k}w^2+w-9=0$

Số phức w có phần thực $\dfrac{k}{18}$ và $|w|=\sqrt{k}$

Vì z_3-w là số thuần ảo nên $z_3=\dfrac{k}{18}+yi$

$|z_3|\le|w| \Leftrightarrow \dfrac{k^2}{18^2}+y^2\le k \Leftrightarrow y^2\le k-\dfrac{k^2}{18^2}$

Để có đúng 9 số z_3 thì $\begin{cases} k-\dfrac{k^2}{18^2}>0 \\ 4^2\le k-\dfrac{k^2}{18^2}<5^2 \end{cases}$,giải hệ ta có 22 số nguyên k thỏa mãn.

Chọn đáp án C

Câu 43. Xét hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d(a,b,c,d\in\mathbb{R},a>0)$ có hai điểm cực trị x_1,x_2 (với $x_1<x_2$) thỏa mãn $x_1+x_2=0$. Hình phẳng giới hạn bởi đường $y=f'(x)f''(x)$ và trục hoành có diện tích bằng $\dfrac{9}{4}$. Biết $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2}\frac{f'(x)}{3^x+1}\,\mathrm{d}x=-\frac{7}{2}$, giá trị của $\displaystyle\int_0^{x_2}(x+2)f''(x)\,\mathrm{d}x$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(0;1)$. B $(-7;-6)$. C $(-1;0)$. D $(6;7)$.

Lời giải.

Ta có : $x_1+x_2=0\Rightarrow f(x)=ax^3+cx+d; f'(x)=3ax^2+c(c<0); f''(x)=6ax$,hàm $f'(x)$ là hàm số chẵn.

$f'(x)f''(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \\ x=0 \\ x=x_2 \end{array}\right.$

Khi đó :

$$\frac{9}{4}=\left|\int_{x_1}^{0}f'(x)f''(x)dx\right|+\left|\int_{0}^{x_2}f'(x)f''(x)dx\right|=\left|\frac{1}{2}[f'(x)]^2\Big|_{x_1}^{0}\right|+\left|\frac{1}{2}[f'(x)]^2\Big|_{0}^{x_2}\right|=c^2$$

$$\Rightarrow c=-\frac{3}{2}$$

Ta lại có : $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2}\frac{f'(x)}{3^x+1}dx=\int_{x_1}^{x_2}\frac{3^x.f'(x)}{3^x+1}dx\Rightarrow\int_{x_1}^{x_2}f'(x)dx=-7\Rightarrow\int_0^{x_2}f'(x)dx=-\frac{7}{2}$

Vậy $\displaystyle\int_0^{x_2}(x+2)f''(x)dx=(x+2)f'(x)\Big|_0^{x_2}-\int_0^{x_2}f'(x)dx=\frac{13}{2}$

Chọn đáp án D

Câu 44. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2}{x^3}+\ln\dfrac{x+3}{x-3}$. Có bao nhiêu số nguyên $a\in(-\infty;2100)$ thoả mãn $f(a-2024)+f(6a-27)\ge 0$?

(A) 2096. (B) 1807. (C) 360. (D) 288.

Lời giải.

Ta có: $f'(x)=-\dfrac{6}{x^4}-\dfrac{6}{x^2-9}<0,\forall x\in(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$

Dễ thấy hàm $f(x)$ là hàm số lẻ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty}f(x)=0$

Mặt khác $\begin{cases}f(x)>0\Leftrightarrow x>3\\ f(x)<0\Leftrightarrow x<-3\end{cases}$

Xét : $f(a-2024)+f(6a-27)\geq 0(*)$ .Bất phương trình (*) thỏa mãn trong các trường hợp sau.

Trường hợp 1: $\begin{cases}a-2024>3\\ 6a-27>3\end{cases}\Rightarrow a>2027$,suy ra có 72 số nguyên a thỏa mãn

Trường hợp 2: $\begin{cases}a-2024<-3\\ 6a-27>3\\ 2024-a\geq 6a-27\end{cases}\Rightarrow 5<a\leq 293$, suy ra có 288 số nguyên a thỏa mãn

Trường hợp 3: $\begin{cases}a-2024>3\\ 6a-27<-3\\ 27-6a\geq a-2024\end{cases}\Rightarrow\varnothing$

Vậy có 360 số nguyên a thỏa mãn.

Chọn đáp án (C) □

Câu 45. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m tồn tại đúng hai số phức z thỏa mãn $|z-1-5i|+|z-1+5i|=10$ và $|z-2-i|=m$?

(A) 5. (B) 3. (C) 2. (D) 4.

Lời giải.

Gọi $z=x+yi(x,y\in\mathbb{R})$ có điểm biểu diễn $M(x;y)$

Ta có : $\begin{cases}(x-2)^2+(y-1)^2=m^2\\ \sqrt{(x-1)^2+(y-5)^2}+\sqrt{(x-1)^2+(y+5)^2}=10\end{cases}$

Với 2 điểm $A(1;5),B(1;-5)$ khi đó $\begin{cases}(x-2)^2+(y-1)^2=m^2\\ MA+MB=10=AB\end{cases}$

Điểm Mdi chuyển trên đường tròn (C) tâm $I(2;1)$, bán kính $R=m(m>0)$

Để có đúng 2 số phức z thỏa mãn thì đường tròn (C) phải cắt đoạn AB tại 2 điểm phân biệt

Suy ra $d(I,AB)<m\leq IA\Leftrightarrow 1<m\leq\sqrt{17}$

Vậy có 3 giái trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn đáp án (D) □

Câu 46. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$. Biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

(A) $\frac{\sqrt{6}}{36}a^3$. (B) $\frac{3\sqrt{6}}{4}a^3$. (C) $\frac{\sqrt{6}}{12}a^3$. (D) $\frac{\sqrt{6}}{4}a^3$.

Lời giải.

Chọn đáp án C □

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB = 2a$, mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

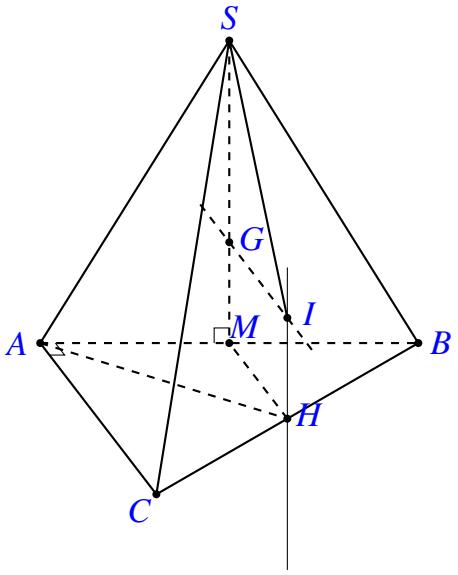
(A) $\frac{28\pi}{9}a^2$. (B) $\frac{25\pi}{3}a^2$. (C) $\frac{25\pi}{9}a^2$. (D) $\frac{28\pi}{3}a^2$.

Lời giải.

Gọi M, H lần lượt là trung điểm AB, BC.
Khi đó tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB, ABC lần lượt là G, H.
Dựng $Hx \parallel SM, Gy \parallel MH, Hx \cap Gy = I$
Suy ra : cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$ có tâm I và bán kính $r = SI$

$r^2 = SI^2 = SG^2 + GI^2 = \frac{7a^2}{3}$

Vậy : $S_c = 4\pi r^2 = \frac{28\pi a^2}{3}$



Chọn đáp án D □

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z+3}{-5}$ và $d_2 : \frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-1}$. Trong các mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2, gọi (S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất. Phương trình của (S) là

(A) $x^2 + (y+1)^2 + z^2 = 6$. (B) $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 6$.

(C) $x^2 + (y-3)^2 + (z+4)^2 = 6$. (D) $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$.

Lời giải.

Gọi $M \in d_1, N \in d_2$,với MN là đoạn vuông góc chung của 2 đường thẳng chéo nhau d_1, d_2 .

Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu tiếp xúc với d_1 tại điểm A, và tiếp xúc với d_2 tại điểm B.
Khi đó: $2r \geq AB \geq MN$ .Vậy mặt cầu có bán kính nhỏ nhất thỏa mãn thì tâm I là trung điểm đoạn MN.
Ta có: đường thẳng MN qua I và có vecto chỉ phương $\vec{a} = [\vec{a_1}, \vec{a_2}] = (2;1;1)$
Suy ra $M(a+2t;b+t;c+t) \in d_1, N(a-2t;b-t;c-t) \in d_2$

Nên ta có hệ phương trình sau: $\begin{cases} 3a-b+5t=2 \\ -5a-c-11t=-7 \\ a+b-3t=-4 \\ a+c-3t=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=0 \\ c=1 \end{cases}$

Vậy mặt cầu thỏa mãn có tâm $I(-1;0;1), r=\sqrt{6}$
Phương trình mặt cầu cần tìm: $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=6$

Chọn đáp án (B) □

Câu 49. Xét hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có $f(-1)=-5$. Hàm số $y=f'(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, $f'(4)=0$ và $f'(-1)=a$. Có bao nhiêu số nguyên $a \in (-100;0)$ sao cho ứng với mỗi a, hàm số $y=\left|f(x)+\frac{5}{x^2}\right|$ có đúng 3 điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;+\infty)$?

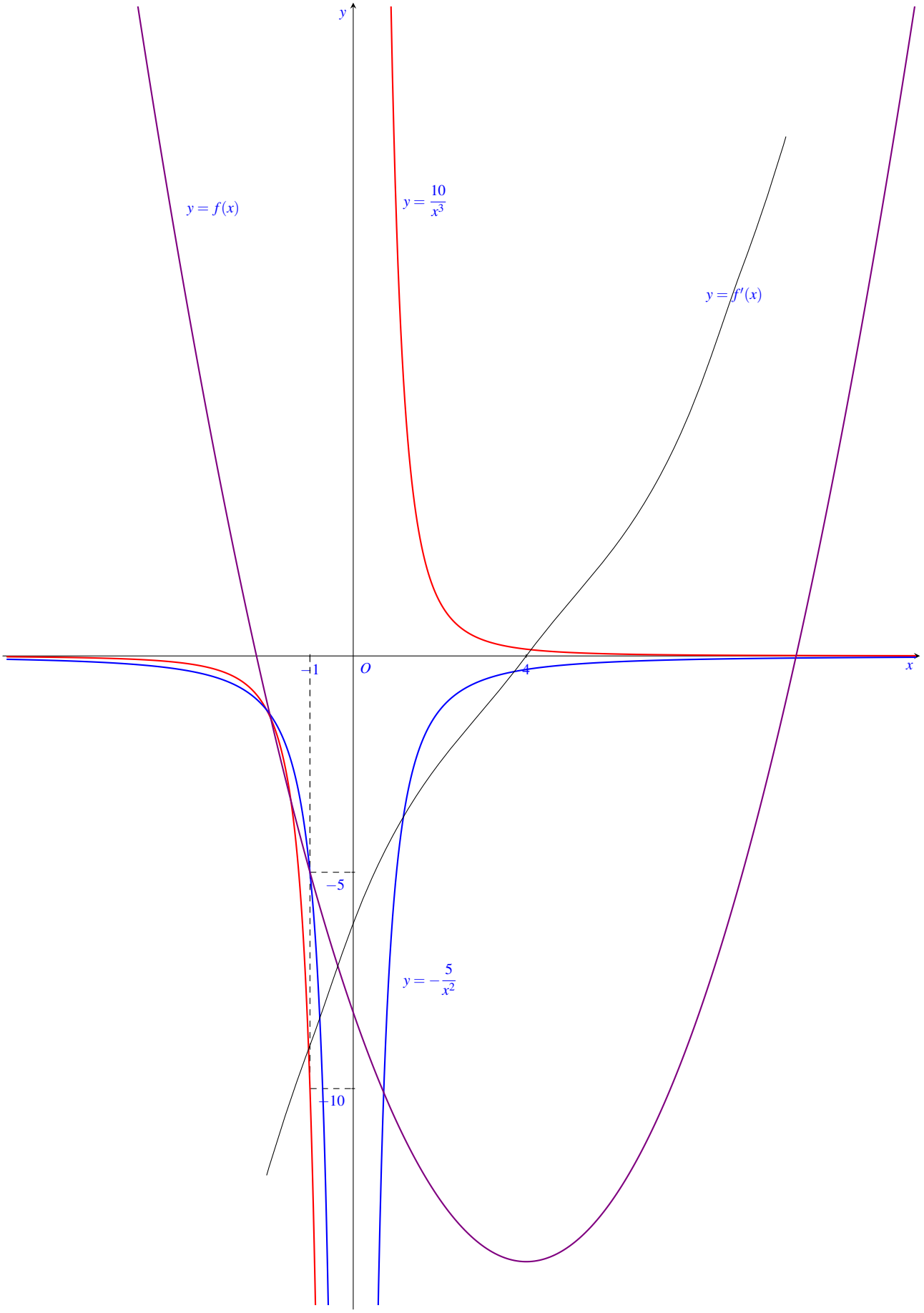
(A) 90. (B) 10. (C) 89. (D) 9.

Lời giải.

Ta có: $y=f'(x)$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$, $f'(4)=0$,có bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

$$g(x)=\left|f(x)+\frac{5}{x^2}\right| \Rightarrow g'(x)=\frac{\left(f'(x)-\frac{10}{x^3}\right)\left(f(x)+\frac{5}{x^2}\right)}{\left|f(x)+\frac{5}{x^2}\right|}$$



$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x)=\dfrac{10}{x^3} \\ f(x)=-\dfrac{5}{x^2} \end{cases}$$

Dễ thấy $f(x)=-\dfrac{5}{x^2}$ luôn có 2 nghiệm bội lẻ trên khoảng $(-1;+\infty)$

Vậy để hàm số có đúng 3 điểm cực trị trên khoảng $(-1;+\infty)$ thì $f'(x)=\dfrac{10}{x^3}$ phải có 1 nghiệm bội lẻ trên khoảng $(-1;+\infty)$ .Suy ra $f'(-1)\geq\dfrac{10}{(-1)^3}\Leftrightarrow a\geq -10$

Vậy có 10 số nguyên a thỏa mãn

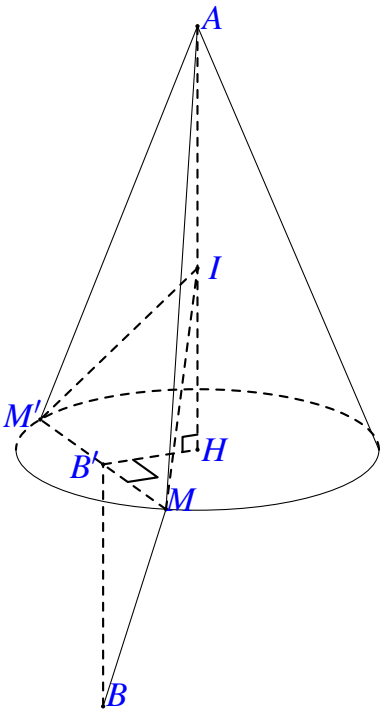
Chọn đáp án B

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;6;-1),B(2;-4;-1)$ và mặt cầu (S) tâm $I(1;2;-1)$ đi qua A. Điểm $M(a;b;c)$ (với $c>0$) thuộc (S) sao cho tam giác IAM là tam giác tù, có diện tích bằng $2\sqrt{7}$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và IA lớn nhất. Giá trị của $a+b+c$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $\left(\dfrac{5}{2};3\right)$. B $\left(\dfrac{3}{2};2\right)$. C $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$. D $\left(2;\dfrac{5}{2}\right)$.

Lời giải.

Ta có: $r=IA=4,d(M;IA)=\sqrt{7},d(B;IA)=1,h=d(I;AM)$
Vì tam giác IAM tù nên $h\sqrt{16-h^2}=2\sqrt{7}\Rightarrow h=\sqrt{2}\Rightarrow AM=2\sqrt{14}$
Gọi H là hình chiếu của M lên $AI\Rightarrow AH=7\Rightarrow\overrightarrow{AH}=\dfrac{7}{4}\overrightarrow{AI}\Rightarrow H(1;-1;-1)$
Gọi mặt phẳng (α) qua H và nhận $\overrightarrow{IA}$ làm VTPT ,phương trình $(\alpha):y+1=0$
Gọi B' là hình chiếu của B lên $(\alpha)\Rightarrow B'(2;-1;-1)$
Khi đó: $d(AI,BM)=d(AI,(BB'M))=d(H,(BB'M))\leq HB'=1$
Suy ra $d(AI,BM)$ lớn nhất bằng $HB'=1\Rightarrow B'M=\sqrt{6}$



Vậy điểm M thỏa mãn $\begin{cases}M\in(S)\\M\in(\alpha)\\B'M=\sqrt{6}\end{cases}\Leftrightarrow$

$$\begin{cases}(a-1)^2+(b-2)^2+(c+1)^2=16\\b+1=0\\(a-2)^2+(b+1)^2+(c+1)^2=6\end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được:$M\left(2;-1;-1+\sqrt{6}\right)\Rightarrow a+b+c=\sqrt{6}$

Chọn đáp án D

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 90

1. B	2. A	3. C	4. C	5. D	6. B	7. B	8. D	9. C	10. A
11. C	12. D	13. D	14. B	15. A	16. C	17. A	18. B	19. D	20. C

21. B	22. A	23. D	24. C	25. B	26. D	27. B	28. C	29. B	30. D
31. C	32. B	33. B	34. D	35. D	36. C	37. C	38. D	39. B	40. C
41. D	42. C	43. D	44. C	45. D	46. C	47. D	48. B	49. B	50. D

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THAM KHẢO

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2025
Môn: TOÁN, ĐỀ THAM KHẢO
Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x$ là

(A) $\dfrac{e^{x+1}}{x+1}+C$. (B) e^x+C. (C) $\dfrac{\mathrm{e}^x}{x}+C$. (D) $x\cdot e^{x-1}+C$.

Lời giải.

Áp dụng công thức nguyên hàm cơ bản của hàm số mũ

$$\int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên đoạn $[a;b]$. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a,x=b$. Khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox có thể tích là

(A) $V=\pi\displaystyle\int_a^b |f(x)|\,\mathrm{d}x$. (B) $V=\pi^2\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

(C) $V=\pi^2\displaystyle\int_a^b [f(x)]^2\,\mathrm{d}x$. (D) $V=\pi\displaystyle\int_a^b [f(x)]^2\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Theo công thức tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x=a,x=b$ quanh trục Ox, ta có: $V=\pi\displaystyle\int_a^b [f(x)]^2\,\mathrm{d}x$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 3. Hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1,M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau

M_1

Nhóm	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Tần số	3	4	8	6	4

M_2

Nhóm	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Tần số	6	8	16	12	8

Gọi s_1,s_2 lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm M_1,M_2. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

(A) $s_1=s_2$. (B) $s_1=2s_2$. (C) $2s_1=s_2$. (D) $4s_1=s_2$.

Lời giải.

Nhận xét: Các nhóm của M_1 và M_2 là hoàn toàn giống nhau. Tần số của mẫu M_2 gấp đôi tần số của mẫu M_1 ở mọi nhóm tương ứng ($n_{2i} = 2n_{1i}$). Khi ta nhân tất cả các tần số với cùng một số dương $k = 2$, tỷ lệ phân bố của các giá trị quanh số trung bình không thay đổi. Do đó, phương sai và độ lệch chuẩn của hai mẫu số liệu này là bằng nhau $s_1 = s_2$.

Chọn đáp án A □

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1;-3;5)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(2;-1;1)$ là

A $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-3}{-1} = \dfrac{z-5}{1}$.

B $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-3}{-1} = \dfrac{z+5}{1}$.

C $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z-5}{1}$.

D $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z-5}{1}$.

Lời giải.

Đường thẳng đi qua $M(x_0;y_0;z_0)$ và có VCP $\vec{u}(a;b;c)$ có phương trình chính tắc

$$\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}.$$

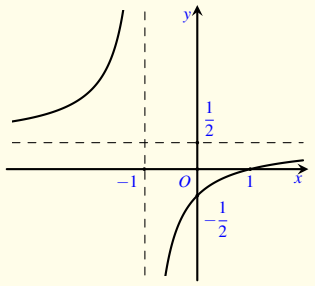
Thay $M(1;-3;5)$ và $\vec{u}(2;-1;1)$, ta được: $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z-5}{1}$.

Chọn đáp án C □

Câu 5.

Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}(c \neq 0, ad-bc \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A $x = -1$. B $y = \dfrac{1}{2}$. C $y = -1$. D $x = \dfrac{1}{2}$.



Lời giải.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy khi $x \to \pm\infty$, đồ thị hàm số tiến sát đường thẳng nằm ngang cắt trục tung tại điểm có tung độ $\dfrac{1}{2}$. Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = \dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án B □

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là

A $(1;9)$. B $(-\infty;9)$. C $(9;+\infty)$. D $(1;7)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$. Bất phương trình $\log_2(x-1) < 3 \Leftrightarrow x-1 < 2^3 \Leftrightarrow x-1 <$

$8 \Leftrightarrow x < 9$. Kết hợp với điều kiện, ta được tập nghiệm $S = (1;9)$.

Chọn đáp án A □

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-3y-z+8=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A $\vec{n_1}(1;-3;1)$. B $\vec{n_2}(1;-3;-1)$. C $\vec{n_3}(1;-3;8)$. D $\vec{n}_4(1;3;8)$.

Lời giải.

Phương trình tổng quát của mặt phẳng có dạng $Ax+By+Cz+D=0$ có một VTPT là $\vec{n} = (A;B;C)$. Từ phương trình $1x-3y-1z+8=0$, ta có VTPT là $\vec{n_2} = (1;-3;-1)$.

Chọn đáp án B □

Câu 8. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$?

A (SAB). B (SBC). C (SCD). D (SBD).

Lời giải.

Ta có $SA \perp (ABCD)$. Vì mặt phẳng (SAB) chứa đường thẳng SA nên theo định lý về hai mặt phẳng vuông góc, ta có $(SAB) \perp (ABCD)$.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Nghiệm của phương trình $2^x = 6$ là

A $x = \log_6 2$. B $x = 3$. C $x = 4$. D $x = \log_2 6$.

Lời giải.

Theo định nghĩa lôgarit: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$ (với $0 < a \neq 1, b > 0$). Vậy $2^x = 6 \Leftrightarrow x = \log_2 6$.

Chọn đáp án D □

Câu 10. Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là

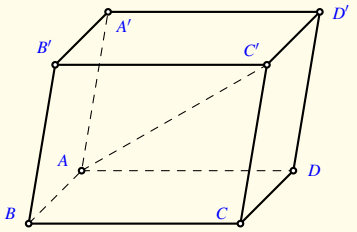
A 5. B 7. C 9. D 11.

Lời giải.

Công sai của cấp số cộng là $d = u_2 - u_1 = 3-1 = 2$. Số hạng thứ 5 là: $u_5 = u_1 + 4d = 1 + 4 \cdot 2 = 9$.

Chọn đáp án C □

Câu 11.
Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên). Phát biểu nào sau đây là **đúng**?



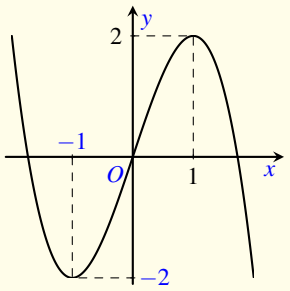
(A) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{B'A'}=\overrightarrow{AC'}$. (B) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC'}+\overrightarrow{C'D'}=\overrightarrow{AC'}$.
(C) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$. **D** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC'}$.

Lời giải.

Áp dụng quy tắc hình hộp cho ba vectơ xuất phát từ đỉnh A: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

Chọn đáp án D ☐

Câu 12.
Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



(A) $(-\infty;-1)$. (B) $(-\infty;1)$. **C** $(-1;1)$. (D) $(1;+\infty)$.

Lời giải.

Hàm số đồng biến trên các khoảng mà đồ thị của nó đi lên từ trái sang phải. Quan sát đồ thị, ta thấy trên khoảng $(-1;1)$, đồ thị hàm số đi lên. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Chọn đáp án C ☐

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 91

1. B	2. D	3. A	4. C	5. B	6. A	7. B	8. A	9. D	10. C	11. D	12. C

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=2\cos x+x$.

a $f(0)=2; f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=2\sin x+1$.

c Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{6}$.

d Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\sqrt{3}+\frac{\pi}{6}$.

Lời giải.

a) Đ Đúng. $f(0)=2$; $f(\frac{\pi}{2})=\frac{\pi}{2}$

b) (S) Sai . $f'(x)=-2\sin x+1$

c) (Đ) Đúng. $f'(x)=0\Leftrightarrow \sin x=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$ .Dễ thấy nghiệm trên đoạn $[0;\dfrac{\pi}{2}]$ là $\dfrac{\pi}{6}$.

d) (Đ) Đúng .$f(0)=2, f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi}{2}, f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\pi}{6}+\sqrt{3}$ nên giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;\dfrac{\pi}{2}]$ là $\dfrac{\pi}{6}+\sqrt{3}$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d đúng | ..... □

Câu 2. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m , tốc độ của ô tô là 36 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t)=at+b(a,b\in\mathbb{R},a>0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180 m .

b Giá trị của b là 10 .

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây $(0\le t\le 24)$ kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t)=\displaystyle\int_0^{24} v(t),\mathrm{d}t$.

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Lời giải.

a) (Đ) Đúng. Ta có $36\ km/h=10\ m/s\Rightarrow s(2)=20\ m$. Vậy quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là $200-20=180\ m$

b) (Đ) Đúng. Trước khi tăng tốc vận tốc của xe là $10\ m/s$.

c) (S) Sai . Vì $S(t)=\displaystyle\int_0^{24} v(t)dt$ là quãng đường đi được trong 24 giây chứ không phải trong t giây.

d) (S) Sai. Ta có $180=\displaystyle\int_0^{12}(at+10)\,dt\Rightarrow v(t)=\frac{5}{6}t+10\Rightarrow v(24)=30\ m/s=108\ km/h$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | ..... □

Câu 3. Trước khi đưa một loại sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó. Kết quả thống kê như sau: có 105 người trả lời "sẽ mua";

có 95 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời "sẽ mua" và "không mua" lần lượt là 70% và 30%. Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm". Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm".

a Xác suất $P(B)=\dfrac{21}{40}$ và $P(\bar{B})=\dfrac{19}{40}$.

b) Xác suất có điều kiện $P(A\mid B)=0,3$.

c Xác suất $P(A)=0,51$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm có 70% người đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải.

a) Đ Đúng . $P(B)=\dfrac{105}{200}=\dfrac{21}{40}$,$P(\overline{B})=\dfrac{19}{40}$

b) S Sai .$P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{0,7.\dfrac{21}{40}}{\dfrac{21}{40}}=0,7$

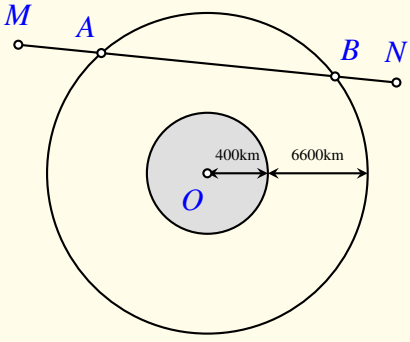
c) Đ Đúng . $P(A)=\dfrac{0,7.105+0,3.95}{200}=0,51$

d) S Sai . Số người thực sự mua là: $0,7.105+0,3,95=102$,phần trăm số người trả lời sẽ mua là $\dfrac{0,7.105}{102}.100\approx 72\%$

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | □

Câu 4. Các thiên thạch có đường kính lớn hơn $140m$ và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6400 km.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km . Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm $M(6;20;0)$ đến điểm $N(-6;-12;16)$



a Đường thẳng MN có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 6+3t \\ y = 20+8t \\ z = -4t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

b) Vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm $A(-3;-4;12)$.

c Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 18900 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị ki-lô-mét).

d Nếu thời gian di chuyển của thiên thạch trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 3 phút thì thời gian nó di chuyển từ M đến N là 6 phút.

Lời giải.

a) Đ Đúng .$\overrightarrow{MN} = -4(3;8;-4)$

Suy ra:Đường thẳng MN có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 6+3t \\ y = 20+8t \\ z = -4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

b) S Sai. Ta có thiên thạch là 1 chất điểm có tâm nằm trên đường MN có bán kính lớn hơn $0,07$ (km).Do vậy thiên thạch nằm trong phạm vi theo dõi thỏa mãn $\sqrt{(6+3t)^2+(20+8t)^2+(4t)^2} \le 13,00007 \Leftrightarrow 89t^2+356t-266,99818 \le 0 (*)$ nên điểm đầu tiên sẽ không phải điểm A.

c) Đ Đúng. Gọi t_1, t_2 lần lượt tương ứng với vị trí đầu tiên, vị trí cuối cùng trong phạm vi theo dõi.

Ta có : $\begin{cases} t_1+t_2 = -\dfrac{356}{89} \\ t_1.t_2 = \dfrac{-266,99818}{89} \end{cases}$ .Khi đó khoảng cách từ điểm đầu đến điểm cuối là

$1000.\sqrt{89\left(t_1-t_2\right)^2} = 1000.\sqrt{89\left[\left(t_1+t_2\right)^2-4t_1.t_2\right]} \approx 18900\ km$

d) Đ Đúng . Ta có $1000.\sqrt{89\left[\left(t_1+t_2\right)^2-4t_1.t_2\right]}$ km đi hết mất 3 phút, vậy 6 phút thiên thạch đi được $2000.\sqrt{89\left[\left(t_1+t_2\right)^2-4t_1.t_2\right]} \approx 37700 = MN$

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d đúng | ..... □

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 91

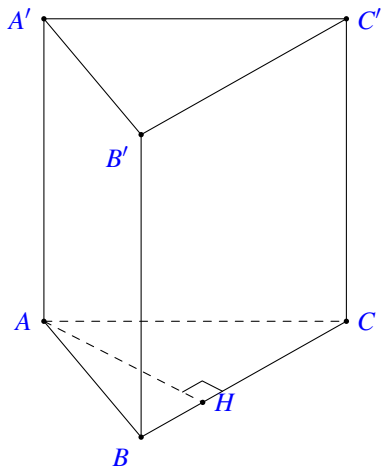
☑ Câu 1.	a Đ b S c Đ d Đ	☑ Câu 2.	a Đ b Đ c S d S
☑ Câu 3.	a Đ b S c Đ d S	☑ Câu 4.	a Đ b S c Đ d Đ

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 5, BC = 6, CA = 7$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Đáp án: | 4 | , | 9 | |

Lời giải.

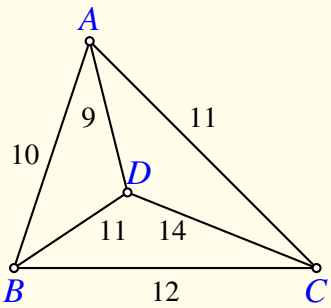


Ta có: $d(AA', BC) = AH = \dfrac{2S_{ABC}}{BC} = \dfrac{2\sqrt{9.4.3.2}}{6} \approx 4,9$

Đáp án: 4,9 □

Câu 2.

Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 4 trụ A, B, C, D với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Đáp án: | 4 | 3 | | |

Lời giải.

Xuất phát từ trụ A sẽ có
$ABCDA = 45, ABDCA = 46, ACBDA = 43, ACDBA = 46, ADBCA = 43, ADCBA = 45$
Các trường hợp còn lại có được bằng cách thay thế $A \to B, B \to A$ và $A \to C, C \to A$ và $A \to D, D \to A$ .Khi đó tổng số thử thách không thay đổi so với xuất phát từ trụ A.
Vậy tổng số thử thách nhỏ nhất là : 43

Đáp án: 43 □

Câu 3. Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ

tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(3;1;0), B(3;6;6), C(4;6;2), D(6;2;14)$; vị trí $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=3, MB=6, MC=5, MD=13$. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu? Đáp án: 3

Lời giải.

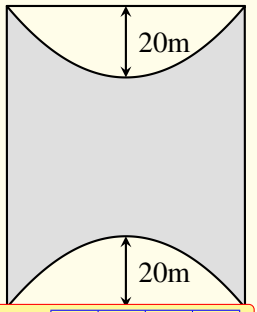
Ta có: $\begin{cases} a^2+b^2+c^2-6a-2b=-1 \\ a^2+b^2+c^2-6a-12b-12c=-45 \\ a^2+b^2+c^2-8a-12b-4c=-31 \\ a^2+b^2+c^2-12a-4b-28c=-67 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10b-12c=-44 \\ -2a-10b-4c=-30 \\ -6a-2b-28c=-66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=2 \end{cases}$

Vậy $OM=3$

Đáp án: 3

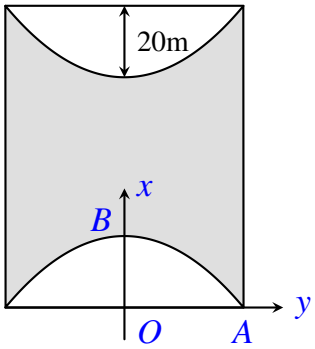
Câu 4.

Kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình chữ nhật với chiều rộng và chiều dài lần lượt là 60 m và 80 m . Trong đó, phần được tô màu đậm là sân chơi, phần còn lại để trồng hoa. Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình chữ nhật và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật bằng $20m$ (xem hình minh họa). Diện tích của phần sân chơi là bao nhiêu mét vuông?



Đáp án: 3200

Lời giải.



Gắn hệ trục Oxy như hình vẽ. Ta có $A(30;0), B(0;20) \Rightarrow (P): y=-\frac{1}{45}x^2+20$

Khi đó diện tích phần parabol là: $4\int\limits_0^{30}\left(-\frac{1}{45}x^2+20\right)dx=1600\ (m^2)$

Vậy diện tích phần sân chơi là: $60.80-1600=3200\ (m^2)$

Đáp án: 3200

Câu 5. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 500 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $(1 \le x \le 500)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là

$F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x + 1000 + \dfrac{250000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Đáp án: 3 3 3

Lời giải.

Lợi nhuận thu được khi sản xuất và bán đi x sản phẩm là giá trị của hàm số:
$f(x) = F(x) - x.G(x) = x^3 - 2000x^2 + 1000000x$
$f'(x) = 3x^2 - 4000x + 1000000$
Bảng biến thiên:

x	1		$\frac{1000}{3}$		500
y'		$+$	0	$-$	
y	$f(1)$	↗	$f\left(\frac{1000}{3}\right)$	↘	$f(500)$

Vậy đề có lợi nhuận cao nhất thì cần sản xuất 333 sản phẩm

Đáp án: 333 □

Câu 6. Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 quả bóng màu đỏ và 4 quả bóng màu vàng, hộp II có 7 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu vàng, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Tính xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0 , 0 8

Lời giải.

Công việc được hoàn thành bởi 2 hành động liên tiếp, lấy 1 quả ở hộp I bỏ vào hộp II, sau đó lấy 1 quả ở hộp II.Nên $n(\Omega) = 110$
Gọi A:" lấy được quả màu đỏ ở hộp II" $n(A) = 6.8 + 4.7 = 76$
B:"lấy 1 quả ở hộp II được quả ở hộp I chuyển qua" $n(B) = 10.1 = 10 \Rightarrow n(A \cap B) = 6$
Ta có: $P(B|A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} = \dfrac{6}{76} \approx 0,08$

Đáp án: 0,08 □

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 91

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.	Câu 5.	Câu 6.
4 , 9	4 3	3	3 2 0 0	3 3 3	0 , 0 8

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2025
Môn: TOÁN, Mã đề 0124
Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho khối chóp $O.ABC$ có OA vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác ABC vuông tại A và $OA=2$, $AB=3$, $AC=6$. Thể tích của khối chóp $O.ABC$ bằng.

(A) 36. (B) 6. (C) 12. (D) 18.

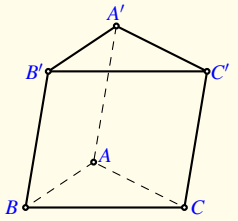
Lời giải.

$V=\frac{1}{3}OA.S_{ABC}=\frac{1}{3}OA.\frac{1}{2}.AB.AC=\frac{1}{6}.2.3.6=6$

Chọn đáp án B □

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (xem hình dưới). Đường thẳng $B'C'$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

(A) $(A'B'C')$. (B) (ABC). (C) $(AB'C')$. (D) $(BB'C')$.



Lời giải.

Vì $\begin{cases} B'C'//BC \\ B'C' \not\subset (ABC) \Rightarrow B'C'//(ABC) \\ BC \subset (ABC) \end{cases}$

Chọn đáp án B □

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x+\cos x$ là

(A) $\cos x-\sin x+C$. (B) $-\cos x-\sin x+C$.

(C) $\cos x+\sin x+C$. (D) $-\cos x+\sin x+C$.

Lời giải.

Ta có $\int(\sin x+\cos x).dx=\cos x-\sin x+C$.

Chọn đáp án A □

Câu 4. Nghệm của phương trình $2^{2x+1}=8$ là

(A) $x=\frac{3}{2}$. (B) $x=1$. (C) $x=3$. (D) $x=\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Ta có $2^{2x+1}=8 \Leftrightarrow 2^{2x+1}=2^3 \Leftrightarrow 2x+1=3 \Rightarrow x=1$

Chọn đáp án (B) □

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và nhận $\vec{n}=(-1;0;3)$ làm một véctơ pháp tuyến có phương trình tổng quát là.

(A) $-y+3z=0$. (B) $-x+3z=0$. (C) $-x+3y=0$. (D) $-x-3z=0$.

Lời giải.

Ta có: $-x+3z=0$ có VTPT là $\vec{n}=(-1;0;3)$

Chọn đáp án (B) □

Câu 6. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(ac\neq 0,\ ad-bc\neq 0)$ có bảng biến thiên như dưới đây.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	1

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là.

(A) $x=-2$. (B) $y=-2$. (C) $y=1$. (D) $x=1$.

Lời giải.

Đồ thị hàm số có TCĐ: $x=-2$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-4y+3z-9=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

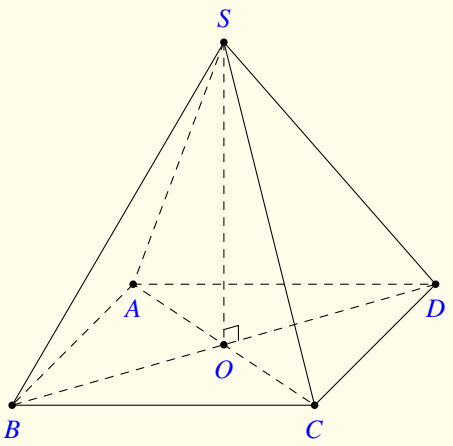
(A) $\vec{n_2}=(2;4;-3)$. (B) $\vec{n_3}=(-2;4;3)$. (C) $\vec{n_1}=(2;4;3)$. (D) $\vec{n_4}=(2;-4;3)$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) nhận $\vec{n_4}=(2;-4;3)$ là VTPT

Chọn đáp án (D) □

Câu 8. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ (xem hình bên). Gọi O là giao điểm của AC và BD. Phát biểu nào sau đây là đúng?



(A) $\vec{SA}+\vec{SB}+\vec{SC}+\vec{SD}=2\vec{SO}$.

B $\vec{SA}+\vec{SB}+\vec{SC}+\vec{SD}=4\vec{SO}$.

(C) $\vec{SA}+\vec{SB}+\vec{SC}+\vec{SD}=\vec{SO}$.

(D) $\vec{SA}+\vec{SB}+\vec{SC}+\vec{SD}=\vec{0}$.

Lời giải.

Ta có: $\vec{SA}+\vec{SB}+\vec{SC}+\vec{SD}=\left(\vec{SA}+\vec{SC}\right)+\left(\vec{SB}+\vec{SD}\right)=4\vec{SO}$

Chọn đáp án B □

Câu 9. Một người chia thời lượng (đơn vị: giây) thực hiện các cuộc gọi điện thoại của mình trong một tuần thành sáu nhóm và lập bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[0;30)$	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$	$[150;180)$
Tần số	10	11	8	6	4	1

Tứ phân vị thứ ba Q_3 (đơn vị: giây) của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

(A) 100. (B) 105. (C) 90. **D** 95.

Lời giải.

Cỡ mẫu là $n=40$. Gọi $x_1,\ldots,x_{40}$ là thời lượng thực hiện cuộc điện thoại của một người 40 lần và giả sử dãy số liệu gốc được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\dfrac{x_{30}+x_{31}}{2}$ nên nhóm chưa tứ phân vị thứ ba là nhóm $[90;120)$ và ta có: $Q_3=90+\dfrac{\frac{3.40}{4}-29}{6}.30=95$.

Chọn đáp án D □

Câu 10. Tập nghiệm của phương trình $\sin x=1$ là

A $S=\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$. (B) $S=\{k\pi|k\in\mathbb{Z}\}$.

(C) $S=\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$. (D) $S=\{k2\pi|k\in\mathbb{Z}\}$.

Lời giải.

Ta có $\sin x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi|k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Chọn đáp án A □

Câu 11. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1,x=2$ được xác định bằng công thức

A $S=\int_1^2(2x+1)^2\,dx$.

B $S=\pi\int_1^2(2x+1)dx$.

C $S=\pi\int_1^2(2x+1)^2\,dx$.

D $S=\int_1^2(2x+1)dx$.

Lời giải.

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1,x=2$ được xác định bằng công thức $S=\int_1^2|2x+1|dx=\int_1^2(2x+1)dx$(vì $2x+1>0$ với mọi $x\in(1;2)$)

Chọn đáp án D □

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và công sai $d=3$. Giá trị của u_5 bằng

A 12. B 15. C 14. D 17.

Lời giải.

Ta có $u_5=u_1+4d=2+4.3=14$

Chọn đáp án C □

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 92

1. B	2. B	3. A	4. B	5. B	6. A	7. D	8. B	9. D	10. A	11. D	12. C

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

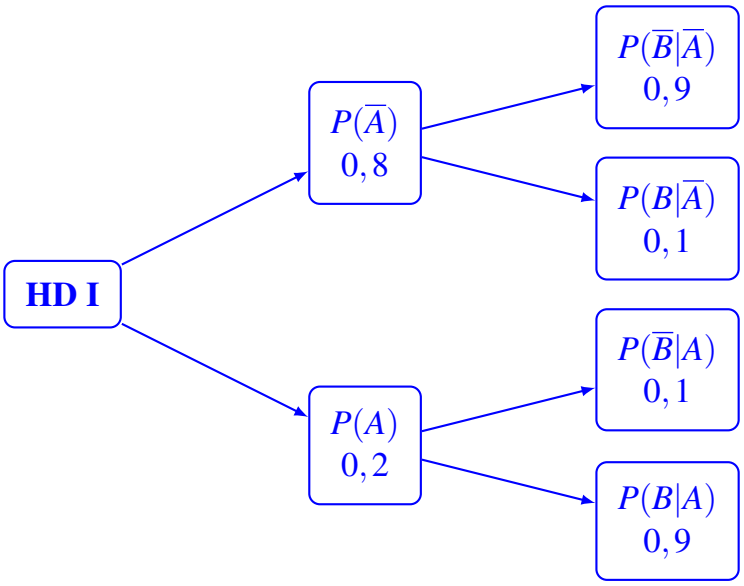
Câu 1. Một phầm mềm nhận dạng tin nhắn quãng cáo trên điện thoại bằng cách dựa theo từ khóa để đánh dấu một số tin nhắn được gửi đến. Qua một thời gian dài sử dụng, người ta thấy rằng trong số tất cả tin nhắn gửi đến, có 20% số tin nhắn bị đánh dấu. Trong số các tin nhắn bị đánh dấu, có 10% số tin nhắn không phải quảng cáo. Trong các tin nhắn không bị đánh dấu, có 10% số tin nhắn là quảng cáo. Chọn ngẫu nhiên một tin nhắn được gửi đến điện thoại.

a Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu là 0,8.

b) Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo, biết rằng nó không bị đánh dấu, bằng $0,95$.
c) Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo bằng $0,76$.
d) Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu, biết rằng nó không phải là quảng cáo, nhỏ hơn $0,95$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố "tin nhắn được chọn bị đánh dấu".
$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố "tin nhắn được chọn không bị đánh dấu".
B là biến cố "tin nhắn được chọn là tin nhắn quảng cáo".
$\Rightarrow \overline{B}$ là biến cố "tin nhắn được chọn không phải là tin nhắn quảng cáo".
Ta có sơ đồ cây sau:



a) Đ Đúng
Ta có: $P(A)=0,2 \Rightarrow P(\overline{A})=1-P(A)=0,8$

b) S Sai
Xác suất tin nhắn là quảng cáo, biết rằng nó không bị đánh dấu 10%
$\Rightarrow P(B|\overline{A})=10\%=0,1 \Rightarrow P(\overline{B}|\overline{A})=1-P(B|\overline{A})=1-0,1=0,9$.

c) S Sai
Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo bằng $P(\overline{B})=0,1\cdot 0,2+0,9\cdot 0,8=0,74$

d) S Sai
$$P(\overline{A}|\overline{B})=\frac{P(\overline{B}|\overline{A})\cdot P(\overline{A})}{P(\overline{B})}=\frac{0,9\cdot 0,8}{0,74}\approx 0,97297>0,95.$$

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d sai | □

Câu 2. Đối với ngành nuôi trồng thủy sản, việc kiểm soát lượng thuốc tồn dư trong nước là một nhiệm vụ quan trọng nhằm đáp ứng các tiêu chuẩn an toàn về môi trường. Khi nghiên cứu một loại thuốc trị bệnh trong nuôi trồng thủy sản, người ta sử dụng thuốc đó một lần và theo dõi nồng độ thuốc tồn dư trong nước kể từ lúc sử dụng thuốc. Kết quả cho thấy nồng độ thuốc $y(t)$ (đơn vị: mg/lít) tồn dư trong nước tại thời điểm t ngày ($t \geqslant 0$) kể từ lúc sử dụng thuốc, thỏa mãn $y(t) > 0$ và $y'(t) = k.y(t)$ ($t \geqslant 0$), trong đó k là hằng số khác không. Đo nồng độ thuốc tồn dư trong nước tại các thời điểm $t = 6$ (ngày); $t = 12$ (ngày) nhận được kết quả lần lượt là 2 mg/lít; 1 mg/lít. Cho biết $y(t) = e^{g(t)}$ ($t \geqslant 0$).

a $g(t) = kt + C$ ($t \geqslant 0$) với C là một hằng số xác định.

b $k = -\dfrac{\ln 2}{6}$.

c) $C = 4\ln 2$.

d) Nồng độ thuốc tồn dư trong nước tại thời điểm $t = 21$ (ngày) kể từ lúc sử dụng thuốc lớn hơn $0,4$ mg/lít.

Lời giải.

a) Đ Đúng

Ta có: $y'(t) = k.y(t) \Rightarrow \dfrac{y'(t)}{y(t)} = k \Rightarrow \displaystyle\int \frac{y'(t)}{y(t)}dt = \int kdt$

$\Rightarrow \ln(y(t)) = k.t + C \Rightarrow y(t) = e^{k.t+C}$. Do đó $g(t) = k.t + C$

b) Đ Đúng

Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} y(6) = 2 \\ y(12) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = e^{6k+C} \\ 1 = e^{12k+C} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6k + C = \ln 2 \\ 12k + C = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -\dfrac{\ln 2}{6} \\ C = 2\ln 2 \end{cases}$

c) S Sai

$C = 2\ln 2$

d) S Sai

Vậy $y(t) = e^{-\frac{\ln 2}{6}t + 2\ln 2}$, $g(t) = -\dfrac{\ln 2}{6}t + 2\ln 2$.

Với $t = 21$ ta có $y(21) = e^{-\frac{\ln 2}{6}.21 + 2\ln 2} = \dfrac{\sqrt{2}}{4} < 0,4$ mg/lít.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | □

Câu 3. Mô hình toán học sau đây được sử dụng trong quan sát chuyển động của một vật. Trong không gian cho hệ toạ độ $Oxyz$có $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz và độ dài của mỗi vectơ đơn vị đó bằng 1 mét. Cho hai điểm A và B, trong đó điểm A có tọa độ là $(7;7;0)$. Một vật (coi như là một hạt) chuyển động thẳng với tốc độ phụ thuộc thời gian t (giây) theo công thức$v(t) = \beta t + 300$(m/giây), trong đó β là hằng số dương và $0 \leqslant t \leqslant 6$. Ở thời điểm ban đầu $(t = 0)$ vật đi qua điểm A với tốc độ 300 m/giây và hướng tới B. Sau 2 giây kể từ thời điểm ban đầu, vật đi được quãng đường 606 mét. Gọi $\vec{u} = (a;b;c)$là vectơ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AB}$. Biết rằng $|\vec{u}| = 1$ và góc giữa vectơ $\vec{u}$ lần lượt với các vectơ

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ có số đo tương ứng bằng $60°, 60°, 45°$.

a $a = \cos 60°$.

b) Phương trình đường thẳng AB là $\dfrac{x-7}{1} = \dfrac{y-7}{1} = \dfrac{z}{2}$.

c $\beta = 3$.

d) Giả sử sau 5 giây kể từ thời điểm ban đầu, vật đến điểm $B(x_B; y_B; z_B)$. Khi đó $x_B > 776$.

Lời giải.

a) Đ Đúng

Với $\vec{i}(1;0;0)$, $\vec{j}(0;1;0)$, $\vec{k}(0;0;1)$ và $\vec{u} = (a;b;c)$,

Ta có $\cos\left(\vec{u}, \vec{i}\right) = \dfrac{\vec{u}.\vec{i}}{|\vec{u}||i|} \Leftrightarrow \cos 60° = a \Leftrightarrow a = \dfrac{1}{2}$

$\cos\left(\vec{u}, \vec{j}\right) = \dfrac{\vec{u}.\vec{j}}{|\vec{u}||j|} \Leftrightarrow \cos 60° = b \Leftrightarrow b = \dfrac{1}{2}$,

$\cos\left(\vec{u}; \vec{k}\right) = \dfrac{\vec{u}.\vec{k}}{|\vec{u}||k|} \Leftrightarrow \cos 45° = c \Leftrightarrow c = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

b) S Sai

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(7;7;0)$ có VTCP là $\vec{u}\left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{2}; \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ cùng phương với $\vec{u_1} = \left(1;1;\sqrt{2}\right)$ nên đường thẳng AB có phương trình $\dfrac{x-7}{1} = \dfrac{y-7}{1} = \dfrac{z}{\sqrt{2}}$.

c) Đ Đúng

Ta có: $v(t) = \beta t + 300$. Sau 2 giây kể từ thời điểm ban đầu, vật đi được quãng đường 606 mét ta có:

$\displaystyle\int_0^2 (\beta t + 300)\,\mathrm{d}t = 606 \Leftrightarrow \beta = 3$.

d) S Sai

Quãng đường vật đi được sau 5giây là $AB = \displaystyle\int_0^5 (3t + 300)\,\mathrm{d}t = \dfrac{3075}{2}$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = k\vec{u}$ với $k > 0$ suy ra $AB = k.1 = k$ hay $k = \dfrac{3075}{2}$. Vậy $\overrightarrow{AB} = \dfrac{3075}{2}\vec{u}$,

Với $\overrightarrow{AB} = (x_B - 7;\ y_B - 7;\ z_B) = \left(\dfrac{3075}{4}; \dfrac{3075}{4}; \dfrac{3075}{2\sqrt{2}}\right) \Rightarrow x_B - 7 = \dfrac{3075}{4} \Rightarrow x_B = 775,75 < 776$

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d sai | ..... □

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 91$.

a Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = 3x^2 - 3$.

b) Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{1\}$.

c $f(1) = 89$.

d Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng 89.

Lời giải.

a) Đ Đúng
Xét hàm số $f(x)=x^3-3x+91 \Rightarrow f'(x)=3x^2-3$.

b) S Sai
Xét $f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$. Phương trình $f'(x)=0$ có tập nghiệm là $S=\{-1;1\}$.

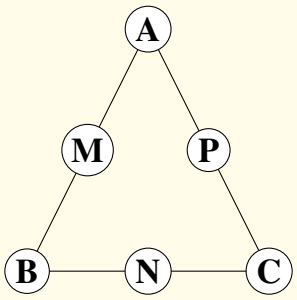
c) Đ Đúng
Ta có $f(1)=1^3-3.1+91=89$.

d) Đ Đúng
Ta có trên $[-2;2]$
$f(-2)=89$; $f(-1)=93$; $f(1)=89$; $f(2)=93$.
Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng 89 khi $x=1$; $x=-2$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d đúng | .....

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Bạn Nam tham gia một cuộc thi giải một mật thư. Theo quy tắc của cuộc thi, người chơi cần chọn ra sáu số từ tập $S=\{41;\ 42;\ 43;\ 44;\ 45;\ 46;\ 47;\ 48;\ 49\}$ và xếp mỗi số vào đúng một vị trí trong sáu vị trí A, B, C, M, N, P như hình vẽ bên sao cho mỗi vị trí chỉ được xếp một số. Mật thư sẽ được giải nếu các bộ ba số xuất hiện ở những bộ ba vị trí $(A,\ M,\ B)$, $(B,\ N,\ C)$, $(C,\ P,\ A)$ tạo thành các cấp số cộng theo thứ tự đó. Bạn Nam chọn ngẫu nhiên sáu số trong tập S và xếp ngẫu nhiên vào các vị trí được yêu cầu. Gọi xác suất để bạn Nam giải được mật mã ở lần chọn và xếp đó là a. Giá trị của $\dfrac{4}{a}$ bằng bao nhiêu?



Đáp án: 5 | 0 | 4 | 0

Lời giải.

Tập S có 5 số lẻ $\{41;\ 43;\ 45;\ 47;\ 49\}$ và 4 số chẵn $\{42;\ 44;\ 46;\ 48\}$
Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega)=A_9^6=60480$
Gọi biến cố A: "chọn ngẫu nhiên sáu số trong tập S và xếp ngẫu nhiên vào các vị trí được yêu cầu"
Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} A+B=2M \\ A+C=2P \\ B+C=2N \end{cases}$ (điều kiện để là một cấp số cộng ở ba bộ) $\Rightarrow A,B,C$ cùng chẵn hoặc cùng lẻ và không lập thành 1 cấp số cộng
TH1: A, B, C cùng lẻ:

Chọn 3 số cùng lẻ có C_5^3 cách, loại 4 bộ: $(41,43,45)$; $(43,45,47)$; $(41,45,49)$; $(45,47,49)$ (vì lập thành cấp cộng). Suy ra có $C_5^3-4=6$.
Hoán vị bộ A, B, C có $3!$ cách xếp.
$\Rightarrow 6.3!$ cách xếp.
TH2: A, B, C cùng chẵn:
Chọn 3 số cùng chẵn có C_4^3 cách, loại 2 bộ $(42,44,46)$; $(44,46,48)$(vì lập thành cấp cộng). Suy ra có $C_4^3-2=2$ cách
Hoán vị bộ A, B, C có $3!$ cách xếp.
$\Rightarrow 2.3!$ cách xếp.
Tổng cộng có: $6.3!+2.3!=48$ cách xếp $\Rightarrow n(A)=48$
Xác suất cần tìm là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{48}{60480}=\dfrac{1}{1260}$. Suy ra $a=\dfrac{1}{1260}\Rightarrow\dfrac{4}{a}=5040$.

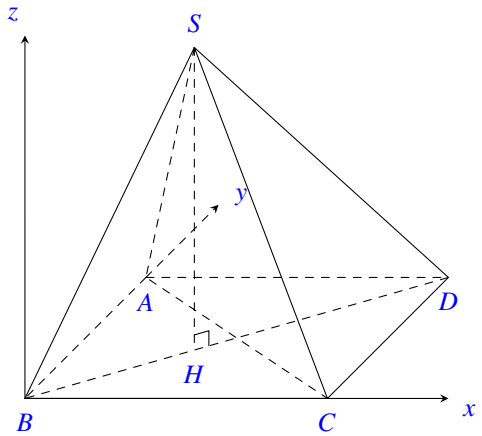
Đáp án: 5040 □

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với $AB=6$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trọng tâm H của tam giác ABC và $SH=3\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD bằng bao nhiêu? (Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)

Đáp án: | 2 | , | 5 | 5 |

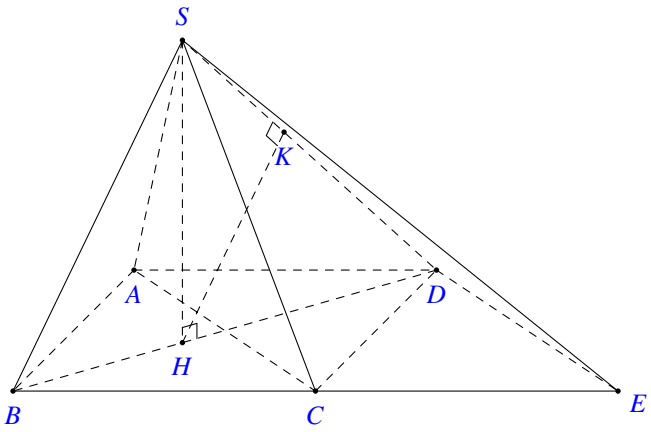
Lời giải.

Cách 1: Tọa độ hóa



Đặt hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ bên.
$A(0;6;0)$, $C(6;0;0)$, $B(0;0;0)$, $H(2;2;0)$, $S\left(2;2;3\sqrt{2}\right)$, $D(6;6;0)$
Áp dụng công thức: $d(AC,\ SD)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{SD}\right].\overrightarrow{AD}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{SD}\right]\right|}$
Ta có: $\overrightarrow{AC}=(6;-6;0)$, $\overrightarrow{SD}=\left(4;4;-3\sqrt{2}\right)$, $\overrightarrow{AD}=(6;0;0)$.
$\left[\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{SD}\right]=\left(18\sqrt{2};\ 18\sqrt{2};\ 48\right)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{SD}\right].\overrightarrow{AD}=108\sqrt{2}$
$\Rightarrow d(AC,\ SD)=\dfrac{\left|108\sqrt{2}\right|}{\sqrt{\left(18\sqrt{2}\right)^2+\left(18\sqrt{2}\right)^2+48^2}}\approx 2{,}55$

Cách 2: Làm theo phương pháp lớp 11.



Gọi $O = AC \cap DB$. Dựng hình bình hành $ACDE$.
Vì H là trọng tâm ΔABC nên $\dfrac{BH}{BO} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow \dfrac{BH}{BD} = \dfrac{1}{3}$ hay $\dfrac{DH}{DB} = \dfrac{2}{3}$.
Vì $AC//DE \Rightarrow AC//(SDE)$.
Mà $SD \subset (SDE)$ nên $d(AC;SD) = d(AC;(SDE)) = d(O;(SDE))$.
Trong ΔSHD kẻ $HK \perp SD$ ở K.
Ta có: $DE \perp SH; DE \perp DB$ (do $AC \perp DB; AC//DE$) $\Rightarrow DE \perp (SDH) \Rightarrow DE \perp HK$.
Mặt khác $HK \perp SD \Rightarrow HK \perp (SDE) \Rightarrow d(H;(SDE)) = HK$
Ta có: $\dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{DH^2}$
Trong đó $SH = 3\sqrt{2}$; $DH = \dfrac{2}{3}DB = \dfrac{2}{3}\left(6\sqrt{2}\right) = 4\sqrt{2}$.
Do đó $HK = \dfrac{12\sqrt{2}}{5} \Rightarrow d(H,(SDE)) = \dfrac{12\sqrt{2}}{5}$.
Ta có: $\dfrac{d(H,(SDE))}{d(O;(SDE))} = \dfrac{HD}{OD} = \dfrac{\frac{2}{3}DB}{\frac{1}{2}DB} = \dfrac{4}{3}$.
$\Rightarrow d(O;(SDE)) = \dfrac{3}{4}d(H;(SDE)) = \dfrac{3}{4}.\dfrac{12\sqrt{2}}{5} = \dfrac{9\sqrt{2}}{5}$.
Vậy $d(AC;SD) = d(O;(SDE)) = \dfrac{9\sqrt{2}}{5} \approx 2,55$.

Đáp án: 2,55 □

Câu 3. Để gây quỹ từ thiện, câu lạc bộ thiện nguyện của một trường THPT tổ chức hoạt động bán hàng với hai mặt hàng là nước chanh và khoai chiên. Câu lạc bộ thiết kế hai thực đơn. Thực đơn 1 có giá 35 nghìn đồng, bao gồm hai cốc nước chanh và một túi khoai chiên. Thực đơn 2 có giá 60 nghìn đồng, bao gồm ba cốc nước chanh và hai túi khoai chiên. Biết rằng câu lạc bộ chỉ làm được không quá 165 cốc nước chanh và 100 túi khoai chiên. Số tiền lớn nhất mà câu lạc bộ có thể nhận được sau khi bán hết hàng bằng bao nhiêu nghìn đồng?

Đáp án: 3 | 1 | 5 | 0

Lời giải.

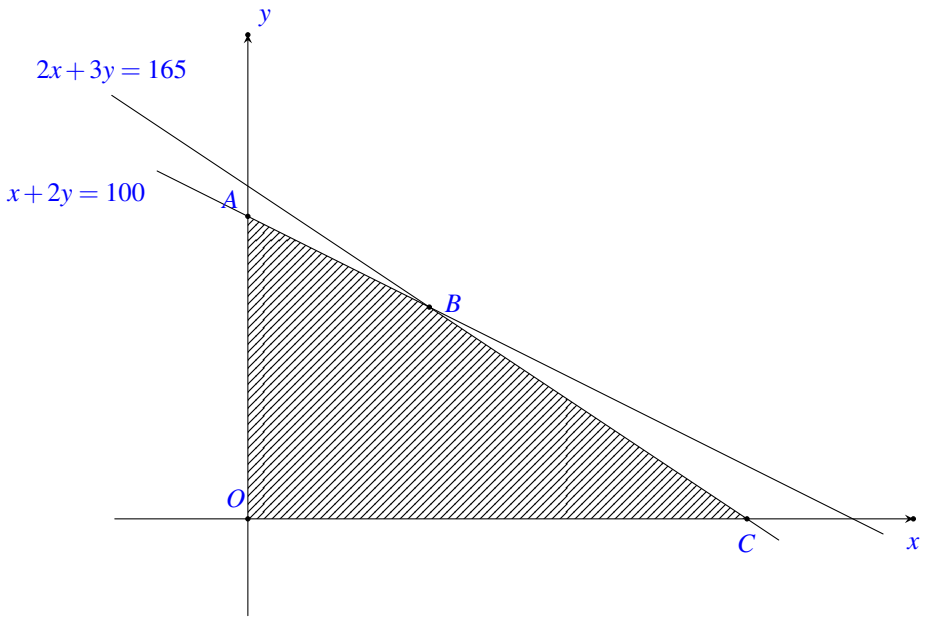
Ta có:

	Cốc nước chanh	Túi khoai chiên	Giá (nghìn đồng)
Thực đơn 1:	2	1	35 (nghìn đồng)
x (thực đơn)	$2x$	x	$35x$(nghìn đồng)
Thực đơn 2:	3	2	60(nghìn đồng)
y (thực đơn)	$3y$	$2y$	$60y$(nghìn đồng)

Hệ ràng buộc: $\begin{cases} x \geqslant 0,\ y \geqslant 0,\ (x,\ y \in \mathbb{Z}) \\ 2x+3y \leqslant 165 \\ x+2y \leqslant 100 \end{cases}$.

Gọi $F(x,\ y)$ (nghìn đồng) là số tiền câu lạc bộ nhận được $\Rightarrow F(x;\ y) = 35x+60y$

Tìm GTLN của $F(x;\ y)$ thỏa mãn $\begin{cases} x \geqslant 0,\ y \geqslant 0,\ (x,\ y \in \mathbb{Z}) \\ 2x+3y \leqslant 165 \\ x+2y \leqslant 100 \end{cases}$



Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $OABC$ (kể cả biên). Tọa độ của các đỉnh tứ giác đó là $O(0;0)$, $A(0;50)$, $B(30;35)$, $C(82,5;0)$. Thế lần lượt tọa độ các đỉnh của tứ giác vào hàm $F = 35x+60y$, ta được:

Tại $O(0;0)$:$F = 35.0+60.0 = 0$;

Tại $A(0;50)$: $F = 35.0+60.50 = 3000$;

Tại $B(30;35)$: $F = 35.30+60.35 = 3150$;

Tại $C(82,5;0)$: $F = 35.82,5+60.0 = 2887,5$;

Ta thấy $F(x;\ y) = 35x+60y$ đạt giá trị lớn nhất bằng 3150 nghìn đồng tại điểm $B(30;35)$.

Vậy số tiền lớn nhất mà câu lạc bộ có thể nhận được sau khi bán hết hàng bằng 3150 nghìn đồng.

Đáp án: 3150 □

Câu 4. Có bốn ngăn (trong một giá sách) được đánh số thứ tự 1, 2, 3, 4 và 8 quyển sách khác nhau. Bạn An xếp hết tám quyển sách nói trên vào bốn ngăn đó sao mỗi ngăn có ít nhất một quyển sách và các quyển sách được xếp thẳng đứng thành một hàng với gáy sách quay ra ngoài mỗi ngăn. Khi đã xếp xong tám quyển sách, hai cách xếp của bạn An được gọi là giống nhau nếu chúng thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau đây:

+ Với từng ngăn, số lượng quyển sách ở ngăn đó là như nhau trong cả hai cách xếp;
+ Với từng ngăn, thứ tự từ trái sang phải của các quyển sách được xếp là như nhau trong cả hai cách xếp.

Gọi T là số cách xếp đôi một khác nhau của bạn An. Giá trị của $\dfrac{T}{400}$ bằng bao nhiêu?

Đáp án: 3 | 5 | 2 | 8

Lời giải.

Đầu tiên ta xếp 8 quyển sách khác nhau thành một hàng có $8!$ cách.
Giữa 8 quyển sách có 7 khoảng trống ở giữa $\Rightarrow$ Ta chỉ cần ngăn 3 trong 7 khoảng trống ở giữa sẽ tạo ra 4 giá sách thỏa mãn hai điều kiện của đề bài.
Với số cách chọn 3 khoảng trống trong 7 khoảng trống ở giữa ta luôn có một cách ngăn thành 4 giá sách đều có các quyển sách thỏa mãn điều kiện đề bài $\Rightarrow C_7^3$ cách.
Theo quy tắc nhân số cách xếp đôi một khác nhau của An là: $T = 8!.C_7^3 = 1411200$ cách:
Vậy giá trị của $\dfrac{T}{400} = \dfrac{1411200}{400} = 3528$.

Đáp án: 3528 □

Câu 5. Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng $(x \in \mathbb{N}^*;\ 1 \leqslant x \leqslant 4500)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -0,01x^2 + 450x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \dfrac{30000}{x} + 340$ (nghìn đồng). Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng?

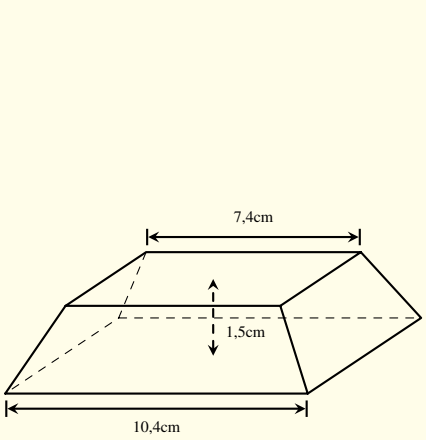
Đáp án: 1 | 3 | 4 | 7

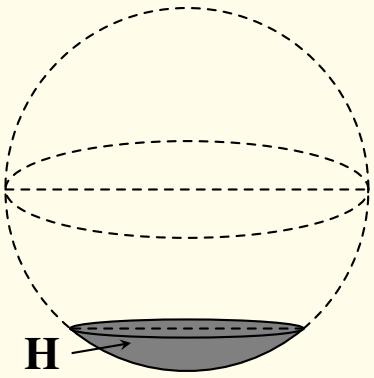
Lời giải.

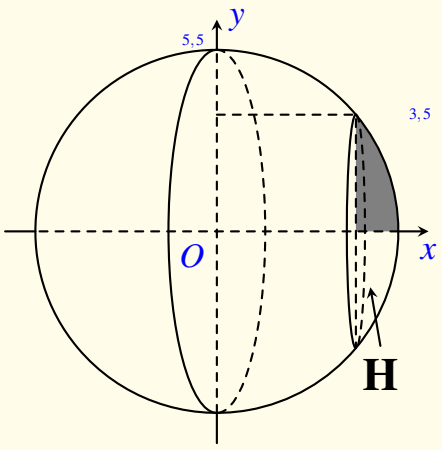
Lợi nhuận khi bán hết x sản phẩm với $(x \in \mathbb{N}^*;\ 1 \leqslant x \leqslant 4500)$ là:
$L(x) = F(x) - x.G(x) = -0,01x^2 + 450x - 30000 - 340x$
$\Rightarrow L(x) = -0,01x^2 + 110x - 30000$ (nghìn đồng).
Để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng $= 100000$ (nghìn đồng).
$\Rightarrow L(x) > 100000 \Leftrightarrow -0,01x^2 + 110x - 30000 > 100000.$
$\Leftrightarrow -0,01x^2 + 110x - 130000 > 0 \Leftrightarrow 1346,68... < x < 9653,31...$
Giao với điều kiện $(x \in \mathbb{N}^*;\ 1 \leqslant x \leqslant 4500) \Rightarrow 1346,68... < x \leqslant 4500 \Rightarrow x_{\min} = 1347$ (sản phẩm)
Vậy doanh nghiệp cần sản xuất ít nhất 1347 (sản phẩm)

Đáp án: 1347 □

Câu 6. Để đặt một vật trang trí trên mặt bàn, người ta thiết kế một chân đế như sau. Lấy một khối gỗ có dạng khối chóp cụt tứ giác đều với độ dài hai cạnh đáy lần lượt bằng $7,4$ cm và $10,4$ cm, bề dày của khối gỗ bằng $1,5$ cm. Sau đó khoét bỏ một phần của khối gỗ sao cho phần đó có dạng vật thể H, ở đó H nhận được bằng cách cắt khối cầu bán kính $5,5$ cm bởi một mặt phẳng cắt mà mặt cắt là hình tròn có bán kính $3,5$ cm (xem hình dưới).







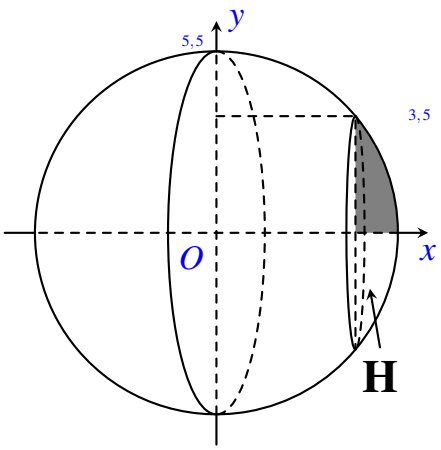
Thể tích của khối chân đế bằng bao nhiêu centimét khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)?

Đáp án: 9 | 4 | , | 7

Lời giải.

Thể tích khối gỗ (khối chóp cụt tứ giác) là:

$V_1 = \frac{1}{3}.h.\left(S_{lon} + S_b + \sqrt{S_{lon}S_b}\right) = \frac{1}{3}.1,5.\left(10,4^2 + 7,4^2 + \sqrt{10,4^2.7,4^2}\right) = 119,94 \text{ cm}^3.$



Ta có: $(C) : x^2 + y^2 = 5,5^2 \Rightarrow y = \sqrt{5,5^2 - x^2}$.

Phần gỗ khoét đi chính là hình phẳng màu xanh quay quanh trục hoành giới hạn bởi

$$\begin{cases} (C) : y = \sqrt{5,5^2 - x^2} \\ Ox \\ x = 3\sqrt{2},\ x = 5,5 \end{cases} \Rightarrow V_2 = \pi \int\limits_{3\sqrt{2}}^{5,5} \left(\sqrt{5,5^2 - x^2}\right)^2 \mathrm{d}x$$

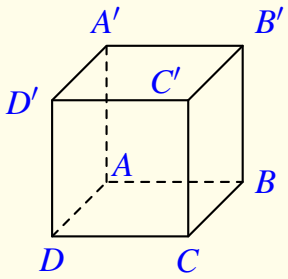
Vậy thể tích khối chân đế là: $V = V_1 - V_2 = 119,94 - \pi \int\limits_{3\sqrt{2}}^{5,5} \left(\sqrt{5,5^2 - x^2}\right)^2 \mathrm{d}x \approx 94,7 \text{ cm}^3$

Đáp án: 94,7 □

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2026
Môn: TOÁN, Mã đề 0101
Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới). Vectơ nào sau đây bằng vectơ $\overrightarrow{AD}$?



(A) $\overrightarrow{AB}$. (B) $\overrightarrow{AA'}$. (C) $\overrightarrow{CD}$. **(D)** $\overrightarrow{B'C'}$.

Lời giải.

Trong hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, ta có các mặt $ABCD$ và $BCC'B'$ đều là các hình vuông.
Suy ra $AD \parallel BC \parallel B'C'$ và $AD = BC = B'C'$.
Do đó, các vectơ có cùng hướng và cùng độ dài với vectơ $\overrightarrow{AD}$ là $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{A'D'}$ và $\overrightarrow{B'C'}$.
Từ đó suy ra $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{B'C'}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 2. Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đạo hàm trên tập số thực $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = 2x$ và $g'(x) = x^2$. Đạo hàm của hàm số $y = f(x) + g(x)$ là

(A) $4x$. **(B)** $2x + x^2$. (C) $2 + 2x$. (D) $2 + x^2$.

Lời giải.

Ta có hàm số $y = f(x) + g(x)$.
Áp dụng quy tắc đạo hàm của một tổng, ta có:

$$y' = [f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x).$$

Thay $f'(x) = 2x$ và $g'(x) = x^2$ vào biểu thức trên, ta được:

$$y' = 2x + x^2.$$

Vậy đạo hàm của hàm số đã cho là $2x + x^2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;1)$ và $B(4;1;1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

Ⓐ $(3;2;1)$. Ⓑ $(-2;2;0)$. Ⓒ $(6;4;2)$. Ⓓ $(2;-2;0)$.

Lời giải.

Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ được tính theo công thức:

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A).$$

Thay tọa độ các điểm $A(2;3;1)$ và $B(4;1;1)$ vào công thức, ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (4-2; 1-3; 1-1) = (2;-2;0).$$

Vậy tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là $(2;-2;0)$.

Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 4. Cho $\int f(x)\mathrm{d}x = \sin x + C$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

Ⓐ $\int [2+f(x)]\mathrm{d}x = 2x - \sin x + C$. Ⓑ $\int [2+f(x)]\mathrm{d}x = 2x + \sin x + C$.

Ⓒ $\int [2+f(x)]\mathrm{d}x = 2x + \cos x + C$. Ⓓ $\int [2+f(x)]\mathrm{d}x = 2x - \cos x + C$.

Lời giải.

Áp dụng tính chất nguyên hàm của một tổng, ta có:

$$\int [2+f(x)]\mathrm{d}x = 2x + \sin x + C$$

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q với $u_1 \neq 0, q > 1$. Số hạng u_3 là

Ⓐ $u_3 = u_1 q^3$. Ⓑ $u_3 = u_1 + 2q$. Ⓒ $u_3 = u_1 q^2$. Ⓓ $u_3 = u_1 + 3q$.

Lời giải.

Theo công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân, ta có:

$$u_3 = u_1 \cdot q^{3-1} = u_1 q^2.$$

Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\log_3(3x) = 2$ là

Ⓐ $x = 2$. Ⓑ $x = 3$. Ⓒ $x = \dfrac{8}{3}$. Ⓓ $x = \dfrac{2}{3}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $3x > 0 \Leftrightarrow x > 0$.
Phương trình đã cho tương đương với:

$$3x = 3^2 \Leftrightarrow 3x = 9 \Leftrightarrow x = 3 \quad \text{(thỏa mãn điều kiện)}.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 3$.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_2 bằng

A 1. B -1. C -6. D -5.

Lời giải.

Theo định nghĩa của cấp số cộng, ta có: $u_2 = u_1 + d$.

Thay $u_1 = -2$ và $d = 3$ vào biểu thức trên, ta được:

$$u_2 = -2 + 3 = 1.$$

Chọn đáp án A □

Câu 8. Hàm số $F(x) = 5x^3$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A $f_2(x) = 5x^2$. B $f_4(x) = 5x^4$. C $f_3(x) = 15x^2$. D $f_1(x) = \dfrac{5x^4}{4}$.

Lời giải.

Theo định nghĩa nguyên hàm, ta có hàm số $f(x)$ thỏa mãn: $f(x) = F'(x)$.

Thực hiện tính đạo hàm của hàm số $F(x)$, ta được: $f(x) = (5x^3)' = 15x^2$.

Vậy hàm số cần tìm là $f_3(x) = 15x^2$.

Chọn đáp án C □

Câu 9. Cho hai biến cố độc lập A và B có xác suất thỏa mãn $P(A) = 0,3$ và $P(B) = 0,6$. Giá trị của $P(AB)$ bằng

A $0,9$. B $0,3$. C $0,18$. D $0,5$.

Lời giải.

Vì A và B là hai biến cố độc lập nên áp dụng quy tắc nhân xác suất, ta có:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B).$$

Thay $P(A) = 0,3$ và $P(B) = 0,6$ vào biểu thức trên, ta được:

$$P(AB) = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18.$$

Vậy giá trị của $P(AB)$ bằng $0,18$.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y-2<0 \\ x-y+2>0 \end{cases}$?

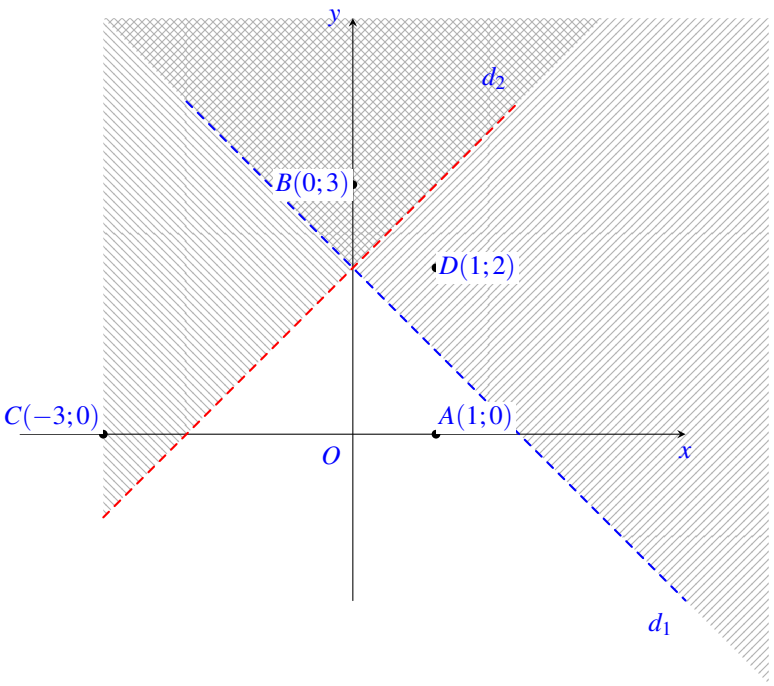
A $(1;0)$. B $(0;3)$. C $(-3;0)$. D $(1;2)$.

Lời giải.

Ta giải hệ bất phương trình bằng cách biểu diễn miền nghiệm trên mặt phẳng tọa độ Oxy:

- Vẽ đường thẳng $d_1 : x+y-2=0$ (bằng nét đứt). Điểm $O(0;0)$ có $0+0-2=-2<0$ nên miền nghiệm của (1) là nửa mặt phẳng bờ d_1 chứa gốc tọa độ O (không kể bờ). Ta gạch phần còn lại.
- Vẽ đường thẳng $d_2 : x-y+2=0$ (bằng nét đứt). Điểm $O(0;0)$ có $0-0+2=2>0$ nên miền nghiệm của (2) là nửa mặt phẳng bờ d_2 chứa gốc tọa độ O (không kể bờ). Ta gạch phần còn lại.

Phần mặt phẳng không bị gạch chéo là miền nghiệm của hệ bất phương trình.



Quan sát trên hình vẽ, ta thấy chỉ có điểm $A(1;0)$ nằm trong miền nghiệm (phần mặt phẳng không bị gạch chéo). Các điểm B,C,D đều nằm trong phần bị gạch.
Vậy cặp số $(1;0)$ là nghiệm của hệ bất phương trình.

Chọn đáp án A □

Câu 11. Khảo sát thời gian (đơn vị: phút) học trực tuyến trong một ngày của 42 học sinh, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian học trực tuyến	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$
Số học sinh	5	7	15	6	5	4

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc nhóm nào sau đây?

(A) $[40;50)$. (B) $[20;30)$. (C) $[30;40)$. (D) $[50;60)$.

Lời giải.

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n=42$.
Gọi $x_1;x_2;\ldots;x_{42}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.
Vì $n=42$ là số chẵn nên trung vị của mẫu số liệu là $M_e=\dfrac{x_{21}+x_{22}}{2}$.
Tính tần số tích lũy ta thấy:

- Nhóm $[10;20)$ chứa từ x_1 đến x_5.
- Nhóm $[20;30)$ chứa từ x_6 đến x_{12} (vì $5+7=12$).
- Nhóm $[30;40)$ chứa từ x_{13} đến x_{27} (vì $12+15=27$).

Vì $12<21\le 27$ và $12<22\le 27$ nên cả hai số hạng x_{21} và x_{22} đều thuộc nhóm $[30;40)$.
Vậy trung vị của mẫu số liệu thuộc nhóm $[30;40)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	-2	↗	$+\infty$	$-\infty$ ↗	-2

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

(A) $x=-2$. (B) $y=1$. (C) $y=-2$. (D) $x=1$.

Lời giải.

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy tại $x=1$ hàm số không xác định và có các giới hạn một bên:

$$\lim_{x\to 1^-} y=+\infty \quad \text{và} \quad \lim_{x\to 1^+} y=-\infty.$$

Theo định nghĩa, đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án (D) □

1. D	2. B	3. D	4. B	5. C	6. B	7. A	8. C	9. C	10. A	11. C	12. D

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một hệ thống pin năng lượng mặt trời gồm các tấm pin được kết nối với một bộ lưu trữ điện. Trong thời gian mặt trời chiếu sáng của một ngày, năng lượng điện thu được từ các tấm pin được lưu trong bộ lưu trữ điện. Gọi $F(t)$ là năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động đến thời điểm t, trong đó t là thời gian tính theo giờ ($0 \le t \le 12$) và thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động ứng với $t = 0$. Biết rằng $F(0) = 0$. Tốc độ lưu trữ năng lượng điện (kW) của hệ thống này là hàm số $f(t) = F'(t)$ với $0 \le t \le 12$. Số liệu ghi nhận được ở một ngày cụ thể trong năm cho thấy $f(t) = -0{,}15t^2 + 1{,}8t$ với $0 \le t \le 12$.

a $F(t) = -0{,}05t^3 + 0{,}9t^2$ với $0 \le t \le 12$.

b Năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm $t = a$ đến thời điểm $t = b$ ($0 \le a < b \le 12$) là $\displaystyle\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$.

c) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 5$ nhỏ hơn 15,3 kWh.

d) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 9$ gấp hai lần năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 5$.

Lời giải.

a) Đ **ĐÚNG.** Ta có $F(t)$ là một nguyên hàm của hàm tốc độ $f(t)$, do đó:

$$F(t) = \int f(t)\mathrm{d}t = \int (-0{,}15t^2 + 1{,}8t)\mathrm{d}t = -0{,}05t^3 + 0{,}9t^2 + C.$$

Theo giả thiết $F(0) = 0 \Rightarrow -0{,}05 \cdot 0^3 + 0{,}9 \cdot 0^2 + C = 0 \Rightarrow C = 0$. Do đó $F(t) = -0{,}05t^3 + 0{,}9t^2$.

b) Đ **ĐÚNG.** Theo ý nghĩa cơ học và thực tiễn của tích phân, lượng điện lưu trữ được từ thời điểm $t = a$ đến $t = b$ bằng sự thay đổi của lượng điện trên đoạn $[a;b]$. Tức là:

$$F(b) - F(a) = \int_a^b F'(t)\mathrm{d}t = \int_a^b f(t)\mathrm{d}t.$$

c) S **SAI.** Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến $t = 5$ là: $\displaystyle\int_1^5 f(t)\mathrm{d}t =$ 15,4 (kWh).

d) S **SAI.** Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t = 1$ đến $t = 9$ là: $\displaystyle\int_1^9 f(t)\mathrm{d}t =$ 35,6 (kWh). Vì năng lượng lưu trữ từ $t = 1$ đến $t = 5$ là 15,4 kWh và $35{,}6 \neq 2 \cdot 15{,}4 = 30{,}8$, nên lượng điện lưu trữ không gấp hai lần.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | □

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x+8$.

a Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=x^2-4x+3$.

b Phương trình $f'(x)=0$ có tập nghiệm là $S=\{1;3\}$.

c Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

d) Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng $\dfrac{28}{3}$.

Lời giải.

a) Đ **ĐÚNG.** Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Đạo hàm của hàm số là $f'(x)=3\cdot\dfrac{1}{3}x^2-2\cdot 2x+3=x^2-4x+3$.

b) Đ **ĐÚNG.** Xét phương trình $f'(x)=0\Leftrightarrow x^2-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3.\end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{1;3\}$.

c) Đ **ĐÚNG.**Ta có $f'(x)<0\Leftrightarrow x^2-4x+3<0\Leftrightarrow 1<x<3$.
Do đó, hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

d) S **SAI.** Ta có bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\dfrac{28}{3}$	↘	8	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$ và giá trị cực tiểu của hàm số là $f(3)=8$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c đúng | d sai | □

Câu 3. Nhằm đưa ra cảnh báo sớm về tình trạng sức khỏe của cư dân, người ta sử dụng một ứng dụng trí tuệ nhân tạo để sàng lọc nguy cơ mắc bệnh dựa trên hồ sơ y tế được lưu trữ. Khi phát hiện nguy cơ mắc bệnh, ứng dụng này sẽ gửi cảnh báo để giúp người dân đi khám bệnh kịp thời. Người ta dùng ứng dụng này để tầm soát nguy cơ mắc một loại bệnh. Kết quả thu được khi quét thử nghiệm hồ sơ y tế của 10000 người như sau: Có 1000 người nhận được cảnh báo và 9000 người còn lại không nhận được cảnh báo từ ứng dụng. Trong số 1000 người nhận được cảnh báo thì có 600 người có bệnh và 400 người không có bệnh. Trong số 9000 người không nhận được cảnh báo thì có 200 người có bệnh và 8800 người không có bệnh. Chọn ngẫu nhiên một người trong số 10000 người nói trên.

a Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng bằng 0,9.

b Xác suất để người đó không có bệnh, biết rằng người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng, lớn hơn 0,97.

c) Xác suất để người đó không có bệnh bằng 0,9.

d Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng, biết rằng người đó không có bệnh, lớn hơn 0,95.

Lời giải.

Ta có thể tóm tắt các dữ kiện bài toán qua bảng sau:

	Có bệnh	Không có bệnh	**Tổng cộng**
Cảnh báo	600	400	1000
Không cảnh báo	200	8800	9000
Tổng cộng	800	9200	**10000**

Gọi A là biến cố "Người đó nhận được cảnh báo", B là biến cố "Người đó có bệnh". $\overline{A}$ là biến cố "Người đó không nhận được cảnh báo", $\overline{B}$ là biến cố "Người đó không có bệnh".

a) Đ **ĐÚNG.** Số người không nhận được cảnh báo là $n(\overline{A}) = 9000$. Xác suất để một người không nhận được cảnh báo là $P(\overline{A}) = \dfrac{9000}{10000} = 0{,}9$.

b) Đ **ĐÚNG.** Cần tính xác suất người đó không có bệnh với điều kiện không nhận được cảnh báo $P(\overline{B}|\overline{A})$. Trong 9000 người không nhận được cảnh báo, có 8800 người không có bệnh. Suy ra $P(\overline{B}|\overline{A}) = \dfrac{8800}{9000} = \dfrac{44}{45} \approx 0{,}9777$.

c) S **SAI.** Số người không có bệnh trong toàn bộ nhóm 10000 người là $n(\overline{B}) = 400 + 8800 = 9200$. Xác suất để một người không có bệnh là $P(\overline{B}) = \dfrac{9200}{10000} = 0{,}92$.

d) Đ **ĐÚNGG.** Cần tính xác suất người đó không nhận được cảnh báo với điều kiện không có bệnh $P(\overline{A}|\overline{B})$. Trong 9200 người không có bệnh, có 8800 người không nhận được cảnh báo. Vậy, $P(\overline{A}|\overline{B}) = \dfrac{8800}{9200} = \dfrac{22}{23} \approx 0{,}9565$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d đúng | ..... □

Câu 4. Trong không gian xét hệ tọa độ $Oxyz$ có một đơn vị dài trên các trục tương ứng với 10 mét trên thực tế. Một mục tiêu cần được bảo vệ có vị trí ở gốc tọa độ O. Người ta thiết lập một vành đai bảo vệ quanh mục tiêu theo một đường tròn tâm O có bán kính bằng 6 đơn vị (tương ứng 60 mét trên thực tế) nằm trong mặt phẳng (Oxy). Một máy bay không người lái (được coi như một hạt) bay theo một đường thẳng từ vị trí $M(2;11;3)$ đến vị trí $N(14;2;3)$. Tại mỗi vị trí của máy bay, khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là độ dài ngắn nhất của các đoạn thẳng nối từ vị trí đó đến một điểm bất kì trên vành đai.

a $\overrightarrow{MN} = (12;-9;0)$.

b Phương trình tham số của đường thẳng MN là $\begin{cases} x = 2+4t \\ y = 11-3t \\ z = 3 \end{cases}$ với $t \in \mathbb{R}$.

c) Trong quá trình bay từ M đến N, khoảng cách ngắn nhất từ máy bay đến vành đai bảo vệ là 100 mét.

d Trong quá trình bay từ M đến N, khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là ngắn nhất khi máy bay ở vị trí có tọa độ là $(6;8;3)$.

Lời giải.

a) Đ **ĐÚNG.** Ta có $\overrightarrow{MN} = (x_N - x_M; y_N - y_M; z_N - z_M) = (14-2; 2-11; 3-3) = (12; -9; 0)$.

b) Đ **ĐÚNG.** Đường thẳng MN đi qua $M(2;11;3)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{MN} = (4; -3; 0)$.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng MN là $\begin{cases} x = 2+4t \\ y = 11-3t \\ z = 3 \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$.

c) S **SAI.** Gọi $P(2+4t; 11-3t; 3)$ là vị trí của máy bay trên đoạn thẳng MN. Do máy bay bay từ M (ứng với $t = 0$) đến N (ứng với $t = 3$) nên tham số $t \in [0;3]$.

Gọi $H(2+4t; 11-3t; 0)$ là hình chiếu vuông góc của P lên mặt phẳng (Oxy). Vành đai bảo vệ là đường tròn (C) tâm O, bán kính $R = 6$ nằm trong mặt phẳng (Oxy). Khoảng cách từ P đến (C) được tính bởi công thức:

$$d(P,(C)) = \sqrt{PH^2 + (|OH| - R)^2} = \sqrt{3^2 + (OH-6)^2} \quad (\text{với } OH > R).$$

SAI. Ta có $OH^2 = (2+4t)^2 + (11-3t)^2 = 25t^2 - 50t + 125 = 25(t-1)^2 + 100$.Do $t \in [0;3]$ nên OH^2 đạt giá trị nhỏ nhất tại $t = 1$, khi đó $OH^2_{\min} = 100 \Rightarrow OH_{\min} = 10$. (Ta thấy $OH \geq 10 > 6 = R$ luôn thỏa mãn điều kiện nằm ngoài vành đai). Khoảng cách ngắn nhất từ máy bay đến vành đai bảo vệ (tính theo đơn vị tọa độ) là:

$$d_{\min} = \sqrt{3^2 + (10-6)^2} = \sqrt{9+16} = 5 = 5 \times 10 = 50\text{mét}$$

d) Đ **ĐÚNG.** Khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ đạt giá trị nhỏ nhất tại thời điểm ứng với $t = 1$.Thay $t = 1$ vào tọa độ của P, ta có:

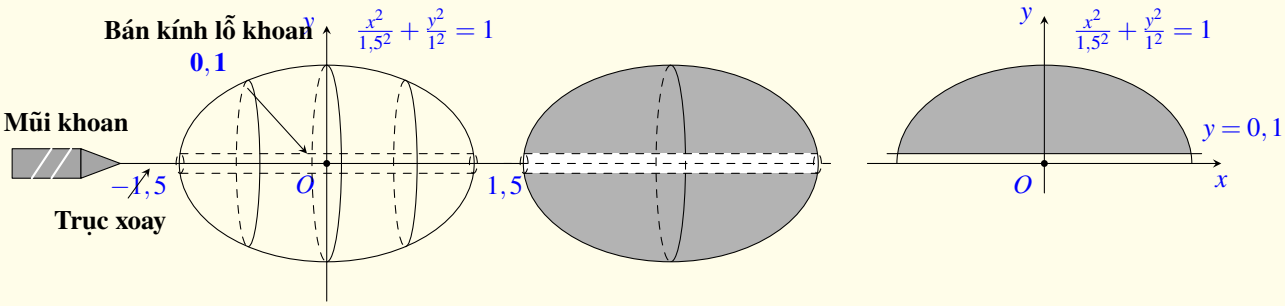
$$\begin{cases} x = 2+4\cdot 1 = 6 \\ y = 11-3\cdot 1 = 8 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow P(6;8;3).$$

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d đúng | □

Câu 1. a Đ b Đ c S d S	Câu 2. a Đ b Đ c Đ d S
Câu 3. a Đ b Đ c S d Đ	Câu 4. a Đ b Đ c S d Đ

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Để chế tác một hạt cườm, người ta lấy một khối vật thể có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và nửa trên của elip $\dfrac{x^2}{1{,}5^2}+\dfrac{y^2}{1^2}=1$ (một đơn vị dài trên mỗi trục tọa độ tương ứng với một xăng-ti-mét trong thực tế) quanh trục Ox; sau đó khoan dọc theo trục xoay (xem hình dưới). Lỗ khoan có dạng hình trụ với bán kính $0{,}1$ cm và có trục nằm trên trục xoay. Phần còn lại sau khi khoan là hạt cườm, có dạng một khối tròn xoay.
Thể tích của hạt cườm đó bằng bao nhiêu xăng-ti-mét khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?



Lưu ý: Các kích thước trong hình minh họa có thể không đúng tỉ lệ thực tế.

Đáp án: 6 , 1 9

Lời giải.

Từ phương trình của elip $\dfrac{x^2}{1{,}5^2}+\dfrac{y^2}{1^2}=1\Leftrightarrow\dfrac{x^2}{2{,}25}+y^2=1$, ta suy ra phương trình nửa trên của elip là:

$$y=\sqrt{1-\frac{x^2}{2{,}25}}=\sqrt{1-\frac{4}{9}x^2}.$$

Khi quay hình phẳng này quanh trục Ox, ta được khối elipxoit tròn xoay. Lỗ khoan hình trụ có bán kính $r=0{,}1$, giới hạn bởi đường thẳng $y=0{,}1$. Hoành độ giao điểm của elip và đường thẳng $y=0{,}1$ là nghiệm của phương trình:

$$\sqrt{1-\frac{4}{9}x^2}=0{,}1\Leftrightarrow 1-\frac{4}{9}x^2=0{,}01\Leftrightarrow\frac{4}{9}x^2=0{,}99\Leftrightarrow x^2=2{,}2275.$$

Suy ra $x=\pm\sqrt{2{,}2275}$.

Thể tích hạt cườm còn lại được tính bằng công thức thể tích hình vành khăn:

$$V=\pi\int\limits_{-\sqrt{2{,}2275}}^{\sqrt{2{,}2275}}\left[\left(\sqrt{1-\frac{4}{9}x^2}\right)^2-(0{,}1)^2\right]\mathrm{d}x=\pi\int\limits_{-\sqrt{2{,}2275}}^{\sqrt{2{,}2275}}\left(0{,}99-\frac{4}{9}x^2\right)\mathrm{d}x$$

Vì hàm số dưới dấu tích phân là hàm chẵn, ta có:

$$V = 2\pi \int_0^{\sqrt{2,2275}} \left(0,99 - \frac{4}{9}x^2\right) \mathrm{d}x = 1,32\pi\sqrt{2,2275} \approx 6,189212 \text{ cm}^3.$$

Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm, ta được $V \approx 6,19$.

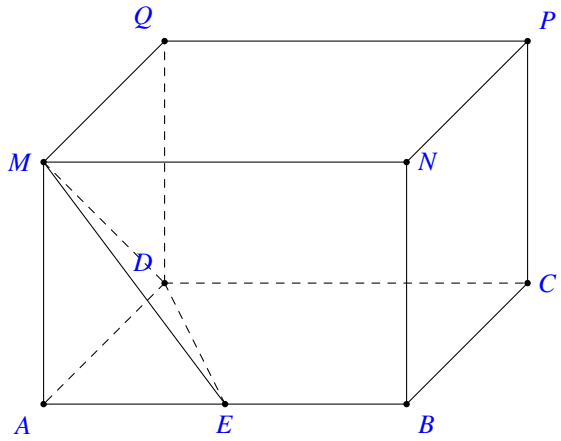
Đáp án: 6,19 □

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.MNPQ$ có cạnh bằng 14. Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng AB. Khoảng cách từ điểm P đến mặt phẳng (MED) bằng bao nhiêu (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)?

Đáp án: | 1 | 7 | , | 1 |

Lời giải.

Ta giải bài toán bằng phương pháp tọa độ hóa. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ $O \equiv D(0;0;0)$ và các tia DA, DC, DQ lần lượt trùng với các tia Ox, Oy, Oz.



Vì hình lập phương có cạnh bằng 14 nên ta có tọa độ các đỉnh như sau:

$$A(14;0;0);\ C(0;14;0);\ B(14;14;0);\ M(14;0;14);\ P(0;14;14)$$

Vì E là trung điểm của đoạn thẳng AB nên toạ độ của E là:

$$x_E = \frac{14+14}{2} = 14; \quad y_E = \frac{0+14}{2} = 7; \quad z_E = 0 \Rightarrow E(14;7;0).$$

Mặt phẳng (MED) đi qua điểm $D(0;0;0)$ và có cặp vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{DE} = (14;7;0)$ và $\overrightarrow{DM} = (14;0;14)$.

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (MED) là:

$$\vec{n} = \left[\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DM}\right] = (98;-196;-98).$$

Chọn vectơ pháp tuyến thu gọn $\vec{n}_1 = (1;-2;-1)$, ta có phương trình mặt phẳng (MED) là:

$$1(x-0) - 2(y-0) - 1(z-0) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - z = 0.$$

Khoảng cách từ điểm $P(0;14;14)$ đến mặt phẳng (MED) là:

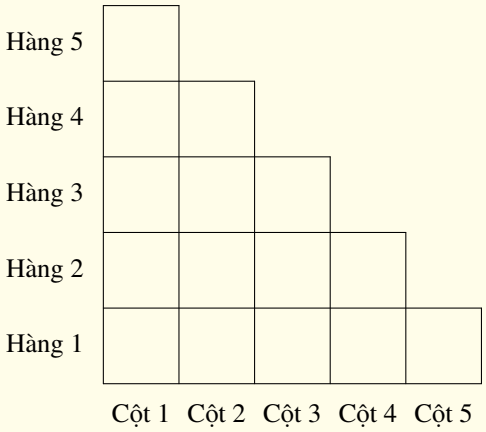
$$d(P,(MED)) = \frac{|0-2\cdot 14-1\cdot 14|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-1)^2}} = \frac{|-42|}{\sqrt{6}} = \frac{42}{\sqrt{6}} = 7\sqrt{6} \approx 17,1$$

Đáp án: 17,1 □

Câu 3. Trong một trò chơi bạn Bình cần vượt qua một thử thách. Theo yêu cầu của thử thách, Bình cần điền tất cả 15 số thuộc tập hợp $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;11;12;13;16;17;21\}$ vào 15 ô vuông trong hình dưới thỏa mãn đồng thời ba điều kiện sau:

- Mỗi ô điền đúng một số và mỗi số chỉ được sử dụng một lần;
- Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một hàng không chia hết cho 5;
- Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một cột không chia hết cho 5.

Hai cách điền gọi là giống nhau nếu số điền ở mỗi ô tương ứng trong 15 ô là giống nhau (không tính đến thứ tự điền các số vào 15 ô vuông). Gọi H là số cách điền khác nhau để bạn Bình vượt qua được thử thách. Giá trị của $\frac{H}{10}$ bằng bao nhiêu?



Đáp án: 3 | 4 | 5 | 6

Lời giải.

Tập hợp S gồm 15 số được chia thành 5 nhóm:

- Nhóm R_1 (chia 5 dư 1): $\{1;6;11;16;21\}$ có 5 phần tử.
- Nhóm R_2 (chia 5 dư 2): $\{2;7;12;17\}$ có 4 phần tử.
- Nhóm R_3 (chia 5 dư 3): $\{3;8;13\}$ có 3 phần tử.
- Nhóm R_4 (chia 5 dư 4): $\{4;9\}$ có 2 phần tử.
- Nhóm R_0 (chia hết cho 5): $\{5\}$ có 1 phần tử.

Hai số nằm cùng hàng hoặc cùng cột có hiệu không chia hết cho 5, đồng nghĩa với việc chúng không được có cùng số dư khi chia cho 5. Vậy các phần tử trong cùng một nhóm R_k phải được xếp vào các ô không chung hàng và không chung cột.

Gán tọa độ (r,c) cho các ô với r là số thứ tự hàng, c là số thứ tự cột. Lưới tam giác gồm 15 ô thỏa mãn $1 \le r,c \le 5$ và $r+c \le 6$.

- Nhóm R_1 (5 phần tử): Cần chọn 5 ô không chung hàng/cột. Chúng phải trải đều trên 5 hàng và 5 cột, tức là các hàng $1,2,3,4,5$ và cột $1,2,3,4,5$. Tổng tọa độ 5 ô này là $\sum(r_i+c_i) = \sum r_i + \sum c_i = 15+15 = 30$.

  Mặt khác, mọi ô đều thỏa $r_i+c_i \le 6 \Rightarrow \sum(r_i+c_i) \le 5\times 6 = 30$.

  Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $r_i+c_i = 6$ với mọi i. $\Rightarrow$ Toàn bộ 5 phần tử nhóm R_1 phải xếp vào 5 ô trên đường chéo $r+c=6$. Có $5!$ cách.

- Nhóm R_2 (4 phần tử): Sau khi loại đường chéo $r+c=6$, bảng còn lại các ô $r+c \le 5$ thuộc các hàng $1,2,3,4$ và cột $1,2,3,4$. Lập luận tương tự, tổng tọa độ 4 ô được chọn là $(1+2+3+4)+(1+2+3+4) = 20$.

  Vì $r_j+c_j \le 5 \Rightarrow \sum(r_j+c_j) \le 4\times 5 = 20$.

  Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow r_j+c_j = 5$. $\Rightarrow$ Toàn bộ 4 phần tử nhóm R_2 phải xếp vào 4 ô trên đường chéo $r+c=5$. Có $4!$ cách.

- Bằng phương pháp quy nạp, ta suy ra:

  Nhóm R_3 xếp vào đường chéo $r+c=4$ ($3!$ cách). Nhóm R_4 xếp vào đường chéo $r+c=3$ ($2!$ cách). Nhóm R_0 xếp vào ô $r+c=2$ ($1!$ cách).

Theo quy tắc nhân, tổng số cách thỏa mãn yêu cầu là:

$$H = 5!\cdot 4!\cdot 3!\cdot 2!\cdot 1! = 120\cdot 24\cdot 6\cdot 2\cdot 1 = 34560.$$

Giá trị cần tìm là $\dfrac{H}{10} = 3456$.

Đáp án: 3456 □

Câu 4. Một công ty nông sản có công suất chế biến không quá 180 tấn nguyên liệu một tháng. Nếu công ty chế biến x tấn nguyên liệu trong một tháng ($1 \le x \le 180$) thì chi phí sản xuất và doanh thu lần lượt là $C(x) = 0,002x^3 + 30x + 20$ (triệu đồng) và $R(x) = 90x$ (triệu đồng). Lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được trong một tháng là bao nhiêu triệu đồng?

Đáp án: 3 | 9 | 8 | 0

Lời giải.

Hàm lợi nhuận của công ty là:

$$P(x) = R(x) - C(x) = 90x - (0,002x^3 + 30x + 20) = -0,002x^3 + 60x - 20$$

Xét hàm số $P(x)$ trên đoạn $[1;180]$.

Ta có $P'(x) = -0,006x^2 + 60$.

Cho $P'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 10000 \Leftrightarrow x = 100$ (thỏa mãn điều kiện).

Tính giá trị tại các điểm: $P(1) = 39,998$. $P(100) = 3980$. $P(180) = -884$.

Vậy lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được là 3980 triệu đồng.

Đáp án: 3980 □

Câu 5. Một nông trại cung cấp rau quả cho siêu thị A với số liệu bán hàng của bốn ngày trong tuần được ghi lại trong bảng sau:

Ngày	Số ki-lô-gam			Tổng số tiền (nghìn đồng)
	Rau muống	Bí xanh	Cà chua	
Thứ Tư	19	15	10	615
Thứ Năm	20	12	8	540
Thứ Sáu	25	12	7	570
Thứ Bảy	50	30	20	?

Biết rằng đơn giá theo ki-lô-gam của mỗi loại rau quả trong bảng trên là không đổi. Tổng số tiền nông trại thu được ở ngày thứ Bảy từ ba loại rau quả trên khi cung cấp cho siêu thị A là bao nhiêu nghìn đồng?

Đáp án: 1 3 5 0

Lời giải.

Gọi x, y, z lần lượt là đơn giá của Rau muống, Bí xanh, Cà chua.

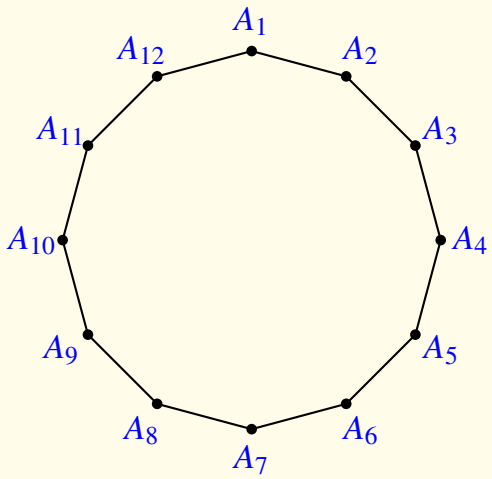
Ta có hệ: $\begin{cases} 19x+15y+10z=615 \\ 20x+12y+8z=540 \\ 25x+12y+7z=570 \end{cases}$

Giải hệ ta được $x=10, y=15, z=20$.

Số tiền ngày thứ Bảy: $T=50(10)+30(15)+20(20)=1350$ (nghìn đồng).

Đáp án: 1350 □

Câu 6. Một khung hình trang trí có dạng một đa giác đều 12 cạnh $A_1A_2\ldots A_{12}$ (xem hình dưới) được gắn cố định trên một trần nhà. Bạn Dũng có 12 bóng đèn gồm bốn bóng màu đỏ và tám bóng màu xanh, có công suất đôi một khác nhau. Bạn Dũng lắp ngẫu nhiên 12 bóng đèn trên vào 12 đỉnh $A_1, A_2, \ldots, A_{12}$ sao cho mỗi đỉnh có đúng một bóng đèn. Gọi P là xác suất để mỗi hình vuông (có bốn đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho) đều có ít nhất một bóng đèn màu đỏ. Giá trị của $4565P$ bằng bao nhiêu?



Đáp án: 2 | 6 | 5 | 6

Lời giải.

Các đỉnh của đa giác 12 cạnh tạo thành 3 hình vuông rời nhau là:

$$S_1 = \{A_1, A_4, A_7, A_{10}\}, S_2 = \{A_2, A_5, A_8, A_{11}\}, S_3 = \{A_3, A_6, A_9, A_{12}\}$$

Không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{12}^4 = 495$.

Gọi X_i là số bóng đỏ trong hình vuông S_i $(i = 1, 2, 3)$. Ta có $X_1 + X_2 + X_3 = 4$ với $X_i \geq 1$.

Các bộ số (X_1, X_2, X_3) thỏa mãn là các hoán vị của $(2, 1, 1)$.

Số cách chọn vị trí cho 4 bóng đỏ là:

$$3 \times (C_4^2 \times C_4^1 \times C_4^1) = 3 \times 6 \times 4 \times 4 = 288$$

Xác suất $P = \dfrac{288}{495} = \dfrac{32}{55}$.

Giá trị $4565P = 4565 \times \dfrac{32}{55} = 2656$.

Đáp án: 2656 □

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 93

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.	Câu 5.	Câu 6.
6 , 1 9	1 7 , 1	3 4 5 6	3 9 8 0	1 3 5 0	2 6 5 6

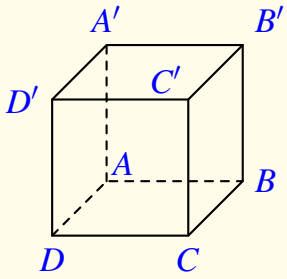
HẾT

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT 2026
Môn: TOÁN, Mã đề 0102
Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới). Vectơ nào sau đây bằng vectơ $\overrightarrow{AD}$?



(A) $\overrightarrow{AB}$. (B) $\overrightarrow{AA'}$. (C) $\overrightarrow{CD}$. **(D)** $\overrightarrow{B'C'}$.

Lời giải.

Trong hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, ta có các mặt $ABCD$ và $BCC'B'$ đều là các hình vuông.
Suy ra $AD \parallel BC \parallel B'C'$ và $AD = BC = B'C'$.
Do đó, các vectơ có cùng hướng và cùng độ dài với vectơ $\overrightarrow{AD}$ là $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{A'D'}$ và $\overrightarrow{B'C'}$.
Từ đó suy ra $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{B'C'}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 2. Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đạo hàm trên tập số thực $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = 2x$ và $g'(x) = x^2$. Đạo hàm của hàm số $y = f(x) + g(x)$ là

(A) $4x$. **(B)** $2x + x^2$. (C) $2 + 2x$. (D) $2 + x^2$.

Lời giải.

Ta có hàm số $y = f(x) + g(x)$.
Áp dụng quy tắc đạo hàm của một tổng, ta có:

$$y' = [f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x).$$

Thay $f'(x) = 2x$ và $g'(x) = x^2$ vào biểu thức trên, ta được:

$$y' = 2x + x^2.$$

Vậy đạo hàm của hàm số đã cho là $2x + x^2$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;1)$ và $B(4;1;1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

(A) $(3;2;1)$. (B) $(-2;2;0)$. (C) $(6;4;2)$. **D** $(2;-2;0)$.

Lời giải.

Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ được tính theo công thức:

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A).$$

Thay tọa độ các điểm $A(2;3;1)$ và $B(4;1;1)$ vào công thức, ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (4-2;1-3;1-1) = (2;-2;0).$$

Vậy tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là $(2;-2;0)$.

Chọn đáp án D □

Câu 4. Cho $\int f(x)\mathrm{d}x = \sin x + C$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

(A) $\int [2+f(x)]\mathrm{d}x = 2x - \sin x + C$. **B** $\int [2+f(x)]\mathrm{d}x = 2x + \sin x + C$.

(C) $\int [2+f(x)]\mathrm{d}x = 2x + \cos x + C$. (D) $\int [2+f(x)]\mathrm{d}x = 2x - \cos x + C$.

Lời giải.

Áp dụng tính chất nguyên hàm của một tổng, ta có:

$$\int [2+f(x)]\mathrm{d}x = 2x + \sin x + C$$

Chọn đáp án B □

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q với $u_1 \neq 0, q > 1$. Số hạng u_3 là

(A) $u_3 = u_1 q^3$. (B) $u_3 = u_1 + 2q$. **C** $u_3 = u_1 q^2$. (D) $u_3 = u_1 + 3q$.

Lời giải.

Theo công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân, ta có:

$$u_3 = u_1 \cdot q^{3-1} = u_1 q^2.$$

Chọn đáp án C □

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\log_3(3x) = 2$ là

(A) $x = 2$. (B) $x = 3$. (C) $x = \frac{8}{3}$. (D) $x = \frac{2}{3}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $3x > 0 \Leftrightarrow x > 0$.
Phương trình đã cho tương đương với:

$$3x = 3^2 \Leftrightarrow 3x = 9 \Leftrightarrow x = 3 \quad \text{(thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 3$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_2 bằng

(A) 1. (B) -1. (C) -6. (D) -5.

Lời giải.

Theo định nghĩa của cấp số cộng, ta có: $u_2 = u_1 + d$.

Thay $u_1 = -2$ và $d = 3$ vào biểu thức trên, ta được:

$$u_2 = -2 + 3 = 1.$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 8. Hàm số $F(x) = 5x^3$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

(A) $f_2(x) = 5x^2$. (B) $f_4(x) = 5x^4$. (C) $f_3(x) = 15x^2$. (D) $f_1(x) = \frac{5x^4}{4}$.

Lời giải.

Theo định nghĩa nguyên hàm, ta có hàm số $f(x)$ thỏa mãn: $f(x) = F'(x)$.

Thực hiện tính đạo hàm của hàm số $F(x)$, ta được: $f(x) = (5x^3)' = 15x^2$.

Vậy hàm số cần tìm là $f_3(x) = 15x^2$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 9. Cho hai biến cố độc lập A và B có xác suất thỏa mãn $P(A) = 0,3$ và $P(B) = 0,6$. Giá trị của $P(AB)$ bằng

(A) $0,9$. (B) $0,3$. (C) $0,18$. (D) $0,5$.

Lời giải.

Vì A và B là hai biến cố độc lập nên áp dụng quy tắc nhân xác suất, ta có:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B).$$

Thay $P(A) = 0,3$ và $P(B) = 0,6$ vào biểu thức trên, ta được:

$$P(AB) = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18.$$

Vậy giá trị của $P(AB)$ bằng $0,18$.

Chọn đáp án C □

Câu 10. Cặp số nào sau đây là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y-2<0 \\ x-y+2>0 \end{cases}$?

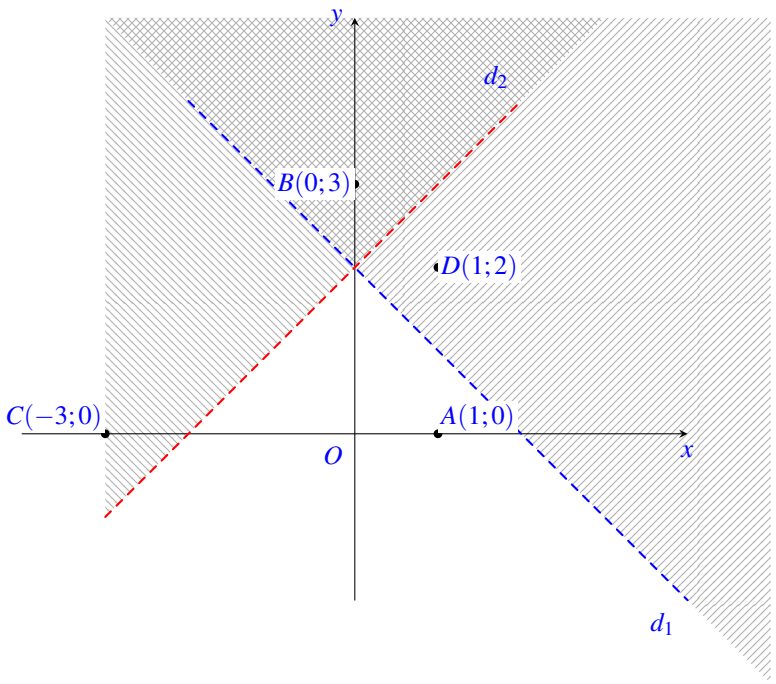
A $(1;0)$. B $(0;3)$. C $(-3;0)$. D $(1;2)$.

Lời giải.

Ta giải hệ bất phương trình bằng cách biểu diễn miền nghiệm trên mặt phẳng tọa độ Oxy:

- Vẽ đường thẳng $d_1 : x+y-2=0$ (bằng nét đứt). Điểm $O(0;0)$ có $0+0-2=-2<0$ nên miền nghiệm của (1) là nửa mặt phẳng bờ d_1 chứa gốc tọa độ O (không kể bờ). Ta gạch phần còn lại.
- Vẽ đường thẳng $d_2 : x-y+2=0$ (bằng nét đứt). Điểm $O(0;0)$ có $0-0+2=2>0$ nên miền nghiệm của (2) là nửa mặt phẳng bờ d_2 chứa gốc tọa độ O (không kể bờ). Ta gạch phần còn lại.

Phần mặt phẳng không bị gạch chéo là miền nghiệm của hệ bất phương trình.



Quan sát trên hình vẽ, ta thấy chỉ có điểm $A(1;0)$ nằm trong miền nghiệm (phần mặt phẳng không bị gạch chéo). Các điểm B, C, D đều nằm trong phần bị gạch.
Vậy cặp số $(1;0)$ là nghiệm của hệ bất phương trình.

Chọn đáp án A □

Câu 11. Khảo sát thời gian (đơn vị: phút) học trực tuyến trong một ngày của 42 học sinh, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian học trực tuyến	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$
Số học sinh	5	7	15	6	5	4

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc nhóm nào sau đây?

A $[40;50)$. B $[20;30)$. C $[30;40)$. D $[50;60)$.

Lời giải.

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n=42$.
Gọi $x_1;x_2;\ldots;x_{42}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.
Vì $n=42$ là số chẵn nên trung vị của mẫu số liệu là $M_e=\dfrac{x_{21}+x_{22}}{2}$.
Tính tần số tích lũy ta thấy:

- Nhóm $[10;20)$ chứa từ x_1 đến x_5.
- Nhóm $[20;30)$ chứa từ x_6 đến x_{12} (vì $5+7=12$).
- Nhóm $[30;40)$ chứa từ x_{13} đến x_{27} (vì $12+15=27$).

Vì $12<21\le 27$ và $12<22\le 27$ nên cả hai số hạng x_{21} và x_{22} đều thuộc nhóm $[30;40)$.
Vậy trung vị của mẫu số liệu thuộc nhóm $[30;40)$.

Chọn đáp án C □

Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	-2	$\nearrow$	$+\infty$ / $-\infty$	$\nearrow$	-2

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A $x=-2$. B $y=1$. C $y=-2$. D $x=1$.

Lời giải.

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy tại $x=1$ hàm số không xác định và có các giới hạn một bên:

$$\lim_{x\to 1^-} y=+\infty \quad \text{và} \quad \lim_{x\to 1^+} y=-\infty.$$

Theo định nghĩa, đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án (D) ☐

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 94

1. D	2. B	3. D	4. B	5. C	6. B	7. A	8. C	9. C	10. A	11. C	12. D

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một hệ thống pin năng lượng mặt trời gồm các tấm pin được kết nối với một bộ lưu trữ điện. Trong thời gian mặt trời chiếu sáng của một ngày, năng lượng điện thu được từ các tấm pin được lưu trong bộ lưu trữ điện. Gọi $F(t)$ là năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động đến thời điểm t, trong đó t là thời gian tính theo giờ ($0 \le t \le 12$) và thời điểm hệ thống bắt đầu hoạt động ứng với $t=0$. Biết rằng $F(0)=0$. Tốc độ lưu trữ năng lượng điện (kW) của hệ thống này là hàm số $f(t)=F'(t)$ với $0 \le t \le 12$. Số liệu ghi nhận được ở một ngày cụ thể trong năm cho thấy $f(t)=-0{,}15t^2+1{,}8t$ với $0 \le t \le 12$.

Mệnh đề	Đúng	Sai
a $F(t)=-0{,}05t^3+0{,}9t^2$ với $0 \le t \le 12$.	X	
b Năng lượng điện (kWh) lưu trữ được kể từ thời điểm $t=a$ đến thời điểm $t=b$ $(0 \le a < b \le 12)$ là $\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$.	X	
c) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t=1$ đến thời điểm $t=5$ nhỏ hơn 15,3 kWh.		X
d) Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t=1$ đến thời điểm $t=9$ gấp hai lần năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t=1$ đến thời điểm $t=5$.		X

Lời giải.

a) (Đ) **ĐÚNG.** Ta có $F(t)$ là một nguyên hàm của hàm tốc độ $f(t)$, do đó:

$$F(t)=\int f(t)\mathrm{d}t=\int(-0{,}15t^2+1{,}8t)\mathrm{d}t=-0{,}05t^3+0{,}9t^2+C.$$

Theo giả thiết $F(0)=0 \Rightarrow -0{,}05\cdot 0^3+0{,}9\cdot 0^2+C=0 \Rightarrow C=0$. Do đó $F(t)=-0{,}05t^3+0{,}9t^2$.

b) (Đ) **ĐÚNG.** Theo ý nghĩa cơ học và thực tiễn của tích phân, lượng điện lưu trữ được từ thời điểm $t=a$ đến $t=b$ bằng sự thay đổi của lượng điện trên đoạn $[a;b]$. Tức là:

$$F(b)-F(a)=\int_a^b F'(t)\mathrm{d}t=\int_a^b f(t)\mathrm{d}t.$$

c) (S) **SAI.** Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t=1$ đến $t=5$ là: $\int_1^5 f(t)\mathrm{d}t = 15{,}4$ (kWh).

d) (S) **SAI.** Năng lượng điện lưu trữ được kể từ thời điểm $t=1$ đến $t=9$ là: $\int_1^9 f(t)\mathrm{d}t = 35{,}6$ (kWh). Vì năng lượng lưu trữ từ $t=1$ đến $t=5$ là $15{,}4$ kWh và $35{,}6 \neq 2\cdot 15{,}4 = 30{,}8$, nên lượng điện lưu trữ không gấp hai lần.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | ☐

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+8$.

Mệnh đề	Đúng	Sai
a Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=x^2-4x+3$.	X	
b Phương trình $f'(x)=0$ có tập nghiệm là $S=\{1;3\}$.	X	
c Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.	X	
d) Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng $\frac{28}{3}$.		X

Lời giải.

a) (Đ) **ĐÚNG.** Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Đạo hàm của hàm số là $f'(x)=3\cdot\frac{1}{3}x^2-2\cdot 2x+3=x^2-4x+3$.

b) (Đ) **ĐÚNG.** Xét phương trình $f'(x)=0\Leftrightarrow x^2-4x+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\\ x=3.\end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{1;3\}$.

c) (Đ) **ĐÚNG.** Ta có $f'(x)<0\Leftrightarrow x^2-4x+3<0\Leftrightarrow 1<x<3$.
Do đó, hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

d) (S) **SAI.** Ta có bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{28}{3}$	↘	8	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$ và giá trị cực tiểu của hàm số là $f(3)=8$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c đúng | d sai | ☐

Câu 3. Nhằm đưa ra cảnh báo sớm về tình trạng sức khỏe của cư dân, người ta sử dụng một ứng dụng trí tuệ nhân tạo để sàng lọc nguy cơ mắc bệnh dựa trên hồ sơ y tế được lưu trữ. Khi phát hiện nguy cơ mắc bệnh, ứng dụng này sẽ gửi cảnh báo để giúp người dân đi khám bệnh kịp thời. Người ta dùng ứng dụng này để tầm soát nguy cơ mắc một loại bệnh. Kết quả thu được khi quét thử nghiệm hồ sơ y tế của 10000 người như sau: Có 1000 người nhận được cảnh báo và 9000 người còn lại không nhận được cảnh báo từ ứng dụng. Trong số 1000 người nhận được cảnh báo thì có 600 người có bệnh và 400 người không có bệnh. Trong số 9000 người không nhận được cảnh báo thì có 200 người có bệnh và 8800 người không có bệnh. Chọn ngẫu nhiên một người trong số 10000 người nói trên.

Mệnh đề	Đúng	Sai
a Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng bằng 0,9.	X	
b Xác suất để người đó không có bệnh, biết rằng người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng, lớn hơn 0,97.	X	
c) Xác suất để người đó không có bệnh bằng 0,9.		X
d Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng, biết rằng người đó không có bệnh, lớn hơn 0,95.	X	

Lời giải.

Ta có thể tóm tắt các dữ kiện bài toán qua bảng sau:

	Có bệnh	Không có bệnh	**Tổng cộng**
Cảnh báo	600	400	1000
Không cảnh báo	200	8800	9000
Tổng cộng	800	9200	**10000**

Gọi A là biến cố "Người đó nhận được cảnh báo", B là biến cố "Người đó có bệnh". $\overline{A}$ là biến cố "Người đó không nhận được cảnh báo", $\overline{B}$ là biến cố "Người đó không có bệnh".

a) Đ **ĐÚNG.** Số người không nhận được cảnh báo là $n(\overline{A}) = 9000$. Xác suất để một người không nhận được cảnh báo là $P(\overline{A}) = \dfrac{9000}{10000} = 0{,}9$.

b) Đ **ĐÚNG.** Cần tính xác suất người đó không có bệnh với điều kiện không nhận được cảnh báo $P(\overline{B}|\overline{A})$. Trong 9000 người không nhận được cảnh báo, có 8800 người không có bệnh. Suy ra $P(\overline{B}|\overline{A}) = \dfrac{8800}{9000} = \dfrac{44}{45} \approx 0{,}9777$.

c) S **SAI.** Số người không có bệnh trong toàn bộ nhóm 10000 người là $n(\overline{B}) = 400 + 8800 = 9200$. Xác suất để một người không có bệnh là $P(\overline{B}) = \dfrac{9200}{10000} = 0{,}92$.

d) Đ **ĐÚNGG.** Cần tính xác suất người đó không nhận được cảnh báo với điều kiện không có bệnh $P(\overline{A}|\overline{B})$. Trong 9200 người không có bệnh, có 8800 người không nhận được cảnh báo. Vậy, $P(\overline{A}|\overline{B}) = \dfrac{8800}{9200} = \dfrac{22}{23} \approx 0{,}9565$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d đúng | ..... □

Câu 4. Trong không gian xét hệ tọa độ $Oxyz$ có một đơn vị dài trên các trục tương ứng với 10 mét trên thực tế. Một mục tiêu cần được bảo vệ có vị trí ở gốc tọa độ O. Người ta thiết lập một vành đai bảo vệ quanh mục tiêu theo một đường tròn tâm O có bán kính bằng 6 đơn vị (tương ứng 60 mét trên thực tế) nằm trong mặt phẳng (Oxy). Một máy bay không người lái (được coi như một hạt) bay theo một đường thẳng từ vị trí $M(2;11;3)$ đến vị trí $N(14;2;3)$. Tại mỗi vị trí của máy bay, khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là độ dài ngắn nhất của các đoạn thẳng nối từ vị trí đó đến một điểm bất kì trên vành đai.

Mệnh đề	Đúng	Sai
a $\overrightarrow{MN}=(12;-9;0)$.	X	
b Phương trình tham số của đường thẳng MN là $\begin{cases} x=2+4t \\ y=11-3t \\ z=3 \end{cases}$ với $t\in\mathbb{R}$.	X	
c) Trong quá trình bay từ M đến N, khoảng cách ngắn nhất từ máy bay đến vành đai bảo vệ là 100 mét.		X
d Trong quá trình bay từ M đến N, khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là ngắn nhất khi máy bay ở vị trí có tọa độ là $(6;8;3)$.	X	

Lời giải.

a) Đ **ĐÚNG.** Ta có $\overrightarrow{MN}=(x_N-x_M;y_N-y_M;z_N-z_M)=(14-2;2-11;3-3)=(12;-9;0)$.

b) Đ **ĐÚNG.** Đường thẳng MN đi qua $M(2;11;3)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\frac{1}{3}\overrightarrow{MN}=(4;-3;0)$.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng MN là $\begin{cases} x=2+4t \\ y=11-3t \\ z=3 \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

c) S **SAI.** Gọi $P(2+4t;11-3t;3)$ là vị trí của máy bay trên đoạn thẳng MN. Do máy bay bay từ M (ứng với $t=0$) đến N (ứng với $t=3$) nên tham số $t\in[0;3]$.

Gọi $H(2+4t;11-3t;0)$ là hình chiếu vuông góc của P lên mặt phẳng (Oxy). Vành đai bảo vệ là đường tròn (C) tâm O, bán kính $R=6$ nằm trong mặt phẳng (Oxy). Khoảng cách từ P đến (C) được tính bởi công thức:

$$d(P,(C))=\sqrt{PH^2+(|OH|-R)^2}=\sqrt{3^2+(OH-6)^2} \quad (\text{với } OH>R).$$

SAI. Ta có $OH^2=(2+4t)^2+(11-3t)^2=25t^2-50t+125=25(t-1)^2+100$.Do $t\in[0;3]$ nên OH^2 đạt giá trị nhỏ nhất tại $t=1$, khi đó $OH^2_{\min}=100\Rightarrow OH_{\min}=10$. (Ta thấy $OH\geq 10>6=R$ luôn thỏa mãn điều kiện nằm ngoài vành đai). Khoảng cách ngắn nhất từ máy bay đến vành đai bảo vệ (tính theo đơn vị tọa độ) là:

$$d_{\min}=\sqrt{3^2+(10-6)^2}=\sqrt{9+16}=5=5\times 10=50\text{mét}$$

d) Đ **ĐÚNG.** Khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ đạt giá trị nhỏ nhất tại thời điểm ứng với $t = 1$.Thay $t = 1$ vào tọa độ của P, ta có:

$$\begin{cases} x = 2 + 4 \cdot 1 = 6 \\ y = 11 - 3 \cdot 1 = 8 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow P(6;8;3).$$

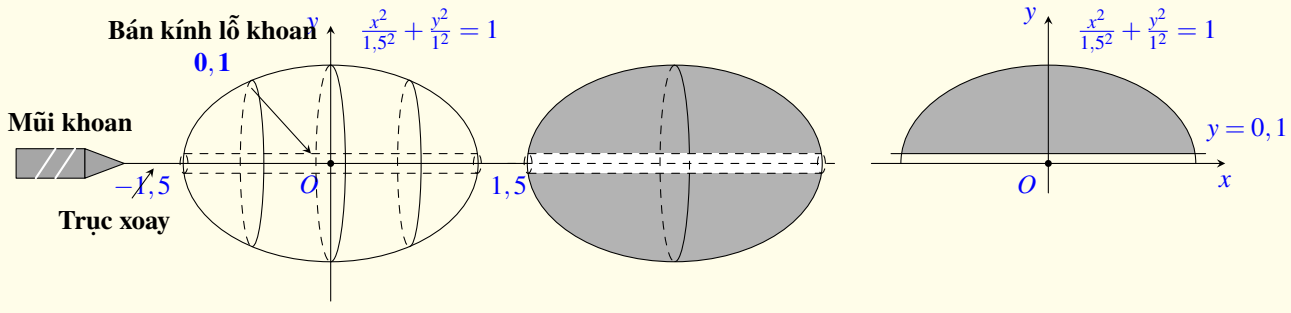
Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d đúng | ..... □

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 94

☑ Câu 1. a Đ b Đ c S d S	☑ Câu 2. a Đ b Đ c Đ d S	☑ Câu 3. a Đ b Đ c S d Đ
☑ Câu 4. a Đ b Đ c S d Đ		

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

☑ Câu 1. Để chế tác một hạt cườm, người ta lấy một khối vật thể có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và nửa trên của elip $\frac{x^2}{1{,}5^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1$ (một đơn vị dài trên mỗi trục tọa độ tương ứng với một xăng-ti-mét trong thực tế) quanh trục Ox; sau đó khoan dọc theo trục xoay (xem hình dưới). Lỗ khoan có dạng hình trụ với bán kính $0{,}1$ cm và có trục nằm trên trục xoay. Phần còn lại sau khi khoan là hạt cườm, có dạng một khối tròn xoay.
Thể tích của hạt cườm đó bằng bao nhiêu xăng-ti-mét khối *(không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)*?



Lưu ý: Các kích thước trong hình minh họa có thể không đúng tỉ lệ thực tế.

Đáp án: | 6 | , | 1 | 9 |

Lời giải.

Từ phương trình của elip $\frac{x^2}{1{,}5^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{2{,}25} + y^2 = 1$, ta suy ra phương trình nửa trên của

elip là:

$$y=\sqrt{1-\frac{x^2}{2{,}25}}=\sqrt{1-\frac{4}{9}x^2}.$$

Khi quay hình phẳng này quanh trục Ox, ta được khối elipxoit tròn xoay. Lỗ khoan hình trụ có bán kính $r=0{,}1$, giới hạn bởi đường thẳng $y=0{,}1$. Hoành độ giao điểm của elip và đường thẳng $y=0{,}1$ là nghiệm của phương trình:

$$\sqrt{1-\frac{4}{9}x^2}=0{,}1\Leftrightarrow 1-\frac{4}{9}x^2=0{,}01\Leftrightarrow \frac{4}{9}x^2=0{,}99\Leftrightarrow x^2=2{,}2275.$$

Suy ra $x=\pm\sqrt{2{,}2275}$.

Thể tích hạt cườm còn lại được tính bằng công thức thể tích hình vành khăn:

$$V=\pi\int\limits_{-\sqrt{2{,}2275}}^{\sqrt{2{,}2275}}\left[\left(\sqrt{1-\frac{4}{9}x^2}\right)^2-(0{,}1)^2\right]\mathrm{d}x=\pi\int\limits_{-\sqrt{2{,}2275}}^{\sqrt{2{,}2275}}\left(0{,}99-\frac{4}{9}x^2\right)\mathrm{d}x$$

Vì hàm số dưới dấu tích phân là hàm chẵn, ta có:

$$V=2\pi\int\limits_{0}^{\sqrt{2{,}2275}}\left(0{,}99-\frac{4}{9}x^2\right)\mathrm{d}x=1{,}32\pi\sqrt{2{,}2275}\approx 6{,}189212\ \mathrm{cm}^3.$$

Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm, ta được $V\approx 6{,}19$.

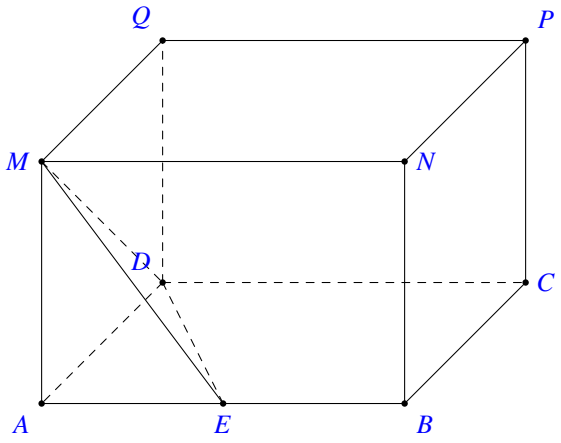
Đáp án: 6,19 □

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.MNPQ$ có cạnh bằng 14. Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng AB. Khoảng cách từ điểm P đến mặt phẳng (MED) bằng bao nhiêu (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)?

Đáp án: 1 | 7 | , | 1

Lời giải.

Ta giải bài toán bằng phương pháp tọa độ hóa. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ $O\equiv D(0;0;0)$ và các tia DA, DC, DQ lần lượt trùng với các tia Ox, Oy, Oz.



Vì hình lập phương có cạnh bằng 14 nên ta có tọa độ các đỉnh như sau:

$$A(14;0;0);\ C(0;14;0);\ B(14;14;0);\ M(14;0;14);\ P(0;14;14)$$

Vì E là trung điểm của đoạn thẳng AB nên toạ độ của E là:

$$x_E = \frac{14+14}{2} = 14; \quad y_E = \frac{0+14}{2} = 7; \quad z_E = 0 \Rightarrow E(14;7;0).$$

Mặt phẳng (MED) đi qua điểm $D(0;0;0)$ và có cặp vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{DE} = (14;7;0)$ và $\overrightarrow{DM} = (14;0;14)$.
Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (MED) là:

$$\vec{n} = \left[\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DM}\right] = (98;-196;-98).$$

Chọn vectơ pháp tuyến thu gọn $\vec{n}_1 = (1;-2;-1)$, ta có phương trình mặt phẳng (MED) là:

$$1(x-0) - 2(y-0) - 1(z-0) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - z = 0.$$

Khoảng cách từ điểm $P(0;14;14)$ đến mặt phẳng (MED) là:

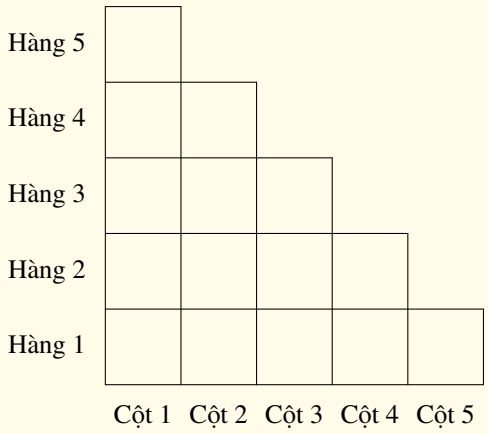
$$d(P,(MED)) = \frac{|0-2\cdot 14-1\cdot 14|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-1)^2}} = \frac{|-42|}{\sqrt{6}} = \frac{42}{\sqrt{6}} = 7\sqrt{6} \approx 17,1$$

Đáp án: 17,1 □

Câu 3. Trong một trò chơi bạn Bình cần vượt qua một thử thách. Theo yêu cầu của thử thách, Bình cần điền tất cả 15 số thuộc tập hợp $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;11;12;13;16;17;21\}$ vào 15 ô vuông trong hình dưới thỏa mãn đồng thời ba điều kiện sau:

- Mỗi ô điền đúng một số và mỗi số chỉ được sử dụng một lần;
- Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một hàng không chia hết cho 5;
- Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một cột không chia hết cho 5.

Hai cách điền gọi là giống nhau nếu số điền ở mỗi ô tương ứng trong 15 ô là giống nhau (không tính đến thứ tự điền các số vào 15 ô vuông). Gọi H là số cách điền khác nhau để bạn Bình vượt qua được thử thách. Giá trị của $\frac{H}{10}$ bằng bao nhiêu?



Đáp án: 3 | 4 | 5 | 6

Lời giải.

Tập hợp S gồm 15 số được chia thành 5 nhóm:

- Nhóm R_1 (chia 5 dư 1): $\{1;6;11;16;21\}$ có 5 phần tử.
- Nhóm R_2 (chia 5 dư 2): $\{2;7;12;17\}$ có 4 phần tử.
- Nhóm R_3 (chia 5 dư 3): $\{3;8;13\}$ có 3 phần tử.
- Nhóm R_4 (chia 5 dư 4): $\{4;9\}$ có 2 phần tử.
- Nhóm R_0 (chia hết cho 5): $\{5\}$ có 1 phần tử.

Hai số nằm cùng hàng hoặc cùng cột có hiệu không chia hết cho 5, đồng nghĩa với việc chúng không được có cùng số dư khi chia cho 5. Vậy các phần tử trong cùng một nhóm R_k phải được xếp vào các ô không chung hàng và không chung cột.

Gán tọa độ (r,c) cho các ô với r là số thứ tự hàng, c là số thứ tự cột. Lưới tam giác gồm 15 ô thỏa mãn $1 \le r,c \le 5$ và $r+c \le 6$.

- Nhóm R_1 (5 phần tử): Cần chọn 5 ô không chung hàng/cột. Chúng phải trải đều trên 5 hàng và 5 cột, tức là các hàng $1,2,3,4,5$ và cột $1,2,3,4,5$. Tổng tọa độ 5 ô này là $\sum(r_i+c_i) = \sum r_i + \sum c_i = 15+15 = 30$.

  Mặt khác, mọi ô đều thỏa $r_i+c_i \le 6 \Rightarrow \sum(r_i+c_i) \le 5\times 6 = 30$.

  Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $r_i+c_i = 6$ với mọi i. $\Rightarrow$ Toàn bộ 5 phần tử nhóm R_1 phải xếp vào 5 ô trên đường chéo $r+c=6$. Có $5!$ cách.

- Nhóm R_2 (4 phần tử): Sau khi loại đường chéo $r+c=6$, bảng còn lại các ô $r+c \le 5$ thuộc các hàng $1,2,3,4$ và cột $1,2,3,4$. Lập luận tương tự, tổng tọa độ 4 ô được chọn là $(1+2+3+4)+(1+2+3+4) = 20$.

  Vì $r_j+c_j \le 5 \Rightarrow \sum(r_j+c_j) \le 4\times 5 = 20$.

  Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow r_j+c_j = 5$. $\Rightarrow$ Toàn bộ 4 phần tử nhóm R_2 phải xếp vào 4 ô trên đường chéo $r+c=5$. Có $4!$ cách.

Bằng phương pháp quy nạp, ta suy ra:

Nhóm R_3 xếp vào đường chéo $r+c=4$ ($3!$ cách). Nhóm R_4 xếp vào đường chéo $r+c=3$ ($2!$ cách). Nhóm R_0 xếp vào ô $r+c=2$ ($1!$ cách).

Theo quy tắc nhân, tổng số cách thỏa mãn yêu cầu là:

$$H = 5! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1! = 120 \cdot 24 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 1 = 34560.$$

Giá trị cần tìm là $\dfrac{H}{10} = 3456$.

Đáp án: 3456 □

Câu 4. Một công ty nông sản có công suất chế biến không quá 180 tấn nguyên liệu một tháng. Nếu công ty chế biến x tấn nguyên liệu trong một tháng ($1 \le x \le 180$) thì chi phí sản xuất và doanh thu lần lượt là $C(x) = 0,002x^3 + 30x + 20$ (triệu đồng) và $R(x) = 90x$ (triệu đồng). Lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được trong một tháng là bao nhiêu triệu đồng?

Đáp án: 3 | 9 | 8 | 0

Lời giải.

Hàm lợi nhuận của công ty là:

$$P(x) = R(x) - C(x) = 90x - (0,002x^3 + 30x + 20) = -0,002x^3 + 60x - 20$$

Xét hàm số $P(x)$ trên đoạn $[1;180]$.

Ta có $P'(x) = -0,006x^2 + 60$.

Cho $P'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 10000 \Leftrightarrow x = 100$ (thỏa mãn điều kiện).

Tính giá trị tại các điểm: $P(1) = 39,998$. $P(100) = 3980$. $P(180) = -884$.

Vậy lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được là 3980 triệu đồng.

Đáp án: 3980 □

Câu 5. Một nông trại cung cấp rau quả cho siêu thị A với số liệu bán hàng của bốn ngày trong tuần được ghi lại trong bảng sau:

Ngày	Số ki-lô-gam			Tổng số tiền (nghìn đồng)
	Rau muống	Bí xanh	Cà chua	
Thứ Tư	19	15	10	615
Thứ Năm	20	12	8	540
Thứ Sáu	25	12	7	570
Thứ Bảy	50	30	20	?

Biết rằng đơn giá theo ki-lô-gam của mỗi loại rau quả trong bảng trên là không đổi. Tổng số tiền nông trại thu được ở ngày thứ Bảy từ ba loại rau quả trên khi cung cấp cho siêu thị A là bao nhiêu nghìn đồng?

Đáp án: 1 | 3 | 5 | 0

Lời giải.

Gọi x, y, z lần lượt là đơn giá của Rau muống, Bí xanh, Cà chua.

Ta có hệ: $\begin{cases} 19x+15y+10z=615 \\ 20x+12y+8z=540 \\ 25x+12y+7z=570 \end{cases}$

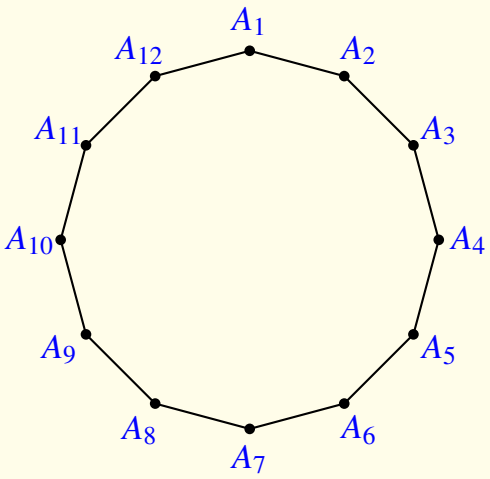
Giải hệ ta được $x=10, y=15, z=20$.

Số tiền ngày thứ Bảy: $T=50(10)+30(15)+20(20)=1350$ (nghìn đồng).

Đáp án: 1350 □

Câu 6. Một khung hình trang trí có dạng một đa giác đều 12 cạnh $A_1A_2\ldots A_{12}$ (xem hình dưới) được gắn cố định trên một trần nhà. Bạn Dũng có 12 bóng đèn gồm bốn bóng màu đỏ và tám bóng màu xanh, có công suất đôi một khác nhau. Bạn Dũng lắp ngẫu nhiên 12 bóng đèn trên vào 12 đỉnh $A_1, A_2, \ldots, A_{12}$ sao cho mỗi đỉnh có đúng một bóng đèn. Gọi P là xác suất để mỗi hình vuông (có bốn đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho) đều có ít nhất một bóng đèn màu đỏ. Giá trị của $4565P$ bằng bao nhiêu?

Đáp án: 2 | 6 | 5 | 6



Lời giải.

Các đỉnh của đa giác 12 cạnh tạo thành 3 hình vuông rời nhau là:

$$S_1=\{A_1,A_4,A_7,A_{10}\}, S_2=\{A_2,A_5,A_8,A_{11}\}, S_3=\{A_3,A_6,A_9,A_{12}\}$$

Không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{12}^4=495$.

Gọi X_i là số bóng đỏ trong hình vuông S_i $(i=1,2,3)$. Ta có $X_1+X_2+X_3=4$ với $X_i\geq 1$.

Các bộ số (X_1,X_2,X_3) thỏa mãn là các hoán vị của $(2,1,1)$.

Số cách chọn vị trí cho 4 bóng đỏ là:

$$3\times(C_4^2\times C_4^1\times C_4^1)=3\times 6\times 4\times 4=288$$

Xác suất $P=\dfrac{288}{495}=\dfrac{32}{55}$.

Giá trị $4565P=4565\times\dfrac{32}{55}=2656$.

Đáp án: 2656

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 94

Câu 1.				Câu 2.				Câu 3.				Câu 4.				Câu 5.				Câu 6.			
6	,	1	9	1	7	,	1	3	4	5	6	3	9	8	0	1	3	5	0	2	6	5	6

HẾT

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026 - LẦN 2(CHO CHUYÊN TUYÊN QUANG)

Môn: TOÁN, Mã đề 0110
Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

Câu 1. Phương trình $\sin x = 0$ có tập nghiệm là

(A) $S = \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(B) $S = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
(C) $S = \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
(D) $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải.

Giải phương trình lượng giác cơ bản:

$$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 2. Sau khi khảo sát về mức lương khởi điểm (đơn vị: triệu đồng) của 20 công nhân, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau.

Mức lương	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)	[10;11)
Tần số	4	5	5	3	2	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

(A) 6. (B) 1. (C) 7,35. (D) 1,42.

Lời giải.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm được tính bằng hiệu giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng và đầu mút trái của nhóm đầu tiên.

$$R = 11 - 5 = 6$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(1;3;-5)$ và có một vectơ chỉ phương $\mathbf{u} = (2;-1;3)$ là

(A) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{3}$.
(B) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+5}{3}$.
(C) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+5}{3}$.
(D) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-5}{3}$.

Lời giải.

Đường thẳng đi qua điểm $A(1;3;-5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;3)$ có phương trình chính tắc là:

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-(-5)}{3}\Leftrightarrow\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+5}{3}$$

Chọn đáp án C ☐

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa mãn $F(1)=3$, $F(2)=9$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A $\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=12$. B $\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=3$. C $\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=6$. D $\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=27$.

Lời giải.

Áp dụng định nghĩa tích phân xác định (công thức Newton-Leibniz), ta có:

$$\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=F(2)-F(1)=9-3=6$$

Chọn đáp án C ☐

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+4}{3x+1}$ (với $a>12$). Đạo hàm của hàm số đã cho là

A $y'=\dfrac{-a-12}{(3x+1)^2}$. B $y'=\dfrac{a-12}{(3x+1)^2}$. C $y'=\dfrac{a+12}{(3x+1)^2}$. D $y'=\dfrac{12-a}{(3x+1)^2}$.

Lời giải.

Áp dụng công thức đạo hàm nhanh của hàm số phân thức bậc nhất $y=\dfrac{Ax+B}{Cx+D}$ là

$$\left(\frac{Ax+B}{Cx+D}\right)'=\frac{A\cdot D-B\cdot C}{(Cx+D)^2}$$

ta được

$$y'=\frac{a\cdot 1-4\cdot 3}{(3x+1)^2}=\frac{a-12}{(3x+1)^2}$$

Chọn đáp án B ☐

Câu 6. Cho hàm số $f(x)=ax+b$ ($a,b\in\mathbb{R}$, $a\neq 0$). Phát biểu nào sau đây là đúng?

A $\int 7f(x)\,\mathrm{d}x=7+\int f(x)\,\mathrm{d}x$. B $\int 7f(x)\,\mathrm{d}x=7\int f(x)\,\mathrm{d}x$.

C $\int 7f(x)\,\mathrm{d}x=7-\int f(x)\,\mathrm{d}x$. D $\int 7f(x)\,\mathrm{d}x=-7\int f(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

Theo tính chất của nguyên hàm, với hằng số $k \neq 0$, ta có $\int kf(x)\,\mathrm{d}x = k\int f(x)\,\mathrm{d}x$. Áp dụng với $k = 7$, ta được:

$$\int 7f(x)\,\mathrm{d}x = 7\int f(x)\,\mathrm{d}x$$

Chọn đáp án B ☐

Câu 7. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;2]$ như sau:

x	-1		0		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-4	↗	1	↘	0	↗	5

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A 1. B 5. C 0. D -4.

Lời giải.

Quan sát bảng biến thiên trên đoạn $[-1;2]$, các giá trị của hàm số tại các điểm đầu mút và cực trị lần lượt là: $-4;1;0;5$. Do đó, giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1;2]$ là $\max\{-4;1;0;5\} = 5$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 8. Sau khi khảo sát tổng số giờ xem truyền hình (đơn vị: giờ) của 100 gia đình trong hai ngày nghỉ cuối tuần, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau.

Số giờ xem truyền hình	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Tần số	20	35	30	10	5

Giá trị trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

A $3,9$. B $4,6$. C $2,1$. D 10.

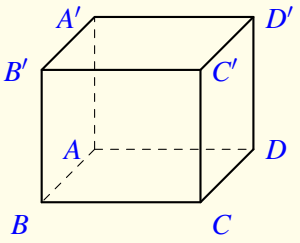
Lời giải.

Giá trị đại diện của các nhóm lần lượt là: $x_1 = 1$, $x_2 = 3$, $x_3 = 5$, $x_4 = 7$, $x_5 = 9$. Giá trị trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{20\cdot 1 + 35\cdot 3 + 30\cdot 5 + 10\cdot 7 + 5\cdot 9}{100} = \frac{390}{100} = 3,9$$

Chọn đáp án A ☐

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình minh họa). Vectơ nào sau đây cùng phương với vectơ $\overrightarrow{A'D'}$?



(A) $\overrightarrow{BD}$. (B) $\overrightarrow{AB}$. (C) $\overrightarrow{AC}$. **(D)** $\overrightarrow{AD}$.

Lời giải.

Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, các mặt đối diện là các hình bình hành nên các cạnh $A'D'$ và AD song song với nhau. Suy ra vectơ $\overrightarrow{A'D'}$ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{AD}$.

Chọn đáp án D □

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q với $u_1 = m$ và $u_2 = n$, trong đó $m > 2$, $n > 2m$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

(A) $n = m \cdot q$. (B) $m = n + q$. (C) $m = n \cdot q$. (D) $n = m + q$.

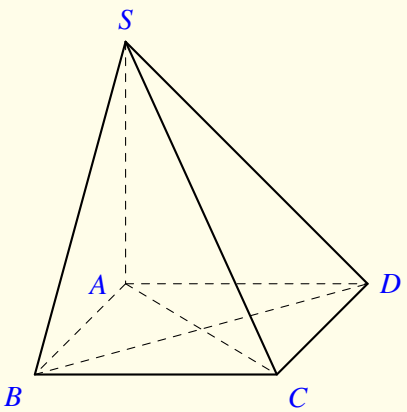
Lời giải.

Theo định nghĩa cấp số nhân, số hạng đứng sau bằng số hạng ngay trước nó nhân với công bội q. Do đó ta có:

$$u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow n = m \cdot q$$

Chọn đáp án A □

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?



(A) (SCD). **(B)** (SAB). (C) (SBC). (D) (SBD).

Lời giải.

Do $ABCD$ là hình vuông nên $BC \perp AB$.
Mặt khác, vì $SA \perp (ABCD)$ và $BC \subset (ABCD)$ nên $BC \perp SA$.
Ta có $BC \perp AB$ và $BC \perp SA$, mà AB và SA cùng nằm trong mặt phẳng (SAB) và cắt nhau tại A.

Do đó $BC \perp (SAB)$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 12. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - \cos x$ là

A $x^3 + \sin x + C$. B $6x + \sin x + C$. C $6x - \sin x + C$. D $x^3 - \sin x + C$.

Lời giải.

Áp dụng các công thức tính nguyên hàm cơ bản, ta có:

$$\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int (3x^2 - \cos x)\,\mathrm{d}x = x^3 - \sin x + C$$

Chọn đáp án D ☐

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 95

1. B	2. A	3. C	4. C	5. B	6. B	7. B	8. A	9. D	10. A	11. B	12. D

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$.

Mệnh đề	Đúng	Sai
a Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$.	X	
b Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{1;3\}$.	X	
c) Hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[2;4]$ tại $x = 2$.		X
d) Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$. Khi đó, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $M_1(x_1; f(x_1))$ và $M_2(x_2; f(x_2))$ là $y = -2x + 1$.		X

Lời giải.

a) Đ **ĐÚNG.** Ta có đạo hàm của hàm số là:

$$y' = f'(x) = \left(x^3 - 6x^2 + 9x + 2\right)' = 3x^2 - 12x + 9.$$

b) Đ **ĐÚNG.** Xét phương trình $f'(x) = 0$:

$$3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3. \end{array}\right.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1;3\}$.

c) (S) **SAI.** Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[2;4]$. Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \notin [2;4] \\ x=3 \in [2;4]. \end{array}\right.$ Ta tính các giá trị của hàm số tại hai đầu mút và tại điểm tới hạn thuộc đoạn:

$$f(2)=4, \quad f(3)=2, \quad f(4)=6.$$

Do đó, $\max\limits_{[2;4]} f(x)=f(4)=6$. Vậy hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[2;4]$ tại $x=4$.

d) (S) **SAI.** Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $M_1(1;6)$ và $M_2(3;2)$.

Cách 1 (Tính trực tiếp - Chuẩn SGK cơ bản): Gọi phương trình đường thẳng đi qua hai điểm có dạng $y=ax+b$. Thay tọa độ M_1, M_2 vào ta được hệ:

$$\begin{cases} a+b=6 \\ 3a+b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=8. \end{cases}$$

Suy ra phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là $y=-2x+8$.

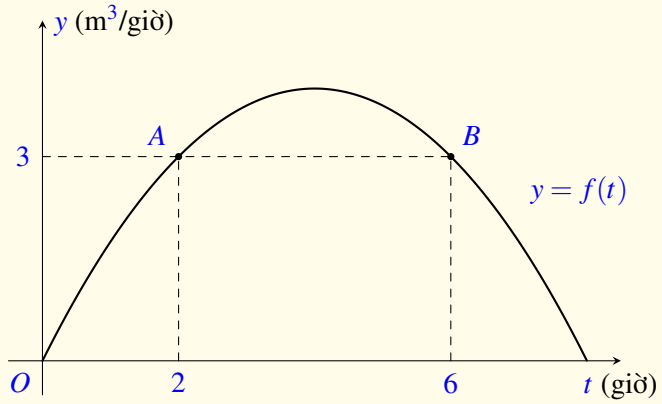
Cách 2 (Sử dụng tính chất đạo hàm - Nâng cao): Thực hiện phép chia đa thức $f(x)$ cho $f'(x)$, ta thu được đẳng thức:

$$f(x)=\left(\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}\right)\cdot f'(x)-2x+8.$$

Tại các điểm cực trị x_i $(i=1;2)$, ta luôn có $f'(x_i)=0$ nên $f(x_i)=-2x_i+8$. Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $y=-2x+8$.

Chọn đáp án | a đúng | b đúng | c sai | d sai | □

Câu 2. Người ta dùng một thiết bị bơm nước vào một bể không có nước. Tính từ lúc thiết bị bắt đầu hoạt động, tại thời điểm t giờ với $0 \le t \le 8$, thiết bị đó có tốc độ bơm nước vào bể là $f(t)$ (m^3/giờ). Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(t)$ là một phần đường parabol đi qua gốc tọa độ O và hai điểm $A(2;3)$, $B(6;3)$ (xem hình minh họa bên dưới).



Mệnh đề	Đúng	Sai
a) Với $0 \le t \le 8$ thì $f(t)=3t-\frac{t^2}{6}$ (m^3/giờ).		X

b Tại thời điểm t giờ ($0 \le t \le 8$) tính từ lúc thiết bị bắt đầu hoạt động, lượng nước trong bể là $V(t) = t^2 - \dfrac{t^3}{12}$ (m^3).	X	
c) Tại thời điểm thiết bị có tốc độ bơm nước vào bể là lớn nhất, lượng nước trong bể lớn hơn 10,7 mét khối.		X
d Sau $\dfrac{a}{b}$ giờ tính từ lúc thiết bị bắt đầu hoạt động (trong đó $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản và $b > 0$), lượng nước trong bể là 13,824 mét khối. Khi đó, giá trị của $a+b$ là 29.	X	

Lời giải.

Giả sử hàm số biểu diễn tốc độ bơm nước có dạng $f(t) = at^2 + bt + c$ (với $a \neq 0$).

Dựa vào đồ thị, parabol đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ nên $c = 0$.

Đồ thị đi qua hai điểm $A(2;3)$ và $B(6;3)$, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4a+2b=3 \\ 36a+6b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12a+6b=9 \\ 36a+6b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 24a=-6 \\ 2b=3-4a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{1}{4} \\ b=2. \end{cases}$$

Vậy hàm số biểu thị tốc độ bơm là $f(t) = -\dfrac{1}{4}t^2 + 2t = 2t - \dfrac{t^2}{4}$ (m^3/giờ).

a) S **SAI.** Theo kết quả tìm được ở trên, ta có $f(t) = 2t - \dfrac{t^2}{4}$ (với $0 \le t \le 8$). Biểu thức này hoàn toàn khác với hàm số $3t - \dfrac{t^2}{6}$ mà mệnh đề đã nêu.

b) Đ **ĐÚNG.** Vì ban đầu bể không có nước, nên lượng nước được bơm vào bể tính từ lúc thiết bị bắt đầu hoạt động đến thời điểm t giờ chính là nguyên hàm của hàm tốc độ $f(t)$ trên đoạn $[0;t]$. Ta có:

$$V(t) = \int_0^t f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^t \left(2x - \frac{x^2}{4}\right)\mathrm{d}x = \left(x^2 - \frac{x^3}{12}\right)\Big|_0^t = t^2 - \frac{t^3}{12} \text{ (m}^3\text{)}.$$

c) S **SAI.** Tốc độ bơm lớn nhất tương ứng với giá trị lớn nhất của hàm số $f(t) = -\dfrac{1}{4}t^2 + 2t$ trên đoạn $[0;8]$. Parabol có bề lõm hướng xuống ($a = -\dfrac{1}{4} < 0$) nên đạt giá trị lớn nhất tại đỉnh. Hoành độ đỉnh là $t = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{2}{2\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)} = 4 \in [0;8]$. Tại thời điểm $t = 4$ (giờ), lượng nước trong bể là:

$$V(4) = 4^2 - \frac{4^3}{12} = 16 - \frac{16}{3} = \frac{32}{3} \approx 10{,}667 \text{ (m}^3\text{)}.$$

Vì $\dfrac{32}{3} < 10{,}7$ nên khẳng định lượng nước lớn hơn 10,7 m^3 là sai.

d) Đ **ĐÚNG.** Để tìm thời điểm lượng nước đạt $13{,}824$ m^3, ta giải phương trình $V(t) = 13{,}824$:

$$t^2 - \frac{t^3}{12} = 13{,}824 \Leftrightarrow t^3 - 12t^2 + 165{,}888 = 0.$$

Nhận thấy $V(t)$ có đạo hàm $V'(t) = f(t) = 2t - \dfrac{t^2}{4} \geq 0$ với mọi $t \in [0;8]$ (dựa vào đồ thị nằm phía trên trục hoành). Suy ra hàm $V(t)$ đồng biến trên đoạn $[0;8]$, do đó phương trình trên nếu có nghiệm thì sẽ là nghiệm duy nhất. Bấm máy tính giải phương trình bậc 3, ta thu được nghiệm duy nhất trên đoạn $[0;8]$ là $t = 4{,}8$ (giờ). Đổi sang phân số tối giản, ta được $t = \dfrac{48}{10} = \dfrac{24}{5}$ (giờ). Đồng nhất với dữ kiện đề bài $t = \dfrac{a}{b}$ (với $b > 0$), ta xác định được $a = 24$ và $b = 5$. Khi đó $a + b = 24 + 5 = 29$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c sai | d đúng | ..... □

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I(2;1;12)$, trong đó một đơn vị độ dài trên mỗi trục tương ứng với 10 mét trên thực tế. Trạm thu phát sóng đó có bán kính phủ sóng là 130 mét. Vùng phủ sóng của trạm thu phát được quy ước là tập hợp tất cả các điểm P trên mặt đất và trong không gian sao cho khoảng cách IP không vượt quá 130 mét. Mặt đất được coi là mặt phẳng của mặt phẳng (Oxy) và mỗi người trên mặt đất được coi như một chất điểm.

Mệnh đề	Đúng	Sai
a Vùng phủ sóng của trạm thu phát là một phần của hình cầu giới hạn bởi mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-12)^2 = 169$.	X	
b) Giả sử một người cầm điện thoại đang ở vị trí điểm $M(3;1;0)$ và chuyển động thẳng đều trên mặt đất với tốc độ $3{,}6$ km/h. Khi đó, tại giây thứ 40 tính từ lúc xuất phát ở vị trí điểm $M(3;1;0)$, người đó đã đi được ra ngoài vùng phủ sóng của trạm thu phát.		X
c) Khoảng cách ngắn nhất để một người cầm điện thoại đang ở vị trí có tọa độ $N(8;9;0)$ di chuyển trên mặt đất tới được vùng phủ sóng (theo đơn vị mét) là 100 m.		X
d Giả sử một người cầm điện thoại chuyển động thẳng đều trên mặt đất từ vị trí $A(6;9;0)$ đến vị trí $B(-4;b;0)$ với tốc độ $3{,}6$ km/h sao cho khoảng thời gian người đó thuộc vùng phủ sóng đúng bằng 60 giây. Khi đó $b = \dfrac{3}{2}$.	X	

Lời giải.

Phân tích dữ kiện chung:

- Quy đổi đơn vị: 1 đơn vị tọa độ $= 10$ m.
- Bán kính phủ sóng thực tế là 130 m, tương ứng bán kính trong hệ tọa độ là $R = \dfrac{130}{10} = 13$.

- Trạm phát sóng $I(2;1;12)$. Khoảng cách từ I đến mặt đất (Oxy) (mặt phẳng $z=0$) là $d(I,(Oxy))=12$.
- Vùng phủ sóng trên mặt đất là một hình tròn (C), là giao tuyến của khối cầu tâm I bán kính $R=13$ với mặt phẳng (Oxy). Tâm của hình tròn này là $I'(2;1;0)$ (hình chiếu của I lên Oxy), bán kính hình tròn là $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{13^2-12^2}=5$ (đơn vị tọa độ).

a) Đ **ĐÚNG.** Không gian phủ sóng tối đa là hình cầu có tâm $I(2;1;12)$ và bán kính $R=13$. Mặt cầu giới hạn hình cầu này có phương trình:

$$(x-2)^2+(y-1)^2+(z-12)^2=13^2 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-1)^2+(z-12)^2=169.$$

b) S **SAI.** Tốc độ của người đó là $v=3,6$ km/h $=1$ m/s. Trong hệ tọa độ, vận tốc này tương ứng $v'=0,1$ (đơn vị/giây). Sau $t=40$ giây, quãng đường người đó di chuyển là $s=v'\cdot t=0,1\cdot 40=4$ (đơn vị). Giả sử người đó đến vị trí M'. Khoảng cách ban đầu từ tâm phủ sóng I' đến $M(3;1;0)$ là:

$$I'M=\sqrt{(3-2)^2+(1-1)^2}=1.$$

Áp dụng bất đẳng thức tam giác, khoảng cách xa nhất từ người đó đến tâm I' là:

$$I'M'\le I'M+MM'=1+4=5.$$

Vì $I'M'\le 5=r$ nên người đó vẫn luôn nằm trong hoặc cùng lắm là chạm mép vùng phủ sóng, chưa thể ra ngoài vùng phủ sóng.

c) S **SAI.** Khoảng cách từ vị trí $N(8;9;0)$ đến tâm vùng phủ sóng $I'(2;1;0)$ trên mặt đất là:

$$I'N=\sqrt{(8-2)^2+(9-1)^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10 \text{ (đơn vị)}.$$

Khoảng cách ngắn nhất để người đó đi vào vùng phủ sóng (chạm đường tròn viền) là:

$$d=I'N-r=10-5=5 \text{ (đơn vị)}.$$

Quy đổi ra thực tế, khoảng cách này là $5\times 10=50$ m (chứ không phải 100 m).

d) Đ **ĐÚNG.** Tương tự trên, tốc độ di chuyển là $0,1$ đơn vị/giây. Thời gian nằm trong vùng phủ sóng là 60 giây, tương ứng quãng đường đi được trong vùng này (độ dài dây cung cắt bởi đường tròn (C)) là $L=0,1\cdot 60=6$ (đơn vị). Khoảng cách từ tâm $I'(2;1)$ đến đường thẳng AB chứa dây cung bằng:

$$h=\sqrt{r^2-\left(\frac{L}{2}\right)^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4 \text{ (đơn vị)}.$$

Trong mặt phẳng (Oxy), ta có $\overrightarrow{AB}=(-10;b-9)$. Đường thẳng AB nhận vector $\mathbf{n}=(b-9;10)$ làm vector pháp tuyến và đi qua $A(6;9)$, có phương trình tổng quát là:

$$(b-9)(x-6)+10(y-9)=0 \Leftrightarrow (b-9)x+10y-6b-36=0.$$

Khoảng cách từ $I'(2;1)$ đến đường thẳng AB là $h=4$, nên ta có:

$$\frac{|(b-9)\cdot 2+10\cdot 1-6b-36|}{\sqrt{(b-9)^2+10^2}}=4 \Leftrightarrow \frac{|-4b-44|}{\sqrt{(b-9)^2+100}}=4$$

$$\Leftrightarrow |-b-11| = \sqrt{(b-9)^2+100} \Leftrightarrow (b+11)^2 = (b-9)^2+100$$
$$\Leftrightarrow b^2+22b+121 = b^2-18b+81+100 \Leftrightarrow 40b = 60 \Leftrightarrow b = \frac{3}{2}.$$

Vậy giá trị $b = \frac{3}{2}$ là hoàn toàn chính xác.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d đúng | □

Câu 4. Một trường đại học trao hai loại học bổng A và B cho sinh viên trong trường, một sinh viên có thể được nhận cả hai loại học bổng A và B. Trong số các sinh viên được trao học bổng loại A có 12% số bạn được trao học bổng loại B và trong số các sinh viên không được trao học bổng loại A có 10% số bạn được trao học bổng loại B. Có 10,2% số sinh viên toàn trường được trao học bổng loại B. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên trong trường.

Mệnh đề	Đúng	Sai
a Xác suất để sinh viên đó không được trao học bổng loại B là 0,898.	X	
b) Xác suất để sinh viên đó không được trao học bổng loại B, biết sinh viên đó không được trao học bổng loại A, là 0,88.		X
c) Xác suất để sinh viên đó không được trao học bổng loại A là 0,89.		X
d Xác suất để sinh viên đó không được trao học bổng loại A, biết sinh viên đó không được trao học bổng loại B, lớn hơn 0,9.	X	

Lời giải.

Gọi A là biến cố: "Sinh viên được nhận học bổng loại A". Khi đó $\overline{A}$ là biến cố đối: "Sinh viên không được nhận học bổng loại A".

Gọi B là biến cố: "Sinh viên được nhận học bổng loại B". Khi đó $\overline{B}$ là biến cố đối: "Sinh viên không được nhận học bổng loại B".

Theo giả thiết, ta có các xác suất:

$$P(B|A) = 12\% = 0,12; \quad P(B|\overline{A}) = 10\% = 0,1; \quad P(B) = 10,2\% = 0,102.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A)\cdot P(B|A) + P(\overline{A})\cdot P(B|\overline{A})$$
$$\Leftrightarrow 0,102 = P(A)\cdot 0,12 + \big(1-P(A)\big)\cdot 0,1$$
$$\Leftrightarrow 0,102 = 0,12\cdot P(A) + 0,1 - 0,1\cdot P(A)$$
$$\Leftrightarrow 0,02\cdot P(A) = 0,002 \Leftrightarrow P(A) = 0,1.$$

Suy ra $P(\overline{A}) = 1-P(A) = 0,9$.

a) Đ **ĐÚNG.** Xác suất để sinh viên đó không được trao học bổng loại B chính là xác suất của biến cố đối $\overline{B}$. Ta có:

$$P(\overline{B}) = 1-P(B) = 1-0,102 = 0,898.$$

b) (S) **SAI.** Xác suất cần tìm là xác suất có điều kiện $P(\overline{B}|\overline{A})$. Ta có:

$$P(\overline{B}|\overline{A}) = 1 - P(B|\overline{A}) = 1 - 0,1 = 0,9.$$

Vậy xác suất này bằng $0,9$ (chứ không phải $0,88$).

c) (S) **SAI.** Theo kết quả đã tính ở phần chung, xác suất để sinh viên không được trao học bổng loại A là $P(\overline{A}) = 0,9$ (chứ không phải $0,89$).

d) (Đ) **ĐÚNG.** Xác suất cần tìm là $P(\overline{A}|\overline{B})$. Áp dụng định nghĩa xác suất có điều kiện (hay công thức Bayes), ta có:

$$P(\overline{A}|\overline{B}) = \frac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{P(\overline{B}|\overline{A}) \cdot P(\overline{A})}{P(\overline{B})}.$$

Thay các giá trị đã biết vào biểu thức, ta được:

$$P(\overline{A}|\overline{B}) = \frac{0,9 \cdot 0,9}{0,898} = \frac{0,81}{0,898} \approx 0,902.$$

Vì $0,902 > 0,9$ nên khẳng định này là đúng.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d đúng | ..... □

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 95

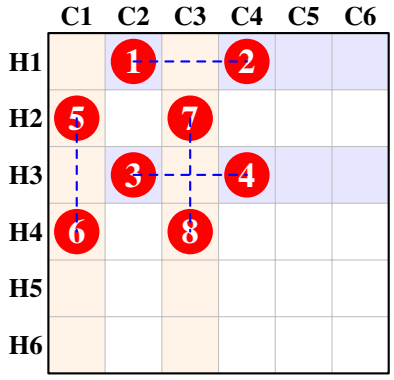
☑ Câu 1.	a Đ b Đ c S d S	☑ Câu 2.	a S b Đ c S d Đ
☑ Câu 3.	a Đ b S c S d Đ	☑ Câu 4.	a Đ b S c S d Đ

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

☑ Câu 1. Cho bảng 6×6 gồm 36 ô vuông đơn vị và cho 8 quân cờ đôi một khác nhau. Người ta xếp ngẫu nhiên 8 quân cờ đó vào 36 ô trong bảng sao cho mỗi ô xếp nhiều nhất một quân cờ. Hai cách xếp được gọi là như nhau nếu vị trí của 8 quân cờ tương ứng trên bảng là giống nhau sau khi xếp xong (không tính đến thứ tự xếp các quân cờ vào bảng). Chọn ngẫu nhiên một cách xếp như trên. Gọi P là xác suất của biến cố: "Cách xếp được chọn thỏa mãn đồng thời ba điều kiện sau:
– Trên mỗi hàng có ít nhất một quân cờ;
–Trên mỗi cột có ít nhất một quân cờ;
– Mỗi quân cờ phải cùng hàng với đúng một quân cờ khác hoặc cùng cột với đúng một quân cờ khác."
Giá trị của $9^4 P$ bằng bao nhiêu (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả phép tính cuối cùng đến hàng phần trăm)?

Đáp án: | 1 | , | 7 | 6 |

Lời giải.



Minh họa cấu hình thỏa mãn bài toán:

- **Phân bố:** Có 2 hàng chứa 2 quân (H1, H3 - nền xanh dương) và 2 cột chứa 2 quân (C1, C3 - nền cam). Các hàng/cột còn lại chứa đúng 1 quân.
- **Tính chất:** Mỗi quân cờ (chấm đỏ đánh số từ 1 đến 8) đều nằm chung hàng hoặc chung cột với **đúng một quân cờ khác** (thể hiện qua các đường đứt nét màu xanh).
- **Đặc biệt:** Vùng giao giữa hàng chứa 2 quân và cột chứa 2 quân hoàn toàn trống (không có quân cờ nào), giúp thỏa mãn chính xác hệ phương trình biện luận.

1. Tìm số phần tử của không gian mẫu: Phép thử là xếp 8 quân cờ phân biệt vào 36 ô trống sao cho mỗi ô chứa nhiều nhất 1 quân cờ. Số kết quả có thể là A_{36}^{8}. Tuy nhiên, để tính xác suất, ta có thể đơn giản hóa bằng cách chỉ xét "cấu hình" ô được chọn (coi 8 quân cờ như nhau trong bước đếm vị trí, sau đó nhân cả tử và mẫu với $8!$). Tổng số cấu hình chọn ra 8 ô từ 36 ô trống là $n(\Omega) = C_{36}^{8} = 30260340$.

2. Phân tích điều kiện của biến cố: Gọi biến cố A là tập hợp các cách xếp thỏa mãn cả 3 điều kiện đề bài. Tổng số quân cờ là 8, rải vào 6 hàng và 6 cột, sao cho mỗi hàng/cột ≥ 1 quân cờ. Theo đề, mỗi quân cờ chia sẻ hàng (hoặc cột) với ĐÚNG MỘT quân cờ khác. Giả sử có một hàng chứa 3 quân cờ, thì 3 quân cờ này không thể thỏa mãn điều kiện "cùng hàng với đúng 1 quân khác". Cả 3 quân buộc phải thỏa mãn điều kiện "cùng cột với đúng 1 quân khác" (tức là nằm trên các cột chứa đúng 2 quân). Khi đó, số quân cờ tối thiểu trên bảng là $3 \times 2 = 6$ quân (thuộc 3 cột này) cộng với 3 cột còn lại (mỗi cột ≥ 1 quân) sẽ dẫn đến tổng số quân $\geq 9 > 8$ (vô lý). Vậy số quân cờ tối đa trên một hàng/cột là 2. Do $8 = 2+2+1+1+1+1$, cấu hình phân bố số quân cờ trên các hàng bắt buộc là $(2,2,1,1,1,1)$. Tương tự trên các cột cũng là $(2,2,1,1,1,1)$.

3. Biện luận vị trí đặt các quân cờ: Gọi R_2 là tập 2 hàng chứa 2 quân, R_1 là tập 4 hàng chứa 1 quân. Gọi C_2 là tập 2 cột chứa 2 quân, C_1 là tập 4 cột chứa 1 quân. Theo điều kiện thứ 3, mọi quân cờ đều phải thuộc R_2 hoặc C_2. Nghĩa là không có quân cờ nào nằm ở vùng giao $R_1 \cap C_1$.

Gọi x, y, z lần lượt là số quân cờ nằm trong các vùng giao $R_2 \cap C_2$, $R_2 \cap C_1$ và $R_1 \cap C_2$. Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+y=4 & (\text{tổng số quân trong } R_2) \\ x+z=4 & (\text{tổng số quân trong } C_2) \\ x+y+z=8 & (\text{tổng số quân cờ}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=4 \\ z=4. \end{cases}$$

Kết quả $x=0$ cho thấy không có quân cờ nào nằm ở $R_2 \cap C_2$. Toàn bộ 8 quân cờ được chia đều: 4 quân nằm ở $R_2 \cap C_1$ và 4 quân nằm ở $R_1 \cap C_2$.

4. Đếm số cấu hình thuận lợi:

- Chọn 2 hàng tạo R_2 và 2 cột tạo C_2: Có $C_6^2 \cdot C_6^2 = 225$ cách.
- Xếp 4 quân cờ vào vùng $R_2 \cap C_1$ (kích thước 2×4) sao cho mỗi hàng có 2 quân, mỗi cột có 1 quân: Chọn 2 cột cho hàng thứ nhất ($C_4^2 = 6$ cách), hàng thứ hai bắt buộc lấy 2 cột còn lại

(1 cách). Vậy có 6 cách.

- Xếp 4 quân cờ vào vùng $R_1 \cap C_2$ (kích thước 4×2) sao cho mỗi hàng có 1 quân, mỗi cột có 2 quân: Tương tự, có $C_4^2 = 6$ cách.

Số cấu hình thuận lợi là: $n(A) = 225 \cdot 6 \cdot 6 = 8100$.

5. Tính xác suất: Xác suất của biến cố là:

$$P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{8100}{30260340} = \frac{45}{168113}.$$

Giá trị của biểu thức cần tính:

$$9^4 P = 6561 \cdot \frac{45}{168113} = \frac{295245}{168113} \approx 1,7562.$$

Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm, ta được $1,76$.

Đáp án: 1,76 □

Câu 2. Công ty vận tải nhận một đơn hàng vận chuyển ít nhất 23 tấn hàng loại A, ít nhất 59 tấn hàng loại B và không quá 139 tấn hàng loại C. Công ty vận tải sử dụng hai loại xe X và Y để chở số hàng đó. Mỗi xe loại X đều chở 12 tấn hàng loại A, 6 tấn hàng loại B và 18 tấn hàng loại C. Mỗi xe loại Y đều chở 2 tấn hàng loại A, 20 tấn hàng loại B và 22 tấn hàng loại C. Chi phí cho 1 xe loại X là 37 triệu đồng và cho 1 xe loại Y là 45 triệu đồng. Gọi T (triệu đồng) là chi phí nhỏ nhất để công ty hoàn thành đơn hàng. Giá trị của $10T$ bằng bao nhiêu?

Đáp án: | 2 | 0 | 9 | 0 |

Lời giải.

Gọi x, y lần lượt là số lượng xe loại X và loại Y cần sử dụng ($x, y \in \mathbb{N}$).
Theo giả thiết, ta thiết lập được hệ bất phương trình ràng buộc như sau:

- Khối lượng hàng loại A ít nhất 23 tấn: $12x + 2y \geq 23$.
- Khối lượng hàng loại B ít nhất 59 tấn: $6x + 20y \geq 59$.
- Khối lượng hàng loại C không quá 139 tấn: $18x + 22y \leq 139$.
- Điều kiện thực tế (số lượng xe): $x \geq 0, y \geq 0$ và $x, y \in \mathbb{N}$.

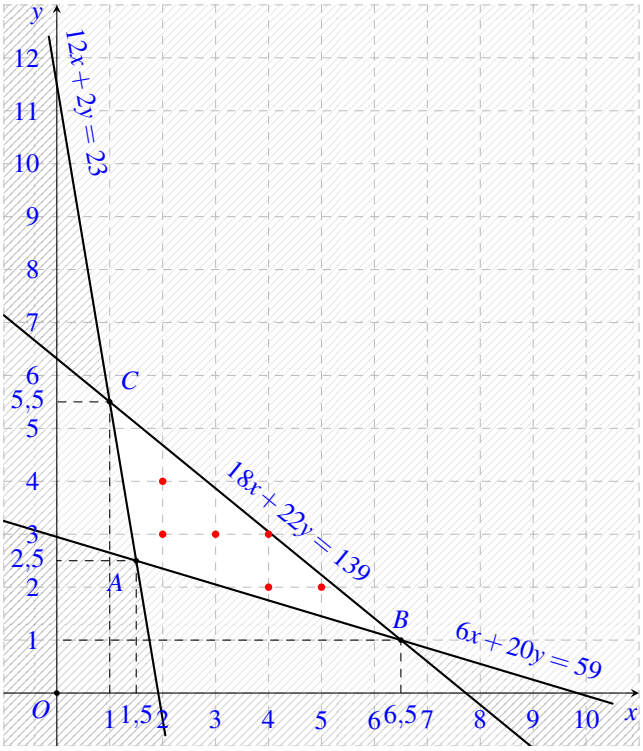
Ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 12x + 2y \geq 23 \\ 6x + 20y \geq 59 \\ 18x + 22y \leq 139 \qquad (I) \\ x \geq 0 \\ y \geq 0. \end{cases}$$
Hàm chi phí cần đạt giá trị nhỏ nhất là: $F(x, y) = 37x + 45y$ (triệu đồng).

- Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình

— Vẽ các đường thẳng

$$d_1 : 12x+2y=23,\ d_2 : 6x+20y=59,\ d_3 : 8x+22y \le 139.$$

— Miền nghiệm của hệ là miền tam giác ABC với $A(1,5;2,5)$, $B(6,5;1)$ và $C(1;5,5)$



Ta cần tìm các điểm $(x;y)$ với $x,y \in \mathbb{N}$ thuộc miền nghiệm của hệ (I) sao cho biểu thức $F(x,y) = 37x+45y$ có giá trị nhỏ nhất.
Vì miền nghiệm là miền tam giác với các đỉnh $A(1,5;2,5)$, $B(6,5;1)$ và $C(1;5,5)$ đều có tọa độ không phải thỏa mãn $x,y \in \mathbb{N}$ nên ta cần phải xét các điểm $(x;y)$ $(x,y \in \mathbb{N})$ nằm bên trong tam giác ABC.
Quan sát hình vẽ, kết hợp với đánh giá các điều kiện ta thấy chỉ cần xét $x \in [1;6]$. Khi đó, ta tìm được các điểm có tọa độ nguyên $(x;y)$ nằm trong miền tam giác ABC (các chấm đỏ) là: $(2;3)$, $(2;4)$, $(3;3)$, $(4;2)$, $(4;3)$, $(5;2)$.
Lập bảng giá trị của hàm mục tiêu $F(x,y)$ tại các điểm nguyên này:

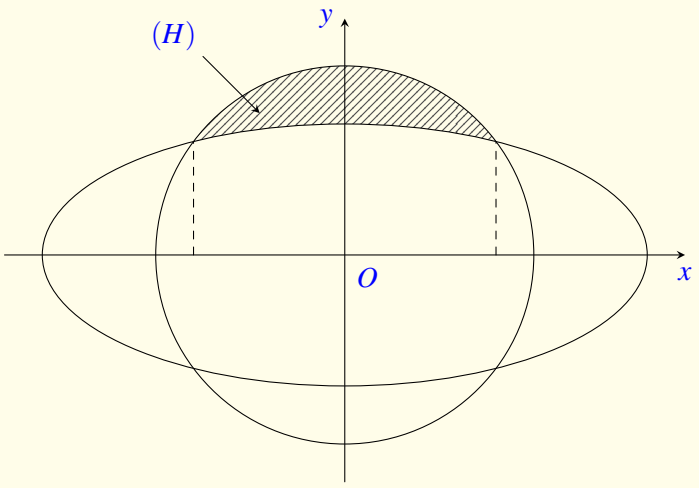
Điểm $(x;y)$	$(2;3)$	$(2;4)$	$(3;3)$	$(4;2)$	$(4;3)$	$(5;2)$
$F(x,y) = 37x+45y$	209	254	246	238	283	275

Dựa vào bảng trên, ta thấy chi phí nhỏ nhất là 209 đạt được khi $x=2$ và $y=3$.
Suy ra $T = 209$ (triệu đồng).
Vậy giá trị của $10T = 10 \cdot 209 = 2090$.

Đáp án: 2090 □

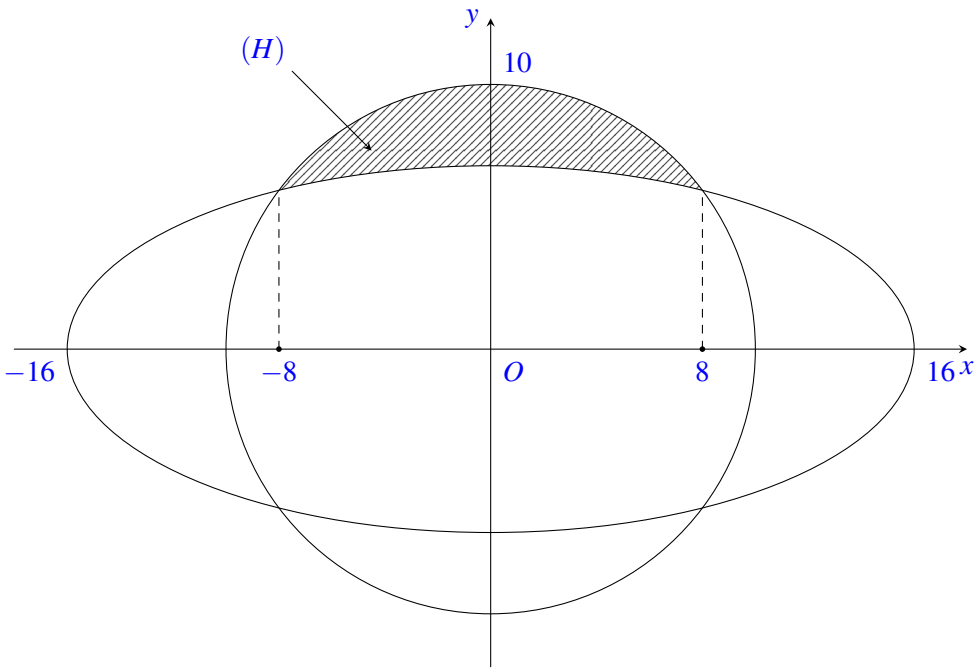
Câu 3. Người ta cần tính thể tích của một vật thể được chế tác như sau. Trên mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy (một đơn vị độ dài trên mỗi trục tương ứng với một xăng-ti-mét trong thực

tế), gọi (H) là hình phẳng được tô đậm, giới hạn bởi đường elip $\dfrac{x^2}{256}+\dfrac{y^2}{48}=1$ và đường tròn tâm O có bán kính 10 (xem hình minh họa bên dưới). Vật thể có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục hoành. Thể tích của vật thể nói trên bằng bao nhiêu xăng-ti-mét khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả phép tính cuối cùng đến hàng đơn vị)?



Đáp án: 1 | 7 | 4 | 3

Lời giải.



Phân tích hình học: Quan sát hình vẽ, ta thấy hình phẳng (H) là phần diện tích nằm giữa đường tròn bán kính 10 và đường elip. Giao điểm của hai đường cong này chính là ranh giới của miền lấy tích phân. Do tính đối xứng qua trục tung, ta có thể tính thể tích trên nửa khoảng rồi nhân đôi.

Bước 1: Xác định phương trình các đường biên và giao điểm.

Phương trình elip: $\dfrac{x^2}{256}+\dfrac{y^2}{48}=1 \Leftrightarrow y^2=48\left(1-\dfrac{x^2}{256}\right)=48-\dfrac{3}{16}x^2.$

Phương trình đường tròn: $x^2+y^2=100 \Leftrightarrow y^2=100-x^2$.

Hoành độ giao điểm của elip và đường tròn là nghiệm của phương trình:

$$100-x^2=48-\frac{3}{16}x^2 \Leftrightarrow 52=\frac{13}{16}x^2 \Leftrightarrow x^2=64 \Leftrightarrow x=\pm 8.$$

Bước 2: Thiết lập công thức tính thể tích.

Trên đoạn $[-8;8]$, đường tròn nằm phía trên elip (vì $100-x^2 \geq 48-\frac{3}{16}x^2$). Khi quay quanh trục Ox, thể tích của vật thể là hiệu thể tích của hai khối tròn xoay tương ứng, được xác định bởi công thức:

$$V=\pi \int_{-8}^{8} \left[(100-x^2)-\left(48-\frac{3}{16}x^2\right)\right] \mathrm{d}x.$$

Rút gọn biểu thức trong dấu tích phân:

$$V=\pi \int_{-8}^{8} \left(52-\frac{13}{16}x^2\right) \mathrm{d}x.$$

Bước 3: Tính tích phân.

Do hàm số $f(x)=52-\frac{13}{16}x^2$ là hàm số chẵn trên đoạn $[-8;8]$, ta có:

$$V=2\pi \int_{0}^{8} \left(52-\frac{13}{16}x^2\right) \mathrm{d}x=2\pi\left(416-\frac{416}{3}\right)=2\pi \cdot \frac{2\cdot 416}{3}=\frac{1664\pi}{3}.$$

Bước 4: Kết luận.

Vậy thể tích của vật thể là

$$V=\frac{1664\pi}{3}\ \mathrm{cm}^3.$$

Giá trị xấp xỉ:

$$V \approx \frac{1664\cdot 3.141592653589793}{3} \approx 1742.5367\ \mathrm{cm}^3.$$

Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, ta được:

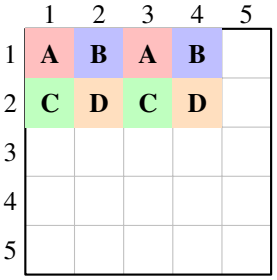
$$\boxed{V \approx 1743\ \mathrm{cm}^3}.$$

Đáp án: 1743 □

Câu 4. Cho bảng 5×5 gồm 25 ô vuông đơn vị và cho bốn màu. Người ta tô mỗi ô trong bảng bởi một trong bốn màu đã cho sao cho hai ô bất kì có chung đỉnh hoặc chung cạnh thì khác màu. Hai cách tô màu bảng được gọi là giống nhau nếu mỗi ô của bảng có cùng màu ở cả hai cách tô (không tính đến thứ tự tô màu các ô). Gọi S là số cách tô màu bảng phân biệt thỏa mãn điều kiện trên. Giá trị của $9S$ bằng bao nhiêu?

Đáp án: 3 | 2 | 4 | 0

Lời giải.



Mô phỏng cấu hình tô màu:

- Khối 2×2 góc trên trái bắt buộc chứa đủ 4 màu đôi một khác nhau (A,B,C,D) do các ô đều chung cạnh hoặc chung đỉnh.
- Quy luật lan truyền cho thấy mỗi hàng hoặc mỗi cột chỉ luân phiên đúng 2 màu.
- Tổng số cách tô thỏa mãn là 360 cách, dẫn đến kết quả $9S = 3240$.

Bước 1: Phân tích điều kiện tại một khối vuông 2×2

Xét một khối vuông 2×2 bất kỳ trong bảng. Khối này gồm 4 ô vuông. Nhận thấy rằng, trong 4 ô này, bất kỳ hai ô nào cũng đều có chung với nhau ít nhất một cạnh hoặc một đỉnh. Theo giả thiết, hai ô chung cạnh hoặc chung đỉnh phải khác màu. Do đó, 4 ô trong một khối 2×2 bất kỳ bắt buộc phải được tô bởi 4 màu đôi một khác nhau.

Bước 2: Chứng minh cấu trúc luân phiên màu của bảng

Giả sử 4 màu được dùng là A,B,C,D. Xét khối 2×2 ở góc trên cùng bên trái. Giả sử ô $(1;1)$ màu A, ô $(1;2)$ màu B, ô $(2;1)$ màu C và ô $(2;2)$ màu D. Xét tiếp ô $(1;3)$ và $(2;3)$: Vì ô $(1;3)$ và $(2;3)$ tạo với ô $(1;2)$ và $(2;2)$ thành một khối 2×2 mới, nên 4 ô này phải mang 4 màu khác nhau. Hai ô $(1;2)$ và $(2;2)$ đã mang màu B và D, suy ra hai ô $(1;3)$ và $(2;3)$ bắt buộc phải mang tập màu còn lại là $\{A;C\}$. Xảy ra hai trường hợp:

- **Trường hợp 1:** Ô $(1;3)$ màu A và ô $(2;3)$ màu C. Khi đó, hàng 1 có chuỗi màu $A-B-A$, hàng 2 có chuỗi màu $C-D-C$. Nếu tịnh tiến tư duy này cho toàn bảng, ta rút ra quy luật: **Mỗi hàng chỉ luân phiên giữa đúng 2 màu**.
- **Trường hợp 2:** Ô $(1;3)$ màu C và ô $(2;3)$ màu A. Khi đó, cột 2 có chuỗi màu $B-D$, cột 3 có chuỗi màu $C-A$ (đều gồm 2 màu). Tương tự, nếu mở rộng ra toàn bảng, ta rút ra quy luật: **Mỗi cột chỉ luân phiên giữa đúng 2 màu**.

Như vậy, một cách tô màu hợp lệ sẽ thuộc một trong hai loại cấu hình: *Các cột luân phiên 2 màu* hoặc *Các hàng luân phiên 2 màu*.

Bước 3: Đếm số cách tô màu và áp dụng Nguyên lý bù trừ

Gọi X là tập hợp các cách tô màu mà mỗi cột luân phiên 2 màu.

- Cột 1: Chọn 2 màu trong 4 màu và xếp có thứ tự (vì ô trên và ô dưới khác nhau), có $A_4^2 = 12$ cách.
- Cột 2: Bắt buộc phải sử dụng 2 màu còn lại (để khối 2×2 đủ 4 màu). Có $2! = 2$ cách xếp.
- Cột 3: Bắt buộc sử dụng lại 2 màu của cột 1. Có 2 cách xếp.
- Cột 4: Có 2 cách xếp.
- Cột 5: Có 2 cách xếp.

Số phần tử của tập X là: $n(X) = 12 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 12 \cdot 2^4 = 192$ cách.

Gọi Y là tập hợp các cách tô màu mà mỗi hàng luân phiên 2 màu. Lập luận hoàn toàn tương tự, ta có $n(Y) = 192$ cách.

Giao của hai tập hợp $X \cap Y$ là cấu hình mà **cả hàng và cột đều luân phiên 2 màu**. Khi đó, toàn bộ bảng 5×5 được xác định duy nhất chỉ bằng cách tô màu khối 2×2 ở góc trên cùng bên trái. Số cách tô màu cho khối 2×2 này là hoán vị của 4 màu, tức là: $n(X \cap Y) = 4! = 24$ cách.

Theo nguyên lý bù trừ, tổng số cách tô màu thỏa mãn yêu cầu bài toán là:

$$S = n(X \cup Y) = n(X) + n(Y) - n(X \cap Y) = 192 + 192 - 24 = 360.$$

Bước 4: Kết luận

Giá trị của biểu thức cần tìm là: $9S = 9 \cdot 360 = 3240$.

Đáp án: 3240 □

Câu 5. Một doanh nghiệp dự kiến sản xuất không quá 2000 sản phẩm cùng loại. Giả sử rằng doanh thu của doanh nghiệp khi sản xuất x sản phẩm ($x \in \mathbb{N}$; $0 \le x \le 2000$) là $R(x) = 16x - 0,005x^2$ (triệu đồng) và doanh nghiệp phải nộp một khoản thuế là 5% của doanh thu $R(x)$. Chi phí để sản xuất mỗi sản phẩm là bốn triệu đồng. Lợi nhuận của doanh nghiệp (khi sản xuất x sản phẩm) được tính theo công thức: Lợi nhuận bằng doanh thu trừ đi thuế và chi phí. Doanh nghiệp phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm để thu được lợi nhuận lớn nhất?

Đáp án: 1 | 1 | 7 | 9

Lời giải.

Bước 1: Thiết lập hàm số lợi nhuận

Theo đề bài, doanh thu của doanh nghiệp khi sản xuất x sản phẩm là:

$$R(x) = 16x - 0,005x^2 \text{ (triệu đồng).}$$

Khoản thuế doanh nghiệp phải nộp bằng 5% doanh thu nên số tiền còn lại sau khi nộp thuế chiếm 95% doanh thu, tức là:

$$95\% \cdot R(x) = 0,95 \cdot (16x - 0,005x^2) = 15,2x - 0,00475x^2 \text{ (triệu đồng).}$$

Chi phí sản xuất x sản phẩm (với chi phí mỗi sản phẩm là 4 triệu đồng) là:

$$C(x) = 4x \text{ (triệu đồng).}$$

Lợi nhuận của doanh nghiệp thu được khi sản xuất x sản phẩm là hàm số:

$$L(x) = 0,95R(x) - C(x) = \left(15,2x - 0,00475x^2\right) - 4x = -0,00475x^2 + 11,2x \text{ (triệu đồng).}$$

với điều kiện $x \in \mathbb{N}$ và $0 \le x \le 2000$.

Bước 2: Bảng biến thiên và tìm giá trị lớn nhất

Ta có đạo hàm $L'(x) = -0,0095x + 11,2$.

$L'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{11,2}{0,0095} = \dfrac{22400}{19} \approx 1178,95.$

Bảng biến thiên của hàm số trên đoạn $[0;2000]$:

x	0		1178	$\frac{22400}{19}$	1179		2000
$L'(x)$		$+$		0		$-$	
$L(x)$	0	↗	$6602{,}101$	$\frac{125440}{19}$	$6602{,}105$	↘	3400

Bước 3: Kiểm tra điều kiện số nguyên

Vì số lượng sản phẩm x phải là số nguyên ($x \in \mathbb{N}$), dựa vào đường gióng trên bảng biến thiên, ta xét hai giá trị nguyên liên tiếp nằm hai bên điểm đỉnh $x_0 \approx 1178{,}95$ là $x = 1178$ và $x = 1179$. Từ các giá trị thực tế:

- Tại $x = 1178$: $L(1178) = -0{,}00475 \cdot (1178)^2 + 11{,}2 \cdot 1178 = 6602{,}101$ (triệu đồng).
- Tại $x = 1179$: $L(1179) = -0{,}00475 \cdot (1179)^2 + 11{,}2 \cdot 1179 = 6602{,}10525$ (triệu đồng).

Ta thấy $L(1179) > L(1178)$. Hơn nữa, vì bề lõm của parabol hướng xuống nên giá trị của hàm số sẽ giảm dần khi x càng cách xa điểm đỉnh.

Bước 4: Kết luận

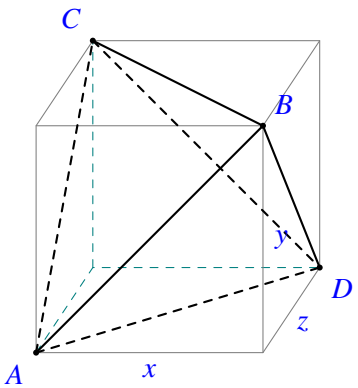
Vậy để thu được lợi nhuận lớn nhất, doanh nghiệp cần sản xuất 1179 sản phẩm.

Đáp án: 1179 □

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 20\sqrt{5}$, $AC = BD = 50$, $AD = BC = 10\sqrt{13}$. Thể tích của khối tứ diện đã cho bằng bao nhiêu?

Đáp án: 8 | 0 | 0 | 0

Lời giải.



Khối tứ diện $ABCD$ có các cặp cạnh đối diện bằng nhau ($AB = CD$, $AC = BD$, $AD = BC$) được gọi là **tứ diện gần đều**. Ta có thể nhúng khối tứ diện này vào một hình hộp chữ nhật ngoại tiếp có ba kích thước lần lượt là x, y, z (với $x, y, z > 0$).

Khi đó, các cạnh của tứ diện chính là các đường chéo thuộc các mặt phẳng của hình hộp chữ nhật. Ta thiết lập hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x^2+y^2=(20\sqrt{5})^2=2000 \\ y^2+z^2=50^2=2500 \\ z^2+x^2=(10\sqrt{13})^2=1300 \end{cases}$$

Cộng vế theo vế cả ba phương trình của hệ, ta được:

$$2(x^2+y^2+z^2)=2000+2500+1300=5800 \Rightarrow x^2+y^2+z^2=2900.$$

Lần lượt lấy tổng vừa tìm trừ đi từng phương trình trong hệ, ta suy ra:

$$\begin{cases} z^2=2900-2000=900 \\ x^2=2900-2500=400 \\ y^2=2900-1300=1600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=20 \\ y=40 \\ z=30. \end{cases}$$

Thể tích của khối tứ diện gần đều bằng $\frac{1}{3}$ thể tích của hình hộp chữ nhật ngoại tiếp nó. Do đó, thể tích khối tứ diện $ABCD$ là:

$$V=\frac{1}{3}xyz=\frac{1}{3}\cdot 20\cdot 40\cdot 30=8000 \text{ (đvtt)}.$$

Đáp án: 8000 □

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 95

Câu 1.			
1	,	7	6

Câu 2.			
2	0	9	0

Câu 3.			
1	7	4	3

Câu 4.			
3	2	4	0

Câu 5.			
1	1	7	9

Câu 6.			
8	0	0	0

HẾT

Thầy, cô cần full code LaTeX đề và lời giải thì liên hệ Zalo: **0378.828.498***!*